

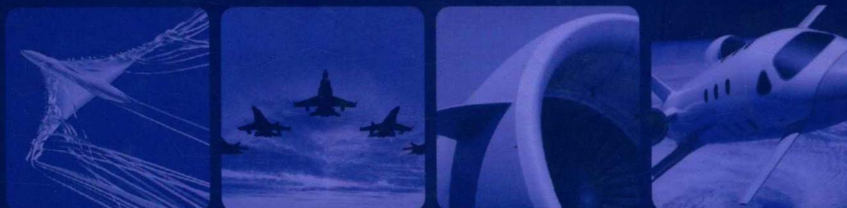
国家出版基金项目
"十二五"国家重点出版物出版规划项目

航空航天科技出版工程

1

流体动力学与空气热力学

[英]理查德·布洛克利(Richard Blockley)　[美]史维(Wei Shyy)◎主编
吴小胜　雷娟棉　黄晓鹏　等◎译



ENCYCLOPEDIA OF AEROSPACE ENGINEERING 1
Fluid Dynamics and Aerothermodynamics

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

WILEY



ENCYCLOPEDIA OF AEROSPACE ENGINEERING 1
Fluid Dynamics and Aerothermodynamics

国家出版基金项目
“十二五”国家重点出版物出版规划项目

航空航天科技出版工程

- ◇流体动力学与空气热力学
- ◇推进与动力
- ◇结构技术
- ◇材料技术
- ◇动力学与控制
- ◇环境影响与制造
- ◇飞行器设计
- ◇系统工程
- ◇航空航天专业术语

项目负责人：樊红亮
责 任 编 辑：封　雪
封 面 设 计：宝蕾元 YanLiJun



ISBN 978-7-5682-2416-1
9 787568 224161 >
定价：286.00元



国家出版基金项目

“十二五”国家 规划项目

航空航天科技出版工程

1

流体动力学与空气热力学

[英]理查德 · 布洛克利(Richard Blockley) [美]史维(Wei Shyy)◎主编

吴小胜 雷娟棉 黄晓鹏 等◎译

ENCYCLOPEDIA OF AEROSPACE ENGINEERING 1

Fluid Dynamics and Aerothermodynamics

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

WILEY AIAA

图书在版编目（CIP）数据

航空航天科技出版工程.1，流体动力学与空气热力学 /（英）理查德·布洛克利（Richard Blockley），（美）史维（Wei Shyy）主编；吴小胜等译.—北京：北京理工大学出版社，2016.6

书名原文：Encyclopedia of aerospace engineering

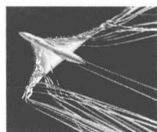
国家出版基金项目 “十二五”国家重点出版物出版规划项目

ISBN 978-7-5682-2416-1

Ⅰ.①航… Ⅱ.①理… ②史… ③吴… Ⅲ.①航空学-流体动力学②航空学-空气动力学-热力学③航天学-流体动力学④航天学-空气动力学-热力学 Ⅳ.①V

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 123672 号

封面图片来源：


源自 ONERA，France


源自 Shutterstock


源自 Shutterstock


源自 EADS Astrium

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 /（010）68914775（总编室）
（010）82562903（教材售后服务热线）
（010）68948351（其他图书服务热线）
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 北京地大天成印务有限公司
开　　本 / 889 毫米×1194 毫米 1/16
印　　张 / 46.25
字　　数 / 1345 千字
版　　次 / 2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷
定　　价 / 286.00 元

责任编辑 / 封 雪
文案编辑 / 封 雪
责任校对 / 周瑞红
责任印制 / 王美丽

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

航空航天科技出版工程

推 荐 序

航空航天是国家的战略产业，其科技水平直接决定着综合国力和国家安全。近年来，我国航空航天科技水平得到显著提升，在若干领域取得了举世瞩目的成就。在建设航空航天强国的进程中，广大科技人员需要学习和借鉴世界航空航天科技的最新成就。《航空航天科技出版工程》是综合反映当今世界范围内航空航天科技发展现状和研究前沿的一套丛书，具有系统性、学术性、前沿性等特点。该丛书的翻译和出版，为我国科技工作者学习和借鉴世界航空航天科技提供了一个良好平台。

《航空航天科技出版工程》英文版由美国 WILEY 出版公司和 AIAA（美国航空航天学会）联合出版。全世界 34 位来自航空航天领域的顶级专家组成丛书顾问团，负责对丛书进行规划指导，来自美国、英国、德国、法国等国家的 600 多位著名专家参与丛书撰写。该丛书是当今世界上最为系统和权威的航空航天科技丛书，共有 9 卷、近 5000 页，涵盖航空航天科技的 43 个领域主题，442 个章节。该丛书对航空航天科技所涉及的重要概念、理论、计算、实验等进行了系统阐述，并配有大量工程实践案例，主要内容包括：流体动力学与空气热力学、推进与动力、结构技术、材料技术、动力学与控制、环境影响与制造、飞行器设计、系统工程等。最难能可贵的是，该丛书对航空航天工程的战略决策、实施路径、技术应用、实践验证和评价等方面进行了系统阐释，对未来二十年面临的挑战和机遇进行了深入分析。

该丛书中有些专题研究在我国尚属起步阶段，不少内容是国内紧缺的文献资料。例如，丛书对高超声速稀薄气体动力学、扑翼空气动力学、高超声速气动热弹性、多运动体协调控制、多种飞行器融合、深空探测、航天系统设计认证等领域的介绍颇有参考价值。丛书内容不仅适用于国防领域，而且适用于民用领域，对我国航空航天科技发展具有指导意义。

北京理工大学是我国首批设立火箭、导弹等专业的高校，曾为我国航天事业的创立和发展做出重要贡献，近年来又在深空探测、制导武器、空间信息处理等领域取得重要进展。该丛书英文版问世不久，北京理工大学出版社敏锐地预判到该丛书对我国航空航天科技发展具有重要借鉴作用，提出翻译这套巨著的设想。北京理工大学航空航天学科的教授们积极投身于翻译丛书的策划中，他们联合我国高校、研究机构中一



批长期从事航空航天科技工作的教师和工程技术人员组成团队，仅用一年多时间就将这套巨著译为中文。我帮助他们邀请到丛书英文版顾问、著名航天结构力学家杜善义院士担任译审委员会主任，邀请到我国航空航天科技领域的多位领军科学家、总设计师共同负责丛书译审，进而确保中文版的科学性、准确性、权威性。

作为长期从事航空航天科技工作的学者，看到这套丛书即将问世由衷高兴。我认为，该丛书将为我国航空航天科技工作者提供一套不可多得的工具书，有利于提升我国航空航天科技水平，有利于促进我国航空航天科技与世界航空航天科技的有效对接，有利于推动我国建设航空航天强国。因此，我郑重向航空航天科技界的同行们推荐这套丛书。

中国科学院院士
北京理工大学校长　胡海岩

译者序

航空航天的发展水平体现了一个国家的综合实力。我国高度重视航空航天技术的创新发展，将航空航天产业列入国家战略性新兴产业和优先发展的高技术产业。近年来，国家科技重大专项（如大型飞机、载人航天与探月工程、高分辨率对地观测、航空发动机与燃气轮机等）的实施带动了我国航空航天技术的迅猛发展。

航空航天技术的发展日新月异并呈现出跨学科化和国际化的特征，国内学者需要一套系统全面的丛书，来巩固现有的知识、了解国际前沿发展动态、紧盯航空航天科技前沿。《航空航天科技出版工程》正是这样的一套技术研究丛书。北京理工大学出版社在组织专家对英文版《航空航天科技出版工程》的章节标题及主要内容进行翻译和评审后，发现该丛书内容翔实、信息丰富、学科体系完整，具有较高的前瞻性、探索性、系统性和实用性，是一套对中国航空航天领域有较强学习与借鉴作用的专著。因此，出版社决定引进、出版本套丛书的中文版。

英文版《航空航天科技出版工程》由美国 WILEY 出版公司和 AIAA（美国航空航天学会）联合出版，主编为 Richard Blockley（英国克兰菲尔德大学航空航天顾问、英国 BAE 系统公司前技术总监）和 Wei Shyy（原美国密歇根大学航空航天工程系教授兼系主任），历经多年，完成了 9 卷的出版。各章均由活跃在全球航空航天各专业领域研究一线的专家执笔，集成了编写团队在航空航天科技领域的重要科学研究成果和宝贵的科学试验数据。

《航空航天科技出版工程》从力学、动力及推进技术、制导和控制技术、电子仪表技术、通信技术、计算机科学、系统工程、材料科学、加工和制造技术及空间物理学等多个相互支撑的学科技术领域，全面而系统地阐述航空航天领域所涉及的知识，综合体现了目前航空航天技术的国际水平。9 卷包括《流体动力学与空气热力学》《推进与动力》《结构技术》《材料技术》《动力学与控制》《环境影响与制造》《飞行器设计》《系统工程》《航空航天专业术语》。丛书中文版配有丰富的原版插图、表格以及大量的图片资料，最大程度地保留了原版书的编写风格。该丛书对于国内的科研和技术人员，以及承担着未来航空航天技术开发的年轻人和学生来说，都无疑是一套非常好的参考资料。



北京理工大学出版社依托北京理工大学、南京航空航天大学、北京航空航天大学、中国航天科工集团北京航天长征科技信息研究所、中国航天科技集团空间技术研究院等国内从事航空航天技术研究的高校和科研院所，组建了翻译团队和专家译审团队，对《航空航天科技出版工程》进行翻译。

《航空航天科技出版工程1　流体动力学与空气热力学》包含航空航天工程研究评述、流体动力学基础、不可压缩流体和空气动力学、可压缩流动——亚声速到超声速、高超声速稀薄气体动力学、传热和热物理学、计算流体力学、流体动力学和热力学实验技术8个部分，由吴小胜、雷娟棉、黄晓鹏、刘莉、尹晋涛、张巧、王锁柱、李正东、龙腾、周思达、卢天宇、刘清扬、彭雪莹、姚冉、牛建平、陈昭岳、马志赛翻译。特别感谢出版社引进本书，更感谢各位院士学者们对此书出版的大力支持。译、校者虽在译文、专业内容、名词术语等方面进行了反复斟酌，并向有关专业人员请教，但限于译、校者的水平与对新知识的理解程度，谬误和不当之处恳请读者批评、指正。

翻译委员会

英文版序

能够受邀介绍这部航空航天丛书，我们和各自代表的学会都感到非常的荣幸和愉快。

毫无疑问，这部丛书体现了英国皇家航空学会和美国航空航天学会最大的期望。我们这两个学会都在寻求推进航空航天知识体系进步的方法，同时也都认识到航空航天领域具有动态、多学科和跨国界的特性。

这部丛书是一个独特的工具。它提供了涉及很多方面的快照，包含：全球共享的知识体系、全球企业共享的观念、共享的技术展望和挑战、共享的发展节奏、新方法和新视野，尤其是共享的对教育和培训重要性的关注——所有这些都是关于一个工业领域和一组学科，是它们塑造了并将继续改变我们所生活的世界。

这个共享的知识体系超出了国家的、商业的、组织的和技术学科的界限。在这个界限中我们进行着日复一日的工作，虽然这些工作必然引起经常的竞争，但也总是激发创新性和建设性的尝试。因此，我们怀着无比激动的心情看到了一项完全专业性工作的开展，它尝试着将这个知识体系的精华以全新的形式整理和出版。

航空航天领域对我们世界的影响是巨大的。早期的空气动力学创立者，从 George Cayley 爵士到 Wright 兄弟，都难以想象航空工业、更不必说太空飞行是如何彻底改变了我们的文明世界：它使我们的星球变成了一个很小的区域、允许瞬时联系全球任何地方、提供大范围的人和物资运输以及可以从外太空独特的视角来观看我们的星球和人类自己。航空航天工程师不仅直接为我们收集的知识体系做出了贡献，还驱动了广大的相关领域的进步，从基础的数学、电子学和材料科学到生物学和人因工程。因此，说这部丛书捕捉到了该领域当下的精华是非常恰当的。

对于内容广泛的航空航天工程技术和研究领域，提取其关键要素形成一个相互关联的框架结构，并不具备明显的可能性，更不要说涉及诸多细节。然而这部丛书正是要雄心勃勃地尝试做到这些，甚至更多。从这点看，这部丛书是一个勇敢的、有远见的、有胆识的计划。

这部丛书勾画出了我们领域最好和最醒目的专门技术，其成果是对发起者和作者们最好的回报，这些人值得我们向他们对航空航天行业做出的贡献表示祝贺。



虽然这部丛书的目标是达到相当的深度，但从实用的角度，这部丛书被设计成非常容易阅读和理解。我们希望读者看到这部丛书并可以广泛地应用，包括作为权威的参考书目、作为学习和专业发展的重要工具，或许可以作为课程作业和技术模块设计跨国界、跨机构可信赖的测试基准。

正值载人动力飞行第二个百年开始，太空的前景似乎正在不断复苏，这部丛书的出版是航空航天工程和科学持续发展的里程碑和标志。

我们非常自豪地、共同地将这部丛书推荐给你们。

Dr. Mark J. Lewis

美国航空航天学会主席

马里兰大学帕克分校航空航天工程系主任、教授，马里兰州，美国

Dr. Mike Steeden

英国皇家航空学会主席，英国

英文版前言

航空航天工程的历史可以追溯到早期希腊的哲学家亚里士多德和阿基米德，经哥白尼、伽利略、达·芬奇、牛顿、伯努利和欧拉到19世纪伟大的机械师纳威、斯托克顿和雷诺以及许多其他研究者，一直到1903年由莱特兄弟第一次成功地起飞了一台比空气重的动力机器。从普朗特、冯·卡门、惠特尔、冯·奥西恩、屈西曼、冯·布劳恩和科罗廖夫（这里只给出了少数的名字）等人开创性的成就，仅仅过去一个世纪的时间，航空器和航天器就以一种让最有远见的现代飞行预见者都震惊的速度得到了发展。超音速飞行（具有代表性的协和号客机、SR71黑鸟式侦察机）、人类在月球上行走以及航天器向太阳系的远端航行，这些都是顽强不屈的技术探索的见证。

几代哲学家、科学家和工程师的工作使航空航天工程形成一个确定的学科，而且需要持续对新的商业、环境和安全相关因素、科学技术领域其他学科的进展、之前未探索的飞行器设计概念、推进、结构与材料、控制、导航和动力学、通信、航空电子、天基系统与旅行中的技术挑战等做出响应。航空航天工程产品是科学与技术多学科综合的产物，当航空器和航天器中的系统集成变得越来越复杂的时候，前所未有的设计挑战出现了，一个部门就需要借鉴不同领域的专业知识。因此，工程师们不仅需要专注于专门知识，还需要将他们的知识扩展到更广泛的学科领域。

本套书的主要目的是：为本科生、研究生以及学术界、工业界、研究机构和政府部门中的专业人士提供一个随手可得的、涵盖航空航天工程主要学科的专用参考书。本套书阐述了基本科学概念及其在当前工程实践中的应用，并将读者引导到更专业的书籍中。

本套书包含442篇文章，划分为43个领域主题，围绕科学基础和当前的工业实践，贯穿了航空航天工程的全部。当本套书被确定在同类著作中最先出版时，编辑团队从支撑航空航天科学、工程与技术研究和开发的专家们那里得到了原作稿件的授权。这些稿件包括力学、推进、导航与控制、电子器件和测量仪表、通信、计算机科学、系统工程、材料科学、生产与制造以及物理学。此外，考虑到当前围绕航空的担忧，环境科学、噪声与排放中的一些特定学科也被包含在本套书中。



本套书由热心的、杰出的国际顾问委员会指导编写，委员会由34名来自学术界、工业界和研究中心的委员组成。在顾问委员会的指导下，我们确定了一个主要作者团队，由他们来确定每个主题覆盖的范围，并选择了有能力来贡献他们文章的合适的作者。

在本套书的引导章节中，包含了系统思想的概念和在可预见的未来航空航天工程师们将面临的挑战。在顾问委员会和主要作者团队的大力帮助下，我们试图包含有人、无人航空器和航天器领域中所有的主题，然而我们意识到还有一些重要的主题没有涉及，或是因为我们没有及时注意到它们，或是由于作者没能赶上最后的出版期限。我们打算将后续的投稿和最新的进展放在每年的在线更新中。

非常遗憾，我们的一位主题作者 Philip Pugh 于2009年1月去世了，他为第37部分的规划和前期实施做出了难以估量的贡献。我们也非常感谢 David Faddy 继续完成了这一部分的工作。

Richard Blockley

克兰菲尔德大学航空航天顾问，克兰菲尔德，英国

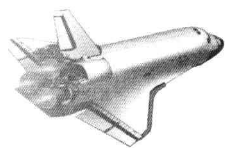
BAE 系统公司前技术总监，法恩伯勒，英国

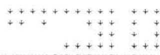
Wei Shyy

密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根州，美国



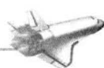
目录





第1部分 航空航天工程研究评述

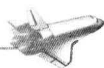
第2部分 流体动力学基础

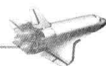


第3部分　不可压缩流体和空气动力学









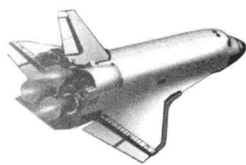
第6部分　传热和热物理学

第7部分　计算流体力学









第1部分

航空航天工程研究评述

第 1 章

系统工程：用系统思想设计更好的航空航天系统

Stuart E. Burge
伯奇·休斯·沃尔什咨询公司，拉格比，英国

1 引　　言

1995 年，Lucas 的技术主管和电气电子工程师协会的主席 John Parnaby 以“采用系统方法运行的组织能够更好地实现工程”为题开始了他的就职演讲。他所表述的含义是非常深刻的。首先，他认为很多的组织并没有采用系统方法，他们正在做非系统工程；其次，他认为将系统方法应用于工程（或系统工程）是有好处的，因为系统方法能够在缺点有限的前提下提供相当多的优点。表 1 简单介绍了非系统工程方法和系统工程方法的优缺点，这也是引起 Parnaby 主张的原因。

假定表 1 是正确的，显然，它给出了必须采用系统工程方法的理由。而实际状况是系统工程还没有得到广泛的应用。这一点可以从各种报纸、航空航天期刊上找到证明。例如，在 21 世纪初有大量的航空航天计划被制订，表 2 给出了其中的一部分。

表 1　非系统工程方法和系统工程方法的优缺点

非系统工程方法	系统工程方法
非系统工程方法的优点 • 快速地给用户提供初步解决方案，让用户感觉工程已经取得了良好的进展。 **非系统工程方法的缺点** • 由于解决方案不是在全面理解客户问题的基础上提出的，因此，常常不能一次性通过，导致需要重新进行设计。 • 由于客户问题没有被全面理解，与解决方案相关的一些问题直到后期才被认识到，导致只能通过“救火”的方法来解决问题。 • 零散的方法会引起信息完善程度的不均衡，导致做出较差的决策。 • 由于重新设计和“救火”，最终的系统往往被延期交付且比原计划的成本要高。 • 由于零散方法和“救火”，后续的系统升级更困难，成本更高	**系统工程方法的优点** • 由于更多工作是在早期预先完成的，因此，可以较快地给用户提供正确的解决方案，避免了后期的“救火”。 • 对解决方案空间进行完全覆盖和系统探讨，可获得更好的解决方案，进而产生更具创新和鲁棒性的设计。 • 由于该方法在问题进入设计过程之前就将其解决，因此整体成本更低。 • 通过以下几个途径可以使沟通更好，信息更完善： ——采用符合逻辑且系统化的方法：具有可追溯且透明的决策和大量的共享信息，实现了更好的共同学习。 ——建立通用的系统模型，在将来的设计中可重复使用。这样可以从根本上控制系统的开发和升级，进而降低了风险。 ——使用有助于多学科团队工作的工具，这使得： （1）在决策时可以更加一致。 （2）错误更早地被识别出来。 • 可以促进全寿命周期地考虑系统，进而减少系统昂贵的运行成本，并使其更容易升级。 **系统工程方法的缺点** • 需要一定的时间来为客户提供初始的解决方案，给用户造成了工程没有进展的印象



表 2　21 世纪初的一些项目（此表并不全面，中国、俄罗斯及其他国家的一些项目没有数据）

项目	国家/地区	按时	按预算
国际空间站	俄罗斯、美国、欧洲、日本	否	否
伽利略卫星定位系统	欧洲	否	否
Typhoon	欧洲	否	否
ASTOR	英国	否	否
A400M	欧洲	否	否
JSF F35	美国/其他国家	否	否
FSTA	美国	否	否
商用空中加油机	美国	否	否
Rafale	法国	否	否
Super Hornet	美国	是	是
声速巡航飞机/787	美国	否	很难衡量商用飞机的预算，因为它的“价格”与市场是紧密绑定的。无论如何，项目的延误已经花费了波音和空客大量的钱是不容置疑的
A380	欧洲	否	
A350	欧洲	否	
F22	美国	否	否

和所有的例子一样，表 2 给出的例子是不全面的，其中存在的偏见以及表达的不全面性有待探讨。但是，有一点是十分明显的，那就是只有极少的项目是按期、按预算完成的。如果将航空航天部门看成一个黑箱系统，对其输入与输出进行检测，得到的结论将是，平均起来，该系统的输出是延期和超预算的。对于这一表述存在多种可能的反应：

（1）这就是所发生事物的本质所在。这些系统难以置信的复杂，所以很难建立，出现问题是难免的，我们只需要接受并适应这些问题就好了。

（2）有些人要对此负责，并且他们应该为此付出代价。

（3）数据是不完整的，不能表征真实情况。事实上一切都很好，我们不需要再做什么。

从非系统的观点，尤其是从航空航天部门中某些利益相关者的观点来看，这些反应是非常自然的。系统的观点则对此提出异议，认为这只是航空航天部门当前的行为方式，并不是航空航天部门应该执有的行为方式，因此，必须做出改变。

表 2 中给出的所有项目都是关于我们称之为系统的人造产品的设计与开发，明确这一点是很重要的。但是，所交付的人造产品可以被视为系统，并不意味着系统方法被用于制造这些人造产品。实际上，数据显示，尽管系统无处不在，但是它们中仅有极少数是遵循系统方法被设计出来的。这种说法的证据很简单，那就是这些产品超出了成本与预算且不能满足客户的预期。如表 1 所示，如果系统方法被采用，那么类似于延期这类问题将会很少出现。

在这一阶段，对最后的判断进行限定或许是很重要的。我们不能仅看表象而将某个特殊系统的困难归咎于总承包人，认为“他们是那些必须被替换掉的人”。对航空航天部门进行系统观察会注意到，总承包人仅仅是航空航天部门系统中的一部分。整个系统由很多部分组成，所有部分都需要采用系统方法，以将它们自身组织为一个系统，而该系统的目的就是按时按成本地完成项目来满足客户的预期。

难点的一部分在于理解“系统方法”这一说法。一方面，系统方法是关于有形的过程和工具组的集合；另一方面，它是一种无形的思想状态。错误地赏识和理解后者会导致过程过于繁琐，以及采用耗资多的和不恰当的软件工具进行复审，导致延期和超时。系统工程团体必须为此感到羞愧。实际上，由于团体无法清楚简明地解释什么是系统工程、系统方法和系统思想，解释它们能够完成什么以及如何实际运用它们，这使得他们无法受到处于困窘中的项目经理或主管的喜爱。此外，早期经过考验的方式多为自由式的“救火”行为，而良好的系统工程实践可能是违反直觉并与部分人类行为相违背的，因此，这一事实会引起人们对系统工程的紧张与不可避免的退却。

表 1 和表 2 是为了弄清楚一点，那就是航空航天部门不能按照现有的行为方式继续下去了：他们的行为方式需要改变。这个变化是全面的：客户必须改变、工业界必须改变、学术界必须改变、顾问们必须改变、政客及其选民们必须改变。系统思想、系统工程方法和系统工程的正确应用可以提供所需的改变。航空航天技术出版工程的引言章节

旨在：

（1）介绍系统思想、系统工程方法在开发复杂航空航天系统中的概念和优点。

（2）展示系统工程是将系统思想系统地应用于系统的建立。

（3）展示系统工程要求对人、过程和工具的集成。

第2节将介绍系统工程背后的概念与思想，并指出系统工程即将系统思想应用于建立某种系统。该节介绍了系统的特征与属性，而这些是构成系统思想和系统工程的基础。

第3节是在第2节的基础上更为详细地对系统工程进行定义。所采用的方法是将系统工程本身看成一个系统。实际上，系统工程只不过是一个用于建立系统的系统。这种观点提供了一个独特的见解，允许把系统工程的目的和认识作为统一集合进行研究，这里的认识是指信息是系统工程的输出，我们所关注的是在正确的时间输出正确的信息以实现整体上的风险管理。本节同时介绍了如下概念，即系统工程包括了三个主要的子系统：人、过程和工具。

2　系统工程、系统思想和系统

人和组织执行真正系统工程的一大困难是对系统工程是如何进行解释的。很多组织自认为他们所做的就是系统工程，而实际上并不是。某个组织可能设计并建立了复杂的系统，这一事实也不意味着它采用了系统工程。毫无疑问，它完成了系统的建立，但它建立系统的过程可能并没有付诸系统工程。一个潜在的原因是，无论是系统工程还是非系统工程，它们都试图做相同的事情：找出客户问题的解决方案。换句话说，它们的目的是相同的。但是，它们采用的方法是不同的。非系统工程方法将“求解”作为方法，试图从问题直接发现答案。“求解”不仅仅局限于工程，它是一种人类特征，即给问题提供一个具有优良品质的快速解决方案。但是，这种人类特征让我们在对问题仅有片面理解的情况下就给出了解决方案。真正的系统工程方法将遵循最初发生的事情，进而实现复杂的途径。

（1）对问题进行分析与考察，以便获得对需求的深入理解。

（2）对问题的所有可能的解决方案进行识别。

（3）对可能的解决方案进行评估以确定“最优”解决方案。

（4）检查并验证上述解决方案是否能真正地解决问题。

这两种途径的框图如图1所示。

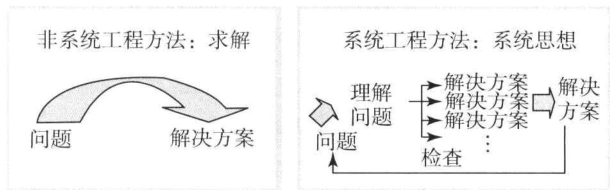


图1　非系统工程和系统工程方法

客户在这里扮演了重要的角色。非系统工程基于“求解”，能够很快地为客户提供其问题的解决方案。然而，经验表明如此得到的往往并不是最优的解决方案，需要重新设计，从而导致系统最终完成时间的延期。基于系统思想的系统工程不能很快地提出解决方案，因为系统工程在识别所有可能的解决方案并搜寻到最优解决方案之前，需要花费时间去深入地理解问题。但经验告诉我们，这才是正确的做法，这样就不再需要重新设计，因此能够较早地将系统完成并交付给客户。此时，客户扮演的角色就是鼓励系统供应者优先去“理解客户的问题”。

表2中所强调的问题并不是航空航天领域所特有的问题。下面给出了两种情况，非系统工程方法显然又被应用其中。

伦敦千禧人行桥

伦敦千禧人行桥是自1894年以来横跨伦敦泰晤士河的第一座新桥。这座桥总共花费了1 820万英镑（超支了220万英镑）建成，并在2000年6月10日才正式开通（延期2个月）。然而，出乎意料的侧向振动导致了这座桥在开通仅2天后就被迫关闭。在感受到出乎意料的摇摆之后，这座桥被人们戏称为摇摆桥。这座桥被关闭、改良，并添加了一些阻尼器之后，于2002年2月重新开通。根据法律要求，工程师们曾建立了一套数学模型来证明这座桥将不会发生振动。然而，这个模型只能预测垂直和扭转方向的振动，而不能用于预测实际中感受到的侧向振动，当这个侧向振动变得显而易见时，一切都为时已晚。

南渡口地铁站

计划在2009年1月开通的花费53 000万美元



的曼哈顿南渡口地铁站，被发现站台与车之间的距离比联邦法规所允许宽度多出 1 in①，在最后时刻被迫推迟开通。地铁站的开通时间推迟了数周，直到 2009 年 3 月 16 日，人们将一种类似于“擦菜板”的塑料板安装在站台边缘，地铁站才得以开通。据估计，额外的花费约为 20 万美元。

上面所描述的两种情况是非系统工程方法应用的典型，原因如下：

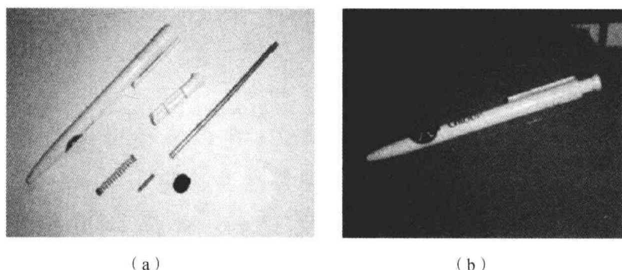
（1）情况无法避免。

（2）问题在项目后期暴露。

系统思考者与工程师们把后者称为“不受欢迎的突发行为”，这也是为什么现在采用系统方法如此重要的原因。突发行为也可能是受欢迎的。实际上，系统也有被设计为具有突发行为的可能。这种突发属性是系统思想的中心，叙述为：

通过对部件的属性和行为进行独立的研究，不能推断出系统的属性和行为。

英国公开大学给了一个很好的例子（Hughes，2003）。它是一个被认为是理所当然的日常物体，也许从未被我们看作一个系统。图 2 中（a）和（b）分别给出了该系统的部件和系统本身。



（a）　　（b）

图 2　笔

（a）系统的部件；（b）系统本身——笔

笔作为一个整体，其所具有的属性不能在任何一个单独的部件中被发现。只有当部件被以正确的顺序和正确的位置组装起来时，其能够在纸上做标记的这一理想效果才会出现。乍看上去，突发行为或属性可被认为是显然的。然而突发行为可能是不受欢迎的，如千禧桥的侧向振动或早期超声速战斗机中出现的惯性交叉耦合。如同受欢迎的行为一样，独立地对各个部件进行考虑，是不能预测出不受欢迎的突发行为的。

受空间的限制，我们无法对导致表 2 中所列项目延期或预算超支的问题及其原因做详细的分析与描述，但是从系统的观点来看，这些项目都是出现不受欢迎突发行为的例子，如果采用全面的系统工程方法，这些问题都是可以避免的。除非人类决定换一种方式来做事情，否则可能会持续地出现一些更为严重的问题。

突发行为是将系统的部件组装到一起之后而导致的结果（产品、过程或服务）。因此，为了理解并预测这些突发行为，我们需要考虑整体以及不同部件之间是如何相互作用的。当不受欢迎的突发行为出现时，事后之见告诉我们实际的原因其实很“明显”——为什么这些原因没能较早地被注意到？这之间存在很多相互关联的原因，但问题的核心在于系统的复杂性。为了满足客户的需求与预期，各种组织正在设计越来越复杂的产品和服务。系统的复杂性增加了出现错误的概率，并使得发现这些错误变得越来越难。一旦这些错误没有被监测到，就可能导致出现不受欢迎的突发行为。

对由复杂性（和其他原因）所引起的突发行为这类问题，唯一已知的解决方式就是将情况（产品、过程、服务）视为一个系统，并尽早严格地采用系统思想来处理。系统思想的诱人之处在于它通过如下情况提供了一个理解复杂情况的非常有力的构架：

（1）简化情况以理解核心问题。

（2）允许不同的方面和观念同时被描述并加以考虑，来理解与预测突发行为。

（3）找出不同要素之间的依赖关系与影响程度，来理解与预测突发行为。

（4）将经验用于该情况中，来理解与预测突发行为。

系统思想是：

将系统的概念应用于情况，以获取对情况的领悟与理解。

系统思想并不是为工程师所独有的，任何人都可以应用系统思想。实际上，大部分有关系统理论和系统思想的开创性工作都不是由工程师完成的，而是由生物学家和管理科学工作者完成的。它是一个极其有力和通用的框架，可以用于很多的情形：

（1）获得一个复杂情形的理解。

---

① 1 in（英寸）＝2.54 cm。

例如，生物学家应用系统思想帮助他们理解复杂的生物系统。

（2）获得足够的理解以预测系统未来的行为。

例如，经济学家（也许是政客）应用系统思想来理解世界经济的动态特性，以预测某些方面发生变化时世界经济的行为。

（3）解决一个问题。

科学家和工程师应用系统思想来解决问题。

（4）建立新的或改进后的系统。

工程师、系统设计者或建筑师应用系统思想设计更好的系统，在本文中，这被称为系统工程。

系统思想的不同功用有助于我们给出一系列相关定义，而这些定义解释了系统思想、系统工程方法和系统工程之间的关系，如图3所示。

系统思想是：

将系统的概念应用于情况，以获取对情况的领悟与理解。

系统工程方法是：

以系统的可重复的方式采用系统思想。

系统工程是：

采用系统工程方法来实现新系统或者对已有系统的改进。

图3　系统思想、系统工程方法与系统工程之间的关系

对于系统工程，还存在很多其他的定义。这也是为什么人们总是努力地去理解系统工程到底是什么的部分原因所在。例如：

（1）国际系统工程委员会（INCOSE，2007）：

①系统工程是一个工程学科，它的责任就是通过建立并执行一个交叉学科的过程，确保客户和利益相关者的需求在系统的整个生命周期都能被高质量地、可靠地、经济且按期地满足。

②系统工程是一个能够使系统成功实现的交叉学科方法。

（2）美国航空航天局（NASA，1995）：

系统工程是一个用于设计、建立和运行系统的鲁棒性方法。简单地说，这种方法包含系统目标的识别和量化、可供选择的系统概念的创造、设计交易的执行、最好设计的产生和完成、正确完整实现的设计的验证、系统对于目标的符合性的后期评估。

从一方面来说，这些定义没有任何错误：它们给出了系统工程的一些重要特征。但是在另一方面，这些定义却不能够将系统工程与非系统工程区分开。实际上，这些定义允许了人们将非系统工程方法归为系统工程。真正使系统工程与众不同的是它将系统方法应用到了工程之中，系统工程方法是以系统的可重复方式来采用系统思想。所以，系统工程是以系统的可重复方式将系统思想应用于系统的设计中。因此，随之而来的是为了更好地进行系统工程，我们需要去理解系统思想。

在系统思想中，情况（问题、议题、方案、产品、服务等）被认为是系统。系统有很多属性与特征，因此，待研究的情况也将具有这些属性与特征。对这些情况下的系统属性与特征进行考虑，可以获得对系统更深入的理解。采用系统思想需要对系统的属性与特征进行理解。下一节将给出系统属性和特征的定义与描述，并建立一系列系统思想的概念。出发点是先对系统进行定义：

部件按一定的条理方式组装起来以实现其作为整体的某种目的，即为系统。

这并不是系统的唯一定义，系统还有很多其他的定义（参见 http://en.wikipedia.org/wiki/Systems_engineering；INCOSE，2007；NASA，1995；US DoD，1994）。系统没有一个被普遍接受的定义这一事实令人不快，但在实际过程中这些定义几乎没有区别，因为这些定义所暗示的含义才是真正重要的。实际上，这些定义都认同一点，那就是系统具有以下3个关键要素：

（1）部件。

（2）相互关联。

（3）目的。

这些定义乍看上去似乎显得太宽泛而没有实际用处。然而，这就是定义的普遍本质，这个定义具有的价值体现在它能够让人类活动和人造产品被视为一个系统。这就使得系统思想变得普适起来。

上述关于系统的定义是有用的，但是系统思想变得真正有用起来，是因为系统的属性和特征在逻辑上是跟随于系统的定义形式的。将某些事物视为系统，就意味着这些事物具有系统的属性与特征，对其进行研究能够获得所需的理解与领悟。分析之后可以发现，“某些事物”虽然不是系统，但如果已经对其获得了领悟与理解，那么做这些也是值得的。



2.1　系统的特征与属性

2.1.1　部件、整体和紧急情况

系统的行为不能在任何孤立的部件中被发现，它是作为部件集成后的结果出现的。部件由于处在系统之中而被影响，并且当一个组件加入或离开系统的时候，系统的行为也会发生变化。为了理解系统的行为，需要我们在系统完整的生命周期中对整个系统进行考虑：整体性是必要的。

2.1.2　系统的目的

所有的系统都是为实现某个目的而建立的。无论是人造的还是天然的，所有的系统都在力求做些什么。建立一个新系统或者改进一个现有的系统，都是为了使所得到的系统能够做一些“有用的”事情。系统带引号的有用就是“无用”，有用与否取决于观察者的观点。

系统的目的是其作为整体才具有的属性，并非是其中哪个部件所具有的。一些系统具有不止一个目的（图 4）。

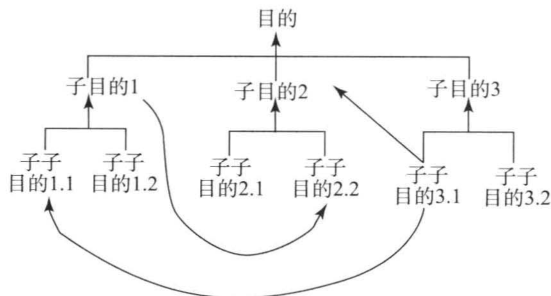


图 4　系统的目的

这个目的通常需要低等级目的先完成，而这些低等级目的的完成又需要更低等级目的先完成，依次类推，但是不同目的之间的关系很少是一个简单的层次关系

有趣的是，使用系统的人或者处在系统之中的人常常完全不清楚系统的目的是什么。此外，对于系统目的的准确本质，不同的使用者会有不同的甚至相矛盾的观点。例如，一支笔的目的是什么？这是一个再普通不过的人造产品，然而它能够做什么却很少被问及。笔被用来写字或画图，能将个人的思想传达给他人，也可用来记录思想。基本上，笔的功能如下：

将思想转变为纸上的标记。

以这种方式来描述一支笔似乎有些不太恰当，也确实没有这个必要。然而，这的确让我们对笔有了更深入的理解。人类是面向对象的。我们从小到大都在谈论或思考事物，却没有关注过这些事物能做什么。然而，系统思想需要我们对系统的目的进行确定与考虑。

确定系统的目的并不容易，因为个体常被当作目标，然而对系统目的的思考允许我们客观地获得对情况的深入理解，同时能够提高我们创新的可能性。例如，如果一组工程师面对着设计一种新笔的挑战，他们确实会设计出一种新笔。但是如果他们被要求设计一种能够将思想转变为纸上标记的新系统，这隐约是个不同的问题，除了笔以外，这个问题允许有多种不同的解决方案和创新可能性。系统思想的这一方面在系统工程中尤其有用。

注意并区别对待系统目的和既定目标也是非常重要的。系统目的是根据其行为的方式来确定的，而不是根据其既定目标。例如，某组织订立了降低环境影响或发展员工的目标，却未分配任何金钱或付出努力，那这个目标就不是这个组织的目的。把当前的航空航天行业视为一个系统是完全合理的。系统的行为方式在表 2 中有详细叙述，因此，其目的是：

航空航天行业的延期和预算超支。

这当然不是它的既定目标，而是它的行为。一个外星人观察地球时，会从航空航天行业的行为中得出结论，航空航天行业的目的就是做这些，因为航空航天行业一直能够实现的只有这些。如果 21 世纪的航空航天系统希望其目标与行为目的一致，它就必须改变一些东西；如果依旧按照当前的方式来设计航空航天系统，它将继续表现出上述的行为。

2.1.3　系统有一个生命周期

所有的系统都有生命。也就是说，随着时间的流逝，系统会经历许多阶段。只有对系统的整个生命周期进行考虑，才能对系统有全面的理解。尤其是发现上游活动对下游活动的潜在影响。对生命周期的这种认识有助于理解整体论的概念。每个系统都会有不同的生命周期，我们可以对其进行归纳以对系统进行分类。作为例子，国际标准化组织在

ISO 9000（ISO，1994）系列的一个版本中介绍了一种通用的产品生命周期，如图 5 所示。考虑系统的生命周期，意味着我们需要设计系统来处理，设计系统来维护，设计系统来操作等。

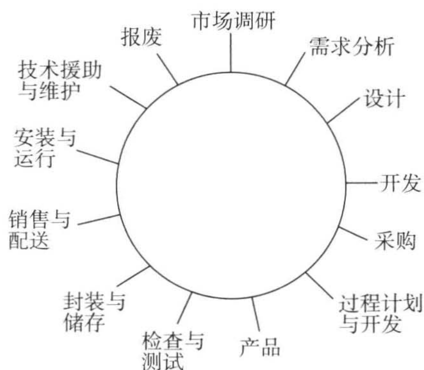


图 5 ISO 9000 通用产品生命周期

2.1.4 系统都有背景

所有的系统都有背景，理解系统需要我们先对其所处的背景进行理解。系统的背景依赖于：

（1）系统的目的。

（2）系统的应用（系统作为更大任务或活动的一部分）。

（3）环境。

为了说明系统背景的重要性，需考虑图 6 中给出的三种情况。图 2 所示的笔适用于所有情况吗？它肯定适用于情况（a）；由于缺少重力，对于情况（b）则不再适用；由于其所用材料的不同，它也不再适用于情况（c）所示的潜艇。因此，对于一个给定的系统目的，系统背景能够帮助我们选择出最优的可能解决方案。

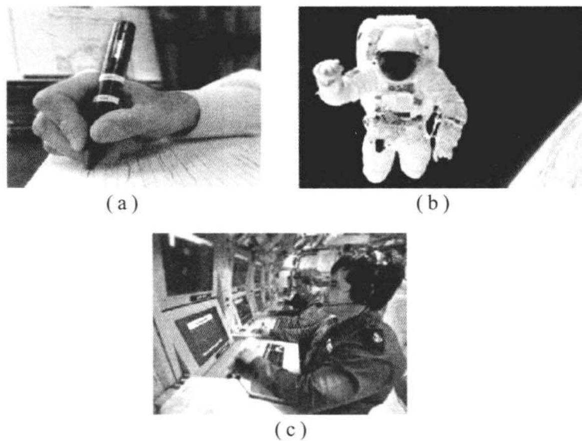


图 6 笔的系统背景

（a）在办公室；（b）在太空；（c）在潜艇里

2.1.5 系统有边界和环境

图 6 清楚地表明，系统“外面”发生的事情会影响到系统本身。一般来说，在系统环境中，系统外面发生了什么是至关重要的。系统可以影响环境，相反环境也可以影响系统。许多技术出色的工程产品失败的原因之一就是由于设计者缺乏对环境的关注。环境不仅包括操作条件，还包括更为广泛的环境，如生命周期、政治、时尚或人类自身。

因此，系统思想的一个关键方面就是识别并确立哪些处于系统内部，哪些处于系统外部而属于系统环境。这就要求我们定义系统的边界，即把系统从其环境中分离出来的那个交界面，如图 7 所示。图 7 描绘了一些重要的系统特征：

（1）边界将感兴趣的系统从其环境中分离出来。

（2）环境包含一些要素和深层次的系统，它们会以某些方式与感兴趣的系统相互作用。通常，系统环境为系统提供输入并消耗其输出。

（3）任何不与感兴趣的系统存在相互作用的要素或系统都处在系统环境之外，处于宇宙之中。

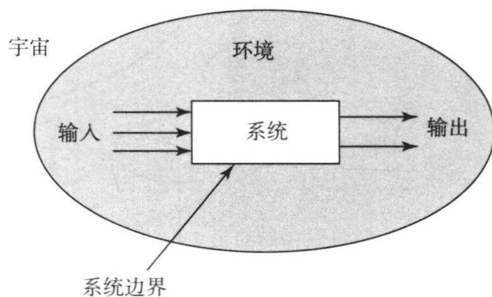
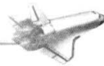


图 7 系统的边界与环境

决定哪些是系统的一部分，哪些不是系统的一部分，这并不容易。例如，考虑图 6（a）给出的情况。这里的系统是什么？系统的目的是将思想转变为纸上的标记。（a）背景是在办公室。显然，笔是系统的一部分。但是，将思想转变为纸上的标记需要将人和纸也作为系统的一部分。然而，办公桌是不是呢？没有办公桌，纸将不能够被支撑在合适的高度。因此，对办公桌是否属于系统的一部分进行讨论是可能的。如果我们接受办公桌作为系统的一部分，那么系统是否有必要包括办公室地板呢？如果那样的话，办公楼、街道和城镇等又是不是系统的一部分呢？选择哪些属于感兴趣的系统、哪些不属于感兴趣的系统依赖于观察者及他们调查这个系统的原因。例如，如果调查“把思想转变为纸上的



标记”这一系统的原因是为了选择一支笔，那么笔将构成感兴趣的系统，而人和纸将属于该系统的环境。但是，如果目的是设计一种新笔，那么系统将包括使用者、纸和办公桌等，其他属于系统的环境。

2.1.6　系统中的系统

对定义为系统的任何事物进行检查都会发现，它们是由更小的系统组成的。同样地，任何确定的系统都会是一个更大系统的子系统。图 8 给出了商用飞机系统的一个简化系统图。飞机系统包括了很多子系统，而它又是空中运输系统这个更大系统的子系统。

“系统中的系统”这一概念非常有用，也是系统思想和系统工程的重要基础之一，因为这一概念允许我们采用抽象的办法通过隐藏不必要的细节来对复杂的系统进行简化。图 8 理解起来是一个相对简单的系统图，而它描述的却是一个极度复杂的情况。这是因为该系统图是对现实的抽象，现实中的细节被隐藏了。但细节并没有丢失，因为细节在需要时仍可以被显示出来。为了对通过子系统实现信息隐藏这一概念加以应用，有必要对子系统是什么进行定义，且有时一些选择会明显优于其他的选择。在系统思想中，子系统可以用来帮助理解待研究情况。在系统工程中，子系统被选择并加以应用，因为子系统可以被工程化（设计与建立）进而集成为系统。如果子系统选择不好，会使它们很难被设计和集成，主要原因在于不同子系统之间是相互依赖的。如果子系统选择良好，能够使不同系统之间的交界面最小化，使它们能够独立地设计、开发和建立起来，最终很容易地实现测试与集成。

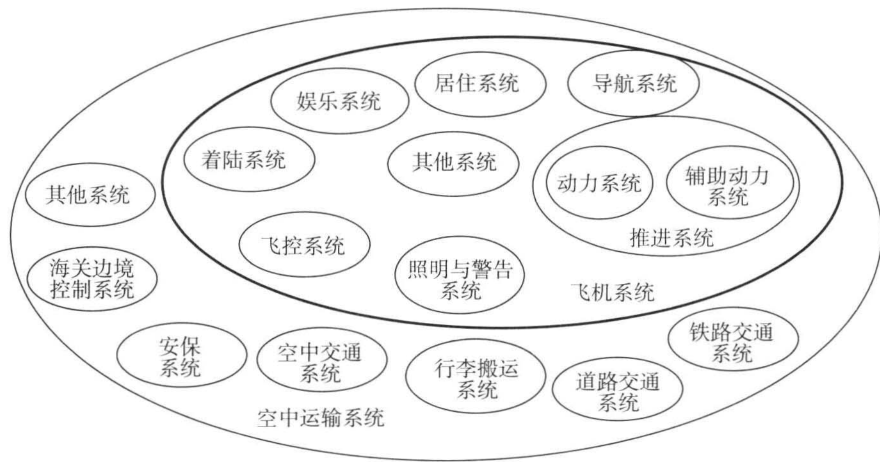


图 8　商用飞机系统

2.1.7　系统作为转换系统

很多系统可以被视为转换系统，尤其是由人类设计的系统。实际上，所有人类设计的产品和过程都是转换类型的系统。这些系统接收输入并把输入转换为输出。这提供了一种共同的构架，很多看起来可能完全不同的情况，都能够被统一地视为这种框架，如图 9 所示。



图 9　通用转换系统

例如，商用飞机系统可被视为如图 10 所示的转换系统。

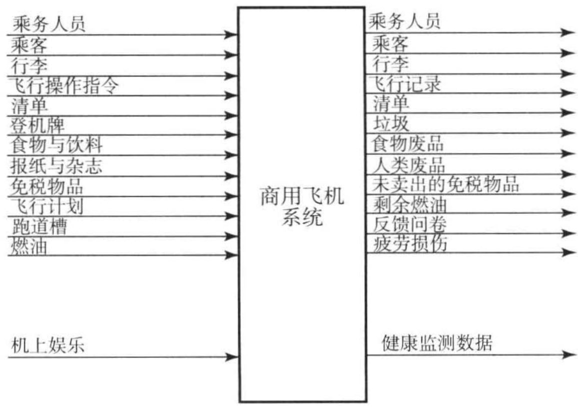


图 10　商用飞机系统是转换系统（这是一个不完整的输入-输出示意图）

2.1.8　系统是动态的

对于转换系统，如果输入改变了，那么输出也会改变。也就是说，系统表现出动态的行为（一些系统因为反应非常快或非常慢而被视为静态的，但在现实中，不存在这种静态系统）。系统的行为以事件和模式等多种方式对其自身进行表示：

“事件是发生在某个特定时间点的事情。例如，商用飞机收回其起落架可以被视为一个事件，空中相撞或者火箭发射也都可以被视为事件。”

“模式是事件的积累，表现出随时间反复出现的趋势。例如，商用飞机在跑道上缓慢滑行、加速、旋转、升空、收回起落架等是一系列的事件，这些事件就定义出了一种被大多数商用飞机反复执行的模式。”

为了全面理解一个系统，有必要对它随时间变化的行为进行研究。尽管系统可能表现出复杂的动态行为，但这只不过是两种反馈形式的结果而已。

正（加强）反馈是在同一个方向上将后续的变化叠加在已有变化上。一个经典的“纯”正反馈的例子是恶性循环的通货膨胀，如图 11 所示。在这个简单的例子中，价格的上涨会导致工资要求的上涨，进而导致工资结算的上涨，再进而导致成本的上涨，最终又会导致价格的上涨。如果这种类型的系统动态未受到抑制，将会导致恶性通货膨胀，就像德国在 20 世纪初期所经历的那样（表 3）。

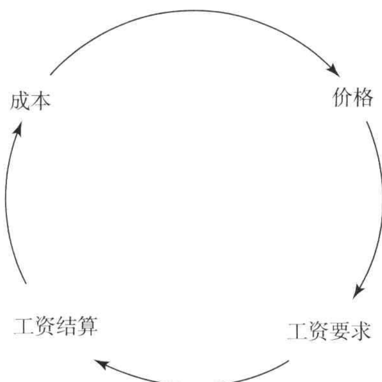


图 11　恶性循环的通货膨胀

表 3　德国批发价格指数

日期	批发价格指数
1914 年 7 月	1.0
1919 年 1 月	2.6
1919 年 7 月	3.4
1920 年 1 月	12.6
1921 年 1 月	14.4
1921 年 7 月	14.3
1922 年 1 月	36.7
1922 年 7 月	100.6
1923 年 1 月	2 785
1923 年 7 月	194 000
1923 年 11 月	726 000 000 000

正反馈通常被视为“坏”事。实际上，“纯”正反馈将会导致如图 12 所示的指数上升行为。然而，正反馈也是有用的。实际上它是一些系统的基础。例如，在电子学中，正反馈被用于某些类型的振荡器中。

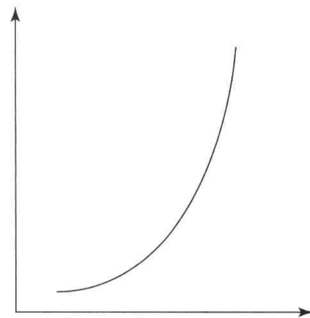
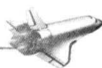


图 12　正反馈的指数增长

负（平衡）反馈在相反方向上将后续的变化叠加在已有变化上。负反馈的一个简单例子就是在很多飞机上应用的偏航阻尼器。飞机的侧向运动通常包括荷兰滚、滚转衰减和螺旋发散。荷兰滚的阻尼和自然频率随飞机和飞行条件的不同而变化，可能会由于弱阻尼而变得令人讨厌。我们可以通过改变飞机的物理形状来提高荷兰滚的阻尼。然而，这通常需要以降低滚转衰减模态的时间常数为代价，会导致滚转衰减不再符合要求。为了克服这个问题，大多数现代飞机具有较低的荷兰滚阻尼，而可接受的阻尼则是通过人为地采用偏航阻尼器来实现的。从根本上说，这些装置采用了负反馈。飞机的偏航率被测量到并用来（反馈）驱动方向舵，使其偏向与偏航方向相反的方向。我们可以把偏航阻尼器的反馈画为一个回路，如图 13 所示。



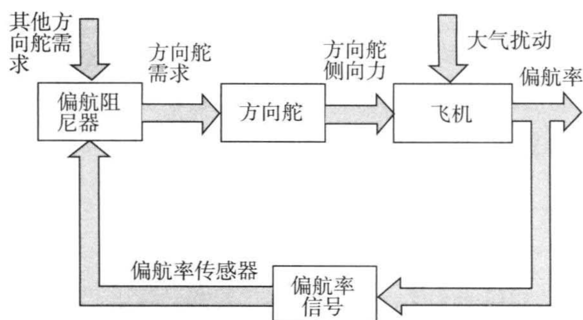


图 13　飞机偏航阻尼器的反馈回路

大部分系统都是加强和平衡反馈回路的复杂组合体。例如，图 14 给出了精益生产原则的一个模型。在这个模型中，加强行为用实线箭头表示，平衡行为用虚线箭头表示。这个特定的模型是不完整的，然而其具有足够的细节来解释为什么降低准备时间会令客户感到愉快。

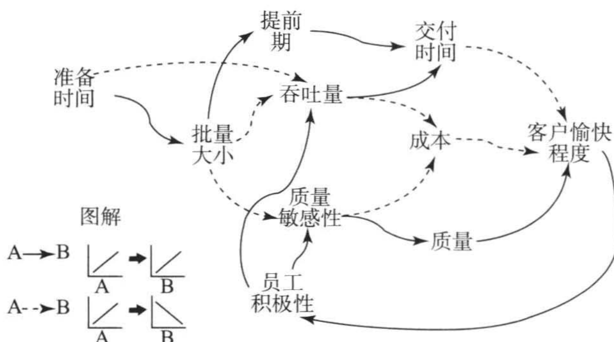


图 14　精益生产原则的因果模型

有趣的是，我们无论在哪一个层次进行调查，都能发现更高层次的反馈链。如图 14 所示情况，提高客户的愉快程度，能够增加销量进而提高利润。而利润又可以被用于进一步降低准备时间。

系统内部加强和平衡回路的组合情况决定了系统的行为。此处，系统稳定性的概念非常重要。系统稳定性关心的是系统受扰动后与时间相关的行为。有三种可能的行为：

（1）系统返回初始状态。此为稳定系统。

（2）系统在新状态下静止。此为临界稳定系统。

（3）系统持续远离其初始状态。这种行为是不稳定的，可能会由于行为的持续增大而毁坏系统。

在建立新系统时，使其具有合适的稳定裕度是至关重要的。稳定系统可能是“行动缓慢”和反应迟钝的，但本质上是安全的。不稳定系统可能是反应灵敏的，但系统具有潜在的不安全性。千禧桥系统就近乎不稳定，只是还没有严重到足以毁坏桥梁。这种事确实也曾发生过。声名狼藉的美国塔科马海峡大桥曾由于微风引起的扭转振动而被毁坏。显然，该桥并没有被人为地设计成这样，这算得上不可预期（不受欢迎）突发行为的另外一个例子。

系统稳定性是由系统要素之间的相互关联所决定的，可通过增加或减少（消除或添加）这种“关联”来改变系统的稳定性。

（1）通过降低/消除平衡反馈或者增强/添加加强反馈可以弱化稳定系统的稳定性。

（2）通过降低/消除加强反馈或者增强/添加平衡反馈可以强化不稳定系统的稳定性。

系统是如何结合在一起的，以及要素之间是如何相互作用的，这些都是至关重要的问题。我们所观察到的系统行为是系统内部所有要素相互作用的结果。改变这些要素或者其相互作用关系，将改变系统行为。人造系统的行为纯粹是要素（技术）选择及其组织方式（结构）作用的结果。有趣的是，人们一直认为改变技术会对系统的行为产生最大的影响。实际上，改变系统的要素或技术对系统行为影响最小。Donella Meadows 通过将足球队视为一个系统，给出了一个特别好的例子（Meadows，2008）。这个系统的要素是队员，要素之间的相互关联是足球规则。如果改变足球队的队员，这个系统仍然可以作为一个足球队（其表现可能会更出色）；如果改变规则，那么这个系统就可能发生巨大改变。

2.1.9　系统改变（适应和发展）

所有系统都会随时间发生适应性变化和发展，其原因或者是由于系统所处环境的变化，或者是由于系统内部的变化。对于人造系统，它们的变化或者是由于技术推动，或者是由于环境变化而导致的技术牵引。自然系统是最高级的适应器，它们通常以牺牲一些部件为代价，自身却作为进化后的系统存活下来。消亡也可能出现在人造系统中，但只出现在部件层级和组织层级。这方面的一个经典例子是，给内燃机提供合适的空气/燃油混合体。直到 20 世纪 80 年代，这个问题的主要解决方案仍是使用汽化器。燃油喷射从 20 世纪 20 年代开始可用，但无法与汽化器在大规模的生产市场中竞争。燃油喷射成为主导技术是在 20 世纪 80 年代初期，主要是因为它集成了数字电子技术，能够以合适的价格提供令人惊讶的性能。而当时主要的汽化器生产商认为他们的市场是安全的（他们没有重视其所处的系统环境），他们只是试图开发更先进的汽化器，

而不是一个能够提供合适空气/燃油混合体的系统。结果是，Webber、SU、Zenith 和 Solex 等这些曾经闻名于世的名字现在已经不复存在。消亡的不仅仅是汽化器（汽化器仍在生产，主要面向传统的汽车市场和小型发动机），连同一起消失的还有那些生产汽化器的组织。这些组织能够存活下来吗？如果他们能够采用系统工程方法，也许他们可以存活下来。就像 Edward Deming（Deming，1986）所说的那样——“改变不是必要的，生存不是强制的”。

2.2　总结与结论

总之，系统具有如下属性和特征：

（1）系统寻求实现其目的。

（2）系统可以影响其环境，同时环境也可以影响系统，即系统背景很重要。

（3）系统行为不能通过对其部件进行孤立考虑来确定。

（4）部件由于处在系统之中而受到影响，而系统中部件的添加与离开会改变系统的行为。

（5）对任何被定义为系统的事物进行检查会发现，该系统是由更小的子系统所构成的。

（6）任何确定的系统都会是一个更大系统的子系统。

（7）系统会表现出动态行为（尽管有时可以将系统的行为视为静态的）。

（8）系统的动态行为依赖于系统结构、加强反馈和平衡反馈的相互关联。

（9）对系统的理解依赖于观察者的观点及他们观察系统的原因。

（10）在系统的生命周期中，系统会改变和发展。

（11）系统思想的诱人之处在于，针对任意情况，我们都可以将其视为系统，并假设其具有上述属性和特征。对这些属性和特征进行检查，能更加深入地理解和领悟系统，而这些在非系统方法中是做不到的。

3　系统工程

之前的章节综述了系统思想。它是系统工程的基础，系统工程是利用系统思想建立一个新的系统。关键问题是，如何利用系统思想去建立一个新的系统以及是什么原因令系统工程与众不同。

问题的切入点或许是要承认系统工程自身也是一种系统（或者是为了理解系统工程是什么而将它视为一种系统）。假定它具有之前章节介绍过的所有属性和特征，随后就可以研究得到一系列描述：

（1）系统工程具有目的。

（2）系统工程具有背景。

（3）系统工程是转换。

（4）系统工程包含子系统并且自身为更大系统的子系统。

审视上述每一点有助于为理解系统工程建立一个框架。它们的顺序是合乎逻辑的，但是研究某些后面的特征时需要回到前面一些特征。重要的是，要认识到目的是由背景和转换特性等得到的。换句话说，通过逐次迭代，对系统工程的理解会趋于完善。迭代是系统思想的一个原理，并常常隐藏着获得良好解释所必需的真正知识。所有这些努力的结果是显而易见的，但是得到它们意味着鲜血、汗水还有眼泪。随之而来的是整齐的感觉，但是在这之前它是一个凌乱或模糊的问题，数次迭代后才变得清晰。

3.1　系统工程的目的

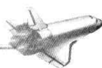
确定一个系统的目的并不简单，而且通常会根据观察者的变化而变化。

例如，从购买最终系统的客户的视角出发，系统工程的目的是：为客户的问题寻找最好的系统解决方案。

从负责设计系统解决方案的工程师的视角出发，系统工程的目的是：提供必要的信息，为客户和企业交付满意的无缺陷系统。这个定义与第一个完全一致，但从工程师的视角加入了额外的背景。

我们还可以从其他许多视角出发来描述系统工程，会得到系统工程不同但相互一致的目的。此时一个值得考虑的视角就来自于设计组织。从组织的视角出发，建立一个新的系统可以视为进行大量的决策。制定那些决策需要信息，但是，尤其在系统设计和开发初期，决策不得不依赖不充足或不完善的信息。换句话说，就是存在相关的风险。在正确的时间获取正确的信息可以将这些风险最小化——这就是系统工程的目的。因此，从组织的视角出发，系统工程的目的是：管理组织所面临的风险。

这个定义与前两个完全一致，但加入了组织背



景。事实上不同的观察者将面对不同（但一致）的系统工程的目的，这就导致了本章之前描述的大量定义的存在。这些定义中任何一个都没有错误，仅仅是描述了系统工程的不同观点。对于缺乏经验的人而言，他们可能会对此感到迷惑。

3.2　系统工程的背景

理解一个系统的背景常常是系统工程方法的一个重要方面。背景很重要，因为背景可以影响感兴趣系统的目的，也通常会帮助我们对感兴趣系统进行定义。本节的目的是理解系统工程系统的边界，以及系统内部和系统环境中的要素。一个很简单但很强大的系统工具——系统图，对此能够有所帮助。系统工程系统如图 15 所示。看到这幅图的时候，重要的是认识并记住：

（1）它描述了一个观点（不同人的说法相似但也包含着一些不同）。

（2）它不完整但在此刻适时地描述了一种知识状态（这与迭代的概念有关）。

图 15 的系统显示了那些可能与系统工程系统相互影响的超系统要素。在绘制系统图时，将系统工程系统的环境考虑为两“层”是“有趣的”。

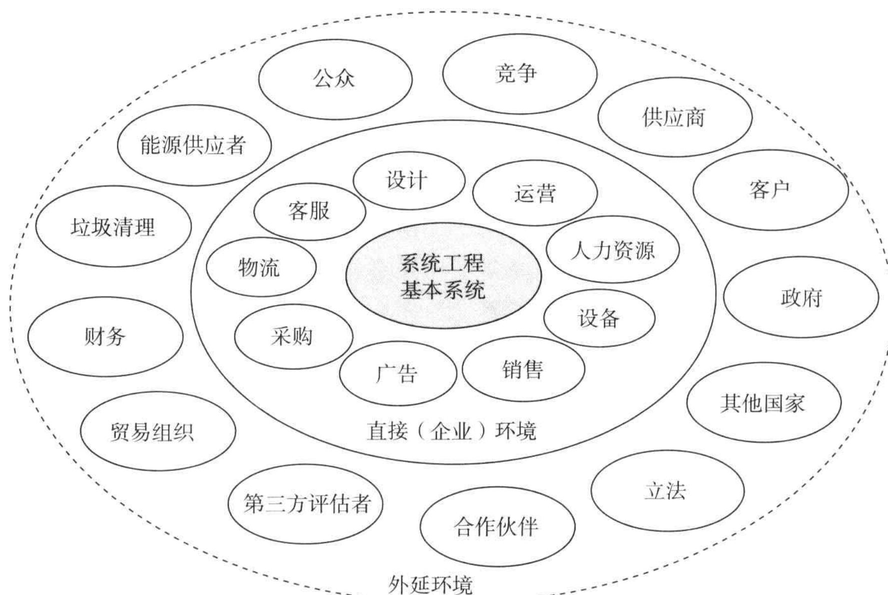


图 15　系统工程系统

系统图清晰地显示出系统工程是企业或组织的一部分，但并非交付给组织客户的必要部分。系统工程的直接客户是组织内部的另一个系统。这有一些哲理性的推论：

（1）由于组织的客户不接触系统工程系统，他们可能对此不感兴趣。

（2）由于系统工程的目的是降低风险，它一定会影响其他组成部分。

后面的推论提出了与“设计”要素表示形式相关的进一步问题，“设计”要素可以视为系统工程的一个子系统，但是许多组织都有一个包含系统工程的设计组织。此外，系统工程应该涉及客服、经营、物流等。也许图 16 是一个更好的系统图。这里系统工程系统与它的直接环境相重叠，引出一个重要的推论：系统工程不是一个部门而是一种工作方式。

3.3　系统工程是转换系统

将系统工程视为一个系统，这使得对它一系列相容的目的和环境中要素的确定成为可能。这项调查研究成果丰富，但是它的边界仍然是不清楚的，要寻求进一步的观察。这种观察就是将系统工程考虑为一个转换系统。这样就能够确定输入、输出以及与它们相关的源和目标。为做到这一点，可以利用一个称为单输入单输出用户（SISOC）框图的简单工具。图 17 给出了 SISOC 分析的输出。它显示了所有潜在的供应者以及他们对系统的输入、输出和他们的目标或客户。它是一个确定系统输入、输出的非常强大的工具。然而在此情况下，SISOC 证实了对系统工程系统非常重要的事情：它的输出就是信息。这种观点强化了之前给出的目的描述，尤其是系统工程系统生成和完善了被建立系统的信息和知识，这样就可以管理风险并成功地建立系统。

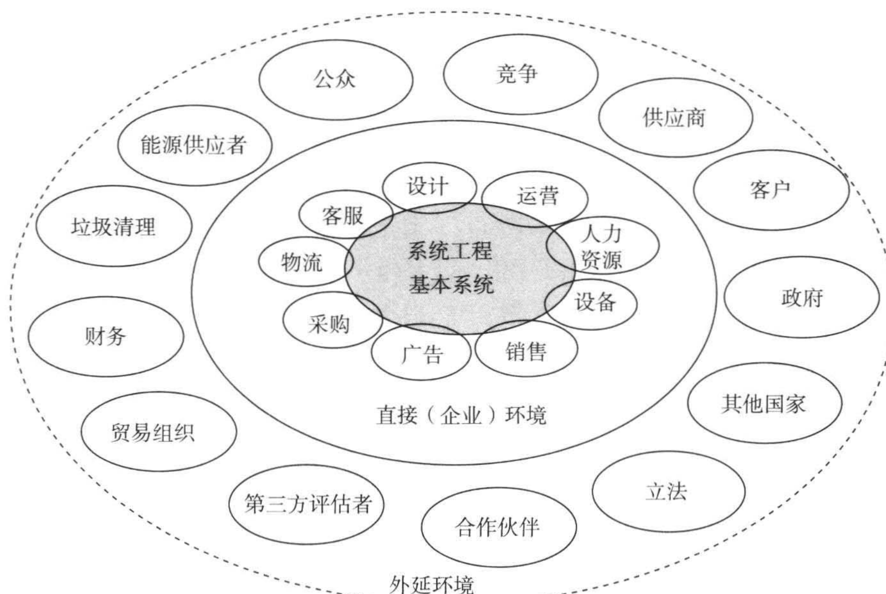
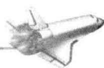


图 16　改进的系统工程系统

SISOC				
供应者	**输入**	**系统**	**输出**	**客户**
直接环境 设计 运营 人力资源 设备 销售 广告 项目管理 采购 物流 客服 外延环境 公众 竞争 供应商 客户 政府 其他国家 立法 合伙人 第三方评估者 贸易组织 财务 垃圾清理 能源	设计数据 制造工艺和能力 培训、人员支持 建筑、设施、IT 等 市场调查（客户需求） 商业信息 项目计划、风险登记册 合格供应商 可靠数据、使用者和技术反馈观点和意见 数据和比较评估 技术信息 需求和反馈 政策和原则、贸易支持 政策和原则 法律要求、执业守则 合作信息 需求 最佳实践	系统工程系统 目的： 管理企业风险	系统信息 制造参数 人员规范培训 设施需求 潜在系统概念 系统成本 进度数据、风险评估 子系统/组件说明书 可靠性信息 系统信息宣传 最好的系统设计 子系统/组件说明书 进度信息 变化 系统信息 最佳实践、问题 产品鉴定需求	直接环境 设计 运营 人力资源 设备 销售 广告 项目管理 采购 物流 客服 外延环境 公众 竞争 供应商 客户 政府 其他国家 立法 合伙人 第三方评估者 贸易组织 财务 垃圾清理 能源
高级流程图	信息和资源 → 系统工程系统 → 信息			

图 17　系统工程作为一个系统的 SISOC 框图



3.4　系统工程包含子系统并且自身为更大系统的子系统

图 15 中的气泡标签“系统工程”是系统工程系统的鸟瞰图。这个气泡将包含大量子系统。系统工程系统的输出是信息，并明确要求人们生成并完善这些信息，许多可能的分解和子系统都因这个事实而起。为了管理与突发属性和行为相关的风险，信息的生成和完善必须对系统有均衡的理解，并使其以受控和合理的方式发展。因此这个过程明显起到了关键的作用。系统工程系统最终合理的子系统是人们为完成该过程定义的任务所使用的工具。总之，系统工程系统的子系统是：

（1）人。

（2）过程。

（3）工具和技术。

还有潜在的与基础设施有关的第四点，虽然有争论认为它是系统工程系统的输入。

3.4.1　人子系统

人对于系统工程是必不可少的，因为他们生成所需要的信息。团队优于个人，因为团队可以分享知识和技术以及共同工作中产生的知识。此外，系统设计和开发会涉及许多学科，如销售、工程设计（机械的、电子的、软件和其他）、制造、客服等。因此对于复杂的多学科系统，我们需要成立高技能的多学科团队。这是不言而喻的，但是只是将一群人团结在一起并称之为一个团队是不够的。

好的系统工程要求人们像团队一样在一起工作（关于人的系统并不是一个坏的描述）。这意味着让人们真正地围着白板或类似的设备共同为系统设计的方方面面工作。团队成员也可以独立工作，但是系统的设计绝对有必要由团队共同来完成。

通常，不善于这类团队工作的人会更倾向于独立地去工作。系统也可以用这种方法来设计。的确，航空航天部门（和一般公众）仍然保留着 R. J. Mitchell 独立设计“Spitfire”战斗机的浪漫画面。总工程师确定了一个概念并让不同的人为这个概念而工作。如果每个人都努力工作，进度就会很快。很明显，到目前为止这个概念是有瑕疵的，需要某种形式的重新设计。当然，有一种奇怪的声音第一次被听到，说“我知道这会发生”。如果这种事经常发生，那就说明组织并不是在真正地执行团队工作。

合作的需求是对企业努力工作并付诸实践的明显展现。他们失败表现在几个方面。首先，他们假设定义良好的过程是唯一要素，并且将其发展的越来越复杂和难以理解。其次，他们认为保证质量和进度的唯一方法是无休止的检查。记住，“通过称重是不能养肥一头猪的”。检查是重要的工具但不是唯一的工具。再次，组织认为，让一个团队围着白板透明地讨论不同的设计选型是不划算的。最好是让某个人来下决定——至少以后有人可以问责。最后，组织认为他们的项目对于开展真正的团队合作要么太大要么太小。“我们仅仅雇用了 5 个设计人员，我们无法让他们整天都围着白板进行讨论”，或者“我们的设计团队有大约 130 个工程师，他们无法全部参与”。我们对于两种状况的答案是“是的，他们可以”，问题仅在于理解：

（1）如何组织团队。

（2）团队需要共同决定什么。

（3）他们如何决定。

后两条引出了对过程和工具的需求。

3.4.2　过程子系统

团队合作是良好系统工程的基础。然而，无论何时，当人们在一起工作时，他们会以如下两种方式运用他们的能力：

（1）任务——处理手头的工作——需要完成什么。

（2）过程——人和人之间相互合作的方式——怎样完成。

任务中取得的成果会受过程中所发生事情的影响。一般而言，过程的功效决定一个组织能够以多快的速度完成“合适的”系统。“合适的”一词在这里非常重要，它意味着客户得到了他们想要的系统。

执行系统工程时，存在两种过程：与实际系统建立相关的过程，简言之，就是执行或完成过程，以及管理这些执行过程的过程，如图 18 所示。

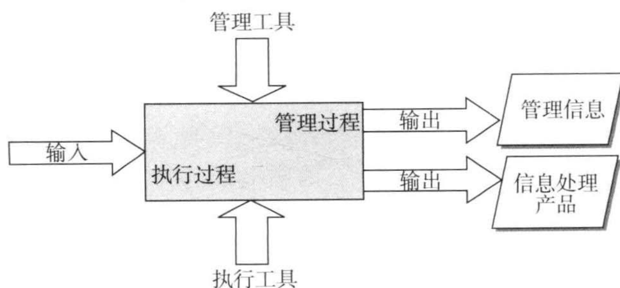


图 18　系统工程的执行（建立）过程和管理过程

执行过程与以下行为相关联：

（1）收集需求。

（2）形成系统概念以满足需求。

（3）评估并选择“最优”系统概念等。

管理过程与以下行为相关联：

（1）对系统如何完成进行规划。

（2）过程检查。

（3）布局控制。

（4）设计资源分配。

（5）员工培训，等等。

在执行过程和管理过程之间存在一个紧密的关系。两者都是必要的，而一个被良好设计的并被有效贯彻的执行过程可以使管理过程变得简单。认识到这一点很重要，那就是执行过程可以增值，而管理过程通常不可以增值（在航空航天行业的一些部门里，客户愿意为管理过程支付金钱——在这种情况下，管理过程可以被视为是可以增值的）。

执行过程。执行过程的最终输出是用户手中可使用的系统。复杂性是驱动我们去实现这一目标的动力。大多数系统由于太复杂而不能被个体所理解、创造和建立。唯一可以求助的是将问题分解为更小的易于处理的单元。这里，谨慎小心非常重要，因为非系统工程方法也是将问题进行分解，但它是将问题分解为许多单元逐个解决，然后将这些单元的解决方案聚集起来构成“系统”。毫无疑问，这种方法是有效的，因为这种方法已经被应用于很多航空航天系统的开发。这种方法潜在的陷阱是更容易出现严重的不受欢迎的突发行为。这里的主要议题是如何将问题进行分解。为将系统分解为子系统，并保证其能够满足不同客户的需求，有必要形成一个合理且符合逻辑的基准来完成系统的分解。需要注意的是，子系统的选取从根本上来说是任意的，对于任意一个系统，都可能存在无数个子系统的组合。在航空航天业里，子系统随着技术的进步而进步。问题也是根据所采用的技术进行分解的。例如，电气系统、液压系统、机身及雷达系统等。这种分解是符合逻辑且合理的，但这种分解未必可以保证最终的系统能够满足不同客户的需求，因为不受欢迎的突发行为可能会导致延期、成本超支和性能欠佳。“分解”一词是经过审慎选择的，因为这个词描述的是所发生的事情。在系统方法中，系统被设计为协同操作子系统的集合，而不是被分割。相应地，这些子系统依次被设计为很多子子系统的集合，直到最终设计为单独部件的集合。这些部件一旦被实现，就可以被集成为最底层的子系统，最底层的子系统又可以集成为更高一层的子系统，直到最终集成整个系统。常识告诉我们，在不同子系统建立的过程中，需要对这些子系统进行检查以确保它们被正确的建立以及正确事物已经被建立。这种对子系统建立或集成的检查将一直持续到最终系统的检查。

以上文字叙述的内容也可以用一个概要图表示，即对系统工程的过程进行建模，如图19所示。

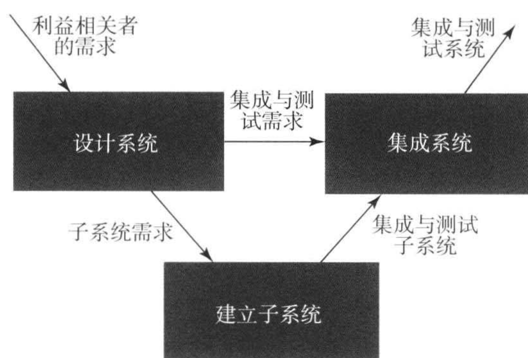


图19　基本的系统工程过程

全面地理解图19的含义非常重要。实际上，我们很容易曲解该图，进而退回到分解的概念上。关键点在于，为了详细说明子系统的需求，有必要对系统进行设计。这就要求我们清楚地理解是什么构成了系统设计。系统设计包括两个要素：采用的技术和采用的结构。系统结构指的是系统如何由子系统组织而成，以及这些子系统如何在一起相互协作来满足不同利益相关者所提出的需求。系统结构是合成的，它们被设计而并没有真实发生。

如果遵循系统工程方法，子系统相关的工作是不能开展的，除非系统设计已经完成。但是，遵循非系统工程方法不一样，在没有合适的系统设计的情况下，一些快速（似乎是容易且明智的）决定就已经被制定且子系统的设计也已开始。例如，电气系统和液压系统可能已经存在。后一种方法充满了风险。它可能导致次优的系统，即一些似乎是最优的子系统并没有形成最优的系统，形成的是次优的系统。这也可能导致集成问题，因为交界面是估计的，并没有经过设计。这还可能导致不受欢迎的突发行为，因为缺少系统层级的分析。

这两种方法给出了一个有趣的困境：“客户要么在今天得到一个错误的系统，要么在明天得到一个正确的系统”（排除今天指的是几周，而明天可以是几个月的情况）。不幸的是，经验告诉我们，



客户（供应者）更倾向于在今天获得一个错误的系统，这似乎让他们感觉更舒适。

图 20 给出了图 19 中设计系统框图内部发生的内容。

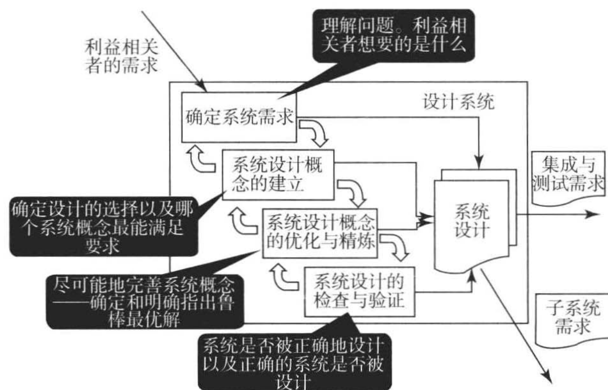


图 20　设计系统框图的内部细节

图 20 给出了图 1 中系统设计方法的规范化形式。它通过确定系统需求来“理解问题”，并将“理解问题”作为起点。这里所关心的是，将不同利益相关者所描述的含糊的、不完整的、不一致的甚至不合理的需求整合为可预见的系统设计需求。

第二步是对所有可能满足系统设计需求的解答进行识别，通过检查需求的满足情况，从而确定一些完整的系统概念设计。随后，这些备选的系统概念设计被评估，确定值得系统优化与精炼的那一个系统概念设计。这一步的主要目标是在解空间中找到能够满足利益相关者的性能要求且对可能的变化具有鲁棒性的解。图 21 对这一概念进行了描述，其中，系统的性能只受两个系统参数的影响。

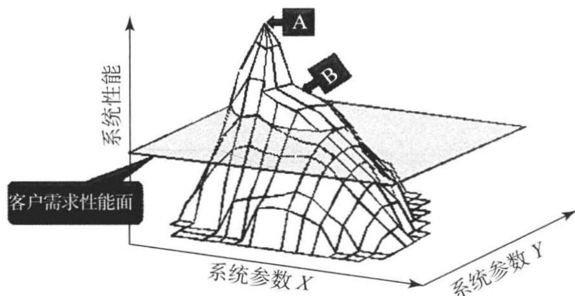


图 21　寻找鲁棒最优解

由图 21 可知，我们可以根据 A 所指示的全局最优性能来确定两个系统参数的取值。很多工程师会将这视为一个很好的设计，因为这一设计远远超过了客户所要求的性能标准。但是，这种设计是一个非常敏感的设计。实际上，使两个系统设计参数达到并保持在最优位置是不可能的，因为系统参数是会变化的。至关重要的问题是，系统参数的变化对系统性能的影响有多少。图 22 给出了可能发生的情况。

图 22 指出，由于两个系统参数 X 和 Y 的变化，系统的客户/用户在系统性能上将会经历巨大的（甚至完全不合要求的）变化。当然，对这个问题经典的解决办法是通过设置更加紧凑的容差来降低 X 和 Y 的变化程度。这通常需要付出代价。一般地，紧凑的容差和限制会造成成本的指数增加。对于图 21，系统工程方法是找出 B 所指示的具有鲁棒性的优化解。在 B 位置，系统性能仍然超过了客户所要求的标准，但是如果设置系统参数 X 和 Y 的变化使其服从于图 22 所示的变化情况，系统性能的变化将远小于在 A 位置时的情况，如图 23 所示。

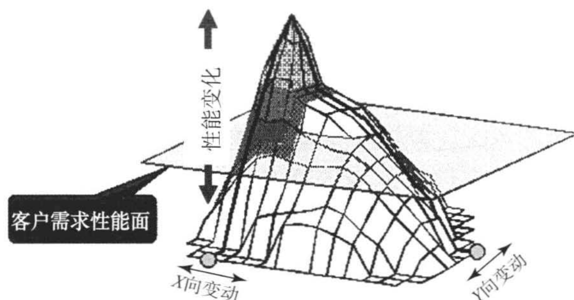


图 22　敏感设计中参数变化对系统性能的影响

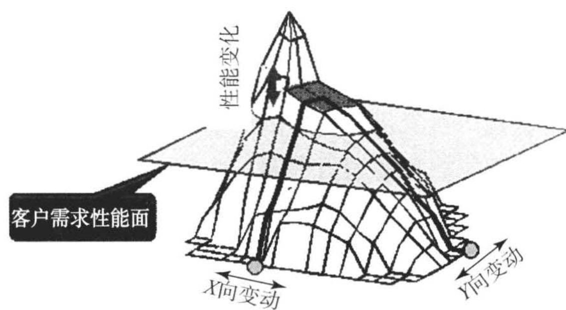


图 23　鲁棒最优设计

鲁棒优化设计的优势是多方面的。由于其对参数变化的不敏感性，这类系统通常可以比较低成本地设计并建立完成。由于在系统性能方面波动较小，这类系统在用户手中运行良好。最后，由于能够顺利通过资格测试，这类系统的开发也是相对容易的。这些都使系统能够按时完成。

图 20 中的最后一个设计步骤是对系统设计的检查与验证，涉及以下内容：

（1）是否设计了合适的系统。

（2）是否正确地设计了系统。

对上述内容进行论证需要依据所有利益相关者的需求来检查系统设计。

系统设计过程的输出是系统设计，系统设计包括技术与结构，技术与结构同时被应用，结构则定义了这些技术如何被组织并完成相互协作的子系统的集合。系统设计应该包含足够的细节来详述子系统需求以及用于建立系统的集成和测试需求。

对系统设计过程进行描述很容易，而执行起来则需要做大量的工作。

整个系统设计过程是需要在所有层次上反复进行的。换句话说，可以依据图 20 对子系统进行设计，再依据图 20 对子系统的子系统进行设计，依次类推。此时，关键议题依然存在，即什么是子系统？子系统只不过是系统分解出来的较小的（尽可能多的）易于处理的模块。给定任意系统，都存在无数种可能的分解。分解没有正误之分，只有优劣之分。此外，分解可能会在系统的发展过程中变化。换句话说，用于帮助理解系统需求的分解与用于建立系统的分解可能并不相同。但是，如果对这两种情况没有要求，我们需要一个合理的基准来完成系统的分解。

2.1.2 节中介绍了所有系统都为实现某个目的的概念。也讲清楚了一点，即系统目的的实现通常需要低层次的目的先实现，而低层次目的的实现需要更低层次目的的实现，依次类推。将目的分解为子目的是由逻辑所驱动的。2.1.6 节中介绍了系统都包含子系统的观点。将系统分解为子系统是任意的，这取决于系统设计者是如何决定子系统是什么的。将系统分解为子系统的需要和将目的分解为子目的相一致。换句话说，子系统的选择需要基于将目的分解为子目的逻辑来进行，如图 24 所示。

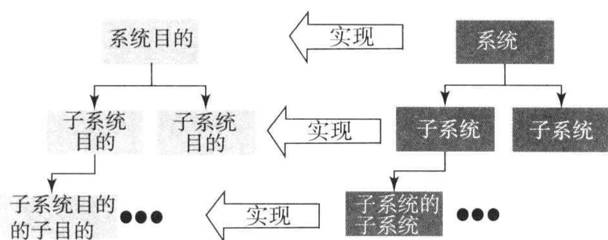


图 24　基于目的的逻辑分解将系统分解为子系统

逻辑和常识表明，通过系统的子目标来定义子系统的方式是明显且合理的。

在系统工程中，目的被功能所代替。这是此时至关重要的一点：系统被分解为子系统的方式不必与系统功能被分解为子功能的方式相同。这一点很重要，因为很多传统的非系统工程会基于现有解决方案预先假定某些子系统。而功能方法不用预先假定解决方案。这可以通过一个简单的例子来说明。考虑如图 25 所示的经典圆珠笔。

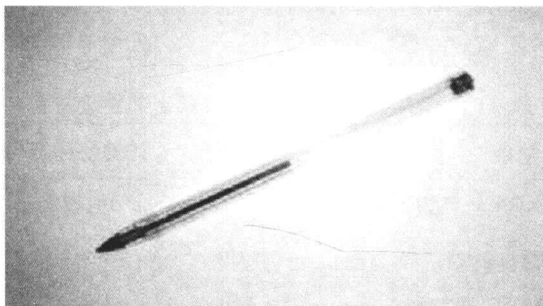


图 25　经典圆珠笔

图 25 中的圆珠笔具有四部分：

（1）笔体子系统。

（2）油墨储存子系统。

（3）圆珠子系统。

（4）笔帽子系统。

需要注意的是，这并不是唯一可能的子系统。

从功能的观点来看，圆珠笔具有 5 个基本功能：

（1）储存油墨。

（2）控制油墨流动。

（3）分配油墨。

（4）引导油墨路径。

（5）防止油墨泄漏。

这是子系统与功能之间的映射，这种映射必然存在，也将始终存在，因为这是笔所必须要做的。实际上，通过选择“合适的”子系统，这种映射可以是一对一的，但是，不同的子系统选择将会导致不同的映射。

图 26 给出了另一支不同类型的笔。这支笔与图 25 中的圆珠笔具有相同的功能，却具有不同的子系统：

（1）收缩子系统。

（2）笔体子系统。

（3）油墨储存子系统。

（4）圆珠子系统。

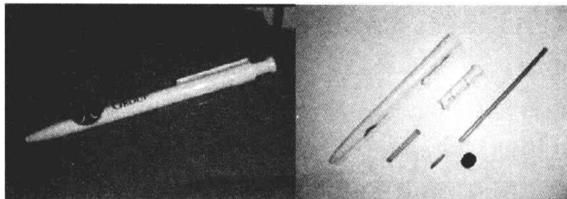


图 26　另一支不同类型的笔



回归到系统的目的，即“将思想转化为纸上的标记”，上述论点可以进一步深入。除了笔以外，其他系统也可以完成这个任务，如打字机、计算机和打印机。而且这些系统具有和笔一样的基本功能（表4）。

表4　不同系统的基本功能及其实现部件或方式

功能	笔	打字机	计算机和打印机
储存油墨	塑料管	色带	打印机墨盒
控制油墨流动	重力与出口	色带速度	喷墨
分配油墨	圆珠	高尔夫球机理	喷嘴模型
引导油墨路径	人手/臂	人手/臂	人类/计算机/软件
防止油墨泄漏	盖	色带	表面张力

正是这种从特定解决方案转移出来的能力让功能变得如此重要，这种能力提高了创新的可能性，因为它关心的是“要做什么”而非“怎么做”。紧随“将思想转化为纸上的标记”的例子，还有最后一点值得说明。

每一个被完成的系统都有一个潜在的功能集合，这个功能集合能够使该系统实现它的目的（顶层功能）。类似的系统会有类似的功能；实际上，具有相同目的的系统也将会有相同的一组功能。例如，F15鹰式战斗机与狂风GR4战斗机的功能不会有太大差别，因为它们扮演着类似的角色。这种功能称为通用系统功能（GSF）且它不随时间变化（在目的不变的条件下，GSF保持不变）。当通用系统功能由系统目的导致且保持固定时，它可以在多种方式下被实施，而这些方式会随着技术的发展与出现而改变。B29的通用系统功能也与B2相类似，但是它在功能如何实现上发生了巨大的改变。因此，GSF为有效的创新系统的开发提供了基准，也为技术的管理提供了方法。

也许，功能的最重要方面在于它提供了一个不变的（实际中唯一真正不变的）且合理的方式来分解和控制系统，这是确定最佳子系统的一个方法。在系统工程中，每一个功能并不一定要成为一个子系统，对功能进行合适的分组可以减小交界面，增加可靠性，提高保障性以及实现其他一些目标。

因此，功能为系统设计提供了系统工程方法的框架。图27重复了图1中的系统工程方法，但包含了实际中系统功能如何使系统实现目的的内容。

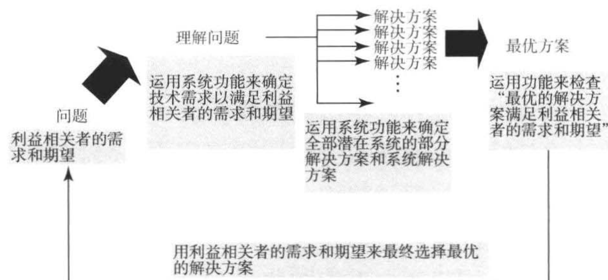


图27　功能在系统方法应用于系统设计中的角色

系统工程运用功能（系统目的、子目的等）以可预见的方式来深入地理解利益相关者的需求。通过定义，系统功能常常是可以预见的，通过对利益相关者需求所提出的系统功能进行推断，允许我们将潜在的不可预见的利益相关者需求转变为一系列可以预见的技术设计需求。通过确定各种方法，系统功能也可用作设计框架，而基于这些方法，任何功能都是可以实现的。一个完整的功能集合会产生一个完整的潜在设计解决方案选择，这可以进一步集成整体的系统概念。实际上，我们可以识别不同的整体系统概念，通过利益相关者需求来评估这些概念，进而选择出“最优的”解决方案。最后，功能为检查已选择的解决方案提供了一个合理的框架，能够满足利益相关者的期望与需求。

作为选择“最优的”解决方案的一部分，功能可以很好地适应之前所解释的鲁棒设计概念。为了对设计空间进行研究，如图21所示，找到鲁棒最优位置，有必要通过某些方式来确定系统或子系统的传递函数。传递函数的确定可以通过几种方式来完成：原理性的方式、经验或实验的方式。如果系统能够以这种方式被表征出来，这就允许我们，从通过-不通过的论证实验方法转移到确定实验的概念上，此时，对输入的测量可提供一致性的证据，如图28所示。

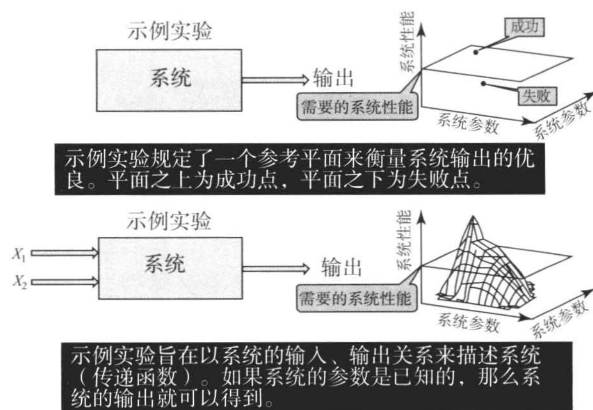


图28　系统方法的测试

3.4.3　工具与技术子系统

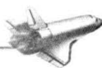
关于人和过程子系统的章节已经给出需要做什么，什么时候做以及由谁来做等内容。系统工程的工具与技术子系统给出的是"怎样做"的内容。工具与技术是系统工程至关重要的基本要素（如同人和过程一样），而大多数工程师在他们个人的工具箱中并没有基本的系统工具，因此，他们只能努力地去完成系统工程过程所要求的任务。不仅如此，他们不能以团队的形式来工作，而是各自独立地工作，因为他们没有一个共同的工具集合，而这个共同的工具集合有助于他们研究一个新系统的方方面面。他们所需要的是一个工具集合，这个工具集合能够执行表5中列出的基本设计任务，而这正是系统工程工具所要做的事情。大部分工具与技术可以改善并帮助交流，它们允许不同的学科以建立抽象模型的方式对所研究的系统进行共同的探讨与思考。模型的应用能够帮助设计团队在抽象层次上寻找系统的结构、相互关联和从属关系，在真实层次上预测系统的行为。系统工程工具有好有坏，好的工具是可升级的、通用的，最重要的是好的工具是简单的，坏的工具则不具有这些特点。即使只是描述其中的一些工具，我们都需要用到整本书的内容。因此，表6给出了一些工具，这些工具是可升级的、通用且简单的。

表5　基本系统的设计任务

- 确定系统需求。
  - 引出、获取、明确利益相关者的需求。
  - 将一些不完整、不一致、含糊的甚至完全不合理的利益相关者需求转化为可预见的系统设计需求。
- 建立系统设计概念。
  - 创建备选的能够满足需求的系统概念设计。
  - 确定最优的结构。
- 优化和精炼系统设计。
  - 找到鲁棒最优解，确定设计参数取值。
- 检查并验证系统设计。
  - 保证系统设计是：
    - 可操作的。
    - 可靠的。
    - 可实现的。
    - 可支持的。

表6　可升级的、通用且简单的系统工程工具的选择

系统工程任务	工具与技术
确定系统需求	
引出、获取、明确利益相关者的需求	需求引出计划 利益相关者影响图 实地（现场）参观 小组讨论 采访 调查问卷 使用案例 树状图
将一些不完整、不一致、含糊的甚至完全不合理的利益相关者需求转化为可预见的系统设计需求	需求分析手段 系统性文本分析 观点分析 功能建模 • 尤顿 • 统一建模语言（UML） • 系统建模语言（SysML） 流动灵敏度分析 故障模型与效果分析 质量功能部署（QFD1）
建立系统设计概念	
创建备选的能够满足需求的系统设计概念	创造性思维工具 函数方法分析 评估工具 • 决策矩阵 • Pugh 矩阵 • 层次分析法（AHP）
确定最优的结构	逻辑系统架构设计 设计结构矩阵 UML/SysML
优化和精炼系统设计	
寻找到鲁棒最优解，确定设计参数取值	参数图 内容原因表 参数和偏差设计 设计失效模式和效果分析 实验设计 灵敏度分析 • 蒙特卡洛 • 实验设计 质量功能部署2（QFD2）
检查并验证系统设计	
保证系统设计是： ○ 可靠的 ○ 可实现的 ○ 可支持的	故障树分析法 可靠性框图 能力分析 质量功能部署3、4（QFD3、4） 可支持性分析



4 结　　论

本章给出，系统工程是一个用于建立系统的转换系统。系统工程的输出是由分析、系统数据和说明等形式表示的信息，这使得实现系统的同时能将风险降到最低。系统工程的优势在于“更快、更好、更便宜”，而前提是系统工程被正确地执行了。航空航天项目会出现延期、预算超支以及常常不能实现预期目的等问题，这一事实为系统工程作为21世纪的方法提供了一个引人注目的案例。

系统工程包括三个关键子系统，即人、过程和工具。而系统工程的主旨在于将系统思想用于系统的建立中。这可以通过对系统功能进行考虑来完成，系统功能对于下述内容是不变的基准：

(1) 问题的深入理解。

(2) 通过分解来降低复杂性。

(3) 产生整体解决方案。

(4) 开发结构。

(5) 定义交界面。

(6) 寻找鲁棒最优解。

(7) 检查与验证。

(8) 创新。

不幸的是，将系统思想用作建立系统的方法对于人类而言并不是自然而然的，人类通常是面向对象的，而非面向功能的。鼓励人们采用系统工程确实需要在许多层次上改变人们的想法。个体需要改变，组织需要改变，客户需要改变，最终人类也需要改变。改变并不是人类乐于接受的事物。对此，系统思想有所帮助。改变系统的行为需要改变：

(1) 系统的要素。

(2) 系统内部的相互关联。

(3) 系统的目的。

航空航天组织在改变系统要素方面表现突出。以任何标准来衡量，航空航天组织在20世纪取得的进步都是显著的。这些进步的绝大多数是通过改变系统要素而取得的，当时在子系统层级的具体技术进展能够使系统层级的性能发生阶跃式的改变。曾经快速的技术进展速度目前正在逐渐放缓，也许现在正是在系统内部相互关联和系统目的的层次上寻求改变的时候了。

参考文献

Deming, W. (1986) *Out of the Crisis*, MIT Press.

Hughes, J. E. (2003) *Systems Engineering-Challenging Complexity*, The Open University.

INCOSE (2007) *INCOSE Systems Engineering Handbook V3. 1*, International Council on Systems Engineering.

ISO (1994) *ISO* 9000. ISO.

Meadows, D. (2008) *Thinking in Systems*, Chelsea Green.

NASA (1995) *NASA Systems Engineering Handbook SP-6105*, NASA.

Parnaby, J. (1995) *Systems engineering for better engineering*. Delivered Before the IEE, Savoy Place, London, on the 5th October 1996. IEE, London, p. 16.

USA DoD (1994) *Military Standard MIL-STD 499B Systems Engineering*, US Department of Defense, Draft, May 1994.

本章译者：刘莉，陈昭岳，马志赛
（北京理工大学宇航学院）

第 2 章

航空航天工程未来 20 年的挑战与机遇

Werner J. A. Dahm[1,2]，Ned Allen[3]，Rami R. Razouk[4]，Wei Shyy[1]
1 密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国
2 美国空军五角大楼，华盛顿，美国
3 洛克希德马丁航空公司，帕尔姆达尔，加利福尼亚，美国
4 宇航公司，洛杉矶，加利福尼亚，美国

1 引 言

航空航天工程是一门创造航空航天系统的学科，包括不同类型的飞机、火箭、导弹、卫星、飞船、气动减速伞、轻于空气的平台，以及其他航空和航天器。自从 20 世纪初有动力飞行器开始，航空航天工程已经经历了一次又一次的挑战并发生了显著的变化。在航空航天工程发展的早期，人们的主要关注点放在通过理解空气动力学和控制原理来提高飞机的安全性、获得更强大的配置上以及开发更好的活塞式发动机方面。第一次世界大战后的几年，人们看到了飞机在商业活动中的迅速应用，包括航空邮递和第一次的环球飞行。1929 年，“问号”连续 6 天的持续飞行证明空中加油可让飞机几乎无限制地留空。同年，Jimmy Doolittle 中尉在封闭遮蔽座舱中的飞行说明，仅仅凭借仪器导航和控制的飞行是可能的。第二次世界大战期间，英国和德国将注意力放在了能够实现超声速飞行的空气动力学的研究和喷气发动机技术的开发方面。同时，德国的 V-2 导弹宣告了大型液体火箭以及后续洲际弹道导弹开发的开始。10 年后，苏联第一颗人造地球卫星“Sputnik”号的发射开启了卫星等轨道空间飞行器系统以及民用空间领域的竞赛，并让人们看到空间飞行近在咫尺。同一时期，洲际的商业航空旅行也渐渐变得平常和容易。20 世纪 80 年代末，航空管制松弛引起了廉价航空旅行的迅速增长，这也向世界航空交通管理系统提出了新的挑战。同一时期，燃料的经济性和越来越重要的环境方面的考虑成为推动技术发展的主要因素。进入 21 世纪，航空航天工程师们正面临一系列新的挑战，即提供航空航天系统技术方面的更多创新性应用来满足社会对于这一领域的需求，并为社会提供更多全新的关于系统和设备的选择，这些系统和设备在今天是无法想象的。

从简要的历史性回顾中，我们可以看到两点主要的规律：第一，航空航天工程从未保持停滞不前，相反，主要的技术进步在不停地推动其经历一系列的变化；第二，从一开始，航空航天工程就因其在军用和商用领域发展的极大耦合性而与众不同。众多案例表明，起初国防领域的开发使得后续商业用途向着新的更广阔市场发展，甚至超出了原有与航空航天相关的领域。

随着时间的流逝，航空航天工程的开发项目变得越来越复杂，影响它的不再是这个行业原先传统的核心要素。作为应对措施，为了保证项目的成功进行，航空航天工程将涉及越来越多的学科，它集成了商业和社会环境的相关要素，并且包含数学、科学、工程及其他领域的诸多因素。反过来说，通过扩展这些学科以及弥合它们之间的差距，也创造了一些新的交叉学科。近年来，航空航天工程已经催生了一些全新的学科。这些学科包含了更加复杂和自适应的系统，这也使得一些全新的行为特性在任何单独的子系统中无法得到验证。如今，这些全



新的行为特性本身也渐渐地在工程设计中被加以考虑，其中部分通过一些相对较新的学科体现，包括运营系统的概念、群体行为、社会机器学的部分内容等。

航空航天工程一个显著的标志是：它有一个高度发达和有序的项目管理方法。人们通常认为它是在创造那些极度复杂的、涉及大量资源的、获得一次性或者小批量产品的系统。这样的方法基于详细的系统级分析与仿真，并引领设计经过一系列验证的流程，此流程开始于概念设计，经过一轮又一轮对概念模型的完善得到初步设计，最终达成涉及产品图的详细设计。系统的设计过程是与制造过程以及用于概念验证的系统演示验证单元制造过程同时开展的或在后者之前。在适当情况下，以这样的设计和生产理念为指导，结果是：一开始进行小批量的初始生产，经过深入的应用测试后再提高到大批量地生产。然而，在从原始概念设计到大批量生产的过程中，系统设计必须克服的复杂挑战导致了其极低的生存率，这也是航空航天工程与众不同之处。

本章对未来 20 年航空航天工程领域一些关键的挑战与机遇进行了仔细的调查。本章提出的主题是有限的，而且并不追求十分广泛。相反地，本章的目的在于突出那些最有可能对航空航天工程师在努力满足最为极端需求而克服困难时造成的实质性阻碍的内容。为了不断地迎接这些挑战以及抓住这些机遇，航空航天工程将延续它根植于技术进步的基本理念，并以激发下一代创新思想的方式推动社会不断的改变。

2　航空器

2.1　飞行器的性能、飞行运营与环境影响

未来 20 年航空器系统所面临的一个最大的挑战是如何发展和应用先进技术以显著降低飞行器的油耗。如今，对大部分商用飞机来说，燃油成本已升至与人力成本相当，并且在未来 20 年里极有可能持续增长；军用飞机由于需要空中加油使得高油耗面临着更大的压力。因此，需要寻求如何降低航空器的油耗。在降低油耗的同时，还需加大力度研发可替代燃料，尤其是生产使用全周期内能够实现“碳中和”的新燃料。目前航空排放仅占人为碳氢化合物排放总量的 2%～3%，由于未来 20 年里全球航空运输将以每年 5%的速度递增，如何尽可能地减少航空燃料对环境的影响将成为另一个重要挑战。可替代燃料不仅出于环保与成本因素的考虑，还可以为航空业在传统的化石能源之外提供可靠的能源供应。

与此同时，需要对现有和未来推进系统进行改进，使其能够使用可替代燃料并具有足够的服役寿命。在降低油耗时，首先想到的是推进系统的改进，未来 20 年里还可以通过其他几种途径实现节省燃油的目的。良好的气动外形可以提高升阻比（尤其是巡航阶段），进而达到降低油耗的目的。目前，在大型商用客机上普遍采用的翼尖小翼可以减少升致阻力，从而在一定程度上提高升阻比。除了翼尖小翼类技术外，还需要开展创新设计以更加显著地降低油耗。例如，在商用飞机、军用飞机、空中加油机以及其他航空器上采用翼身融合技术以降低油耗。近期，X-48B 的缩比飞行实验已经充分验证了翼身融合（BWB）飞行器在气动特性方面的优势。未来 20 年的一项挑战是确定实施 BWB 飞行器的合适时机。对于传统的航空器设计，编队飞行可以利用多个飞机间的尾涡影响实现油耗的降低。与一般认识不同的是，编队飞行时为了降低升致阻力，飞机无须翼尖靠翼尖，也无须相互靠得很近。此外，飞行编队可以由相同或不同类型的飞机组成，每种飞机在编队飞行中的受益存在差异。编队飞行将首先应用于多机运输飞行、跨洋飞行及洲际飞行。其主要的技术难点在于如何缓解飞行员为了保证飞机长期处于编队中的最佳位置所导致的驾驶疲劳，为了解决该问题，可以通过基于飞机配平调节或者直接探测尾涡结构以实现自动飞行控制。即使对于单个传统设计的飞机，变形翼技术也可以减少不同飞行条件下的阻力，还可以使用各种流场控制装置主动改善升阻特性。上述降低油耗的技术途径需要充分考虑实现伺服技术、结构性能与气动性能之间的耦合关系，并且可能导致飞机质量的增加。

除气动学科以外，更小的结构质量可以减小需用升力，进而实现降低阻力和油耗的目的。使用玻璃纤维、碳纤维、有机塑料热固性合金以及基质材料成型的轻质复合材料已经在新型飞行器结构中大量使用。上述人工材料提供了各向异性的结构特性，要求使用新的设计理念与加工流程。飞机结构中大规模使用复合材料将进一步减小飞行器质量和降低燃油消耗。制造技术的发展可以实现无缝的复

杂结构部件低成本加工，并且根据计算机载荷仿真与结构设计实现每个部位的期望属性。近期的先进复合材料运输机（Advanced Composite Cargo Aircraft，ACCA）演示验证机进一步表明大型复杂的复合材料结构可以不依赖高温高压固化进行加工，也表明复合材料可以极大地减少部件的数量，这也是复合材料结构的另一个优势。工程人员通过将微型传感器嵌入复合材料中预测结构寿命、疲劳、完整性及安全性，并且将上述信息存入维护站。未来 20 年里，复合材料的应用将更加广泛，并有可能研发出"自我修复"复合材料结构（能够修复结构内部的脱层与裂缝）。此外，随着技术的发展，复合材料与传统材料结构都将具有多功能的特点，并将用于轻质飞机结构，从而达到降低油耗的目的。

除减小结构质量和提升气动性能以外，改善飞行航迹和地面运营都可以显著地降低飞机总油耗。航空公司也一直在采用相应的措施减少油耗，如使用单发动机滑跑降低地面燃油消耗。当地后勤人员不足使得离港航班与到港航班难以按照预定时间起降时，改善地面调度能够显著降低飞机的地面油耗。对于短途航线，地面运行占总油耗的很大一部分，因此从系统层面合理地进行地面运营和调度有助于显著降低总油耗。对于长途航线，飞行航迹规划与控制交通管控对总油耗影响更大。下一代空中交通管理系统（NextGen）需要考虑飞行过程中天气及其他干扰因素的影响。对于未来飞机运营日益拥挤的情况，基于概率的方法能够使飞行器更好地适应不可知的突发事件。综上所述，不断改进地面运营、飞行航迹及空中交通控制能够有效地降低飞机油耗。

2.2　推进系统

改进推进系统可以直接降低飞机的油耗。在美国，工业部门与政府当前联合启动了多功能低成本先进涡轮发动机（VAATE）计划，以开展新型燃气涡轮推进系统技术研究。该计划包括过去若干年为了降低比推力油耗的研究工作。虽然，这些研究主要是针对高性能军用飞机的嵌入式发动机而开展的，其中的很多关键技术也可以用于改进高涵道比商用飞机发动机。其中最主要的技术包括自适应多功能发动机技术（ADVENT）和高效嵌入式涡轮发动机计划（HEETE）。ADVENT 研发了定流量发动机，使用两个涵道气流与核心机气流所组成的三流道架构（Third-stream）。由于发动机工作在不同的飞行速度下，调整外涵道、内涵道以及核心机流场之间的气流分离可以保证发动机的总体气流保持为一个常量。这样有利于发动机在亚声速与超声速条件下都保持较高的性能，并且有利于改善平台级热载荷的热管理。HEETE 寻求研究相关技术以显著提高燃气涡轮发动机的循环增压比（OPR），因为 OPR 是决定布雷顿循环发动机热效率的重要参数。预期的总压气比远大于现有商用与军用飞机发动机，将有利于降低油耗，增加航程与飞行时间。然而，高 OPR 发动机在涡轮与压气机的冷却方面也带来了一些新的难题。

开展 VAATE 计划的同时，美国未来 20 年里还将致力于齿轮传动涡扇发动机与超高涵道比发动机以及桨扇等开式转子发动机系统的研发，以达到提高推进效率的目的。前期研究发现，桨扇系统的燃油效率比传统的涡扇高 20%以上。桨扇系统所面临的主要挑战包括如何使用高弯掠风扇和反转螺旋桨布局以降低噪声以及其他的主动噪声消除与抑制的方法。未来 20 年里，发动机还将大量使用内置传感器与诊断装置，这一方面可以使发动机在不同工况下都处于最佳油耗运行模式，另一方面可以通过预测健康管理和"快速维护"方法减少发动机的维护次数。

除燃气涡轮发动机推进系统外，近几年使用燃料电池技术驱动飞机已经取得了重要的进展。总体而言，采用液态碳氢化合物电池的燃料电池系统优于直接采用液态或气态氢与存储在金属氢化物中氢的燃料电磁系统，前者更适合长航时航空器使用。如今，从液态碳氢化合物中提取氢的小型燃料处理器已经取得了显著的进步。近期，采用液态丙烷驱动固态氧化物的燃料电池系统使得太阳能泡沫长航时飞机创造了在高空滞留 10 h 的世界纪录。通过进一步减小体积与质量，燃料电池系统可以在未来 20 年内用于驱动其他类型的飞机。

2.3　非常规飞机

未来 20 年里有人和无人飞艇将有重大的改变，其主要升力由浮力获得，并有一部分升力来源于向前飞行的空气动力。近期的演示验证表明，这样的飞艇适用于没有预先着陆点的大规模运输任务，这使得该飞艇在进行军用再补给任务与商用长距离飞行方面具有吸引力。当前全程精确空投补给一般采用 GPS 导航与导引伞的模式，此类飞艇的出现为远程和高威胁区域的再补给开辟了一条新的途径。



伪卫星与空中卫星是轻于空气飞行器的另一项重要应用，这样可以在卫星信号中断和不可用的环境中保持卫星通信。

在此期间，燃油经济性仍然是限制喷气式客机与商用运输机市场中超声速飞机研发的主要因素。虽然音爆抑制依旧是未来 20 年内实现超声速洲际飞行需要解决的重要问题，但对于某些具有特殊限制、重视时间成本的商用客户而言仍具有一定的应用前景。总之，对于所有商用飞机而言噪声抑制方法，尤其是发动机噪声抑制，将得到更多的关注。近期，研究人员重新开启高性能军用飞机发动机气动-声学方法研究以降低噪声排放，尤其是起飞阶段的噪声排放。

2.4 无人机系统

未来 20 年里，航空器系统的另一个重要的工程挑战来源于无人机系统（UAS）的广泛使用以及 UAS 在国家和全球航空航天领域的集成。这些系统在军事领域的前期应用经验表明，无人机系统并非真正不依赖人，因为遥控操作与地面运营对人员的需求甚至不亚于传统的有人飞机。由于可以实现远程监视任务，军用遥控飞机的使用增长迅猛，并且逐步在民用和本土防御领域得到推广使用。此外，遥控飞机还应用于远程检查、燃气工业部门的操作监控与记录以及其他相关领域。未来，遥控飞行平台在很多方面将有突破性的发展，包括固定与变形机翼的使用、混合飞机与飞艇等。源于 ISIS 的长达 450 ft① 的飞艇可以在 65 000 英尺的高空滞留 10 年之久，所携带的雷达可以提供更高分辨率的覆盖范围。

很多无人机系统具有自主性，一方面可以通过遥控完成既定任务，另一方面还可以根据局部环境自主调整以更好地满足任务需求。小型化无人机系统通常以“群”的模式开展工作以提高其生存性与投放能力。大中型无人机系统通常采用多机协同的模式，通过共享各自的状态信息调整任务规划以适应环境的改变。我们可以通过改进协同自主技术与扩大系统单元来实现上述能力。同时，大型的军用遥控飞机也需要具有自主空中加油的能力以满足长距离与长航时任务的需求。目前人们正在研究用于自动稳定的接近加油机后方的空中加油位置的关键技术，并开展了前期试验。此外，遥控自主无人机系统在空域中使用越来越广泛，其飞行过程不能与其他有人和无人系统冲突，需要通过研究自动“感知和规避”方法获得任务函数退化的最小似然值以保证密集空域的飞行安全。由于无人机系统越来越多地用于国内外空域，自主安全规划将成为下一代空中交通管理系统（NextGen）的一项核心技术。提高自主系统的可信度有助于充分挖掘系统潜力。

其他无人机系统比当前使用的系统更小，如微型飞行器（MAVs）适用于在城市内使用。其中有一部分采用仿生系统，如扑翼机，可以实现空中盘旋和前向飞行。小尺寸与低速飞行使得 MAVs 的气动力特性与普通有人和无人系统不同。例如，低雷诺数将降低固定翼飞机的升阻比，阵风干扰对于空速的影响更大。针对上述问题，扑翼和旋翼技术得到普遍关注，它涉及极低有效载荷约束下，气动力、可变结构以及高度自适应与鲁棒控制策略的集成。

2.5 吸气式高超声速系统

长期以来，吸气式高超声速飞行一直是航空器系统的技术难点，在未来 20 年里一些关键技术的突破有望实现吸气式高声速系统。采用超燃冲压发动机的高超声速系统通常包括三大类：高速打击系统（如高超声速巡航弹），用于全球、按需、时间敏感的情报，监视与侦察（ISR）任务的航空平台以及可复用的吸气式空天系统。实现高超声速飞行需要突破两项关键技术：其一是研究超燃冲压发动机燃烧室以保证航空器在不同飞行马赫数下都能稳定工作；其二是研究热管理技术以应付燃烧室的高温与高速飞行中机体表面的高温。虽然液氢和其他低温燃料系统还存在问题，但未来 20 年内重点研究的方向将是非低温碳氢化合物燃料系统。受限于现有碳氢化合物燃料系统的制冷能力，即使使用机载燃料脱氧技术避免高温焦化，吸气式飞行器能达到的最大飞行速度也在 8 马赫以下。让燃料从油箱流经燃烧室壁时产生裂化可以带走大量的热量，从而实现超燃冲压发动机系统中燃烧室的燃料制冷。裂化的燃料注入燃烧室可以提供更强的燃烧稳定性。除燃烧室冷却外，高超声速飞行中表面高温的热管理也至关重要。表面高温的热管理可以通过先进的高温材料与燃料制冷实现。

2010 年年初的 X-51A 项目安排了四项高超声速飞行实验，采用超燃冲压发动机并使用 JP 碳氢化合物燃料的飞行器以大于 6 马赫的速度完成了

① 1 ft（英尺）=0.304 8 m。

300 s 持续飞行。在 50 000 英尺的高度从 B-52 飞机上发射的飞行器，可以在固体火箭发动机的推动下加速到 4.5 马赫，随后超燃冲压发动机工作，在 80 000 英尺的高度进一步加速至 6 马赫以上，并保持该速度巡航 300 s，之后再无动力滑翔 500 s。上述实验希望首次达到吸气式高超声速系统的热平衡并检验飞行状态下燃烧室的燃料制冷技术。理论上，这将有助于开展高超声速巡航弹等系统的研发。研发高超声速 ISR 系统所面临的主要难题是增大超燃冲压发动机燃烧室尺寸。对于大型系统的燃料渗透与 X-51A 有所不同，在轴线附近布置轴对称的燃料注射器也可以用于燃烧室壁的制冷。有效的管理支柱附近的激波损失是成功增大燃烧室的关键。

研究推进系统以填补涡喷发动机与超燃冲压发动机之间的速度空白是未来 20 年的另一个主要难题。这些推进系统可用于基于涡喷混合动力系统的吸气式高超声速 ISR 飞行器的水平起飞与着陆（HTHL）。现有的高速涡喷发动机只能在 3 马赫以下工作，而超燃冲压发动机的有效工作速度是 4 马赫。定体积燃烧（CVC）系统采用多种波驱动方法可以实现 Humphrey 循环，可以在 3～4 马赫的速度下工作，从而有效地衔接上述两类发动机。研究上述系统是实现吸气式高超声速 ISR 飞行器的水平起飞与着陆的关键。如何实现涡喷发动机与 CVC 发动机的切换以及高速状态下 CVC 发动机与超燃冲压发动机的切换是另一项亟待突破的关键技术。

2.6　组件集成与热管理

未来 20 年里，推进系统的集成是航空器系统的另一个难点。进气道与排气路径是由曲折的几何外形决定的，同时还需要保证总压损失，并在压气机进气道处提供足够的流量。目前普遍使用边界层渗出避免气流分离，然而渗出本身对发动机效率也有重要的负面影响。为了提高推进系统的效率、降低油耗、增加航程与航时，有必要研究非渗出进气道的设计。目前，使用边界层控制元件的被动方法受到普遍关注，尤其是对于管理超声速进气道中激波边界层的影响。此外，流线跟踪与内部调节进气道对于高速系统具有显著优势，可以采用类似的边界层控制元件实现其边界层控制。

热管理在未来 20 年里将得到越来越多的关注，并可以用于高超声速飞行器系统以外的领域。由于商用和军用飞机都采用机电伺服系统，局部热载荷来源于作动行程的能量耗散与恢复行程所产生的能量。两种热载荷都难以管理。因为电动系统越大，其效率越高，与液压和充气系统相比电动伺服的质量更小，因此局部热载荷更严重。同时，用电能输入射频能量输出的微波系统，如雷达、通信及数据链，其效率不足 20%。由于机载设备常使用大功率电子设备（如军用飞机所搭载的雷达与其他传感器系统），由部件低效率与能量发生系统所产生的热载荷是非常可观的。高机动性的要求也将增加飞行器的热载荷。同时，由于飞行器表面开口区域较少，热量难以直接通过空气热交换实现平台降温，因此燃油成为首要散热器。如何有效管理热载荷非常复杂，也是未来 20 年需要解决的一个难点。

2.7　建模、仿真与软件

在所有的系统中，建模和仿真正扮演着越来越重要的角色，在未来的 20 年中还会变得更加重要。在这期间，计算机的处理能力将有几个数量级的提升，包括运算能力和数据的存储能力都将变得更加廉价和丰富。物理子模型的置信度渐渐成为限制复杂物理问题仿真的主要因素，而不再是直接仿真计算能力的不足。航空科学建模与仿真涉及多物理场的仿真能力，它是计算流体力学、热力学，甚至是电磁学仿真的耦合问题。航空航天问题的仿真将从组件级到部件级，最后到系统级，逐渐实现。航空航天工程师们还需要开发相应的分析工具，从仿真结果的海量数据中，提取工程有价值信息，并使这件工作更容易实现。维持足够数量的测试设备，如风洞、靶场，以及其他的物理资源，来对仿真进行验证将变得越来越困难，且更具挑战性。

现有机载系统中计算机性能将继续推动复杂自适应航空航天系统的发展。高度的自适应性与可重组性（可通过融合重组控制感应器与全机健康监控系统实现）能够让系统在未来 20 年内具有感知自身状态并通过自我调整以获得最佳性能的能力。系统中某些部件的失效与退化可以通过自动重组控制软件进行补偿。重组将具有高度的自适应性，无须遵循事先规定的准则来处理有限的失效模式，系统将自我检测评估退化状态并做出最佳的反应。这样的系统可能有近乎无穷种可能状态，使得直接校验和验证（V&V）方法几乎是不现实的。未来将采用启发式的测试流程对飞行控制系统的软件保障进行测试，即极限重复测试（花费大量预算，通过反



复测试达到稳定性要求）。系统软件 V&V 已成为航空器与航天器研发中的主要成本来源，并且决定了航空器与航天器的全寿命周期成本。除了规划测试流程并对测试流程详细归档外，在科学与逻辑上没有软件安全的统一标准。如何开发更加基础和有效的方法对复杂自适应系统进行 V&V 是未来 20 年里航空航天领域的另一个重要难题。

3　航天器

在未来的 20 年，航天器以及将它们载入低轨道、中轨道、地球同步轨道、高椭圆轨道，甚至太阳系其他部分的运载火箭系统面临着几个关键的挑战。在航天领域面向公共的部分，相关应用主要包括有人或无人的空间飞行、行星与空间探索、地球观测与监测以及气象学。当前商业领域主要关注通信和地球成像卫星，而国家安全领域则涉及更宽的应用，包括安全或非安全的卫星通信、精确导航与授时（PNT）、情报-监视与侦察（ISR）、导弹预警系统、绘制地形图、气象学以及空间气象系统。

在过去的几年，空间能力已经有了实质性的成长和商业化。如今，已经有 13 个国家拥有了自己的在轨卫星，有若干个国际商用卫星制造商和提供发射服务的供应商。许多国家已经开发并部署了自己的卫星通信基础设施，其中还有一些国家已经部署了自己的民用和军用遥感卫星。未来 20 年，这种持续的发展趋势将对航天企业产生深远的影响。部分来说，这种增长的结果是：今后的世界将依赖于空间服务所提供的通信、导航、天气预报等多种应用。这也将使得人们更加重视保证这些服务的连续性、鲁棒性和可持续性。空间服务最终的商品化也给如何保持星座系统的鲁棒性，以及如何承担修理和补充它们的费用造成了额外的压力。同时，通信设备数量的极速增加以及不同国家对珍贵有限的射频谱的竞争，造成了在过去的 10 年中射频谱明显变得越来越拥挤。

3.1　航天发射系统

在未来的 20 年，工作在航天领域的航空航天工程师面对的最大挑战是：如何降低如今将单位质量有效载荷送入太空的高额花费。本质上来说，降低航天器发射成本需要开发新的发射方式。大部分的商业冒险正在进行这样的努力，并处于不同的开发阶段，而另外的一小部分如今正在提供发射服务。同时，最近一些这方面的商业失败说明了这项挑战的严酷性。然而，现在所有的发射方式都是基于一次性或可重复使用火箭的，包括 NASA 最近的星座计划。未来的 20 年，空间电梯计划将会实现，此计划将通过一系列连续的技术阶段实现，从传统的基于一次性火箭的发射方式逐步向吸气式空间进入系统发展。当前，美国的军用航天系统发射主要是由改进的一次性运载火箭（EELV）家族完成的，包括 Delta Ⅳ和 Atlas Ⅴ运载火箭系统。虽然这些系统已经成功地拥有了将对象运送到指定轨道的能力，但是仍未大幅度地影响空间运输的经济性。在未来的 20 年，最有可能实质性降低发射花费的途径可能来自于两级入轨（TSTO）方式，即在初始阶段采用可回收的火箭作为第一级，它是一种有翼的设计，能够飞行或通过推进返回并着陆到发射场上，第二级是一种相对较小的一次性的上面级。这类方式有希望在很大程度上降低发射成本，因为它拥有相对较小的一次性上面级和可重复使用的大的第一级。但即使这样一个由可重复使用火箭构成第一级的方式也需要非常显著的工程进步才能够实现发射成本的降低。

除了由可重复使用火箭构成第一级的方式以外，采用吸气式高超声速的太空进入系统是财力上可支持的一种可能的发射方式。这类系统可在第一级使用基于涡轮发动机或火箭发动机的联合循环推进方式将系统从地面发射位置运送到空气十分稀薄的高空，这样的高空空气已稀薄到无法使用吸气式推进方法。那么为完成发射，一次性的第二级固体火箭在与第一级分离后，将推动有效载荷以合适的速度和姿态入轨，同时第一级将通过飞行或滑行的方式返回发射场并再次使用。对于许多情况，使用吸气式的推进方法，可极大地降低将单位质量有效载荷送入轨道的成本，因为它不用像火箭那样携带沉重的氧化剂。基于涡轮发动机的联合循环（Turbine-based Combined-cycle，TBCC）方式使用先进的可高达 4 马赫的高速涡轮发动机和 3 马赫左右的轻型冲压/超声速冲压发动机，以便当涡轮发动机与冲压/超声速冲压发动机结合在一起时，能够工作在 3～4 马赫，而只有超声速冲压发动机的模式则只能工作在 4 马赫到最大巡航马赫数之间。第一级吸气式超声速 TBCC 加速器在高空中与携带有效载荷入轨的二级固体火箭分离。经比较可知，基于火箭的联合循环方式运用液体火箭发动机作为第一阶段的加速器，而不像在基于涡轮发动

机的联合循环方式中一样用高速涡轮发动机。可重复使用火箭的第一级可以达到4马赫，并且第二级中的冲压/超声速冲压发动机在3马赫左右被点燃，以达到组合起来的火箭和吸气式冲压/超声速冲压喷气机工作在3～4马赫。此外，第二级分离并工作在只有吸气式超声速冲压喷气机模式下时，飞行速度可处于4马赫到最大吸气式巡航马赫数之间。在更高的高度上，与吸气式超声速冲压喷气发动机共用同一喷管的内部火箭发动机将携带有效载荷入轨。不论是基于涡轮发动机的联合循环、基于火箭发动机的联合循环，还是一些其他相关的联合循环方式，用于两级入轨进入太空的航天器时，只需从大气中引入氧气，而不需要再携带额外氧气，极大地减小了系统的质量。因此，这种发射系统在尺寸和质量上的巨大减小可以大大降低将有效载荷送入轨道的成本。基于涡轮发动机的联合循环系统比基于火箭发动机的联合循环系统更具潜在优势，因为原则上前者允许联合系统像飞机一样进行水平起飞和水平降落（HTHL）。相反，基于火箭发动机的联合循环系统需要垂直起飞和水平降落（VTHL），需要一个发射塔，这样就潜在地限制了可发射场的数量。然而在实践中，就基于涡轮发动机的联合循环系统（TBCC）来说，两种方式可能都需要建设满足条件的发射和降落所需的基础设施，而不是和大多数机场那样进行日常发射。此外，基于火箭发动机的联合循环系统（RBCC）在某种程度上意味着更低的技术风险，因为它们不需要发展基于涡轮发动机的联合循环系统（TBCC）所需的先进的高速气体涡轮发动机。然而原则上，前一节中所介绍的那一类的CVC系统有可能被用来填补更传统的低马赫数涡轮发动机和超燃冲压发动机之间的马赫数缺口。

虽然两级入轨系统在几乎所有的未来进入空间计划中都占据重要位置，但是目前研究表明人们有可能会发展一级入轨系统。在20世纪80年代后期的X-30NASP项目之后，经过认真的考虑，一级入轨系统被淘汰，它基于TBCC方法以达到水平起飞水平降落的构架。然而，通过转移垂直起飞水平降落的基于火箭的联合循环构架，以及使用更多当前内向旋转的超声速/高超声速入口提供的性能，一级入轨进入太空的运载火箭是可能实现的。这个系统可能需要在下一个10年中进行检验，由此评定技术的先进性，因为NASP的努力实际上已经使这一途径的实现成为可能。

3.2　发射/助推发动机与飞船推进系统

前述基于可重复使用火箭以及基于火箭发动机的组合循环空间进入系统都需要先进的液体火箭发动机。最近，NASA的“Ares Ⅴ”号运载火箭采用了改进的RS-68氢氧发动机，此型发动机是20世纪90年代为EELV家族的“Delta Ⅳ”火箭开发的。美国空军研究实验室在集成动力前置演示验证机（IPD）计划下开发了更多先进的氢氧发动机技术，包括第一种美国设计的全流量补燃循环发动机。然而，采用RP-1和RP-2的碳氢化合物发动机在一些特殊场合受到了格外的关注，因为它比需要低温存储的氢氧发动机拥有更快的发射响应速度。美国空军研究实验室正在开发的碳氢化合物发动机的演示验证机可为将来液体火箭发动机的一些关键技术提供支持，这样的液体火箭发动机可能成为将来完全空间电梯计划的一个部分。如今，一些商用发射相关冒险也正在朝着开发RP发动机以及相关发动机技术的方向发展。未来20年的一项关键挑战就是：保证低成本空间进入系统的液体发动机的可行性。

开发可靠的可重复使用的液体火箭发动机要求对流动、混合、燃烧、传热过程有更为深入的理解，并在工程层次对这些方面建立可靠的模型。这些过程是为了解释燃烧室内的局部热点问题所必需的。燃烧室内的局部热点会严重影响发动机的工作寿命，在整个液体火箭发动机工作期间，可能引起不同形式的发动机推力燃烧室的不稳定，从而导致巨大的灾难。在未来的20年，建模和仿真的能力可能出现巨大的提升，借此发动机燃烧室的大部分能够得到高置信度的仿真。这样的能力提升将极大地减少和降低将来可重复使用液体火箭发动机的开发时间、成本和风险。

就支持运载火箭、入轨和在轨机动的技术而言，固体火箭发动机已达到了一个十分成熟的状态，因此采用固体燃料和液体氧化剂的混合火箭在未来的20年可能得到巨大的发展。轨道转移可以通过基于化学推进或电推进的方式得以实现。前者可提供更大的推力，而后者能够提供更高的比冲。对于非时敏的系统，即最大化在轨工作生命周期是最大的关注点，电推进将是更好的选择。如今大量的电推进的实现方式已经成功地用于航天器在轨的位置保持和轨道转移，并将在未来的20年得到进一步的完善。然而，当快速进入期望轨道是主要目标时，通过化学推进的方式实现轨道转移将是更好



的选择，因为它能够提供更大的推力以使航天器在更短的时间内完成转移。

3.3　快速响应的空间进入与航天系统构建

未来的20年，航天系统发射的快速响应性对于几种关键类型系统将变得越来越重要。特别是对于国防领域的应用，对于失败或丢失的在轨性能的快速恢复能力十分重要。另外，出于国防目的，还存在着一种快速增长的需求，即在亟须条件下随时制造出用于特殊目的卫星的能力。对于此类情况，满足响应时间的尺度可能会短至几天甚至更短。这就需要对现在多数卫星在轨运行前各种过程所花费的超长时间有所取舍，这些过程包括设计、建造、发射、入轨定位和测试。特别地，这样的“快速响应空间进入系统”将要求从之前开发的作其他用途的大型复杂长寿命的卫星上起飞。包括能够从商业卫星总线插槽上发射的“纳星”和“皮星”阵列在内，小卫星在相关应用中扮演着重要的作用。“即插即用”模块化组件的开发使得小尺寸卫星能够自定义设计，以及能够利用大量生产的标准的预先存放的零件，很容易在几小时内进行组装等，这对于完成快速响应的空间任务是十分重要的。最近，一些早期的例证可以在TacSat系列中找到。这些快速响应的卫星将在未来的20年扮演越来越重要的角色。

然而，一个关于卫星系统构建更加本质的改变即将到来：将传统的大型卫星划分为很多更小型、更简单的卫星元素。对于这样的方式，每一个单独的元素在整个系统中发挥着一个或多个功能，所有的元素在轨道上处于足够靠近的位置以满足彼此之间实现短距离的通信，从而完成全系统的所有功能。DARPA F6计划正在开拓这种方式，它提供了更好的性价比并且降低了风险，因为任何一个元素的失效都能够很快地更加低廉地得以修复，并且恢复到原有的系统功能。需要注意的是，划分式系统不同于分布式系统，对于后者，多个完全相同的元素会排列着发挥完全相同的功能，并以一种协同的方式构成一个分布的光圈。这种分布式系统可能适合射频方面的应用，因为相对较长的波长允许GPS级别的定位精度能够满足各元素保持并协同地构成一个分布的光圈。分布式系统也能够降低风险，因为它对一个或多个元素失效或丢失具有很好的适应性，即剩余的系统仍然能够在稍微损失性能的情况下保持原有的功能。分布式构架所具有的这种功能性冗余的特性也因此提高了系统在面对空间碎片或其他机制失效时的生存能力。

3.4　空间环境

对于空间碎片的关注在未来的20年将会逐渐增强，最近Irridium-33和Kosmos-2251卫星的碰撞，以及我国在高轨道针对“风云-1C”卫星的动能杀伤式反卫星（ASAT）实验都证明了这一点。在轨的空间目标长期处于被跟踪的状态，虽然预测相关的不确定性很大，不能提供高质量的决策信息，但这些信息仍可帮助卫星操作者判断卫星运动所花费的燃料。如今，在地球轨道上，据估计有差不多3 000个相当直径超过2 cm的物体、100 000个直径超过2 mm的物体。即使是后者，如果它以10 km/s量级的轨道运行速度运行，也能对航天器造成足够的实质性破坏。更值得关注的是，“雪崩”效应的可能性，它一旦发生将造成更多的碎片留在轨道上并造成更多的碰撞和碎片。未来的20年，一个关键的挑战是提高在轨空间碎片的探测能力，以便将预测相关的不确定性降低到一个能够判断卫星运动的水平上。这就需要改进电离层阻力模型，在周期探测的更新之间，进行对空间目标持续的轨道预测。

除了空间碎片和在轨系统对航天系统的威胁以外，作用在航天系统上的空间气象效应也渐渐得到了关注。卫星在通信、导航以及其他关键目的上的应用已经变得十分广泛，技术圈已经变得十分依赖它们，以至于甚至很短暂的由日冕物质抛射引起的断电也会造成可怕的后果。由类似事件引起的地球磁暴已经导致了大范围的电力中断以及对地面和空中通信的干扰。最近，美国空军研究实验室的通信/导航中断预测卫星（C/NOFS）已经展示了空间气象事件预警能力方面的实质性提高，这些空间气象事件可能干扰全球的通信，以及基于空间应用的相关功能。对空间环境的深入了解将有助于卫星设计师们有效地保护那些敏感的电子器件不受极端事件的影响，并使卫星的尺寸和质量最小化。然而，光伏太阳能板阵列及卫星的某些部分等，由于功能要求无法完全做到防护，因此在航天领域，抗辐射材料和电子器件的防护将是一个持续性的挑战。

4　结　　论

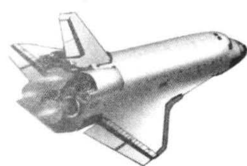
以上讨论了一些未来20年航空航天工程师所要

面对的关键挑战与机遇。不同于过去的几十年，如今航空航天工程更加反映出今天社会对这个领域的巨大需求，并保持了一种在航空航天系统开发方面持续创新从而为社会提供巨大利益的历史性发展样式。

对过去一个世纪航空航天工程的调查与回顾将有助于未来的航空航天工程师更好地迎接新一轮的挑战，他们可以从更加宽广的领域中使用那些新兴的技术。事实上，不同于任何其他工程学科，航空航天领域会集中地使用一些在与之迥然不同的领域首次提出的新技术，然后对它们进行改进和集成，最后利用这些改进和集成的新技术来开发更好的航空和航天系统。在这种情况下，航空航天工程需要的是关注系统级的问题，因此解决这些问题不再局限于满足某些特定的要求上，如质量最小、尺寸最小及超高的性能。相反，航空航天工程需要的是有效的多学科、跨学科和超学科方法，这样才能很好地面对前文所述的挑战与机遇。这种对系统级问题的关注也造成了发展历史上从概念到批量生产的系统设计的低生存率，因为在市场不确定性越来越强的未来，在不断寻求更好的技术途径和弄清系统的最大商业可行性之间进行持续的取舍和抉择最少也要花费 10 年或更长的时间。

航空航天工程是一个充满争议的独特体系，这是由那些通常被问到的难题所带来的难以想象的巨大挑战，以及解决满足开发过程中的挑战所花费的巨大财政投入所共同造成的。反过来说，这就要求航空航天工程师们不断地开发和使用那些最为尖端的工具和先进的方法，以解决在工程专业领域遇到的任何具有挑战性的技术难题。支撑这些工具和分析的是一系列更加尖端的项目管理方法，它追求项目风险的最小化和技术途径成功的最大化。这些技术性的工具和项目管理方法在航空航天领域开发和应用之后，通常会传播到其他的工程学科中以支持它们的相关活动。在工程专业领域之外，航空航天工程也如其不断地开发满足社会需要的航空和航天系统那样，尽量多地与先进工具和方法的开发相联系。

本章译者：刘莉，龙腾，周思达
（北京理工大学宇航学院）



第2部分

流体动力学基础

第 3 章

流体动力学早期理论和实验发展简史

John D. Anderson Jr.
史密森学会国家航空航天博物馆航空部，华盛顿，美国

1 引　　言

当你在阅读这些文字时，世界上正有成千上万的现代工程设备在不停运转，如飞行的飞机、航行的轮船、行驶的车辆和机械以及生物工程设备等，它们的正常运转部分或完全取决于人们对流体动力学的认识和了解。在当今世界，我们认为这些设备的存在理所当然。然而，认识这些被视为工程流体力学奇迹的机器是非常重要的。为了生产出安全、高效、实用的机器，许多不同的基本自然规律被综合应用。我们头顶的飞机就是空气动力学应用的典型例子，然而它很容易使我们忘却就在 2 个世纪以前，这些理论还是那么神秘、不为人知或是被误解而阻碍飞行器离开地面，更不要说成功地在天空飞行。

接下来提出一个问题：我们对流体动力学理性的认识是怎样逐步形成的？为了寻求答案，我们必须回顾数千年来的科学思想发展历程，可以一直追溯到古希腊时期。然而，要规范完整地诠释流体动力学的历史仅用这一章内容是远远不够的。有许多为这一问题而撰写的书籍，如 Rouse、Ince 于 1957 年和 Tokaty 于 1971 年出版的书籍。流体动力学和空气动力学研究历史的有 Anderson 于 1997 年出版的著作。

这里，我们将聚焦几个主题和案例来讲述流体动力学的演变进化史，我们还将介绍理性思维以及推动流体动力学发展至今的重要人物。我们采用时间顺序来介绍流体动力学理论和实践的进展情况。接下来大部分的资料选自 Anderson 于 1997 年出版的书籍对这一主题的深入研究。

2 早期希腊科学家：亚里士多德与阿基米德

流体动力学的起源可以追溯到出生在公元前 384 年的亚里士多德，他成长于爱琴海上爱奥尼亚人的殖民地斯塔吉拉，并在雅典的柏拉图学院接受教育。亚里士多德（公元前 384—前 322）生活在希腊历史上思想成果最丰富的时期，受到了最好的教育，并与那些最有影响力的人们交流。在他的一生中，亚里士多德丰富了哲学、科学、伦理学和法学，并影响着接下来 2 000 年的世界。

亚里士多德的科学思想建立了两个概念，对流体动力学的发展有重要影响。第一个是关于连续性假设的概念。他写道：

“可分割并且分割体仍能被无限分割，其整体可以任意方式分割，我们将具有如此性质的事物称为连续体。一个尺度方向可分割的是线，三个尺度方向都能分割的是体。按照这样可分割的尺度是连续的。”

大多数流体动力学理论建立在连续性假设的基础上，被广泛认可的连续性假设的基本概念，就是亚里士多德对流体动力学的贡献之一。

亚里士多德对空气动力学的贡献之二是他提出了运动体穿越空气或其他流体会受到气动阻力，他写道：

“为什么在真空中运动的物体不会停止运动，



要停的话为什么停止在一处而不是另一处？因此，物体或者保持静止，或者不断运动直到与另一物体碰撞。”

推理得到的结论是，因为流体中的物体最终停止运动，所以一定有阻力作用于物体。由此可知，在流体中运动的物体最终停止运动是有力作用其上，这个力称为阻力。

另一位对流体动力学做出贡献的科学家是阿基米德。阿基米德于公元前 287 年出生在锡拉库扎，公元前 212 年在锡拉库扎沙滩绘制几何图形时被罗马士兵杀害。阿基米德对流体静力学的贡献突出，特别是提出了流体浮力概念。尽管在希腊科学时代“力”的概念并没有被量化，阿基米德还是感觉到处于流体中的物体，其浸湿表面的每一点都受到力的作用，这个力与流体相关。然而，对于今天在技术上有严格标识的力，在当时却让人觉得模糊而难以琢磨，阿基米德认为这样的力分布在物体的整个表面。阿基米德阐明：“流体中，每一部分受到来自其垂直上方流体质量的挤压”。这是对于此原理的第一次明确表述，现在的表述为：静止流体中某一点的压力是由这一点上方流体的质量决定的，因此与流体深度呈线性比例。只要流体是静止的，这就是一个真命题，即流体静力学的基本原理。

阿基米德对流体动力学也做出了贡献。现在我们知道，流体中的压差使静止流体运动，单位长度的压力差称为压力梯度。阿基米德对于这一点有最初的阐述：“如果流体连续且均匀分布，那么受压较大的部分推动受压较小的部分运动。”宽泛的解释是，当压力差作用于静止流体，流体将会沿压力减小的方向运动。阿基米德的以上表述是希腊科学对流体动力学的重要贡献。

3 达·芬奇的流体动力学

从阿基米德死亡到列奥纳多·达·芬奇的时代，人类经历了罗马帝国的顶峰、衰落，思想僵化的欧洲中世纪和新思潮澎湃的文艺复兴时期。对空气动力学而言，在阿基米德和达·芬奇之间的 17 个世纪中，并没有出现有价值的贡献。尽管罗马人擅长高度组织化的民事、军事和政治活动，如大型房屋建筑施工以及从水库向城市的引水工程，但他们对科学理论并没有做出任何贡献。此外，虽然古希腊科学和哲学在欧洲中世纪时期被东方的阿拉伯文化继承下来，但那个时期并没有任何新的发展。

列奥纳多·达·芬奇的工作改变了这一切。列奥纳多·达·芬奇于 1425 年出生在佛罗伦萨附近的芬奇镇的托斯卡纳人村庄，其一生都持续着对艺术、科学技术的追求。即使从今天的角度看，他仍是世界上最伟大的智者。

达·芬奇对流体流动的基本特点很感兴趣。例如，现代流体力学的基本原理之一——质量守恒，对于管道中稳定流动的流体，意味着经过管道任意横截面的质量流量（单位时间通过的流体质量）相同。对于不可压缩流动（流体或低速流动的气体），这个原理对应的基本关系为：

$$Av = \text{常数} \tag{1}$$

这里 A 是管道任意位置的横截面面积，v 是该横截面面积处流体的流速，这个关系式被称为连续性方程。在管道中流动的流体，当管道横截面面积 A 减少时，流速 v 增加，反之流速 v 减少，但两者的变化量小的另一处，流体流速增加，增加量始终使 A 与 v 的乘积保持定值。达·芬奇在观测水流时发现并记录这一现象，在河道变窄变浅时水流速度增加。而且，他在下面的叙述中利用水流量化了这一发现。两观测点的水深分别为 mn 和 ab，两者相差 4 倍。

“水面宽度相等时水的流动，深度越小流速越快，而且运动将这样保持下去：在水深 mn 处比在水深 ab 处流速快，水在深 mn 处的流速是在深 ab 的处流速的数倍；当倍数为 4 时，mn 处流速是 ab 处的 4 倍。”

在历史上，我们第一次有了适用于低速流动的连续性方程的量化表述。

除了这一量化贡献，达·芬奇作为一个完美的自然观察者，还绘制了各种各样的流场草图。从源于《大西洋手稿》的一个特别的图例（图 1）中，我们可以看到平板附近流动的旋涡结构。在顶端，板与流动垂直，达·芬奇准确地描绘了回流、在板后方的分离流动及不断延伸的尾迹；在底部，板与流动成一直线，我们看到旋涡出现在板面与水面的交接处，并且以一定的角度向后传播。这些由达·芬奇描绘的流动图片与从现代流体动力学实验室中采集的图片几乎一致，这些图片展示了各种流动的细节。

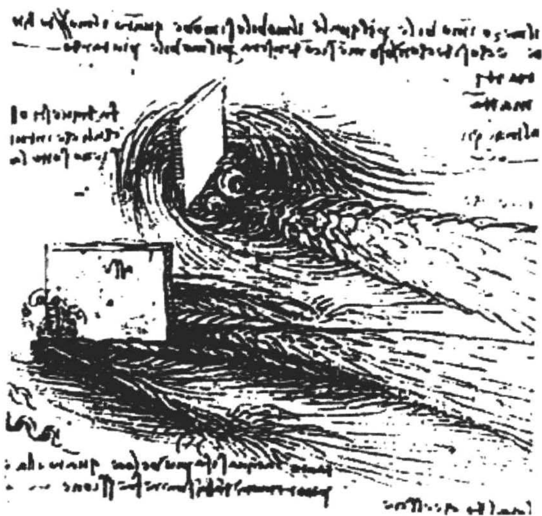


图1 物体在溪流中引起的复杂流场示意图
（源自达·芬奇《大西洋手稿》）

在现代流体动力学与空气动力学中，风洞是必不可少的实验室设备。尽管今天我们认为，流体通过安装在风洞中的物体与物体在静止流体中运动是相同的，我们仍要感谢第一个陈述这个事实的达·芬奇。我们今天称之为“风洞原理”的叙述，可以在其《大西洋手稿》中找到。达·芬奇做了如下的表述：“如同让运动的物体作用于静止的空气，让运动的空气作用于静止的物体也是一样”“像运动物体作用于空气受到力一样，运动空气作用于物体也受到力的作用”。因此，达·芬奇最早构想了这个基本原理，这个原理能让我们进行风洞测量并将结果用于飞机的设计。380年后人类发明了第一个风洞。

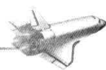
4 速度平方定律

我们现在讨论的或许是17世纪实验流体动力学最重要的成就。想象自己是欧洲中世纪的一名自然哲学家。当考虑浸入在流动流体中的物体所受的力与流体速度的关系时，直觉最有可能告诉你，速度加倍，力也会加倍，也就是说，力和速度成正比。尽管并没有合适的实验或理论分析对其进行验证，但这似乎符合逻辑。就像古代科学一样，这种感觉是简单的基于几何图像的完美性质，这甚至比速度加倍时力倍增更完美。的确，史上最伟大的思想家达·芬奇和伽利略也对此坚信不疑。直到17世纪中叶，人们普遍错误地认为力与流速成正比。

在17世纪最后的17年里，情况有了极大的改变。1673—1690年，法国的埃德姆·马略特（1620—1684）和荷兰的克里斯蒂安·惠更斯（1629—1695）进行的两组独立实验，以及英格兰的艾萨克·牛顿（1642—1727）发表的理论著作，明确了作用于物体上的力与流体速度的平方成正比，也就是说，流体流速加倍，力要增加4倍。相比于前几个世纪停滞或是进步甚微的流体动力学，气动阻力的速度平方定律的突然发现，代表了这个学科历史演变中最主要的科学成就。让我们更细致地来了解这项成就以及它的发现者。

速度平方定律的发现应归功于埃德姆·马略特，他于1673年首先发表了此定律。为了认识这一定律，我们先考察马略特所处的背景。他在生命的前40年一直默默无闻，甚至对他何时何地出生都存在争议。有一种说法是他于1620年出生在法国第戎，但没有资料可以证实，更不要说找到精确的出生日期。1666年当他突然成为新组建的巴黎科学院的一员时，他之前的个人生活、所受教育和从事职业都不为人知。最有可能的是马略特自学成才。凭借创造性的理论，即认为树液在植物中的循环方式与血液在动物体中的循环方式类似，他得到了科学院的认可。尽管当时存在争议，但在接下来的4年里，他的理论被很多实验研究者证明。当他在科学院被任命职位时居住在第戎。马略特很快就证明自己是科学院中的积极分子和有突出贡献者。他涉猎广泛，对实验物理、水力学、光学、植物生理学、测量学以及一般科学和数学方法都很感兴趣。马略特是法国第一个发展实验科学的人，他将意大利文艺复兴时期达·芬奇和伽利略共同发展的实验科学成功地引入法国。确实，马略特是一位致力于将现存理论与实验相结合的天才实验者。马略特的后半生基本是在学院度过的，直到1684年5月12日于巴黎去世。

我们感兴趣并要讨论的有关马略特的工作都是在1673年之前进行的。他对某种物体撞击其他物体或物体表面所产生的力非常感兴趣。其中之一的“物体”是流体，马略特检测了运动流体撞击平面所产生的力。他实验所用的设备是木梁测力计，水流撞击梁的一端，由水流产生的力由梁另一端的重物来平衡并测量。水流从一个注满水的垂直管底部流出，根据托里拆利定理，水流速度是管内水位高度的函数。利用这套实验装置测得的实验数据，马略特证明了水流撞击梁的力随流速的平方变化。1673年，他在给巴黎科学院的论文中阐述了这一



结论，这就是速度平方定律的第一次发表。由于这项工作，埃德姆·马略特当之无愧地成为首个对速度平方定律理论做出主要贡献的人。

J. B. du Hamel 在马略特死后的 1864 年所说的话反映了同行对他的评价。

“这个人博学善思，其学术成就被证明具有最高学识。1667 年，他破格当选为院士。在他身上，非凡的创造力总是与现代工业完美结合，就像这篇论文中提到的。他在设计实验方面的聪明才智令人难以置信，并总是用最少的花费完成实验。”

然而有一个同行并不是很喜欢马略特，而他有着速度平方定律另一半的所有权。这个人就是克里斯蒂安·惠更斯（1629—1695）。惠更斯的背景较马略特更为人们所熟知。克里斯蒂安·惠更斯于 1629 年 4 月 14 日出生在荷兰海牙一个地位显赫的家庭。他的祖父作为秘书服侍过威廉一世和莫里斯王子。他的父亲康斯坦丁是腓特烈·亨利王子的秘书。在橙色家族统治荷兰时，他家族中几个家庭成员都担任过外交官。惠更斯受到了良好的教育，16 岁之前接受他的父亲和家庭的教导，之后他在莱顿大学学习法学和数学。惠更斯致力于物理和数学，做出了大量贡献，包括对现存方法论的改进，发展光学新技术以及发明摆钟。直到今天，所有关于基础物理的教科书上都会提及光学的惠更斯原理。由于他的成就，1666 年，他与马略特同年成为巴黎科学院的一员。惠更斯为了更密切地参加科学院活动而搬到了巴黎，直到 1681 年，他都住在巴黎。惠更斯被认为是欧洲最伟大的数学家。然而，他有几分独居者的样子，并不吸引年轻学生。此外，他并不愿意发表文章，主要因为他有非常高的个人标准。由于这两点，惠更斯的工作并没有对下个世纪的科学家产生重大影响，事实上，他在 18 世纪甚至都不太为人所知。

1668 年，惠更斯开始研究投射物体在阻力介质中的下落。根据达·芬奇和伽利略的研究，他起初认为阻力与速度成比例。然而，一年内他得到的实验数据使他相信阻力与速度平方成比例。这比马略特在 1673 年发表同样的结论要早 4 年，然而惠更斯直到 1690 年才发表了他的数据和结论。这在某种程度上使速度平方定律的发现该归功于谁的问题复杂化。惠更斯指控马略特剽窃使得这一切更加复杂，因为他是于马略特在 1684 年去世后才提出的指控。惠更斯说“马略特从我这里拿走了一切”。关于马略特在 1673 年发表的文章，惠更斯抱怨说：“他应该提到我的。我曾经告诉他，但他没有回应我。”

作者的观点认为，即使在现代科学与工程圈中，仍经常出现这样的经典情况。有一个学术团体，即巴黎科学院，其成员经常聚在一起讨论他们的实验、理论和对自然世界的总体感受。想法和初步结果在社团环境中被分享和争论。马略特和惠更斯是同事，并且根据惠更斯所说，他们清晰地讨论并分享了该想法。在这种环境下，新观点的准确起源有时并不那么清楚，观点很容易成为集体讨论的结果。清楚的是，马略特 1673 年将速度平方定律发表在给巴黎科学院的论文上，惠更斯在 17 年后才发表了同样的结论。此外，1673 年惠更斯评论了马略特的文章，并没有说到剽窃或未标注引用。他为什么要等到 11 年后马略特去世了才进行指控呢？作者对此并没有明确答案。然而，若将书面的科学文献作为所有权的衡量标准，马略特毫无疑问的是发现速度平方定律的第一人。结合惠更斯在该论文发表时的沉默，理所应当将此定律的发现归于马略特。然而，很清楚的是，惠更斯的实验比马略特发表论文要早，这也能证明速度平方定律。17 世纪结束之前，人们通过两组独立的研究实验，证明了流体动力随速度平方而变化，这对流体动力学的发展起了重要作用。同时，更重要的一点，牛顿于 1687 年发表了《原理》一书，在合理的、数学的力学法则基础上，理论地导出了速度平方定律。

5　牛顿和正弦平方定律

17 世纪尾声见证了马略特和惠更斯的实验工作及艾萨克·牛顿（1642—1727）的数学理论的发展成果。牛顿对于数学和物理的发展起关键作用。他在 1687 年出版了《自然哲学的数学原理》一书，被广泛地称为《原理》，这本书代表着对力学现象的第一次完整的、合理的和理论的研究。

牛顿于 1642 年 12 月 25 日出生在英国格兰瑟姆镇附近乌尔索普和科斯特沃斯村庄交界的地方。他由母亲抚养长大，他父亲在他出生前 5 个月就去世了。牛顿对机械图纸表现出非凡的兴趣，他将这些图画在乌尔索普家中的墙上和窗棱上。在一位叔叔的帮助下，1661 年牛顿进入剑桥大学三一学院

学习并在 1665 年取得学士学位。接下来的两年，他回到林肯郡乡下躲避在欧洲猖獗的瘟疫。就是这两年期间，他构思了许多有关数学、光学和力学的基本观点，这些在之后都有出版。牛顿回想那两年时说“我处于创新、思考数学和哲学的最佳年龄”。1667 年，牛顿回到剑桥大学并成为三一学院年轻的理事。他在 1668 年获得硕士学位并在 1669 年被任命为卢卡斯教授。接下来的 27 年，牛顿一直待在剑桥大学。

牛顿对流体动力学的贡献在《原理》第二卷中，此卷副标题为《物体的运动（在阻力介质中）》。第二卷专门处理流体动力学和静力学问题。在 17 世纪最后，造船业使得流体动力学受到了很大的关注，特别是要认识并预测船体阻力，这引起一个通过强大海军统治世界大部分地区的国家的充分重视。牛顿对流体动力学的兴趣可能部分来自这个实际问题，但更能激发他兴趣的是计算物体在流体中运动时的阻力。勒奈·笛卡儿之前提出了一个流行的理论，行星际空间充满了围绕行星做涡状运动的物质。然而，约翰尼斯·开普勒在 1627 年出版的《鲁道夫星表》中认为经由天文观测表明，太空天体的运动并不是散乱的，而是有规律的、重复的运动。对于笛卡儿建立的物体在充满连续介质的太空运动这一理论的唯一解释就是，物体受到的气动阻力为零。牛顿研究流体动力学的主要目的，是证明在连续介质中运动的物体（包括天体）受到有限阻力的作用。如果能够证明，那么笛卡儿的理论将不成立。实际上，在《原理》的第 23 个命题中，牛顿计算了物体在流体中运动时受到有限阻力，这个阻力与物体直径的平方以及速度的平方成比例，并与系统组成部分的密度成比例。也就是说，牛顿讨论了速度平方定律，而且说明了阻力随物体横截面面积和流体密度而变化。牛顿提出了阻力方程的非常重要的理论推导：

$$D \propto \rho S V^2 \tag{2}$$

然而，牛顿认为他的贡献仅仅是驳斥了笛卡儿的理论。牛顿在命题 40 的注释中表明了他的观点。命题 40 是球体在连续介质中运动时所受阻力的实验测量。因为流体中运动的球体已经在理论和实验上被证明会受到有限的阻力，牛顿推断“从行星和彗星不断运动，拥有最大的自由，且运动没有丝毫衰减的现象可以看出，在太空一定没有任何流体物质存在，除了极度稀薄的气化物和光线”。对于牛顿来说，这是他研究流体动力学取得的最高成就。

关于空气动力学，在《原理》的第二卷中，牛顿对另一个基本发现做出了贡献，即流体中任意一点的剪应力与速度梯度同时存在。牛顿做了如下假设：“不光滑就会产生阻力，在其他条件都相同的情况下，阻力与速度成比例，这样流体就会分离”。用现代的说法，“不光滑”就会产生摩擦，即剪应力。“流体部分之间就会分离”即是流体单元的应变率，可以用速度梯度表示，即 $\mathrm{d}V/\mathrm{d}n$。牛顿的假设可以用数学语言表达为

$$\tau \propto \mathrm{d}V/\mathrm{d}n \tag{3}$$

比例常数定义为黏性，上式变为

$$\tau = \mu(\mathrm{d}V/\mathrm{d}n) \tag{4}$$

式（4）被称为牛顿黏性定律，满足式（4）的流体称为牛顿流体。事实上，所有的气体包括空气都是牛顿流体。因此最初在《原理》中假设的牛顿黏性定律，是 17 世纪末对流体动力学的重大贡献。

在间接意义上，牛顿对气动阻力影响迎角（攻角）的分析做出了第一份技术贡献。《原理》第二卷命题 34 证明，在流体中运动的球体受到的阻力是圆柱体的一半，圆柱与球有相同的半径并且轴朝向运动方向。流体本身被假设成做直线运动的单个颗粒的集合，这些颗粒径直与物体表面碰撞，随后其动量沿表面法线传给物体，之后沿体表切线顺流而下。这个流体模型只是牛顿提出的假设，并没有准确地模拟真实流体的运动，牛顿轻易地认可了这一点。然而，与数学模型相一致，命题 34 还详细证明了流体在弯曲表面的冲击力与 $\sin^2\theta$ 成比例的结论，其中 θ 是体表切线与自由流线间的夹角。将这个结论用于与自由流线（图 2）呈攻角 α 的平面（如平板）时，得到平面受的气动阻力为

$$R = \rho V^2 S \sin^2\alpha \tag{5}$$

式中，S 为平板面积。这个方程被称为牛顿正弦平方定律。

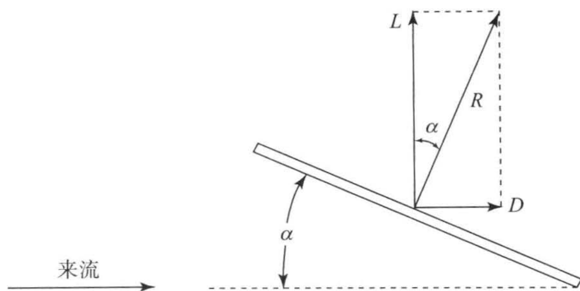
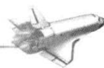


图 2　攻角为 α 的平板上的气动力



牛顿正弦平方定律是用于计算表面流体动力的简单关系，因此其他实验者很快就开始使用它。然而很快，牛顿正弦平方定律的准确性在18世纪受到了质疑。例如，1777年法国伟大的科学家和数学家让·勒朗·达朗贝尔参与了一系列船体阻力的测量。就大多数情况而言，由正弦平方定律计算得到的结果与实验数据并不相符。然而，其他研究者们仍然坚持使用这个定律达一个世纪之久。

在19世纪，牛顿正弦平方定律被许多想要成为飞行器发明者的人用于预测升力 L 和阻力 D。图2中，合力 R 被分解为两个相互垂直的力：垂直于速度 V 的升力 L 及平行于速度 V 的阻力 D。因此，有

$$\begin{aligned} L &= R\cos\alpha = \rho V^2 S\sin^2\alpha\cos\alpha \\ D &= R\sin\alpha = \rho V^2 S\sin^3\alpha \end{aligned} \tag{6}$$

升阻比 L/D 为

$$\frac{L}{D} = \cot\alpha \tag{7}$$

我们来看前述的升力方程，注意到，对于一个翼面积为 S 且以给定速度 V 飞行的飞行器，根据正弦平方定律，在攻角很小时升力也很小。然而，对于稳定的水平飞行，升力必须等于本身重力。如果我们认为牛顿正弦平方定律正确，那么只有两个选择来解决 $\sin^2\alpha$ 很小的问题，从而增加升力使之与飞行器质量相等：

（1）增加翼面积 S。巨大的翼面积会使制造飞行器不切实际。

（2）增加攻角 α。不幸的是，那会导致更大的阻力 D，因为 D 随 $\sin^3\alpha$ 变化，也就是说，随着攻角 α 的增大，阻力比升力增加得快，需要更强大的动力装置，升阻比将会急剧减小。因为升阻比是气动效率的衡量标准，所以大攻角飞行不受欢迎。

Anderson（2002）推算了如果莱特兄弟利用牛顿正弦平方定律设计1903年的莱特兄弟飞机，机翼将为23 448平方英尺，在当时这个巨大的面积对于飞行器是不现实的，而实际的机翼面积只有510平方英尺。如果莱特兄弟依这个定律设计，他们会立刻放弃。实际上，纵观19世纪，牛顿正弦平方定律被很多人滥用，这些人总是试图证明制造比空气重的飞行器是不现实的。

具有讽刺意味的是，牛顿正弦平方定律在现代空气动力学中重生，用于预测高超声速飞行器表面的压力分布。对于弓形激波非常接近飞行器表面的高超声速流动，其物理性质与牛顿利用的模型非常接近，即一连串直线运动的粒子与飞行器表面碰撞并沿表面切线方向运动。因此，正弦平方定律能够合理预测钝头高超声速飞行器表面压力分布，这是牛顿无法预知的应用。

6　丹尼尔·伯努利与压力-速度概念

18世纪丹尼尔·伯努利（1700—1782）的工作使流体动力学有了重大的进步。牛顿力学打开了现代流体力学之门的锁，但在18世纪之初，门仍没有打开。丹尼尔·伯努利是第一个打开此门的人，虽然只是一道门缝，接下来，欧拉和其他学者将这道大门敞开。

丹尼尔·伯努利于1700年2月8日出生在荷兰格罗宁根。他的父亲约翰是格罗宁根的教授，但他1705年回到了瑞士巴塞尔，来接替由雅各布·伯努利的去世而空出的数学教授的职位。1716年，伯努利在巴塞尔大学获得了哲学和逻辑学的硕士学位。他接着在巴塞尔、海德尔堡和斯特拉斯堡学习医学，并于1721年取得了解剖学和植物学的博士学位。在这些学习过程中，他对数学保持有浓厚的兴趣。他追随他的兴趣来到了威尼斯，1724年他在这里发表了重要著作《数学练习》。这使他得到了极大的关注并且获得巴黎科学院授予的奖项，这是他最终获得的10个奖项中的第一个。1725年，伯努利到了俄罗斯圣彼得堡并加入了当地的科学院。当时圣彼得堡科学院以奖学金丰厚和智慧成就颇多而享有盛誉。接下来的8年，伯努利进入了他最富有创造力的时期。在圣彼得堡，他于1734年完成了著名的《流体动力学》一书，但直到1738年才出版。1733年，伯努利回到巴塞尔接替解剖学和植物学教授的职位，1750年又转任了专门为他而设立的物理学教授一职。直到1782年3月17日在巴塞尔去世，他一直坚持写作，讲授很受欢迎的物理课程并对数学和物理做出了贡献。

丹尼尔·伯努利在他的时代是很出名的。他是几乎所有学术团体和院校的一员，如博洛尼亚、圣彼得堡、柏林、巴黎、伦敦、伯尔尼、都灵、苏黎世和曼海姆。他对流体力学的重要价值都集中在1738年出版的《流体动力学》一书。书中的主题涉及喷气推进、流体压力计和管流。最重要的是，他尝试着寻找流体中压力变化与流速的关系。他利用的是牛顿力学，以及1695年莱布尼兹提出的

"活力"概念。这实际是能量概念，莱布尼兹定义"活力"为质量乘以速度平方，即 mV^2，今天我们认为这是质量为 m 的物体运动时动能的 2 倍。另外，伯努利按照流体高度来处理压力，这与阿基米德在 20 个世纪前的工作类似，而伯努利的工作中并没有提到压力所有点的属性，即点与点的压力都可能不同。

让我们来详细地阐述伯努利对流体动力学的贡献。现代流体动力学中的伯努利原理表明：流动的流体，速度增加，压强减小。这常被用于解释机翼升力的产生。流过机翼上表面的流体速度增加，压力减小。上表面较小的压力与下表面较大的压力就产生了升力。伯努利原理的定量表述是伯努利方程，如果点 1 和点 2 是流体中不同的两点，则

$$p_1 + 1/2\rho V_1^2 = p_2 + 1/2\rho V_2^2 \tag{8}$$

这就是著名的伯努利方程，也可能是流体动力学中最著名的方程。下面来分析这个方程，很明显如果 $V_2 > V_1$，那么 $p_2 < p_1$，即 V 增加 p 减小。问题是：伯努利曾经叙述了多少？答案是很少。《流体动力学》一书是后来的学者对其工作的研究依据，书中伯努利确实有尝试去推导压力和速度的关系。利用"活力"的概念，伯努利将能量守恒定律用于图 3 所示的草图，这是在他《流体动力学》书中的原图的副本。我们看到一个大水箱 $ABGC$，装满了水，水槽附加了一个水平管 $EFDG$。管的末端部分封闭，有一个小孔让水流出。声明管中流体的势能和动能总和是常数（这一声明不正确，因为流动流体中，除了动能和势能还有压力做的功，伯努利并不了解这一点），对于微小的流速改变 $\mathrm{d}V$ 及微小位移 $\mathrm{d}x$，他得到了如下形式的微分方程：

$$\frac{V\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} = \frac{a - V^2}{2c} \tag{9}$$

这里 a 是水箱中水位高度，c 是水平管道长度。上述方程与我们今天应用的伯努利方程相差甚远。然而，紧接着伯努利将 $V\mathrm{d}V/\mathrm{d}x$ 解释为压力项，这让我们将流体动力学书中的关系式解释为如下形式：

$$p = \frac{a - V^2}{2c} \tag{10}$$

因为 a 和 c 是常数，这个关系式表明速度增加压力减小。

通过关系式，我们得到如下结论：

（1）速度增加压力减小的原理确实在伯努利的书中出现，尽管形式上有些模糊。因此，我们将其称为伯努利原理合情合理，就像我们今天所做的一样。然而，很有趣的是，伯努利在他的书中并没有强调这个原理的重要性。

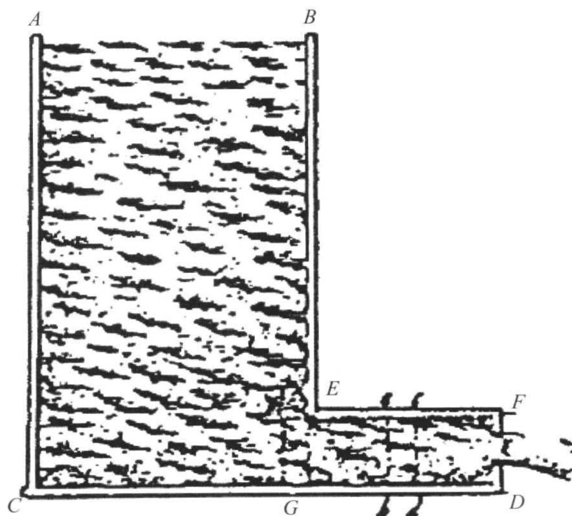


图 3　水箱流水示意图
（源自伯努利《流体动力学》一书）

（2）伯努利方程没有在《流体动力学》书中出现，也没有在任何其他著作中出现。很明显伯努利没有推导也没有应用伯努利方程。

这并不是贬低伯努利对流体动力学所做贡献的重要性。他的工作成果是 18 世纪其他研究者的起点。他是利用 18 世纪新的科学原理来检验流动流体速度压力关系的第一人。作者能够确定的是，他第一个用微积分原理分析流体流动，如上述由他的《流体动力学》一书得到的微分方程。他的工作启发了包括欧拉、达朗贝尔和拉格朗日等在内的众多学者。

7　亨利·皮托与皮托管的发明

实验流体动力学的一个主要进步源于 1732 年 11 月 12 日的巴黎皇家科学院。这一天，亨利·皮托对科学院宣布了一项新发明，利用该项发明可以直接测量流体中任意一点的流速。之后我们称之为皮托管，这是 20 世纪流体动力学实验室中最常见的仪器。由于它的重要性，让我们来了解其发展的历史细节。

对于皮托自己来说，皮托管只是他相当多产的一生中的一项发明。1695 年，皮托出生在法国阿拉蒙，他的父母都受过很好的教育，皮托在青年时期很平凡，甚至表现出对学术研究强烈的反感。在



军队服役期间，皮托受到格勒诺布尔书店中一本几何学课本的激励，接下来的3年，他一直在家中学习数学和天文学。1718年，皮托来到巴黎，并于1723年成为科学院化学实验室的助理。1732年11月12日，他向所在研究小组递交了他发明测量流速的皮托管的公告。

皮托发明皮托管的动机是他不满现有的水速测量技术。为了观测在水面浮动物体的速度，他设计了一个装置，由两个管子组成，一个是简单的直管，开口的一端垂直插入水中（测量静压），另一个管子一端弯曲成直角，并且开口的一端直面来流（测量总压），这就是皮托管。1732年，在巴黎塞纳河桥的两个桥墩之间，他利用该装置测量了不同深度的水速。在那一年晚些时候的科学院报告中，皮托展示了他的结果，这一结果比皮托管本身更重要。当时建立在一些意大利工程师经验基础上的理论，认为流体在给定深度的流速与其上部水的质量成比例，因此认为深度增加流速增加。通过实验装置的测量，皮托报告了一个令人震惊的正确结果，那就是深度增加流速减小。这样，皮托介绍了他最新的发明。1740年，他接受了朗格多克三级会议的邀请，来监督该省湿地的排水，并成为该省公共工程的主管以及朗格多克运河的负责人。在晚年，皮托退休回到了他的出生地阿拉蒙，最终在1771年12月27日去世。

1732年皮托管的发明对实验流体动力学来说是意义重大。然而，1732年的亨利·皮托并没有得益于伯努利方程，20年之后这一方程才被欧拉提出。皮托对于皮托管的操作原理完全是凭直觉获得的，并且凭借经验手段，将流速和通过皮托管测量的驻点压力，与通过垂直插入水中的直管测量的静水压联系起来。正如Anderson（2008）讨论的那样，直到1913年，合理地利用伯努利方程由驻点压力推导速度的方法才被提出。在那一年，密歇根大学的约翰·艾雷发表了一份详尽的皮托管实验报告，并且基于伯努利方程提出了合理的工作原理。发明于18世纪早期，经过了两个世纪皮托管才作为一个可行的实验工具并入流体动力学。

8　18世纪流体动力学的发展顶峰——莱昂哈德·欧拉与非黏性流体流动控制方程

在21世纪的流体动力学世界，当你阅读这一页的片刻，有数以千计的流体动力学者正在求解无黏流体的流动控制方程。无黏流，即流动时流体内部没有摩擦，实际流体动力学的很多方面研究都是可以忽略摩擦力的。非黏性控制方程的解可能涉及封闭形式的数学理论，而在今天更多涉及用计算机进行数值模拟。然而，直到这些控制方程200岁高龄时，它们才被上述“高科技”手段解决。这些控制方程被称为欧拉方程。欧拉方程的发展对流体动力学的贡献比我们在这一章讨论过的任何贡献都更重要。从实际用途来看，这些方程标志了理论流体动力学真正的创建。这些方程最初由莱昂哈德·欧拉提出，由此欧拉被冠以“流体力学创始人”的称号。这个说法有几分夸张，因为在物理科学中总是如此，欧拉得益于更早的工作，特别是达朗贝尔的工作。另一方面，欧拉是流体动力学历史上的伟人，他的贡献更接近于变革而非演化。出于以上这些原因，让我们先来了解一下欧拉这个人。

莱昂哈德·欧拉于1707年4月15日出生在瑞士巴塞尔。他的父亲是一位牧师，很享受数学并将其作为一种消遣。因此，欧拉在鼓励智力活动的家庭氛围中成长。他13岁时进入了巴塞尔大学学习，当时有19名教授与近100名学生。约翰·伯努利是大学的教授之一，他教授欧拉数学。三年后，欧拉获得了哲学硕士学位。有趣的是，对早期理论流体动力学做出最重要贡献的三个人，丹尼尔·伯努利、约翰·伯努利和欧拉，都于同一时代生活在巴塞尔的同一所大学。确实，欧拉与几位伯努利都是挚友，以致在丹尼尔·伯努利前往圣彼得堡科学院进行教学和研究后，他说服了科学院聘请欧拉。接到这一邀请，欧拉离开巴塞尔前往俄罗斯，之后他再也没有回瑞士，尽管他一生都是瑞士公民。

在圣彼得堡的这些年，欧拉与伯努利在流体力学研究方面的相互影响逐渐变得强劲。就是在这里欧拉构想了压力具有点位值属性，流体中点和点之间有所不同，并且得到涉及压力和速度的微分方程。接下来，欧拉整合了这些微分方程，在历史上第一次得到我们今天应用的伯努利方程，因此，称作伯努利方程完全是用词不当，应该与欧拉共享。

1733年，当丹尼尔·伯努利回到巴塞尔，欧拉成功地成为圣彼得堡科学院的物理学教授。欧拉是一个充满活力和多产的人，到1741年，他已发表90篇论文并撰写了《力学》一书中的两卷。圣

彼得堡的环境有利于这样的成就。欧拉在1749年写道，“我和所有有幸能够在俄罗斯帝国学院工作的人，都不得不承认，我们拥有的一切都归功于这里良好的条件”。

然而在1740年，圣彼得堡的政治动乱使欧拉离开并前往柏林科学学会，这一学会刚刚由腓特烈大帝建立。接下来的25年欧拉都生活在柏林，他将最初的学会变为了重要的科学院。在柏林，欧拉仍然不倦地进行研究，至少发表了380篇论文。在这里，作为达朗贝尔的竞争对手，欧拉系统地阐述了数学和物理学的基础。

1766年，由于与腓特烈大帝在科学院财务方面存在较多分歧，欧拉返回了圣彼得堡。他在俄罗斯的第二段生活承受了太多肉体上的痛苦。同年，疾病使他一只眼睛失明。1771年的手术使他的视力暂时恢复。术后他并没有采取适当的预防措施以致几天后完全失明。然而，在他人的帮助下他继续工作。他的头脑比以往更敏捷，精神也丝毫没有减弱。他的工作产量甚至增加了，有近一半的论文都是在1765年后撰写的。

1783年9月8日，欧拉与往常一样教授数学，计算气球的运动，与朋友讨论他最近刚发现的海王星。下午5时左右，他突发脑出血。他失去意识前的最后一句话是“我要死了”。到晚上11时，一位历史上最伟大的人已不复存在了。

欧拉对于理论空气动力学的贡献是不朽的，伯努利和达朗贝尔对流动原理的物理理解和简洁陈述做出了贡献，欧拉则对这些原理的数学表述做出了贡献，由此打开了未来对空气动力学问题定量分析之门。欧拉在他一系列的三篇论文中给出了无黏流动的控制方程，既有针对可压缩流体的也有针对不可压缩流体的。三篇论文分别为：流体运动原理（1752）、平衡流体的一般原理（1753）、流体运动的一般原理（1755）。这些方程的成功推导取决于欧拉对前人研究的完全或部分借鉴。借鉴的成果有：

（1）流体可以认为是极小的流体单元的连续集合，随着流体的运动，每个流体单元可以改变形状和大小，但同时所有流体单元作为一个整体构成连续的流体。流体由有限大小的流体单元构成这一模型是达·芬奇提出的，然而，达·芬奇时期的科技与数学并没有先进到使他能够利用这个模型。之后，伯努利提出一个模型，认为流体可视为一系列与流动方向垂直的薄片，这对于管流并非是不合理的，如图3底部的水平管。然而，薄板模型缺少描述流体单元沿流线做三维运动的自由度。达朗贝尔对流体建模做出了重要贡献，1744年，他成功地将质量守恒原理利用于流体单元。在这些想法之上，欧拉改进了流体单元模型，直接应用微分形式的牛顿第二定律。由此涉及第二点。

（2）牛顿第二定律可以通过如下形式的微分方程应用，方程表明力等于质量和加速度的乘积，即

$$F = m\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2 \tag{11}$$

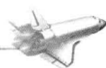
在这个微分方程中，F 表示力，m 表示质量，$\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$ 是线性加速度，即直线距离 x 的二阶导数。这是今天牛顿第二定律最为人所熟知的形式，最初是由欧拉表述的，并记录在他1750年发表的文章《力学原理的新发现》中。

利用上述两个概念，即极小的流体单元沿流线流动，以及质量守恒原理和牛顿第二定律，欧拉导出了至今以他命名的，并作为大部分现代空气动力学分析基础的偏微分方程。欧拉在1753年导出的方程彻底改变了流体动力学问题的分析方法。然而，欧拉方程中缺少一个重要的物理量，那就是摩擦力。

9 包含摩擦的理论流体动力学：纳维尔和斯托克斯的工作

19世纪初，欧拉导出的流体运动方程已众所周知。然而，这些方程忽略了一个重要的物理现象，18世纪、19世纪的科学家都注意到了这一现象，却没有充分地认识并借用理论方法进行分析，这就是摩擦。包含摩擦项的流动控制方程被称为纳维尔-斯托克斯方程，是以19世纪独立推导方程的两位学者的名字命名，他们分别是法国人路易斯·玛丽·亨利·纳维尔（1785—1836）和英国人乔治·加布里埃尔·斯托克斯（1819—1903）。150多年以后，纳维尔-斯托克斯方程仍是分析黏性流体运动的基本方程。而且它还是今天计算流体动力学许多研究与应用领域的主题。因此，纳维尔-斯托克斯方程对于现代流体动力学的重要性举足轻重。

1822年，纳维尔在给巴黎科学院的论文“流体的运动法则”中，第一次准确表述摩擦效应的偏微分方程。科学院在5年之后才将其发表。然而，尽管纳维尔的方程在形式上正确，但他的理论推理有很大缺陷，他能得到正确结果完全是一种侥幸。



而且，他并没有从根本上意识到方程的物理意义。在我们探究以上问题之前，先介绍一下纳维尔。

1785 年 2 月 10 日，克劳德·路易斯·玛丽·亨利·纳维尔出生在法国第戎。他的幼儿时期在巴黎度过，法国大革命期间他父亲是立法议会的一名法学家。1793 年他父亲去世后，纳维尔由他母亲的叔叔监管照顾，他祖叔父艾米兰德·戈泰是著名的工程师（1806 年去世时被认为是法国土木工程师的先驱）。受其祖叔父的影响，1802 年纳维尔进入巴黎理工大学，刚刚达到学校的录取标准。然而，一年之内，纳维尔就有幸成为被选去布伦实地工作的 10 名学生之一，而没有在理工大学度过第二年。1804 年，他进入了巴黎高等路桥学院，1806 年以优异的成绩毕业。在这期间，他受到了法国著名数学家让·巴蒂斯特·傅里叶的影响，并在很短时间内，成为傅里叶的学生和好友。接下来的 13 年，纳维尔成为一名工程学学者。他编辑了 1806 年去世的祖叔父的著作，这些著作涵盖了大量应用于土木工程中的传统经验方法。在这个过程中，纳维尔在自己研究理论力学的基础上，为戈泰的工作添加了些许分析的味道。纳维尔将基本工程学原理引入完全依靠经验的工程领域，这一点由其独自为职业工程师撰写的课本也能看出。事实上，纳维尔在分析机械时，引入了精确定义的机械功概念（纳维尔将力与距离的乘积称为“运动的质量”）。

因为他强调工程学在解决实际问题中的重要性和实用性，1819 年，纳维尔得到在巴黎高等路桥学院教学的职位，在那里，由于他强调物理和分析在工程学中的作用，永久地改变了工程学的教学方式。1831 年，他取代了奥古斯丁·路易·柯西在巴黎理工大学的位置。他余生在大学授课、写书，有时从事土木工程特别是设计桥梁工作。（具有讽刺意味的是，他设计的最受大众关注的桥梁，在还没完全建成时就坍塌了。这是在巴黎塞纳河上的一所吊桥。在桥即将建成时，一个桥墩附近的下水道破裂，淹没了整个区域，削弱了桥墩的地基，造成了大桥的垮塌。损毁本很容易修复，然而，由于众多政治经济原因，巴黎市政委员会反对修建纳维尔大桥。大桥的水毁清单给了委员会机会为停止项目而游说。委员会获得了成功，大桥被拆除，纳维尔大失所望。这是历史上众多例子之一，即工程能力无法对抗命运和政治，即便是如此受人尊敬的纳维尔。）

尽管桥梁不尽如人意，历史上纳维尔仍是导出含摩擦的流体运动控制方程的第一人。然而，这里也有具有讽刺意味的事，纳维尔没有涉及流体中剪应力的概念（如作用于流体单元表面的摩擦剪应力）。不过，他尝试着采用欧拉运动方程，并做修改使之考虑流体分子间的作用力。他假设分子间作用力在近距离表现为斥力，相隔较远的分子间为引力，因此，对于静止流体，分子间距是斥力和引力相互平衡的结果。对这种模式进行精细推导，除了由分子间作用力产生的额外项，纳维尔得到了与欧拉运动方程等价的方程组。对于精通数学的读者可以看出，纳维尔推导的额外项由一个常数和速度二阶导数的乘积组成，常数简单地表示了分子间距的函数。这确实是摩擦剪应力项的正确形式，即一个常数和速度二阶导数的乘积称为黏性系数。具有讽刺意味的是，尽管纳维尔没有任何关于剪应力的概念，也并没有打算去获得含摩擦效应的运动方程，但他得出了含摩擦效应的流动方程正确形式。19 世纪晚期，这一方程的确被视为描述黏性流动的正确形式，这也是我们今天将含摩擦的流动控制方程称为纳维尔-斯托克斯方程的原因。然而，纳维尔并没有意识到其结果的重要性，事实上，他也没有对之后被定义为黏性系数的常数和速度二阶导数乘积赋予任何物理意义。（这里作者顺带说一句，纳维尔的结果并不完全是侥幸。我们现在对于黏性系数物理意义的理解，是认为其与分子平均自由程成比例，平均自由程是分子运动时与其他分子连续碰撞的平均距离。因此，纳维尔考虑分子间引力和斥力平衡产生分子间距的方法并非完全不相干，尽管分子平均自由程和分子平均间距并不相同。）

尽管纳维尔没有意识到他的流动方程的物理意义，但和他同时代的让·克洛德·巴雷·圣维南做到了。1797 年 8 月 23 日，圣维南出生在法国福尔图瓦索，他就读于巴黎理工大学并于 1816 年毕业，比纳维尔晚 12 年。1823 年，他进入巴黎高等路桥学院。他在那里工作了 20 多年，之后他开始了教学和研究的生涯。经过漫长而多产的人生，圣维南于 1886 年 1 月 6 日在法国卢瓦尔谢尔省去世，享年 92 岁。在年龄与职业地位上，圣维南都比纳维尔年轻一代。纳维尔于 1824 年进入巴黎科学院，圣维南则在 1868 年才成为其中一员。然而，圣维南对纳维尔的工作十分熟悉，正如 1858 年在巴黎出版的《Mecanique Appliquee de Navier, Annotee par Saint-Venant》一书描述的那样。纳维尔去世 7 年后，圣维南在科学院发表了一篇论

文，文中他考虑了内部黏性应力并重新推导了关于黏性流体的纳维尔方程，避开了纳维尔的分子模型方法。1843 年，这篇论文第一次合理地定义了黏性系数及其作用，黏性系数是流动中与速度梯度相乘的因数。他还定义了由于摩擦而作用于流体内部的黏性应力。在 1843 年圣维南已经得到了方程的正确形式并进行了记录。那么为什么他的名字没有出现在方程中，对于作者来说仍是一个谜，只好简单地认为是所有权处理不当。

这一切成就了乔治·加布里埃尔·斯托克斯，他在英吉利海峡彼岸，与纳尔和圣维南只相隔几百英里[①]，但与这些法国人的工作相隔却要以年来计算。乔治·斯托克斯是与纳维尔-斯托克斯方程的后半部分同名。在我们探究原因之前，先来了解其人。

1819 年 8 月 13 日，斯托克斯出生在爱尔兰斯科林。他家庭的特点是人人都从事宗教职业。他的父亲是斯科林教区的牧师，他的母亲是牧师的女儿，他所有的兄弟最终都成为教堂的牧师。终其一生中，乔治·斯托克斯一直是坚定的宗教信仰者。晚年，他开始对科学与宗教的关系感兴趣，从 1886 年直到 1903 年去世，他是伦敦维多利亚学院的校长，这个学院是一个研究基督信仰与当代思想关系的团体，同时注重强调科学性。在他的童年，斯托克斯的教育始于他的父亲，并成功地让他进入英格兰布里斯托尔私立中学。在布里斯托尔，他开始准备大学学业，18 岁时进入了剑桥大学彭布罗克学院。斯托克斯非常聪明，从剑桥大学毕业时，他就获得了彭布罗克学院研究院的职位。8 年后，他获得了剑桥大学卢卡斯教授职位，同样席位的获得者还有两个多世纪前的牛顿。由于对卢卡斯的支助很少，1850 年，斯托克斯不得不身兼两职，同时在伦敦矿业学院教学。但他一直保持着卢卡斯教授席位，直到 1903 年 2 月 1 日在剑桥去世。

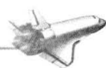
流体动力学家们认为乔治·斯托克斯对我们今天称之为纳维尔-斯托克斯方程的推导和应用做出了重大的、根本的贡献。这些方程是对三维不稳定黏性流动的最根本描述，它们是现代理论和计算流体动力学的基础。然而，如果斯托克斯活在当下，他可能最乐意于被认定为物理学家和对光学做出巨大贡献的数学家。在 1845 年前后，他研究光的传播以及光与以太的相互作用，根据当时最流行的理论，以太是一种环绕地球的连续物质。有趣的是，斯托克斯利用流体动力学运动方程，分析了假想的以太性质。他总结出如果地球在静止的以太中运动，那么以太必须是非常稀薄的流体。在相互矛盾的角度，他总结出光的传播需要以太与弹性固体类似。因此，纳维尔-斯托克斯方程的理论意义之一并不是明确的流场计算，而是对以太性质的尚无定论的研究。使事情更不确定的是，1846 年斯托克斯证明无论以太存在与否，光的反射和折射定律都不改变。对光学更重要的一点是斯托克斯在荧光上的研究工作，荧光现象是一种物质吸收固定波长的电磁波，发射另一波长的电磁波。特别是他观察到，当用紫外线照射透明的、无色的硫酸奎宁溶液发出蓝光。1852 年，他对这一过程的物理解释荣获了英国皇家学会颁发的拉姆福德奖章，事实上，他在解释时杜撰了“荧光”一词。之后，他建议用荧光来研究分子性质，并被誉为光谱分析原理的创始人。概括起来，这里关键的一点是，斯托克斯可能更愿意把自己的贡献归于光学而不是流体动力学。具有讽刺意味的是，今天他的名字常被流体动力学家而不是在其他理工科领域的工作者提起。

有这些作为背景，我们现在将精力集中于斯托克斯对流体动力学做出的贡献。他对于法国人纳维尔和圣维南的工作并不熟悉，也不了解他们导出了含摩擦的流体运动方程。他独立地利用流动流体内部剪应力的概念，推导出了黏性流体的控制方程。他推导这些方程的方法与今天的方法非常相似，推导过程中，他合理地定义了黏性系数 μ，就像在纳维尔-斯托克斯方程中出现的那样。这项工作于 1845 年（在圣维南导出相似结果的两年后）发表在他的论文《运动流体内部的摩擦以及弹性固体的平衡与运动》中。与 19 世纪众多研究流体动力学的科学家们一样，斯托克斯处理的是不可压缩流动。对于这样的流动，能量方程并不是必需的。这样含摩擦效应的基本流动控制方程——纳维尔-斯托克斯方程——在 150 多年前就已经建立了。这对于现代流体动力学家来说是发人深省的思想，特别是对处于现代计算流体力学顶峰的工作者，这些人每天都在处理纳维尔-斯托克斯方程。此时，我们正在利用最新的超级计算机来解决那些被尘封的却经受了时间考验的方程。

10　奥斯本·雷诺：认识湍流流动

黏性流动可以分为两种：层流，流体单元以规

① 1 英里＝1.609 344 千米。



则排列的样式运动，相邻的流线之间走向平滑，就如同是由不同排列有序的薄片组成的介质；湍流，流体单元无序运动，流线呈弯曲的、混合的、无规则的样式。湍流黏性应力对物体表面造成的摩擦阻力比层流大。因此，了解流动是层流还是湍流是极其重要的。实际上，黏性流动开始时为层流，接着转变为湍流。不幸的是，湍流的本质仍是至今还没有解决的经典物理学难题之一，我们没有足够地了解以至于能够准确预测其特性。然而，在 19 世纪后期，奥斯本·雷诺迈出了研究层流变为湍流的过渡时期的第一步。他开创的研究是以后 150 多年来，对湍流持续而深入研究的基础。对湍流的研究至今仍然十分活跃。

1842 年 10 月 23 日，奥斯本·雷诺（1842—1912）出生在爱尔兰贝尔法斯特。他成长于知识分子家庭，他的父亲曾是剑桥大学王后学院的研究员、贝尔法斯特大学校长、埃塞克斯戴德姆文法中学校长以及萨福克郡的牧师。早在青少年时期，雷诺就对力学学习表现出强烈兴趣，而且他也表现出一种天生的资质。19 岁时，他当过短暂的机械工程学徒，一年后，他进入了剑桥大学。雷诺是一名十分成功的学生，以优异的数学成绩毕业。1867 年，他被选为王后学院的研究员。

1868 年，欧文斯学院（之后的曼彻斯特大学）设立了工程学教授的职位，当时是第二所设置此种职位的英国大学（第一所是在伦敦的大学学院，在 1865 年）。雷诺申请欧文斯教授职位，在申请书上他写道“从我早期记事开始，就对力学和力学作为一门科学所基于的物理定律产生了不可抗拒的喜爱。少年时代父亲一直不断地教导我，父亲是力学爱好者，也在数学和物理应用上取得了不凡的成就”。雷诺尽管很年轻也缺乏经验，最后还是被任命为曼彻斯特大学教授，直到 1905 年退休，他一直都在那里工作。

在曼彻斯特的 37 年间，雷诺成为著名的经典力学的先驱实践者。他的工作涉及电、磁以及太阳和彗星的电磁性质。1873 年后，他将精力集中于流体动力学，在这一领域他做出了最重要的贡献。

雷诺是一位博学的人，有很高的标准。在那时，工程教育对英国大学来说还很陌生，雷诺对于教育的正确形式有着明确的想法。他相信所有工程学学生，无论他们的专业如何，都应拥有数学、物理学特别是经典力学的教育背景。他在曼彻斯特大学组织了系统的工程学课程，包含土木和机械工程基础。尽管有强烈的教育兴趣，但他并不是一名很好的讲师。对于他的课程学生很难跟上，而且他经常在少有关联的主题间游荡。他在上课期间经常偶然出现新想法，接下来的时间他都会在黑板上计算他的想法，完全不在意他的学生。他对学生并不采用填鸭式教学，很多学生无法通过他的课程，但最优秀的学生享受他的课程并觉得很刺激，如约瑟夫·约翰·汤姆森，他在 1906 年因为证明电子的存在获得了诺贝尔物理学奖。

关于雷诺强调的一个研究方案，他的学生和同事吉布森教授在 1946 给英国文化委员会的雷诺个人传记中评论道：“雷诺解决问题的方法完全是个人主义的。他从来不从他人对问题的想法入手，而是由自己思考出问题的答案。他处理问题的新奇方法使他的一些论文很难懂，但是他描述性的物理论文又使人着迷，当对大众发表演说时，他的语言和思路是清晰的。”

在世纪之交，雷诺的健康开始衰退，相当程度地削弱了他的体力和心力，这对这样杰出的学者来说是令人悲痛的。1912 年，他在英格兰萨默赛特去世。贺拉斯·拉姆记录下了流体动力学研究者和雷诺的同事对他的评价：

> “雷诺的性格就像他的作品，非常的独立。他知道他工作的价值，但他更愿意让科学界来评价。他从来不听取建议，他人会容忍他的自负并对他微笑。他会很慷慨地为学生提供有价值的工作，并与他们合作。对个人的事物他都有几分保留，辩论时他偶尔会好战而固执，日常生活中他是最亲切最和善的伙伴。”（讣告，贺拉斯·拉姆，英国皇家学会会议记录，88 卷，1913 年 2 月 24 日）

雷诺对流体动力学的三个贡献是关键而富有创造性的。第一个就是他关于管流由层流向湍流转变的研究。为了正确地看待他的贡献，我们必须回到 20 年前来研究德国水利工程师戈特希尔夫·海因里希·哈根（1797—1884）的工作。哈根第一个报告了管道中存在两种不同的流动，他在 1839 年发表论文的结尾辞中暗示了这一情况。关于管道中的水流，他提到了某种条件下水表现出的“强劲的运动”。他表达了一定程度的挫折感：“对于结果的准确的调查面临很大的难题，至少我仍没有成功地了解其独特性。”由哈根发现的强劲运动与我们今天称为湍流的流动有关。哈根在 1855 年发表的论文

中给出了更形象的描述，并讨论了加热对管中水流的影响。管道由玻璃制成，使他能够观察流动的本质：

“由于液体不断地流出，我发现它的样子并不是一成不变的。低温时是不变的，就像固体玻璃棒。另一方面，水一加热就明显地出现短期的波动，继续加热波动减小，但是加热至最高温度时波动也不会完全消失。每一次重复实验都会出现相同的结果，当我最终做了图形的总结时，发现最猛烈的波动常出现在温度升高速度减小之时。”

“我从对玻璃管的观察发现了这两种类型的运动。当我将木屑放入水中随水漂流，我注意到低温时木屑只沿轴向运动，然而高温时木屑不再沿直线而加速，并伴有旋转运动。”

以现代空气动力学的视角来看哈根在实验中的发现：层流由于额外加热而失去平衡。在哈根的实验中，低温时，流经玻璃管的水流是稳定的层流。由于增加了热量，水流温度上升，层流由稳定状态向不稳定状态转变。即使是施加小扰动，如加热，不稳定的层流很容易就转变为湍流，就像哈根描述的那样。

哈根并没有确定层流转变为湍流的数量准则。雷诺对这一点的贡献尤为重要。1833 年，雷诺报告了他通过一系列基础实验得到的发现，这些实验对分析层流向湍流转变有深远的影响。他的研究结论和哈根一样，表明了黏性流动可以分为两种——层流和湍流，但雷诺的实验为了方便定量分析而采用了更好的设计和控制。雷诺的实验装置如图 4 所示（摘自雷诺的原创论文）。雷诺将一个大型的蓄水池装满水，池中水将会由喇叭口流入玻璃管。当水流过管道时，他将染料加入喇叭口水流的中央。图 5（同样出自雷诺的原创论文）表明了流经管道时染料丝的变化。流动从左向右。当流速较低时，染料细丝以平稳的、整齐的、有序的状态向下游延伸，染料与水之间的界限清晰可见，如图 5（a）所示。如果流速超过了某一确定值，染料细丝突然变得不稳定，管道中的水都被染色，如图 5（b）所示。雷诺明确指出平稳的染料细丝相当于管道中为层流，然而不稳定的、完全扩散的染料细丝由管中的湍流造成。此外，他通过视觉观察管道流动，研究了湍流的细节，流动由瞬间的电火花照亮，就像今天的闪光灯一样。他看到湍流由大量的旋涡组成，如图 5（c）所示。当由 $\rho VD/\mu$ 确定的参数超过了临界值，层流将会转变为湍流，其中 ρ 是水的密度，V 是平均流速，μ 是黏性系数，D 是管道直径。这个量纲为 1 的参数，最初由雷诺引入，后来成为著名的雷诺数。雷诺确定了参数的临界值为 2 300，高于这个值就会出现湍流。这确实是一个基本的发现：它表明转变现象并不只是由流速、密度或管道尺寸决定，而是由构成雷诺数的变量联合决定的。根据雷诺的计算，当 $\rho VD/\mu$ 的值为 2 300 时，无论流动的速度、密度、黏性如何，流动经过管道的尺寸如何，转变都将出现。这是一个绝妙的发现。层流向湍流转变点的精确测定是现代空气动力学最优先的事情，利用雷诺数来完成测定仍是现行方法。

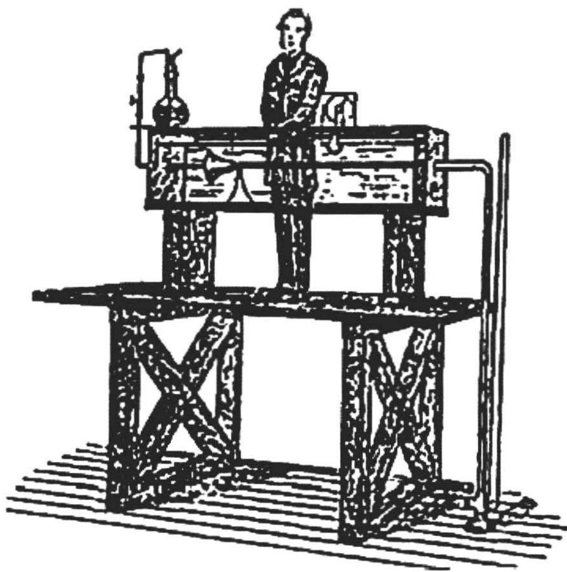


图 4　雷诺研究转变的实验装置（1883）

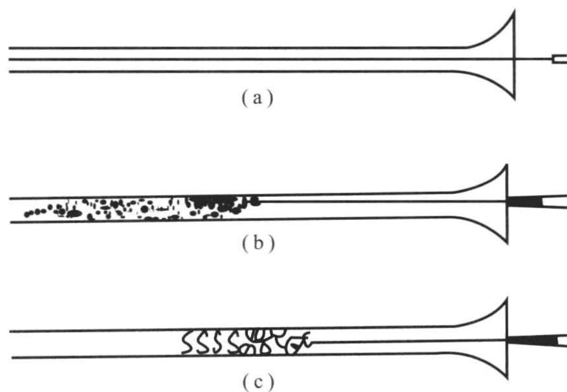
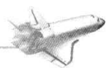


图 5　雷诺的管流转变现象示意图

雷诺的第二个重要贡献是对湍流分析理论模型的设想和实现，他对湍流场速度、密度及温度分布



进行了详细计算。黏性流动流场变化的控制方程是纳维尔-斯托克斯方程。方程的解在原则上表明整个三维空间内流场性质作为时间函数的变化情况。为简单起见，让我们考虑稳定流动，所有点的流场变量都和时间无关。这就预示着稳定的层流，任何点都不会出现波动。雷诺在图 5（c）中给出了湍流的示意图，是一种波动的流动。无论旋涡有多小，湍流局部任一点都是不稳定的。湍流中，我们如果将视线锁定在这一点，就可以看出局部流场变量的值作为时间的函数而变化。然而，雷诺推理认为，如果对湍流流动性质取适当的时间平均，时间平均值将是稳定值。从气体动理论的方法得到暗示，雷诺假设湍流每一个变量由局部时间均值$\bar{u}$及随时间脉动的部分u'组成，因此任意时间的局部真实值可以被表示为$u=\bar{u}+u'$。此外，当出现在方程中的独立的变量（p，ρ，u，v，T 等）为时间平均值时，纳维尔-斯托克斯方程还可以假设保持不变。然而，当方程在数学上取时间平均时，方程中出现的额外项可以被解释为“湍流黏性”μ_T和湍流热导率k_T。因此，当利用纳维尔-斯托克斯方程来研究湍流时，流动性质应取时间平均，同时黏性系数和热导率应分别由$\mu+\mu_T$和$k+k_T$代替，其中μ_T和k_T是由脉动和湍流旋涡造成的黏性和导热性的显著提高。由此，纳维尔-斯托克斯方程变成了湍流雷诺均值的纳维尔-斯托克斯方程，是如今最常用的湍流流动工程分析的理论方法。将湍流分解为按时间平均的和脉动的两部分是雷诺对流体动力学最本质和最关键的贡献，而且对于空气动力学的影响也是历史性的。绝大部分对气动外形表面摩擦阻力的理论预测，都以不同的形式应用了雷诺的时间均值模型。

雷诺的理论模型固然重要，但是他没有得出湍流问题的解。雷诺均值的纳维尔-斯托克斯方程引入了湍流黏性μ_T和湍流热导率k_T。在任何湍流分析中，我们都需要适当的μ_T和k_T的值，而这是一个重要问题，因为这些值取决于流动自身的性质。直接的对照可以看出，μ和k（分子黏性和分子热导性）的值可以在标准参考源中查阅已知特性。寻找给定湍流的适当μ_T值和k_T值被称为湍流建模。雷诺在 1894 年给出了时间均值方程，但直到 115 年后，寻找最合适的用于计算μ_T和k_T的模型仍是空气动力学的当务之急。

雷诺对空气动力学的第三个贡献，尽管没有之前讨论的两个重要，但是确定了表面摩擦和传热的联系。今天，工程师都在应用一个有关局部表面摩擦系数C_F和局部传热系数C_H的近似关系，这个关系由雷诺的分析给出，即

$$\frac{C_H}{C_F}=f(Pr) \tag{12}$$

这里$f(Pr)$表示普朗特数的函数（$Pr=\mu c_p/k$），c_p是比定压热容。1874 年雷诺最先提出这个关系，直到 20 世纪中期，航天工程师开始处理超声速和高超声速飞行中气动热的问题时，它才广泛地进入人们的视线。

许多对物理科学的贡献都有固定的半衰期，随着时间流逝其重要性也在衰减，但是雷诺的贡献，根据现代空气动力学的应用来看，其重要性不断提升。整个现代湍流建模领域以及我们对湍流的性质和流动转换的基本观点，都来源于雷诺的想法。

11　升力环量理论：库塔和儒可夫斯基

1902 年，莱特兄弟在俄亥俄州代顿进行了风洞测试，这使应用空气动力学趋于成熟并且帮助他们成功设计了 1903 年的莱特兄弟飞机。与此同时，威廉·库塔在慕尼黑大学完成了一些工作，这些工作标志着理论空气动力学的重要进步。1867 年库塔出生在德国。1902 年，他 35 岁时凭借一篇关于气动升力的论文，获得了慕尼黑大学数学博士学位。库塔对升力的兴趣由奥托·李林塔尔在 1890～1896 年之间的滑翔机飞行所点燃。库塔知道李林塔尔在他的滑翔机上用了弧面翼型。此外，他知道弧面翼型攻角为零时，仍会产生正升力。李林塔尔的数据也明确了这一点。事实上，所有李林塔尔测试过的弧面翼型都必须倾斜使攻角为负才能达到零升力点（零升力攻角）。弧面翼型在攻角为零时产生升力，这在当时是违反许多数学家和科学家的直觉的，但是实验数据明确表明事实就是那样。这样一种神秘使得弧面翼型升力的理论计算成为极好的课题，库塔很急切地投入了研究。1902 年他完成论文之时，找到了第一种弧面翼型升力的数学计算方法。尽管在他的计算中没有明确看到，但他的结果将升力和环量联系起来（见第 4 章第 1 部分）。然而，在 1910 年 1 月给巴伐利亚皇家科学院的一篇论文中，他重新解释了 1902 年的理论发现，即升力是密度、

速度和环量的产物，这与他1902年论文中的形式略有不同。因此，可以说库塔参与了升力理论的发展。然而，他的结论在1910年才公开，5年之前，尼古拉·儒可夫斯基就在莫斯科独立推导和发表了这一结论。

库塔主要是一位数学家，他对空气动力学的兴趣被李林塔尔的滑翔机飞行点燃。1902年以后他是一位数学教授，1911年最终定居在斯图加特理工大学，1935年退休，并于1944年德国即将在第二次世界大战中战败时去世。

当莱特兄弟在进行风洞测试，库塔完成论文之时，一位55岁的教授正在指挥俄罗斯第一个风洞的建造。尼古拉·儒可夫斯基（朱可夫斯基）是莫斯科大学力学教授和莫斯科高等技术学院数学教授，风洞在高等技术学院建造。1847年1月17日，儒可夫斯基出生在俄罗斯弗拉基米尔普罗文的奥列霍沃，是一名通信技术工程师的儿子。1868年儒可夫斯基获得莫斯科大学数学学士学位，1870年开始从事教学工作。1882年，凭借关于流动稳定性的论文，他获得了莫斯科大学博士学位。4年后，他成为莫斯科大学力学系主任。儒可夫斯基一生中发表了超过200篇论文，都是关于基础力学和应用力学的。世纪之交，他成为俄罗斯最受尊重的科学家之一，是俄罗斯流体力学和空气动力学奠基人。1885年，他由于流体动力学的理论研究而获得布拉斯曼奖，1894年他成为圣彼得堡科学院的一员。从1905年到1921年去世，儒可夫斯基一直担任莫斯科数学学会会长。

19世纪80年代末，与奥托·李林塔尔的飞行活动同一时期，儒可夫斯基开始对飞行器感兴趣。1895年他去柏林拜访了李林塔尔并且购买了李林塔尔公开拍卖的8个滑翔机之一。这是这位受过大学教育的数学家和科学家第一次接触真实的飞行器。儒可夫斯基出于对飞行器的兴趣，开始通过理论的、数学的方法来研究飞行空气动力学。

由此，他将主要精力投入升力的计算。早在1890年，他就开始构想提升翼型的流动模型，认为是流体黏性造成了某种程度的垂直运动。他设想了束缚在翼型表面的旋涡，连同由翼面的升降动作导致的环量。最终，1906年他分别用俄语和法语发表了两项综述报告，一项在莫斯科期刊 *Transactions of the Physical Section of the Imperial Society of Natural Sciences* 上，另一项在圣彼得堡期刊 *Bulletin de l'Institut Aerodynamique de Koutchino* 上。在报告中，他推导并利用了如下关系来计算单位翼展的升力：

$$L = \rho V \Gamma \tag{13}$$

这里Γ表示环量，是严格定义的量，数值大小为流动速度在围绕机翼的封闭曲线上的线积分。这个方程是理论空气动力学史上革命性的发展，第一次让机翼升力的计算拥有了数学精度。因为库塔在事后展现了这种关系的本质，这种关系可以在他1902年的论文中找到，所以这个方程成为著名的库塔-儒可夫斯基原理。至今，这个方程仍出现在大学空气动力学课程中，并且用于计算低速不可压缩流动中的机翼升力。

库塔-儒可夫斯基原理的简洁形式掩盖了这样的事实，即计算给定机翼在一定攻角下且在一定速度的自由流中的环量需要付出相当多的努力。这其中牵扯到了涡线模型和翼展。首先要计算出涡强，机翼表面产生的流动（由旋涡产生的流动加上自由流动）将与其相切。一旦涡强被算出，加起来就得到整个机翼的环量。正是库塔-儒可夫斯基原理中的环量提供了单位翼展的升力。

升力环量理论为20世纪前40年的理论空气动力学奠定了基础，在此之后，高速飞行器的出现要求考虑空气的压缩性。升力环量理论在今天仍然盛行，例如，它是现代“气动控制面”技术的基础，利用数字计算机来计算黏性不可压缩流中的机翼升力。仪表板技术被不断地修正和改进，因此到今天升力环量理论仍在进化，这一切都发生在它首次被提出的100多年后。

儒可夫斯基进而成为“俄罗斯航空之父”。20世纪第一个10年中，他在莫斯科建立了空气动力学实验室，并讲授空气动力学理论基础，这是第一个关于理论空气动力学的系统课程，很大程度上依赖他自己的理论和实验工作。这些讲稿由他的两个学生记录并在他审查后发表。第一份俄语版出现在1912年，第一份法语版出现在1916年，俄语和法语的第二版标志着这些讲稿的价值。儒可夫斯基发现了一种设计机翼的方法，是利用保角映射和复变函数。儒可夫斯基翼型确实曾在一些飞行器上得到应用，今天这种技术提供了一种数学上的严格参考方案，来确认现代设计方案。第一次世界大战期间，儒可夫斯基实验室被当成一个对新军事飞行员的教育学校。在他去世前不久，儒可夫斯基在莫斯科郊外成立了新的空气动力学实验室，被称为中央空气动力学研究所。这个研究所今天仍然存在，被



称为 TsAGI，拥有俄罗斯顶尖的空气动力学设施，与 NASA 实验室的地位相同。

1921 年 3 月 17 日，尼古拉·儒可夫斯基在莫斯科去世。他临死之际，仍在从事高速空气动力学领域和飞行器稳定性领域的工作。这个在 1906 年变革了低速翼型分析方法的人，在 1921 年集中精力研究超声速飞行器和波型时离开了这个世界。

12　路德维希·普朗特与边界层理论

直到 1904 年，摩擦对确定绕流特性起的作用仍是推测的、有几分争议的。存在物体表面究竟发生了什么的问题：临近表面的流体粘在流体表面，速度为零，还是以一定速度流过表面？也总是有这样的问题，关于摩擦效应对流场本身有多大的影响。

1904 年，路德维希·普朗特（1875—1953）在海德尔堡第三次国际数学大会之前宣读了一篇论文，这篇论文将为空气动力学带来革命性变化。虽然只有 8 页长，但最终证明这是有史以来最重要的流体动力学论文之一。之后，到 1928 年，流体动力学家戈尔茨坦问这篇论文为何这么短时，普朗特回答说他只有 10 分钟的演讲时间，他认为他的论文只能包含他有时间讲出的部分。

普朗特论文重要的一点是，文中给出了对边界层的第一次描述。普朗特推理道，摩擦效应会使临近表面的流体粘在表面（他假设了表面无滑移条件），这种摩擦效应只出现在表面附近（摩擦的影响被限定在一个被称为边界层的很薄区域）。边界层之外，流动基本上不受摩擦影响（过去 2 个世纪研究的无黏势流）。边界层的概念如图 6 所示。在与机体相关的流动类型中，边界层比机体本身薄得多，比图 6（a）中表示的要薄得多。在图 6（b）中，边界层的一部分被放大来说明流速随边界层的变化，表面处流速为零，边界层外缘与无黏流速度相同。普朗特对边界层的描述如下：

"对固液边界层中物理过程的令人满意的解释可以通过假设流体黏附在物面上而得到，即假设物面和流体的相对速度为零。如果黏性较小且流体沿着物面的路径不是很长，那么流体离开物面很短距离流速就恢复到正常值。在很薄的过渡层，即使黏性系数很小，速度的大起大落也会造成显著的影响。"

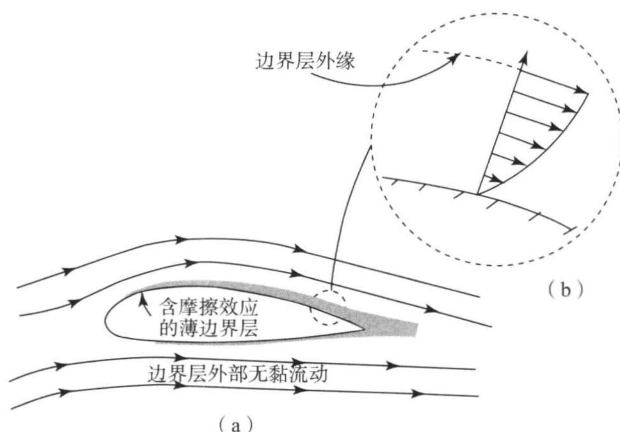


图 6　流动的两部分

（a）临近表面的薄边界层，摩擦效应占支配地位，以及边界层外部无黏流动；（b）放大的边界层示意图表明边界层速度的变化是表面垂直距离的函数

这些"显著的影响"之一就是，在边界层中，很短的距离速度变化巨大，如图 6（b）所示（边界层中有很大的速度梯度）。反过来，像牛顿黏性定律描述的那样，剪应力与速度梯度成比例，在边界层中局部剪应力可能非常大。

另一个"显著的影响"就是流动分离：

"在给定的情况下，在完全由外部流动条件决定的某些点，流体流动应该和物面分离。也就是说，应该有一层流体，由于物面摩擦而发生旋转，同时缓慢地使自己恢复自由流状态，而这层流体完全变成了自由流，就像亥姆霍兹表面间断一样。"

普朗特所指的流动类型如图 7 所示，边界层与表面分离。如同图 7 中看到的，在某种类型的无黏流动条件下，边界层会分离并向下游延伸，与 19 世纪提出的不连续面的概念类似。空气闭塞区域紧跟在物体后方形成。当流动分离时物体表面压力分布急剧地改变，以至于改变后的压力分布在阻力方向上创造出很大的不平衡力，这就是由于流动分离造成的压差阻力。当有巨大的流动分离时（图 7），压差阻力通常比表面摩擦阻力大得多。促使边界层分离的外部无黏流动产生逆压梯度（在流动方向的持续增加的压力）。普朗特这样描述道：

"随着压力的增加，自由流的一部分动能转化为势能，过渡层则将失去一部分动能（由于摩擦），这使其没有足够的能量进入高压区域，因此而转向旁边。"

这个现象已在图7中阐明，在分离点，边界层深处的流体单元无法对抗一个持续增压的区域。因此，表面附近的速度消耗殆尽。在分离点，表面速度有一个拐点，如图7所示。在拐点之外，临近表面的流体单元会被持续增大的压力向后推进，但是自然界中并不会出现这种情况，取而代之的是，边界层只是简单地离开表面，如图7所示的那样。

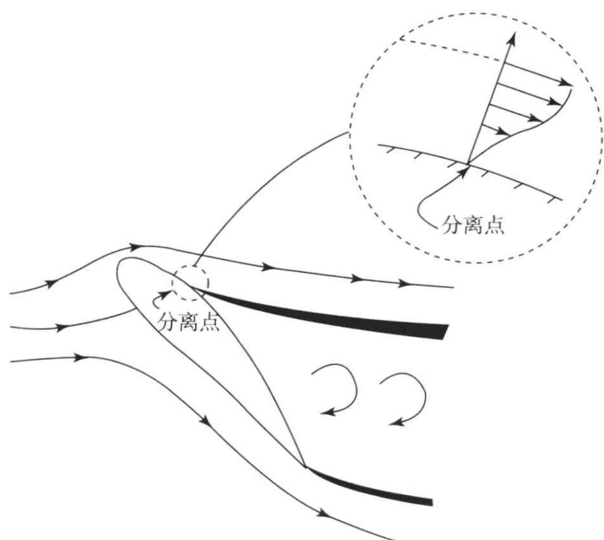


图7　大攻角（大于失速角）机翼上表面分离流动示意图

普朗特1904年在他论文中提出的观点简洁明了，即物体表面的空气动力学流动可以分为两个区域：临近表面的薄边界层，摩擦效应占支配地位；边界层外的无黏流动，摩擦可以忽略不计。外部无黏流动对边界层性质的影响是巨大的，事实上，正是外部流动促成了边界层。另一方面，边界层如此之薄以至于它对外部无黏流动几乎没有影响。另一种情况就是流动分离，外部无黏流动很大程度上取决于分离区域。普朗特对于此的观点如下：

> “对待流动时，根据亥姆霍兹涡旋定理，我们将其分为两个相互作用的部分，一部分为‘自由流’，认为是无摩擦的，另一部分为固体表面的过渡层。过渡层的运动受到自由流的控制，同时他们通过产生涡旋来决定自由流的特性。”

普朗特交替使用“过渡层”和“边界层”的术语。实际上，他在论文中只用过一次“边界层”，却经常使用“过渡层”。但“边界层”的名称沿用至今。

普朗特1904年发表的论文是20世纪关于流体动力学最重要的和最有影响力的论文。在21世纪同样如此。他的边界层的概念彻底变革了流体动力学，特别是空气动力学。

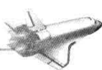
1874年2月4日，路德维希·普朗特出生在巴伐利亚州的弗莱辛。他的父亲亚历山大·普朗特是魏恩（在弗莱辛附近）农学院的测量学和工程学教授。尽管普朗特一家有三个孩子，但有两个在出生时死亡，路德维希是唯一长大的孩子。他的母亲患上了痼疾，因此在一定程度上他非常依赖父亲。很小的时候他就开始对父亲的关于物理、机械和仪器的书感兴趣。他直奔物理问题核心的非凡能力可以追溯到他童年的环境，他的父亲教会了他观察自然现象并思考。

1894年，普朗特开始在慕尼黑高等技术学院进行科学研究，他的老师是著名的奥格斯格·弗普尔。6年后他从慕尼黑大学毕业并获得博士学位，导师仍是弗普尔。到那时普朗特已是孤身一人，他的父亲在1896年去世，母亲在1898年去世。

1900年以前普朗特并没有表现出对流体动力学的兴趣。实际上他在慕尼黑的博士工作是关于固体力学的，即弯曲变形下的不稳定弹性平衡。在他一生的大多数时间，他的兴趣和研究都放在固体力学上，然而这些工作被他对流体力学研究的诸多重要贡献夺去了光彩。从慕尼黑毕业不久，普朗特第一次与流体力学进行重要接触。他作为一名工程师进入奥格斯堡机械制造公司在纽伦堡的工厂，在办公室从事工厂的机械设备设计工作。他被派去重新设计机床刨花的吸收装置。没有在科学文献中找到关于此流体力学的可靠信息，普朗特做了一些实验来解决相关流动的基本问题。这项工作的成果就是他新设计的刨花收集装置。新装置改进了管子的形状和大小，且能耗是原来的1/3。普朗特对流体力学的贡献由此开始。

1年后，1901年，普朗特成为汉诺威高等技术学院数学工程系的教授。在汉诺威，他开创了边界层理论并开始研究喷管的超声速流动。1904年发表了关于边界层概念的论文之后，普朗特之星迅速升起。那一年晚些时候他去了享有声望的哥廷根大学，担任了技术物理研究所主任，在那里度过了余生并建设了1904—1930年间最好的空气动力学研究中心。

1925年，研究流体的德皇威廉学院在哥廷根大学成立，为表彰普朗特在力学研究方面取得的重



要成果，任命他为学院院长。20世纪30年代，普朗特成为世界范围内的流体动力学知名前辈。他在对流体动力学做出重要贡献的基础上，继续从事多个领域的研究，包括结构力学和气象学。第二次世界大战期间他一直在哥廷根，埋头于工作，表面看来与纳粹德国的政治和战争导致的贫困与灾难相隔绝，事实上，德国航空部为普朗特实验室提供了新装备和财政支持。普朗特在战争结束时的态度，可以从1945年他在哥廷根与美国陆军审讯小组的对话中看出：他抱怨炸弹破坏了他家的屋顶，他问道美国计划怎样支持他现在和将来的研究。普朗特当时已经70岁高龄，依然很健壮。然而普朗特的实验室在战后并不走运。他的研究设备被盟国拆卸，大多数研究人员离开了德国，其中一些最终去了美国和英国工作。

1953年普朗特去世。毫无疑问，他是现代空气动力学之父和流体动力学史上不朽的人物。他的工作将影响接下来的几个世纪。

13 总　　结

随着对路德维希·普朗特的认识，我们结束这一章对理论和实验流体动力学早期发展史的讨论。我们只是做了肤浅的研究。而且，我们还没有触及在过去100年中流体动力学和空气动力学呈指数式的发展历程。不过，我希望你们对为现代航空航天工程打好基础的智力成果和主要参与者有所了解，并乐于阅读这本百科全书。如果这一章勾起了你对空气动力学和航空航天工程历史的兴趣，可以参阅Anderson在1997年和2002年出版的书。

参考文献

Anderson, J. D. Jr. (1997) *A History of Aerodynamics and its Impact on Flying Machines*, Cambridge University Press, New York.

Anderson, J. D. Jr. (2002) *The Airplane: A History of Technology*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA.

Anderson, J. D. Jr. (2008) *Introduction to Flight*, 6th edn, McGraw-Hill, New York.

Prandtl, L. (1904) Ueber Flussigkeitsbeweging bei sehr kleiner Reibung. *Proceedings of the 3rd International Mathematical Congress*, *Heidelberg*, 489-491, *Leipzig*.

Rouse, H. and Ince, S. (1957) *History of Hydraulics*, Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, Iowa City, Iowa.

Tokaty, G. A. (1971) *A History and Philosophy of Fluid Mechanics*, G. T. Foulis & Co, Ltd, Henly-on-Thames, Oxfordshire, England.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第4章

空气动力学基本控制方程

John D. Anderson Jr.
史密森学会国家航空航天博物馆航空部，华盛顿，美国

1 基本原理

1.1 无黏流动和黏性流动的区别

出于分析、讨论和理解的目的，我们将现实世界的空气动力学划归为不同的种类，并认为流体介质是连续的。为了理解这一概念，我们考虑流体经过直径为 d 的圆柱。同时认为由单个分子组成的流体做随机运动。分子与相邻分子之间发生碰撞的平均距离被定义为平均自由程 λ。如果 λ 的数量级小于物体的尺度 d，那么流体对于物体来说就是连续的物质。分子频繁地撞击物体表面以至于物体不能区分单个分子碰撞，流体的作用对物面来说是连续的，这样的流动称为连续流。极端的情况是与物体的尺寸在一个数量级上，这样气体分子间的距离就会过远，与物体表面的碰撞就会很少发生以至于物体能区分单个分子碰撞。这样的流动称为自由分子流。对于载人飞行，航天飞机在大气外边缘会遇到自由分子流，这里的空气密度很低以至于 λ 与航天飞机的尺寸在一个数量级上。也有中间情况，此时流动可以同时表现出连续流和自由分子流的特性，这样的流动与连续流相比通常被称为“低密度流”。到目前为止，绝大多数空气动力学的实际应用都涉及连续流。低密度流和自由分子流只是空气动力学中的一小部分。

为了便于讨论，我们将连续流分为两类：黏性流动和无黏流动。为了定义这两种类别，要注意在液体或气体中，分子做随机运动，通过运动，它们将质量、动量和能量从一处输送到另一处。这种分子尺度的传输产生了质量扩散、黏性和传热现象。所有真实的流动都受这些输运现象的影响，这样的流动称为黏性流动。相反，没有摩擦、传热和扩散的流动称为无黏流动。无黏流动在自然界并不存在，然而，这些输运现象对许多实际的空气动力学流动影响很小，我们在建模时可以将其视为无黏流动。

理论上，随着雷诺数趋于无穷大，流动就无限接近于无黏流动。雷诺数反映了运动流体中惯性力与摩擦力的比，如下式：

$$Re = \rho V l / \mu \tag{1}$$

式中，ρ 是流体密度；V 是流体速度；l 是特征长度；μ 是黏性系数。对于实际问题，许多具有较大雷诺数的流动都可以被假设为无黏流动。对于这样的流动，摩擦、传热和扩散的影响被限定在一个很薄的临近物面的区域，即边界层，这个区域之外的流动基本上是无黏的。对于细长体（如机翼）的绕流，无黏理论合理地预测了压力分布和升力，并给出了远离物体的流线和流场的正确表示。然而，因为摩擦是气动阻力的主要来源，无黏理论不能够准确地预测总阻力。

1.2 不可压缩流动与可压缩流动的区别

密度 ρ 为常数的流动称为不可压缩流动。相反，密度可变的流动称为可压缩流动。所有的流动都是可压缩的，真正的不可压缩流动实际上并不存在。然而，类似于我们对无黏流动的讨论，在许多空气动力学问题中都可以建立不可压缩流动模型，而精度并没有什么损失。例如，均质液体流动被认



为是不可压缩的。因此大多数流体力学问题都假定 ρ=常数。低马赫数气体流动基本上是不可压缩的，对于 $M<0.3$，假定 ρ=常数通常是安全的。这是从莱特兄弟 1903 年的第一次飞行到第二次世界大战前所有飞机的飞行状态。这仍是今天较小的通用航空飞机的飞行状态。因此，不可压缩流动有大量的空气动力学实验和理论数据。

在细分描述不同空气动力学流动的方式中，基于马赫数的区分可能是最普遍的。如果 M 是流场中任意点的局部马赫数，那么按照定义：

$M<1$，亚声速流动；

$M=1$，声速流动；

$M>1$，超声速流动。

纵观整个流场，利用马赫数作为标准可以划分为以下四种速度状态：

（1）亚声速流动（$M<1$）。如果流动各点处的马赫数都小于 1，那么流动被定义为亚声速流动。亚声速流动具有光滑的流线（没有斜率的间断），如图 1（a）所示。此外，因为任意点的流动速度都小于声速，所以流动中的扰动（如机翼后缘突然偏转）向上、下游同时传播，最终遍及整个流场。自由流马赫数 M_∞ 小于 1 并不能保证物体周围是完全的亚声速流动。流经气动外形时，流速增大超过自由流流速，如果 M_∞ 足够接近 1，那么在流动的特定区域局部马赫数会变为超声速马赫数。这就产生了一个经验法则，$M_\infty<0.8$ 时，流经细长旋成体的流动为亚声速流。对于钝头体，M_∞ 必须更低才能确保是完全的亚声速流动。

（2）跨声速流动（$M<1$ 和 $M>1$ 的混合区域）。如上所述，如果 $M_\infty<1$，但接近 1，流动就可能变成局部超声速的（$M>1$）。图 1（b）展示了机翼上、下表面的超声速流带状区域，这一区域由弱激波而终止，这之后流动恢复为亚声速的。此外，如果 M_∞ 增加且稍大于 1，那么在物体前部会形成弓形激波，在激波后方，流动是局部亚声速的，如图 1（c）所示。这个亚声速流动随后增速为低超声速流动流经机翼。弱激波通常产生在机翼后缘，有时会像图 1（c）中的“鱼尾”式。图 1（b）和（c）中所示的流场由亚声速流动和超声速流动混合而成，并且被两种流动的物理特性所控制。因此，这样的流动称为跨声速流动。同样有经验法则，跨声速流动发生在自由流马赫数 $0.8<M_\infty<1.2$ 时。

（3）超声速流动（$M>1$）。如果流场中各点的马赫数都大于 1，流动被定义为超声速流动。超声速流动的特点是存在激波，流动特性和流线都会不连续（亚声速流是光滑的、连续的变化）。如图 1（d）所示，超声速流经过尖头的楔形物，在尖端的斜激波之后，流动仍然是超声速的。同时还有明显的膨胀波，这在超声速流动中很常见。超声速区域的左边界 $M_\infty>1.2$ 是经验法则。如图 1（d）所示，如果 θ 足够大，斜激波将从楔形物尖端分离，并在楔形物前形成强劲的弓形激波，在斜激波后形成很大的亚声速流动区域。因此，对于给定的 M_∞，如果 θ 过大，图 1（d）所示的整个超声速流动将被破坏。当 $M_\infty>1$ 时，这个激波分离现象就会发生，分离现象发生时的 θ 值随 M_∞ 的增大而增大。在超声速流动中，由于当地流速大于声速，在流动中一些点产生的扰动不会向上游传播（与亚声速流形成对照）。这一性质是亚声速流动与超声速流动之间最重要的物理差别。这也是激波出现在超声速流动而不是亚声速流动的根本原因。

（4）高超声速流动（非常高的超声速）。参照图 1（d）所示的楔形物，假设 θ 已知，为定值。随着 M_∞ 增大并超过 1，激波的力量增强，导致激波与物体间的区域（激波层）温度升高。如果 M_∞ 足够大，激波层就会非常薄，这样激波与黏性边界层就会产生相互影响。另外，如果激波层温度足够高，空气中就会发生化学反应。氧气和氮气分子被破坏，气体分子解离。当 M_∞ 足够大以至于激波层、黏性边界层和化学反应开始控制流动［图 1（e）］，这样的流动称为高超声速流动。经常用到的经验法则是 $M_\infty>5$。

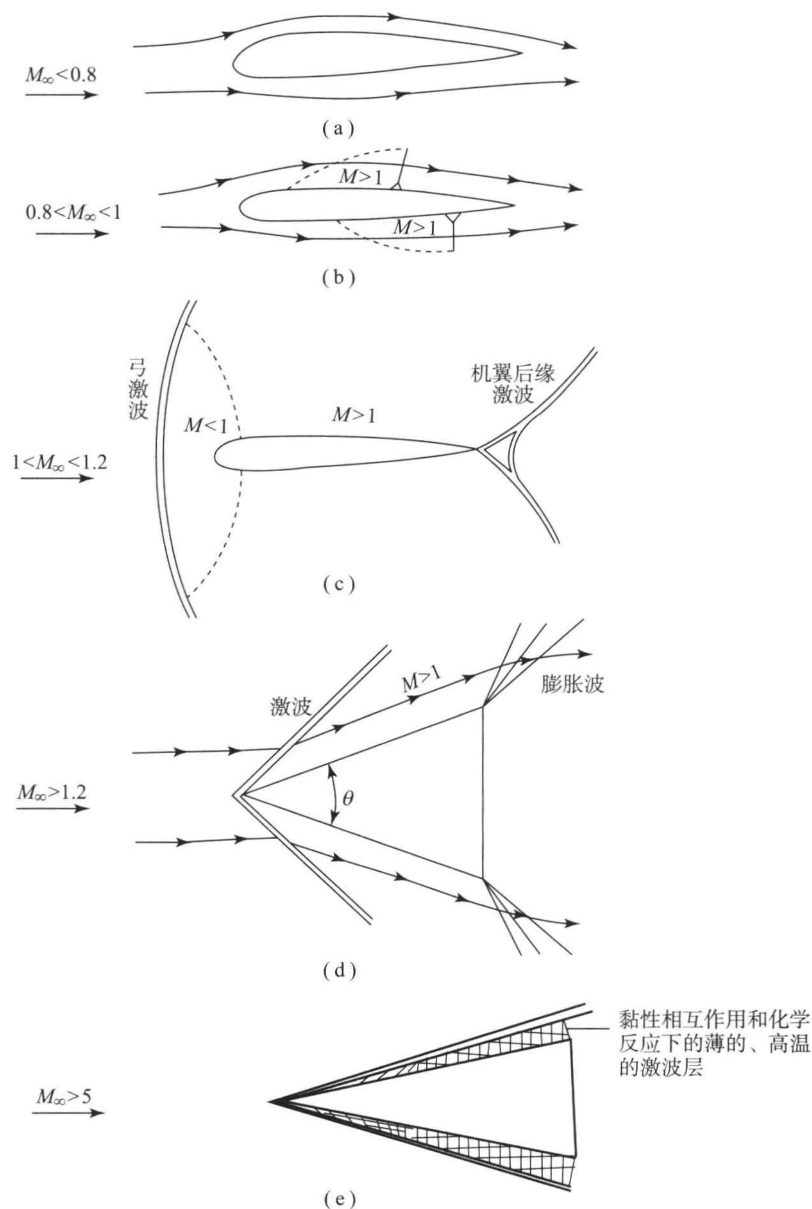


图1 不同速度状态

(a) 亚声速流动；(b) 跨声速流动；(c) 跨声速流动；(d) 超声速流动；(e) 高超声速流动

1.3 控制体与流体单元

空气动力学基本方程是从以下方法得到的：

(1) 借用以下基于我们对自然的宏观观测的物理学基本原理：

①质量守恒（质量既不能被创造也不能被消灭）。

②牛顿第二定律：力＝质量×加速度。

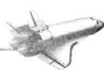
③能量守恒：能量只能由一种形式转化为另一种形式。

(2) 建立适当的流体模型。流体是一种湿软的物质，因此会比界限清楚的固体更难描述。所以必须采用更加合理的流体模型，对这种模型我们可以应用（1）中陈述的基本原理。

(3) 将（1）中所列的物理学基本原理应用于（2）中确定的流体模型，是为了获得能恰当描述流动现象的数学方程。反过来，利用这些基本方程来分析感兴趣的空气动力学问题。

在现代空气动力学的演变中，曾有三种不同的流体模型。它们是有限控制体、无限小流体单元以及分子模型。

让我们想象流体中有限区域内存在一个封闭体。这个封闭体定义有控制体积 V 和控制面积 S；控制面是限定控制体边界的封闭曲面。一种情况，



控制体固定在空间中，并有流体流过；另一种情况，控制体会随着流体一起运动，以至于相同的流体颗粒始终在其中。无论哪一种情况，控制体都是流动中有合理大小的有限区域。物理学基本原理被应用于控制体内的流体以及穿过控制面的流体（如果控制体被固定在空间）。因此，借助于控制体模型，我们将注意力限定在控制体内的流体，而非一次关注整个流场。

对于另一种模型，让我们想象流动中的一个无限小的流体单元，具有微小体积 $\mathrm{d}V$。流体单元是无穷小的，与微分学中的极小有相同的意义，然而，它又足够大，以包容庞大数量的分子，因此流体单元可以被看作一种连续介质。一种情况，流体单元固定在空间中，并有流体流过；另一种情况，流体单元以流速沿流线运动。同样地，物理学基本原理被用于流体单元本身，而非一次用于整个流场。

第三种流体模型是一种微观模型，我们认为流体的运动是原子和分子平均运动的结果。在这里，自然界的基本定律被直接用于原子和分子，可以使用适当的统计平均数来定义流体特性。从长远来看，这种利用动力学理论的方法有着许多优点。

1.4　连续性方程

空气动力学基本方程是对 1.3 节中三个基本原理的表述。这三个原理是自然界的基本原理，它们是独立的，并不能由其他基本概念推导而来。

基本原理：质量守恒（质量既不能被创造也不能被消灭）。

将这一原理用于固定在空间的体积为 V，表面积为 S 的有限控制体，得到方程

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_V \rho \mathrm{d}V + \oiint_S \rho \boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 1 \tag{2}$$

这里，第一项对于控制体积 V 的积分表示控制体内质量随时间的变化率，第二项对控制面积 $\boldsymbol{S}$ 的积分表示通过控制面流出控制体的净质量。方程（2）是积分形式的连续性方程。

将矢量微积分的散度定理用于方程（2），我们得到如下偏微分方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho \boldsymbol{V}) = 0 \tag{3}$$

方程（3）是微分形式的连续性方程。在方程（2）和方程（3）中，ρ 是流体密度，$\boldsymbol{V}$ 是流动速度。两个方程表达了相同的主题——质量守恒。方程（2）用于空间的有限体积，方程（3）用于流动中的某点附近。

1.5　动量方程

基本原理：牛顿第二定律，即力＝质量×加速度，或者力＝动量变化率。

这一原理用于固定在空间的有限控制体，我们得到

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_V \rho \boldsymbol{V}\mathrm{d}V + \oiint_S (\rho \boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S})\boldsymbol{V} = -\oiint_S p\,\mathrm{d}\boldsymbol{S} + \oiiint_V \rho \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}V + \boldsymbol{F}_{黏性} \tag{4}$$

等式左边第一项积分是控制体内动量随时间的变化率，第二项积分是通过控制面流出的流体动量变化率。等式右边表示的是，流动经过控制体时，施加在流体上的力。这个力是压力的总和，来源于控制面上压力分布的积分，施加在控制体内流体上的体力以及作用于控制面上的黏性应力。方程（4）中，p 是压力，$\boldsymbol{f}$ 是单位质量上的体力，$\boldsymbol{F}_{黏性}$ 是由摩擦产生的力。方程（4）是积分形式的动量方程，这是一个矢量方程。

方程（4）可以表示为三个标量偏微分方程。例如，采用笛卡儿坐标系（x，y，z），我们有

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho u \boldsymbol{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x + F_{x黏} \tag{5}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho v \boldsymbol{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y + F_{y黏} \tag{6}$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho w \boldsymbol{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z + F_{z黏} \tag{7}$$

方程（5）～方程(7) 分别为偏微分方程形式的动量方程在 x、y、z 三个方向的组成部分。

1.6　能量方程

基本原理：能量守恒，即能量只能由一种形式转化为另一种形式。

这一原理是流体力学中的第一条热力学原理，即系统能量的改变等于对系统的加热量以及对系统做的功之和。将这一原理用于空间中的有限控制体，得到

$$\oiiint_V \dot{q}\rho \mathrm{d}V + \dot{Q}_{黏性} - \oiint_S p\boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} + \oiiint_V \rho(\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{V})\mathrm{d}V + \dot{W}_{黏性}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\mathrm{d}V + \oiint_S \rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{8}$$

方程（8）是积分形式的能量方程。方程左边，第一项是控制体中的流体增加的热量，如通过外部放射源；第二项是由控制面的传热增加的热量；第三项是作用于控制面上压力的功率；第四项是体力的功率；第五项是作用在控制面上的黏性应力的功率。方程右边的第一项积分表示控制体内能量随时间的变化率；第二项是通过控制面净传出的能量。

方程（8）可以表示为偏微分方程的形式

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]+\nabla\cdot\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\boldsymbol{V}\right] = \rho\dot{q}-\nabla\cdot(p\boldsymbol{V})+\rho(\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{V})+\dot{Q}'_{黏性}+\dot{W}'_{黏性} \tag{9}$$

这里$\dot{Q}'_{黏性}$和$\dot{W}'_{黏性}$表示黏性项，将在第 4 节给出。方程（9）是偏微分方程，与空间中一给定点的流场变量相关。

1.7　分类：欧拉方程和纳维尔-斯托克斯方程

不稳定可压缩三维黏性流动的控制方程由方程(2)～方程(8) 给出。用现代术语来说，连续性方程、动量方程和能量方程被统称为纳维尔-斯托克斯方程，传统意义上只有带黏性项的动量方程才被称为纳维尔-斯托克斯方程。

对于无黏流动，上述控制方程中的黏性项消失。因为连续性方程只表示质量守恒，所以形式不变。然而动量方程［方程（5）～方程(7)］现在写作

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho u\boldsymbol{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x}+\rho f_x \tag{10}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho v\boldsymbol{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y}+\rho f_y \tag{11}$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho w\boldsymbol{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z}+\rho f_z \tag{12}$$

能量方程（9）变为

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]+\nabla\cdot\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\boldsymbol{V}\right] = -\nabla\cdot(p\boldsymbol{V})+\rho(\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{V}) \tag{13}$$

现代术语中，方程（3）和方程（10）～方程(13）被称为欧拉方程，在传统意义上只有无黏流动动量方程才被称为欧拉方程。

1.8　迹线、流线和脉线

迹线是流体单元在流动时通过的路径。假设你正在观察向下游流动的给定流体单元，眼睛跟随的路径就是迹线，流体单元描绘了这一路径。

流体单元在流体中运动时，速度矢量都附于其上，某一特定时刻，矢量的箭头分布在整个空间。流线上任意一点的切线是速度矢量在该点的方向。

考虑流场中一个定点。流体单元在给定时间内相继通过该点。假设这些流体单元相互连接，就像一串大象鼻子连尾巴。连接流体单元的线称为脉线。

一般情况下，流场可以是非定常的，其中所定义的流场特性，包括速度的大小和方向，在任何给定点都是时间的函数。对非定常流动，流动中一定点的迹线、流线和脉线都是不同的曲线。相反，定常流动中流场任意点的特性都不随时间变化，它们是与时间无关的相同的定值。对于定常流动，三种曲线间没有区别，其中流线是描述流动最常用的曲线。

1.9　涡量

在流体单元沿流线平移的同时，还会扭转并产生形变。扭转量和形变量取决于速度场。流体单元的转动角速度为矢量，用 $\boldsymbol{\omega}$ 表示。按照定义，涡量是转动角速度的两倍，即

$$\xi = 2\boldsymbol{\omega} \tag{14}$$

同时也是速度的旋度：

$$\xi = \nabla\times\boldsymbol{V} \tag{15}$$

在速度场中，速度的旋度等于涡量。

由以上两点得出以下两个重要定义：

（1）如果流动中每一点都有 $(\nabla\times\boldsymbol{V})\neq 0$，那么流动称为有旋流。意味着流体单元有有限角速度。

（2）如果流动中每一点都有 $(\nabla\times\boldsymbol{V})=0$，那么流动称为无旋流。意味着流体单元没有角速度，其在空间做平移运动。

无旋流比有旋流容易分析。乍看之下，无旋流非常特殊以至于应用会受到限制。令人惊奇的是，事实并不是这样。有许多空气动力学的实际问题，其流场都是无旋的，例如，机翼的亚声速绕流，小攻角细长旋成体的超声速绕流以及拉瓦尔喷管流



动。这样的例子中，临近表面都会产生很薄的黏性边界层，在这个黏性区域，流动是高度旋转的。而在边界层外，流动通常是无旋的。因此，对于无旋流动的研究是空气动力学的重要部分。

1.10　速度势

对于无旋流，每一点都存在标量函数 ϕ，该点的速度可以表示为

$$\boldsymbol{V} = \nabla\phi \tag{16}$$

式中，ϕ 是速度势。如果给定流动的速度势已知，那么速度可以直接通过速度势的微分得到。例如，在笛卡儿坐标系中，有

$$u = \frac{\partial\phi}{\partial x};\ v = \frac{\partial\phi}{\partial y};\ w = \frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{17}$$

需要注意的是，在速度方向上对 ϕ 求微分得到的就是流场速度。

当流场无旋时，可以定义速度势，这是一个重要的简化。不再将速度分量（u，v，w）视为未知量，这需要三个方程，而我们可以将速度势视为一个未知量，这样就只需要解一个流场方程。这就是为什么理论空气动力学中要区分有旋流动和无旋流动，以及为什么分析无旋流动要比有旋流动简单。这也是无旋流动常被定义为势流的原因。

1.11　流函数

流函数 ψ 与速度势相同，都是标量函数，对其微分可以得到流速。例如，在笛卡儿坐标系中，有

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y};\ v = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{18}$$

需要注意的是，在速度分量的垂直方向取微分，这与速度势形成对比。对于流函数，除了几个特殊的情况，都是为了二维流动而定义的，不同的是速度势是对于三维流动而定义的。

沿着二维流动的流线，流函数具有常值。因此，流线方程可以表示为 ψ=常数，不同流线这一常量不同。

流函数可以根据有旋流动也可以根据无旋流动定义。这与只为无旋流动而定义的速度势形成对比。

1.12　环量

这部分我们介绍一个计算气动升力的基本量，即环量。20 世纪之交，英格兰的弗雷德里克・兰彻斯特（1878—1946）、德国的威廉・库塔（1867—1944）和苏联的尼古拉・儒可夫斯基（1847—1921）分别利用该量创造了气动升力理论的重大突破。这部分的目的只是定义环量并与涡量联系起来。

考虑流场中的封闭曲线 C。$\boldsymbol{V}$ 和 $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ 分别为 C 上一点处的速度和有向线段。环量 Γ 定义为

$$\Gamma = -\oint_C \boldsymbol{V}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{19}$$

环量就是速度沿流动中封闭曲线的线积分，是取决于速度场和曲线选择的运动属性。在数学上约定，线积分沿逆时针为正。然而在空气动力学中，考虑顺时针环量为正会比较方便。因此，定义中有负号，说明积分沿逆时针为正，环量沿顺时针为正。

将方程（19）中的圆周积分称为环量可能会让人误解，认为这是环状运动的产物。事实上，根据美国英语传统字典，对“环量”这一词的第一个定义为“成圈运动或成环运动”。然而，在空气动力学中，环量有非常明确的意义，即方程（19）。它并不意味着流场中的流体单元环状运动，这是空气动力学初学者中常见的误解。当然，当流动中存在环量，就意味着方程（19）的线积分为有限值。例如，如果机翼产生升力，那么沿围绕机翼的圆周曲线积分得到的环量就会是有限值，尽管流体单元并没有绕机翼转圈。

环量和涡量的关系如下：

$$\Gamma = -\oint_C \boldsymbol{V}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s} = -\iint_S (\nabla\times\boldsymbol{V})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{20}$$

因此，沿曲线 C 的环量等于涡量在以 C 为边界的任意曲面上的积分。如果流动在积分限内无旋（C 中任意曲面上有 $\nabla\times\boldsymbol{V}=0$），那么 $\Gamma=0$。相关的结果可以让曲线 C 缩减到无穷小得到，沿 C 的环量表示为 $\mathrm{d}\Gamma$。当 C 趋于无穷小时，方程（20）的极限为

$$\Gamma = -(\nabla\times\boldsymbol{V})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = -(\nabla\times\boldsymbol{V})\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S \tag{21}$$

或

$$(\nabla\times\boldsymbol{V})\cdot\boldsymbol{n} = -\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}S} \tag{22}$$

式中，$\mathrm{d}S$ 是无穷小曲线 C 所环绕的无穷小面积。方程（22）说明，流动中的点 P，垂直于 $\mathrm{d}S$ 的涡量分量等于负的“单位面积的环量”，环量沿 $\mathrm{d}S$ 的边界得到。

2　势流方程

2.1　势流的定义

速度势 ϕ 在 1.10 节中定义为一个标量函数，速度矢量可以通过该函数得到，即 $\boldsymbol{V}=\nabla\phi$。速度势只能针对无旋流动定义，因此，可以将存在速度势的流动定义为势流，势流无旋。

通常地，势流一词被用于描述不可压缩无旋流动。然而这样的描述具有局限性，因为可压缩无旋流动也可以定义速度势。在笛卡儿坐标系中表示速度有：

$$\boldsymbol{V}=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}+w\boldsymbol{k} \tag{23}$$

其中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为沿 x、y、z 轴的方向向量，u、v、w 分别为速度在 x、y、z 方向的分量。因为：

$$\boldsymbol{V}=\nabla\phi=\boldsymbol{i}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\boldsymbol{j}\frac{\partial\phi}{\partial y}+\boldsymbol{k}\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{24}$$

对比方程（23）和方程（24），我们有

$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x} \tag{25}$$

$$v=\frac{\partial\phi}{\partial y} \tag{26}$$

$$w=\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{27}$$

方程（25）～方程(27）说明了对于给定流动，定义并获得速度势最大的优点为：未知的三个速度分量 u、v、w 被一个未知量 ϕ 代替。因此，对势流的理论分析比对非势流的分析要简单得多。

2.2　伯努利方程

对于不可压缩流动，欧拉方程沿流线积分得到一个关于压力和速度的代数方程：

$$p+\frac{1}{2}\rho V^2=\text{常数} \tag{28}$$

方程（28）就称为伯努利方程，它反映了伯努利原理，即沿给定流线，压力减小时速度增大，压力增大时速度减小。从欧拉方程的推导过程可以看出，伯努利方程是对运动的流体单元应用牛顿第二定律 $F=ma$ 得到的结果。伯努利方程中每一项的量纲都为压强（单位面积上的力）。事实上，第二项 $\frac{1}{2}\rho V^2$ 被定义为动压。量纲同样可以用单位体积的能量来表示，有时伯努利方程被视为不可压缩流动的一种能量方程。然而，从根本上讲，伯努利方程是牛顿第二定律的一种表达形式。

对于势流，伯努利方程用于流场的每一处，并不局限于给定的流线。因此，伯努利方程对势流的分析相当有用。

2.3　速度的散度

数学家很快会想到速度散度的数学表达式，其在笛卡儿坐标系下的形式为

$$\nabla\cdot\boldsymbol{V}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z} \tag{29}$$

然而，流体动力学家会想到速度散度的物理意义。考虑沿流线运动的质量固定的流体单元。通常，当流体单元从流动中一点运动到另一点时体积会发生变化。速度散度的物理意义是，运动流体单元单位体积的瞬时变化率。

对于不可压缩流动，质量固定的运动流体单元体积不变。因此，由 $\nabla\cdot\boldsymbol{V}$ 的物理意义，对不可压缩流动，有

$$\nabla\cdot\boldsymbol{V}=0 \tag{30}$$

2.4　拉普拉斯方程

拉普拉斯方程是不可压缩势流的控制方程。它源于不可压缩流动的条件，即 $\nabla\cdot\boldsymbol{V}=0$，以及势函数的定义，$\nabla\phi=\boldsymbol{V}$。结合以上两个关系有

$$\nabla^2\phi=0 \tag{31}$$

方程（31）是拉普拉斯方程，它是数学物理学中最著名而且被广泛研究的方程。拉普拉斯方程的解是调和函数，对调和函数的研究有大量的文献。因此，用拉普拉斯方程来描述不可压缩无旋流是幸运的，因为这个方程具有众多的解并且为人们所熟识。在笛卡儿坐标系中，拉普拉斯方程可以表示为

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0 \tag{32}$$

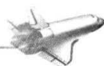
对于二维势流，流函数 ψ 同样满足拉普拉斯方程，即

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=0 \tag{33}$$

由方程（31）和方程（33），我们得到如下明显而重要的结论：

（1）任何不可压缩无旋流动，都有速度势和流函数（二维流动），都满足拉普拉斯方程。

（2）相反地，拉普拉斯方程的任意解都表示一种不可压缩无旋流动的速度势或流函数。



拉普拉斯方程是二阶线性偏微分方程。事实上，线性尤为重要，因为线性微分方程的任意特解之和仍是方程的解。例如，如果 ϕ_1，ϕ_2，ϕ_3，…，ϕ_n 为方程（31）的 n 个解，那么

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_n \tag{34}$$

也是方程（31）的解。因为拉普拉斯方程是不可压缩无旋流动的控制方程并且拉普拉斯方程是线性的，我们断定不可压缩无旋流动的复杂的流动形态可以由若干基本流动叠加而成，这些基本流动同样是不可压缩的、无旋的。事实上，这为求解势流提供了一个重要方法。为一些不同的基本流动寻找满足整个流场的解，这些基本流动或许并不是现实生活中的实际流动。然而，将这些基本流动以不同的方式叠加，由此产生的流场就会适用于实际问题。

考虑不同气动外形下不可压缩无旋流动的流场，如球体、圆锥体或机翼。无疑地，每一个流动都会有显著不同，球体绕流中流线和压力分布与圆锥体绕流的完全不同。然而，这些不同的流动有着共同的控制方程，即$\nabla^2\phi=0$。那么，如何得到关于不同物体绕流的流动？这个答案就在于边界条件。尽管不同流动的控制方程相同，但方程的边界条件必须符合不同的几何外形，因此决定不同的流场解。

考虑通过静止物体的外部气动流。流动受以下条件的约束：①自由流动出现在距物体无穷远处；②流动受到物体自身表面的影响。因此，两组边界条件应用如下：

（1）无穷远处边界条件。远离物体处，在任意方向上，流动都近似为均匀自由流。设 V_∞ 与 x 方向对齐。因此，在无穷远处有

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = V_\infty \tag{35}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \tag{36}$$

方程（35）和方程（36）是无穷远处的速度边界条件，用于距物体无限远处任意方向，前后左右均如此。

（2）固壁边界条件。流动不会渗透进入固体表面。然而，如果是黏性流动，流体和固体表面的摩擦使得表面速度为零。相反地，对于无黏流动，表面速度是有限值，但由于流动不能渗入固体表面，速度矢量必须与表面相切。垂直表面的速度分量必须为零。设 $\boldsymbol{n}$ 为垂直于表面的单位矢量。固壁边界条件可以写为

$$\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n} = (\nabla \phi) \cdot \boldsymbol{n} = 0 \tag{37}$$

或

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \tag{38}$$

方程（37）和方程（38）给出了速度在固定壁面的边界条件，都是用 ϕ 表达的。如果用 ψ 代替 ϕ，那么固壁边界条件为

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = 0 \tag{39}$$

式中，s 是沿物体表面的距离。注意到物体轮廓线是流动中的一条流线。回想一下 ψ=常数是流线方程，因此，如果物体的形状由 $y_b=f(x)$ 给出，那么

$$\psi_{表面} = \psi_{y=y_b} = 常数 \tag{40}$$

方程（40）是方程（39）给出的边界条件的另一种表达形式。

如果我们既不用 ϕ 也不用 ψ，而是用速度分量 u 和 v 表示，那么固壁边界条件由物体表面的流线方程得到，即

$$\frac{\mathrm{d}y_b}{\mathrm{d}x} = \left(\frac{v}{u}\right)_{表面} \tag{41}$$

方程（41）说明物体表面是流动的流线。方程（41）给出的物体表面切向运动条件可用于所有的高超声速不可压缩无黏流动，而且并不依赖于描述问题的 ϕ 和 ψ。

2.5　中期总结

总结之前的讨论，一般解决不可压缩势流的方法可以总结如下：

（1）在适当边界条件下（如方程（35）和方程(37)），解方程（32）和方程（33），由 ϕ 和 ψ 表示的拉普拉斯方程。这些解通常都是基本流动解的和形式。

（2）通过 $\boldsymbol{V}=\nabla\phi$ 或 $u=\partial\psi/\partial y$ 和 $v=-\partial\psi/\partial x$ 得到流速。

（3）由伯努利方程 $p+\frac{1}{2}\rho V^2=p_\infty+\frac{1}{2}\rho V_\infty^2$ 得到压强，p_∞ 和 V_∞ 是已知的自由来流的值。

因为 V 和 p 是不可压缩流动的主要表征，所以第（1）～（3）步都是解决不可压缩势流问题的必需步骤。

2.6　基本势流

许多令人关注的不可压缩势流都是由两个或多个基本流动叠加而成，这些基本流动都是拉普拉斯方程的解。以下是四种常用的基本流动：

（1）均匀流（图 2)。这种流动的流线为简单的直线，以固定速度沿给定方向流动。这是所有基本流动中最简单的，它构成了物体绕流前方的均匀自由流。



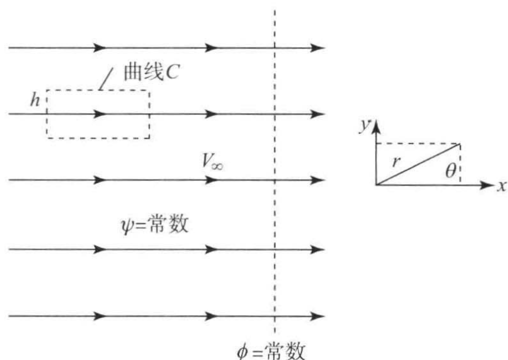


图2　均匀流

（2）二维点源流动（图3）。点源流动中的所有流线均为直线，从中心点呈放射状发出，一点的流速与该点到中心点的距离 r 成反比。点源的强度 Λ，是来自源点的与平面垂直的单位高度的体积流量。与点源相对的是点汇，流体沿径向向中心点流动，点汇在本质上是负强度源。点源或点汇的中心是奇点，流速无穷大。事实上，中心点 O 可以被视为点源或点汇的离散源，就是它的存在导致了径向流。

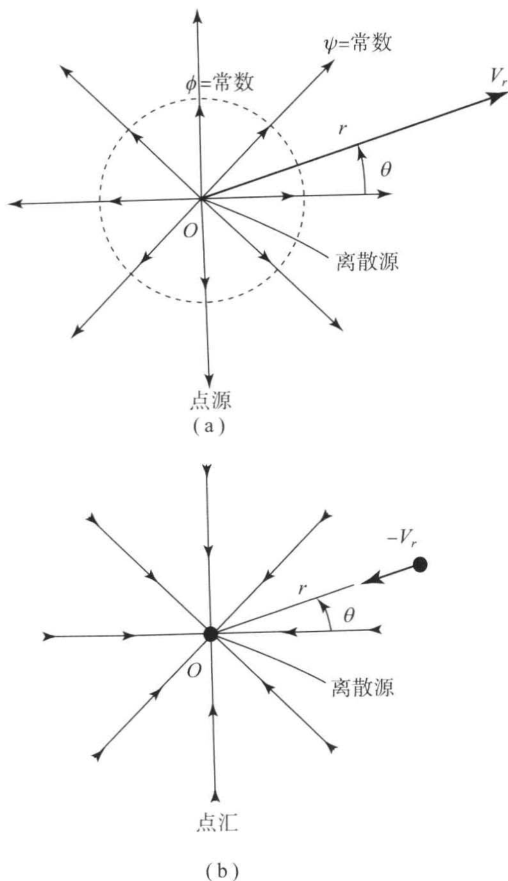


图3　点源和点汇

（3）二维偶极子流动（图4）。考虑距离为 l、强度为 Λ 的点源和强度为 $-\Lambda$ 的点汇。令点源和点汇的强度绝对量与 l 的乘积（$l\Lambda$）为常数，距离 l 趋于零。在 $l\to 0$ 的极限情况下，流动就是强度为 $\kappa=l\Lambda$ 的偶极子。同样，与点源和点汇类似，这个成对物可以被看作离散的奇点，并在奇点附近引起了偶极子流动。

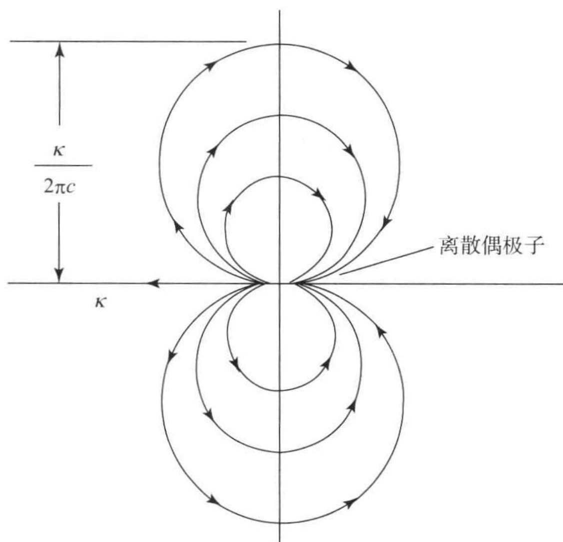


图4　强度为 $\kappa=l\Lambda$ 的偶极子

（4）涡流（图5）。涡流的流线是一系列对于定点的同心圆，沿任意流线流速为定值，但流速与点距中心的距离成反比。这个中心称为点涡，它是引起中心点附近圆形涡流的奇点。沿绕点涡的任意圆形流线得到的环量相同，不依赖于流线。因此，Γ 被称为涡强。涡流在除了源头的点均为无旋流，在源头涡量无穷大，这是涡流奇异的另一方面。

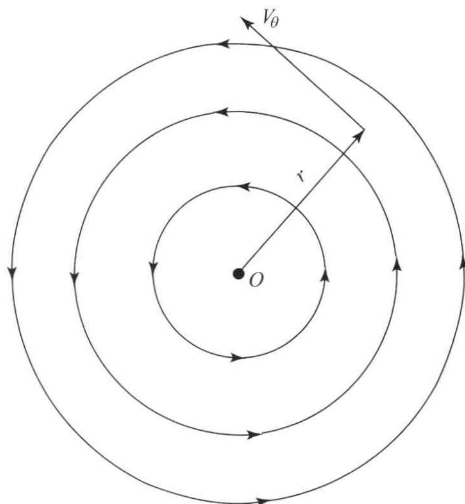


图5　涡流

2.7　基本流动方程

每个基本流动的速度函数、速度势函数及流函



数在大多数空气动力学教材中都有过推导(Anderson，2010)。结果见表1。

表1　基本流动方程

流动类型	速度	ϕ	ψ
x 方向的均匀流	$u=V_\infty$	$V_\infty x$	$V_\infty y$
点源	$V_\Gamma=\dfrac{\Lambda}{2\pi r}$	$\dfrac{\Lambda}{2\pi}\ln r$	$\dfrac{\Lambda}{2\pi}\theta$
点汇	$V_\theta=-\dfrac{\Gamma}{2\pi r}$	$-\dfrac{\Gamma}{2\pi}\theta$	$\dfrac{\Gamma\ln r}{2\pi}$
偶极子	$V_\Gamma=-\dfrac{\kappa}{2\pi}\dfrac{\cos\theta}{r^2}$	$\dfrac{\kappa}{2\pi}\dfrac{\cos\theta}{r}$	$-\dfrac{\kappa}{2\pi}\dfrac{\sin\theta}{r}$
	$V_\theta=-\dfrac{\kappa}{2\pi}\dfrac{\sin\theta}{r^2}$		

2.8　基本流动的叠加

(1) 无升力圆柱绕流（图6）。速度为 V_∞ 的均匀流和强度为 κ 的偶极子叠加，得到绕过半径为 $R=\left(\dfrac{\kappa}{2\pi V_\infty}\right)^{1/2}$ 的圆柱的势流。表面的绝对速度为

$$V_\theta=-2V_\infty\sin\theta \tag{42}$$

表面压力系数分布为

$$C_p=\frac{p-p_\infty}{\dfrac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}=1-4\sin^2\theta \tag{43}$$

表面压力分布关于平行和垂直于自由流的轴对称，因此圆柱净气动力为零。

(2) 升力圆柱绕流（图7）。无升力圆柱绕流和强度为 Γ 的涡流叠加，得到的圆柱绕流并不关于平行于自由流的轴对称，因此，垂直于自由流存在气动力升力。压力系数的变化由下式给出：

$$C_p=1-\left(-2\sin\theta-\frac{\Gamma}{2\pi RV_\infty}\right)^2 \tag{44}$$

对压力系数积分，得到垂直于平面的单位展长的升力：

$$L=\rho_\infty V_\infty\Gamma \tag{45}$$

方程(45)就是库塔-儒可夫斯基关联环量和单位展长升力的原理。

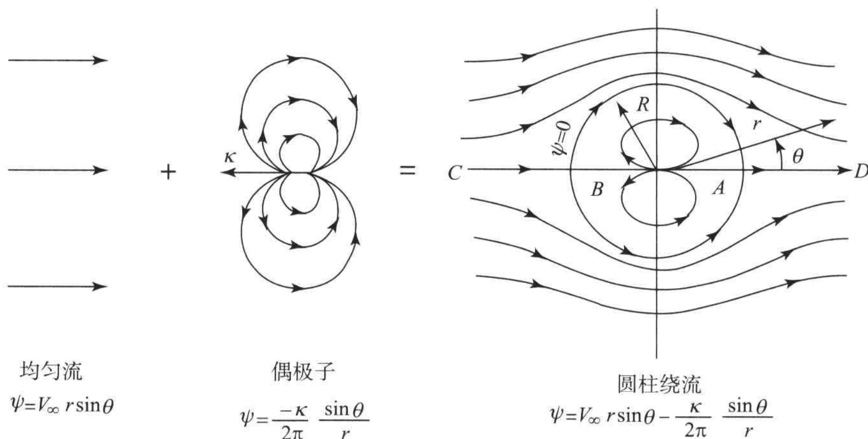


图6　均匀流和偶极子的叠加（无升力圆柱绕流）

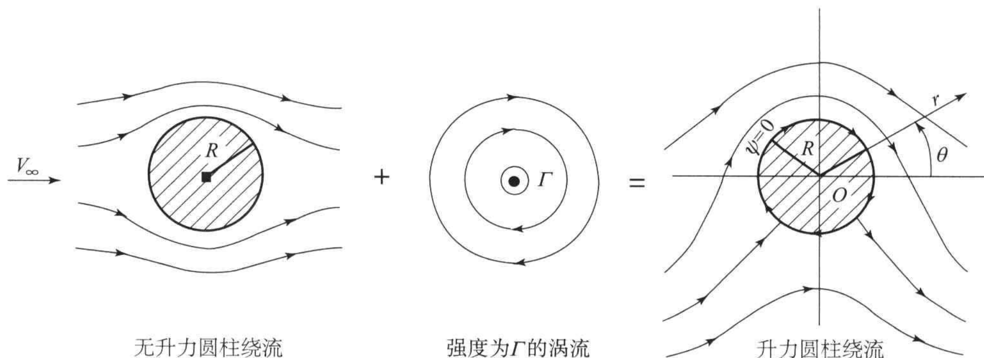


图7　升力圆柱绕流的合成

2.9　升力环量理论：基本原理

沿围绕物体任意曲线的环量能够得知情况下的方程（45），即库塔-儒可夫斯基原理，通常用于任意截面的圆柱体。令 A 为流动中围绕物体的一条封闭曲线，如果物体产生升力，那么围绕物体的速度场会有以下性质，速度沿着曲线 A 的线积分是有限的，即环量

$$\Gamma=-\oint_{A}\mathbf{V}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \tag{46}$$

有限。接下来，物体上单位展长的升力将由库塔-儒可夫斯基原理给出，具体形式见方程（45）。这一结果强调了环量的概念。库塔-儒可夫斯基原理说明，二维物体上单位展长的升力与其环量成正比。

升力圆柱绕流由均匀流、偶极子和涡流叠加而成。除了涡流在源点的涡量无穷大，这三个基本流动在所有点都是无旋的。因此，升力圆柱绕流在除了源点之外的每一点都是无旋的。如果我们取不包含源点的任意曲线，得到的环量 $\Gamma=0$。只有当曲线包含源点时，$\nabla\times\mathbf{V}$ 无穷大，方程（46）才得到有限值，且等于涡流的强度。对于通过二维物体的势流也有一样的结论。物体外的流动是无旋的，沿任意不包含物体的封闭曲线的环量为零。另一方面，物体绕流是将旋涡散布在物体内部和物体表面而合成的结果。这些旋涡通常在$\nabla\times\mathbf{V}$ 方向上存在奇点，因此，如果我们选择包含物体的曲线，那么由方程（46）得到有限环量 Γ，等于散布在物体内部和表面的涡强之和。这里重要的一点是，在库塔-儒可夫斯基原理中，方程（45）用到的 Γ 必须是沿环绕物体的封闭曲线得到的。曲线形状和位置可以任意，但必须包含物体。

之前讨论过的方法，即通过定义环量并利用方程（45）来得到升力，是空气动力学中升力环量理论的精髓。它在 20 世纪之初的发展让空气动力学取得了突破性进展。然而，升力环量理论是计算气动外形上产生升力的一种替代途径。而气动力产生的真正物理原因是物体表面的压力和剪应力分布。库塔-儒可夫斯基原理只是表面压力分布影响的另一种表达，这是一种数学上的表达，与用于分析不可压缩无黏流动的专用工具相一致。事实上，方程（45）是由压力分布积分得到的。因此，说环量“引起”了升力并不恰当。升力是由表面压力分布的不平衡造成的，环量只是由相同的压力而定义的一个量。表面压力分布与环量之间的关系由方程（45）给出。然而，在不可压缩势流理论中，通常确定环量要比计算复杂的表面压力分布容易得多。这就是升力环量理论的优势。

因此，理论分析二维物体在不可压缩无黏流动中的升力，重点在于计算环量。一旦得到了 Γ，那么单位展长的升力可由库塔-儒可夫斯基原理直接得到。

2.10　高亚声速和超声速势流：基本理论和基本方程

只要流动是无旋的，那么无论是不可压缩流动还是可压缩流动都可以定义速度势。因此，对于高速可压缩流动，有

$$\mathbf{V}=\nabla\phi \tag{47}$$

这里对于二维流动，

$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x} \tag{48}$$

$$v=\frac{\partial\phi}{\partial y} \tag{49}$$

当连续性方程、动量方程和能量方程中的速度都换为速度势，并将方程适当结合，得到只有一个因变量 ϕ 的方程，即

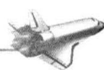
$$\left[1-\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2\right]\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\left[1-\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2\right]\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}-\frac{2}{a^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}=0 \tag{50}$$

这被称为速度势方程。除了声速项，几乎完全是关于 ϕ 的方程。然而，a 可以很容易地用 ϕ 表示为

$$a^2=a_0^2-\frac{\gamma-1}{2}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2\right] \tag{51}$$

这里 a_0 是已知的流动常数。方程（51）给出了声速 a 作为 ϕ 的函数。因此，将方程（51）代入方程（50）得到关于单一未知量 ϕ 的偏微分方程。这个方程是连续性方程、动量方程和能量方程的结合。原则上，在遵循无穷远和物体表面处边界条件的情况下，由此方程可以解出 ϕ 并得到任意二维形状周围的流场。

因为方程（50）和方程（51）只是关于因变量 ϕ 的方程，所以对于等熵无旋定常可压缩流动的分析就被大大简化了，我们只需要解一个方程而不是三个或者更多。一旦 ϕ 已知，其他所有流动变量都能直接得到：



（1）由方程（48）和方程（49）计算 u 和 v。

（2）由方程（50）计算 a。

（3）计算马赫数 $M=V/a=\sqrt{u^2+v^2}/a$。

（4）由方程（52）～方程(54）计算 T、p 和 ρ。

$$\frac{T_0}{T}=1+\frac{\gamma-1}{2}M^2 \tag{52}$$

$$\frac{p_0}{p}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{53}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{54}$$

这些方程中，总体条件 T_0、p_0 和 ρ_0 是已知量，在等熵流动中这些都是常量，因此可以从自由流条件得到。

尽管方程（50）只有一个未知量，但它有明显的缺点，即它是非线性偏微分方程。这样的非线性方程很难用解析的方法求解，在现代空气动力学中，方程（50）的解通常是由复杂的数值技术得到的。确实，直到今天仍没有找到方程（50）的一般解析解。这与由拉普拉斯方程控制的不可压缩流动形成了鲜明对比。拉普拉斯方程是有很多解析解的线性偏微分方程。

鉴于这种情况，空气动力学家多年以来都在假设流场的物理性质，目的是简化方程（50）。这些假设将我们的考虑限制在小攻角细长旋成体绕流。对于亚声速和超声速流动，通过这些假设得到了方程（50）的线性近似形式，并由此可以用解析法求解，这是下一部分要讨论的内容。

要牢记的是，在定常无旋等熵流动的框架下，方程（50）对于所有马赫数的流动都是精确并适用的，从亚声速流到高超声速流，同时对于二维物体的形状，无论薄厚也都是精确并适用的。

在只考虑亚声速流和超声速流的同时，假设小攻角细长旋成体绕流，得到了方程（50）的线性化形式。对于小攻角细长旋成体，相对于上游初始均匀流，流场只是轻微的扰动。因此，速度在 x 和 y 方向的分量为

$$u=V_\infty+\hat{u};\quad v=\hat{v} \tag{55}$$

这里$\hat{u}$和$\hat{v}$是扰动速度。对于小攻角细长旋成体，这些扰动对于自由流速度来说很小，即

$$\frac{\hat{u}}{V_\infty},\quad \frac{\hat{v}}{V_\infty},\quad \frac{\hat{u}^2}{V_\infty^2},\quad \frac{\hat{v}^2}{V_\infty^2}\ll 1 \tag{56}$$

有了这个假设，同时考虑 $0\leqslant M_\infty\leqslant 0.8$ 的亚声速流动和 $1.2\leqslant M_\infty<5$ 的超声速流动，方程（50）简化为

$$(1-M_\infty^2)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 \tag{57}$$

方程（57）是线性偏微分方程，因此比方程（50）容易求解。直到20世纪初，已经得到了关于方程（57）的很多有用的解，并将其应用到亚声速和超声速流动中。

然而我们为这样的简化也付出了代价。方程（57）并不精确。它只是流动被限制在以下条件时的一个近似方程：

（1）扰动很小，即小攻角薄物体。

（2）亚声速和超声速马赫数。方程（57）对于 $0.8\leqslant M_\infty\leqslant 1.2$ 的跨声速流或 $M_\infty>5$ 的高超声速流无效。

3　欧拉方程

3.1　随体导数：物理意义

欧拉方程是无黏流动的控制方程，有积分方程和偏微分方程两种形式。我们将进一步介绍偏微分形式的方程。

通常流动的偏微分控制方程都是由随体导数表达的，随体导数同时拥有数学意义和物理意义。

为了介绍与认识随体导数，考虑笛卡儿坐标系下微小的流体单元通过流场。其速度场为 $\boldsymbol{V}=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}+w\boldsymbol{k}$，其中

$$\begin{aligned}u&=u(x,\ y,\ z,\ t)\\ v&=v(x,\ y,\ z,\ t)\\ w&=w(x,\ y,\ z,\ t)\end{aligned} \tag{58}$$

另外，密度场为

$$\rho=\rho(x,y,z,t) \tag{59}$$

在 t_1 时刻，流体单元在流动中的点 1 处，其密度为

$$\rho_1=\rho(x_1,y_1,z_1,t_1) \tag{60}$$

在不久后的 t_2 时刻，之前的流体单元移动到流场中的不同位置，如点 2。在这个时刻和位置，流体单元的密度为

$$\rho_2=\rho(x_2,y_2,z_2,t_2) \tag{61}$$

因为 $\rho=\rho(x,\ y,\ z,\ t)$，我们将其在点 1 处展开为泰勒级数，即

$$\rho_2=\rho_1+\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)_1(x_2-x_1)+\left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)_1\cdot$$

$$(y_2-y_1)+\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_1(z_2-z_1)+$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_1 (t_2 - t_1) + \text{高阶项} \tag{62}$$

除以时间差（$t_2 - t_1$）并忽略高阶项，我们得到

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_1 \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial y}\right)_1 \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)_1 \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_1 \tag{63}$$

考虑方程（63）左侧的物理意义。（$\rho_2 - \rho_1$）/（$t_2 - t_1$）表示流体单元从点 1 运动到点 2 时密度的平均变化率。在极限情况下，当 t_2 趋近于 t_1 时，此项变为

$$\lim_{t_2 \to t_1} \frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1} = \frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} \tag{64}$$

这里，$\mathrm{D}\rho/\mathrm{D}t$ 为流体单元通过点 1 时的瞬时密度变化率。我们将 $\mathrm{D}/\mathrm{D}t$ 定义为随体导数的符号。要注意的是，$\mathrm{D}\rho/\mathrm{D}t$ 是给定的流体单元通过空间时的密度变化率。这里，我们的目光集中在运动的流体单元，同时我们在关注流体单元通过点 1 时密度的变化。这与（$\partial\rho/\partial t$）$_1$ 不同，（$\partial\rho/\partial t$）$_1$ 是点 1 处的密度的变化率。对于（$\partial\rho/\partial t$）$_1$，我们将目光集中在静止点 1，同时关注流场中的瞬间变化引起的密度改变。因此，（$\mathrm{D}\rho/\mathrm{D}t$）和（$\partial\rho/\partial t$）$_1$ 在物理和数值意义上都有不同。回到方程（63），注意到

$$\lim_{t_2 \to t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \equiv u$$
$$\lim_{t_2 \to t_1} \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \equiv v \tag{65}$$
$$\lim_{t_2 \to t_1} \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} \equiv w$$

因此，当 $t_2 \to t_1$ 时对方程（63）取极限，我们得到

$$\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} = u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{66}$$

从方程（66）中可以得到在笛卡儿坐标系下的随体导数表达式：

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} \tag{67}$$

此外，在笛卡儿坐标系中，矢量算子∇定义为

$$\nabla = \boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial}{\partial z} \tag{68}$$

因此，方程（67）可以写为

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \tag{69}$$

方程（69）表示了随体导数的矢量记法，因此，对于任意坐标系有效。

将目光集中在方程（69），再一次强调 $\mathrm{D}/\mathrm{D}t$ 为随体导数，是运动流体单元随时间的变化率；$\partial/\partial t$为局部导数，是固定点随时间的变化率；$\mathbf{V} \cdot \nabla$ 为迁移导数，是流体单元从流场的一处运动到另一处的变化率，这两处的流动特性不相同。随体导数适用于任何流场变量（如 $\mathrm{D}p/\mathrm{D}t$，$\mathrm{D}T/\mathrm{D}t$，$\mathrm{D}u/\mathrm{D}t$），例如：

$$\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t} \equiv \underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{\text{局部导数}} + \underbrace{(\mathbf{V} \cdot \nabla)}_{\text{迁移导数}} T \equiv \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} \tag{70}$$

方程（70）说明当流体单元经过流动中的一点时，其温度是不断变化的，因为这一点的流场温度会随时间而变化（局部导数），同时因为流体单元正朝向流场中温度不同的另一点运动（迁移导数）。

考虑这样的例子来加强对随体导数物理意义的理解。想象你在山中远足，正要进入一个山洞，洞内的温度要比外面的低，因此，当你走过洞口时，感觉到温度降低，这好比方程（70）中的迁移导数。然而，与此同时，你的同伴向你扔来一个雪球，就在你通过洞口的瞬间砸中了你。你会感觉到额外的、暂时的温度降低，这好比方程（70）中的局部导数。当你途经洞口时的净温度下降是二者的结合，其一是进入山洞的温度下降，其二是被雪球砸到的瞬时温度下降。这个净温度下降可类比方程（70）的随体导数。

3.2　由随体导数表示的欧拉方程

在经典意义上，将无黏流动的动量方程称为欧拉方程。然而，现代的欧拉方程包含无黏流动的基本控制方程，有连续性方程、动量方程和能量方程。这些方程在第 3 章第 1 节中提到过。将它们写为随体导数的形式：

连续性方程：

$$\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \rho\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \tag{71}$$

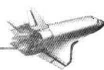
动量方程：

$$\rho\frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x \tag{72}$$

$$\rho\frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y \tag{73}$$

$$\rho\frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z \tag{74}$$

能量方程：



$$\rho\frac{\mathrm{D}\left(e+\frac{v^2}{2}\right)}{\mathrm{D}t}=\rho\dot{q}-\nabla\cdot(p\boldsymbol{V})+\rho(\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{V})\tag{75}$$

以上连续性方程、动量方程和能量方程有5个未知量 p、V、ρ、T、e。假设为理想气体，构成完备系统的额外两个方程为

状态方程：

$$p=\rho RT$$

内能方程：

$$e=c_v T$$

3.3 边界条件

欧拉方程描述的是无黏流动。边界条件决定了这种特殊的流动。很多空气动力学问题都在处理外形确定的物体绕流。对于这些问题，有两组边界条件。

均匀来流条件：在距物体有适当距离时，流动被视为均匀流并有如下条件：

$$V_\infty=\text{常数};\ p_\infty=\text{常数};\ \rho_\infty=\text{常数}\tag{76}$$

不可渗透条件：流动不能渗入表面。因此，流动与物体表面相切，如果 $\boldsymbol{n}$ 是垂直于表面的单位向量，那么

$$V_\infty\cdot\boldsymbol{n}=0\tag{77}$$

3.4 欧拉方程的讨论

本章给出的随体导数形式欧拉方程是非线性偏微分方程的耦合系统。迄今为止，还没有找到这些方程封闭形式的解析解。因此，有两种方法来求解方程：

（1）通过适当的近似来简化物理问题，使之成为线性化的方程系统并求解。许多适用于小攻角细长旋成体的小扰动解，以及亚声速或超声速流的解就是很好的例子。

（2）利用来源于计算流体动力学（CFD）的适当算法来求欧拉方程的数值解。今天，欧拉方程的这些数值解是空气动力学的规范。

3.5 欧拉方程解的重要意义

今天，我们已经得到了各种复杂外形绕流的欧拉方程的CFD解，如对于完整的三维飞机任意方向的绕流。这些解适用于任何不受摩擦影响的流动。利用欧拉方程成功解决了物体的附着流动。欧拉方程的解得出了合理的表面压力分布，因为升力和力矩是由压力分布在物体表面的积分得到，所以这些气动力和力矩通常由CFD欧拉方程准确预测。另一方面，欧拉方程的解并没有为气动阻力提供任何直接结果，气动阻力是由物体表面剪应力和流动分离引起的。阻力的解属于纳维尔-斯托克斯方程的解或边界层的解的范畴。

4 纳维尔-斯托克斯方程

4.1 纳维尔-斯托克斯方程的展开式

4.1.1 动量方程

应用流动是由质量固定的极小流体单元构成的流动模型，动量方程中的黏性力可以通过计算流体单元各个面上的黏性剪应力和正应力得到。接下来介绍这些黏性剪应力与流动的速度梯度的相关性（见Anderson，2010）。动量方程在 x、y、z 三个方向以随体导数表达的最终形式为

$$\begin{aligned}\rho\frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{D}t}&=\rho\frac{\partial u}{\partial t}+\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}+\rho w\frac{\partial u}{\partial z}\\&=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\nabla\cdot\boldsymbol{V}+2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\cdot\\&\quad\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]+\rho f_x\end{aligned}\tag{78}$$

$$\begin{aligned}\rho\frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t}&=\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\rho u\frac{\partial v}{\partial x}+\rho v\frac{\partial v}{\partial y}+\rho w\frac{\partial v}{\partial z}\\&=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\cdot\\&\quad\left(\lambda\nabla\cdot\boldsymbol{V}+2\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]+\rho f_y\end{aligned}\tag{79}$$

$$\begin{aligned}\rho\frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{D}t}&=\rho\frac{\partial w}{\partial t}+\rho u\frac{\partial w}{\partial x}+\rho v\frac{\partial w}{\partial y}+\rho w\frac{\partial w}{\partial z}\\&=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\cdot\\&\quad\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\nabla\cdot\boldsymbol{V}+2\mu\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\rho f_z\end{aligned}\tag{80}$$

这里 μ 和 λ 是黏性系数。

方程（78）～方程(80）是非定常可压缩三维黏性流动的完整纳维尔-斯托克斯方程。对于分析不可压缩黏性流动方程（78）～方程(80）以及连续性方程就足够了。然而，对于可压缩流动，还需要讨论能量方程。

4.1.2 能量方程

在1.6节中，能量方程中的黏性项由 $\dot{Q}'_{黏性}$ 和

$\dot{W}'_{黏性}$概括表示。这些项是由于传热和作用在流体单元表面的黏性应力引起，分别为温度和速度梯度的函数。照这样来看，以随体导数表示的能量方程为

$$\rho\frac{De}{Dt}=\rho\dot{q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)-p\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2+\mu\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] \quad (81)$$

式中，e是内能；k是热导率。需要注意的是，能量方程可以写为很多不同的形式，方程（81）是涉及内能的一种形式。

4.2 相似参数

流体动力学中最重要的概念之一就是流场动力相似。如果两个流动中量纲为1因变量的变化相同，且是量纲为1自变量的函数，那么这两个不同的流动表现出流场动力相似。为了保证流场相似，两个流动中的相似参数必须相同。识别这些相似参数最严格的方法就是使纳维尔-斯托克斯方程和能量方程量纲为1，并检查量纲为1项的系数（Anderson，2010）。这些相似参数有马赫数，$M_\infty=\frac{V_\infty}{a_\infty}$；雷诺数，$Re=\frac{\rho_\infty V_\infty c}{\mu_\infty}$；普朗特数，$Pr=\frac{\mu_\infty c_p}{k_\infty}$；比热容比，$\gamma=\frac{c_p}{c_v}$。如果两个流动的相似参数相同，那么这两个流动动力相似。这些参数中，c是特征长度，c_p和c_v分别是比定压热容和比定容热容，a_∞为声速，ρ_∞为密度，V_∞是自由流速度，μ_∞为黏性系数，k_∞为热导率。

为了说明对于使控制方程量纲为1的过程，考虑定常二维黏性可压缩流动。三维流动沿x方向的动量方程由方程（78）给出，目前情况下变为

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] \quad (82)$$

方程（82）中，ρ、u、p等都是实际量纲不为1变量，如ρ的单位为kg/m³等。让我们引入以下量纲为1的变量：

$$\rho'=\frac{\rho}{\rho_\infty};\quad u'=\frac{u}{V_\infty};\quad v'=\frac{v}{V_\infty};\quad p'=\frac{p}{p_\infty};$$

$$\mu'=\frac{\mu}{\mu_\infty};\quad x'=\frac{x}{c};\quad y'=\frac{y}{c} \quad (83)$$

这里ρ_∞、V_∞、p_∞和μ_∞为参考值（即自由流值），c为参考长度（如翼弦）。用这些量纲为1的变量表达的方程（82）为

$$\rho'u'\frac{\partial u'}{\partial x'}+\rho'v'\frac{\partial u'}{\partial y'}=-\left(\frac{p_\infty}{\rho_\infty V_\infty^2}\right)\frac{\partial p'}{\partial x'}+\left(\frac{\mu_\infty}{\rho_\infty V_\infty c}\right)\frac{\partial}{\partial y'}\left[\mu'\left(\frac{\partial v'}{\partial x'}+\frac{\partial u'}{\partial y'}\right)\right] \quad (84)$$

注意到

$$\frac{p_\infty}{\rho_\infty V_\infty^2}=\frac{\gamma p_\infty}{\gamma\rho_\infty V_\infty^2}=\frac{a_\infty^2}{\gamma V_\infty^2}=\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \quad (85)$$

和

$$\frac{\mu_\infty}{\rho_\infty V_\infty c}=\frac{1}{Re_\infty} \quad (86)$$

这里M_∞和Re_∞分别为自由流马赫数和雷诺数，方程（84）变为

$$\rho'u'\frac{\partial u'}{\partial x'}+\rho'v'\frac{\partial u'}{\partial y'}=-\frac{1}{\gamma M_\infty^2}\frac{\partial p'}{\partial x'}+\frac{1}{Re_\infty}\frac{\partial}{\partial y'}\cdot\left[\mu'\left(\frac{\partial v'}{\partial x'}+\frac{\partial u'}{\partial y'}\right)\right] \quad (87)$$

方程（87）告诉我们一些重要的东西：考虑不同外形的物体绕流。一个流动中，热容比、马赫数和雷诺数分别为γ_1、$M_{\infty 1}$和$Re_{\infty 1}$；另一个流动中，这些参数有不同的值γ_2、$M_{\infty 2}$和$Re_{\infty 2}$。方程（87）适用于两种流动。在原则上解方程可以得到u'为x'和y'的函数。然而，两种情况下γ、M_∞和Re_∞是不同的，方程（87）中导数的系数是不同的。这就能保证，如果

$$u'=f_1(x',y') \quad (88)$$

为一个流动的解，而且

$$u'=f_2(x',y') \quad (89)$$

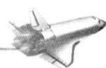
为另一个流动的解，那么

$$f_1\neq f_2 \quad (90)$$

然而，现在考虑两种不同的流动有相同的γ、M_∞和Re_∞。对于两个流动，方程（87）中导数的系数相同，即两个流动在数值上相等。另外，假设两个物体几何相似，那么由量纲为1的变量表示的边界条件相同。因此，方程（87）的解或者$u'=f_1(x', y')$和$u'=f_2(x', y')$必须相等，即

$$f_1(x',y')\equiv f_2(x',y') \quad (91)$$

回想之前提出的流动动力相似的定义，即在相



同的量纲为1的坐标系中，如果V/V_∞和p/p_∞等的分布规律在整个流场都相同，那么两个流动动力相似。这就是方程（91）表达的意思——u'作为x'和y'的函数对于两个流动是相同的。也就是说，两个流动中量纲为1的速度变化相同，量纲为1速度是量纲为1坐标系的函数。我们如何得到方程（91），简单地说，就是两个流动的γ、M_∞和Re_∞相同并且几何相似，这正是两个流动动力相似的评判标准。

4.3 边界条件

纳维尔-斯托克斯方程和能量方程的边界条件与欧拉方程的完全不同，除了均匀自由流。

均匀自由流：距物体适当距离处，流动被视为均匀流并有给定的自由流条件。

$$V_\infty = 常数;\quad p_\infty = 常数;\quad \rho_\infty = 常数 \tag{92}$$

物体表面：与欧拉方程不同，在黏性流动中，存在表面无滑移条件，即物体表面的流速相对物体本身为零：

$$u=0;\quad v=0;\quad w=0 \tag{93}$$

对于能量方程，如果壁面温度T_w已知，那么表面边界条件为

$$T=T_w \tag{94}$$

另一方面，如果壁面温度未知，例如，温度由于气动热是时间的函数，那么傅里叶传热定律提供了表面边界条件。如果$\dot{q}_w$表示对壁面的瞬时热通量，那么

$$\dot{q}_w = -k\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_w \tag{95}$$

这里n表示垂直于壁面的方向。对壁面的传热与表面材料有关，$\dot{q}_w$会改变T_w，T_w反过来影响$\dot{q}_w$。这个非稳态传热问题，需同时将黏性流动与壁面材料的热响应结合处理。这种类型的边界条件，只要考虑流动，那就与壁面温度梯度有关，这与壁面本身的温度作为边界条件不同。有

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_w = -\frac{\dot{q}_w}{k} \tag{96}$$

最后，当壁面不再传热，此时的壁温被称为绝热壁温T_{aw}。因此，对于绝热壁，边界条件为

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_w = 0 \tag{97}$$

4.4 纳维尔-斯托克斯方程的讨论

纳维尔-斯托克斯方程和能量方程是非线性偏微分方程的耦合系统，比欧拉方程更加复杂。迄今为止，还未找到这些方程封闭形式的解析解。因此，有两种方法来求解方程：

（1）通过适当的近似来简化物理问题，使其在数学上变得简单。

（2）利用来源于CFD的适当算法来求方程的数值解。纳维尔-斯托克斯方程的这些数值解是现今空气动力学的规范（见Anderson，1995）。

4.5 纳维尔-斯托克斯方程解的重要意义

今天，在研究人员巨大的努力和计算机的帮助下，许多复杂形状的物体绕流有了CFD解。如果流动涉及流动分离区域，那么利用数值解法求解纳维尔-斯托克斯方程是唯一的选择。这些解法会得到物体表面压力和剪应力分布，因此，它们可以用来预测升力和阻力。然而，阻力的预测对CFD解法如何处理湍流十分敏感。至今，这些解法还要对湍流的影响进行建模，这些不同的湍流模型通常是预测阻力时的薄弱环节。在极端情况下，如果利用间距足够小的数值网格，纳维尔-斯托克斯方程的解可以预测并模拟湍流本身。这样的解被称为直接数值仿真（DNS），但这些DNS需要计算机拥有巨大的能力和存储空间，以至于在今天对实际问题的工程计算来说是不现实的。

5 边界层方程

5.1 背景

整个19世纪，物理学家和数学家们认为，解释流动中黏性效应的唯一途径就是求解完整的纳维尔-斯托克斯方程，当然方程的解是不可能得到的。1904年，当路德维希·普朗特提出边界层的概念时，流体动力学才取得了重大突破。他详细论述了黏性效应起重要作用的区域，即临近表面的薄层—边界层，以及边界层外的无黏流动区域。边界层中黏性流动的控制方程仍是非线性偏微分方程，但是这些方程的数学性质使得它们比纳维尔-斯托克斯方程的求解简单一些，因为边界层方程是抛物线型偏微分方程，有直接的推进算法，而纳维尔-斯托克斯方程是椭圆-抛物线型方程，阻碍了推进算法。

5.2 边界层特性

为了简单起见，考虑平板表面的黏性流动，如图8所示。

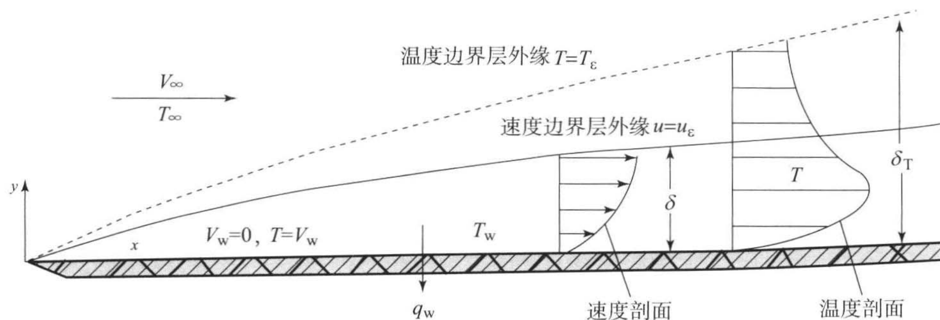


图 8　边界层特性

黏性效应存在于临近物面的薄层中，薄层的厚度可以在图 8 中清楚地看出。紧贴表面，流速为零，这就是第 4 节中讨论过的表面无滑移条件。另外，物体表面流体的温度和物体表面的温度相同，称为壁温 T_w，如图 8 所示。物面之上，沿 y 方向流速增加，直到与自由流速度相等。图 8 中，距壁面高度为 δ 时就会出现上述情况。更确切地说，δ 定义在壁面之上 $u=0.99u_e$ 处，这里 u_e 是边界层外缘处的流速。边界层边缘的流速为 V_∞，即 $u_e=V_\infty$。对于一般形状的物体，u_e 是由物体表面无黏流动的解得到的（或称为"有效外形"的表面）。δ 被称为速度边界层厚度。在任意给定的 x 点，$y=0$ 和 $y=\delta$ 之间的 u 的变化，即$u=u$（y）被定义为边界层速度分布。不同的 x 坐标处速度剖面不同。相似地，壁面之上的温度也会变化，从 $y=0$ 处的 $T=T_w$ 到$y=\delta_T$处的 $T=0.99T_e$。这里 δ_T 被定义为温度边界层厚度。在任意给定的 x 点，$y=0$ 和 $y=\delta$ 之间 T 的变化，即$T=T$（y）被定义为边界层温度剖面，如图 8 所示。（以上所述中，T_e 是温度边界层边缘的温度。对于图 8 所示的流过平板的流动，$T_e=T_\infty$；对于一般物体，T_e 是由表面无黏流动的解得到的，或称为"有效外形"的表面。）因此，可以定义两种边界层：厚度为 δ 的速度边界层和厚度为 δ_T 的温度边界层。一般情况下，$\delta_T\neq\delta$。相对厚度取决于普朗特数，若 $Pr=1$，则 $\delta_T=\delta$；若 $Pr>1$，则 $\delta_T<\delta$；若$Pr<1$，则 $\delta_T>\delta$。对于标准大气压，$Pr=0.71$，因此，温度边界层比速度边界层厚，如图 8 所示。要注意的是，两种边界层的厚度随着与前缘的距离而增加，即 $\delta=\delta(x)$，$\delta_T=\delta_T(x)$。

壁面处的速度梯度在壁面产生了剪应力：

$$\tau_w=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w \tag{98}$$

这里$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w$ 是 $y=0$ 处的速度梯度。类似地，壁面温度梯度在壁面产生传热：

$$\dot{q}_w=-k\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w \tag{99}$$

这里$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w$ 是 $y=0$ 处的温度梯度。通常，τ_w 和 $\dot{q}_w$ 都是与前缘距离的函数，即 $\tau_w=\tau_w(x)$，$\dot{q}_w=\dot{q}_w(x)$。边界层理论的中心目标就是计算 τ_w 和$\dot{q}_w$。

一个常用的边界层特性是位移厚度 δ^*，定义为

$$\delta^*\equiv\int_0^{y_1}\left(1-\frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right)\mathrm{d}y;\quad \delta\leqslant y_1\rightarrow\infty \tag{100}$$

δ^* 的实际用途是定义"有效外形"，"有效外形"是实际轮廓线加上位移厚度，如图 9 所示。

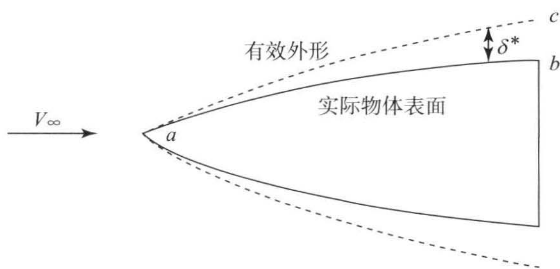


图 9　"有效外形"是实际外形加上位移厚度

物体用曲线 ab 表示。然而，由于边界层的位移效应，对于自由流来说的有效物体并不是 ab，而是曲线 ac。为了获得真实物体 ab 上边界层外缘的参数 ρ_e、u_e、T_e 等，需要先得到无黏流动对于有效外形的解，由此 ρ_e、u_e、T_e 等将由无黏流动沿曲线 ac 的解得到。

在许多情况下，边界层很薄以至于有效外形可以忽略，边界层的解可以直接由实际物体表面无黏流动的解 ρ_e、u_e、T_e 得到。然而，对于高精度解，且边界层厚度相对较大时（如高超声速流动），则需要重复进行以上步骤。通常 δ^* 比 δ 小，$\delta^*\approx0.3\delta$。



5.3　边界层方程

为了简单起见，我们考虑二维定常流动。在第4节导出的沿 x 方向的量纲为1的动量方程为

$$\rho' u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + \rho' v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{Re_\infty}\frac{\partial}{\partial y'}\left[\mu'\left(\frac{\partial v'}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial y'}\right)\right] \quad (101)$$

现在将方程（101）简化为一种近似形式，并确保其在边界层内合理。

考虑沿长为 c 的平板的流动，如图10所示。边界层理论的基本假设为边界层相对于物体尺寸来说非常小，即

$$\delta \ll c \quad (102)$$

考虑二维定常流动的连续性方程：

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (103)$$

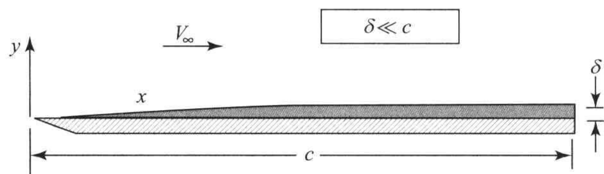


图10　边界层理论的基本假设：一个非常薄的边界层与物体的比例进行比较

用第4节中定义的量纲为1的变量来表示方程（103），有

$$\frac{\partial(\rho' u')}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho' v')}{\partial y'} = 0 \quad (104)$$

因为 u' 在壁面为0，在边界层边缘为1，所以我们认为 u' 的数量级与1相同，记为 $O(1)$。然而，由于 y 从0变化到 δ，$\delta \ll c$，所以 y' 的数量级较小，记作 $y' = O\left(\frac{\delta}{c}\right)$。不失一般性，我们假设 c 为单位长度，因此，$y' = O(\delta)$。将这些数量级代入方程（104），有

$$\frac{[O(1)][O(1)]}{O(1)} + \frac{[O(1)][v']}{O(\delta)} = 0 \quad (105)$$

因此，由方程（105）可以清楚地看出 v' 与 δ 的数量级必须相同，即 $v' = O(\delta)$。现在来看方程（101）中各项的数量级，有

$$\rho' u' \frac{\partial u'}{\partial x'} = O(1);\ \rho' v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = O(1);\ \frac{\partial p'}{\partial x'} = O(1);$$

$$\frac{\partial}{\partial y'}\left(\mu' \frac{\partial v'}{\partial x'}\right) = O(1);\ \frac{\partial}{\partial y'}\left(\mu' \frac{\partial u'}{\partial y'}\right) = O\left(\frac{1}{\delta^2}\right) \quad (106)$$

因此，方程（101）的数量级方程写为

$$O(1) + O(1) = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}O(1) + \frac{1}{Re_\infty}\left[O(1) + O\left(\frac{1}{\delta^2}\right)\right] \quad (107)$$

现在让我们来介绍边界层的另一个假设，即雷诺数足够大，有

$$\frac{1}{Re_\infty} = O(\delta^2) \quad (108)$$

则方程（107）变为

$$O(1) + O(1) = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}O(1) + O(\delta^2) \cdot \left[O(1) + O\left(\frac{1}{\delta^2}\right)\right] \quad (109)$$

方程（109）中，有一项的数量级比其他的都小，即 $O(\delta^2)[O(1)] = O(\delta^2)$。这一项是方程（101）中的 $\left(\frac{1}{Re_\infty}\right)\frac{\partial}{\partial y'}\left(\mu' \frac{\partial v'}{\partial x'}\right)$。因此，忽略掉这一项，有

$$\rho' u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + \rho' v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{Re_\infty}\frac{\partial}{\partial y'}\left(\mu' \frac{\partial u'}{\partial y'}\right) \quad (110)$$

用量纲不为1的量表示，方程（110）为

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (111)$$

方程（111）是沿 x 方向近似的动量方程，适用于高雷诺数薄边界层中的流动。

考虑二维定常流动沿 y 方向的动量方程：

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] \quad (112)$$

用量纲为1的量表示方程（112）有

$$\rho' u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + \rho' v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}\frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{Re_\infty}\frac{\partial}{\partial x'}\left(\mu' \frac{\partial v'}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial y'}\right) \quad (113)$$

方程（113）的数量级方程为

$$O(\delta) + O(\delta) = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}\frac{\partial p'}{\partial y'} + O(\delta^2)\left[O(\delta) + O\left(\frac{1}{\delta}\right)\right] \quad (114)$$

由方程（114），可以看到 $\frac{\partial p'}{\partial y'} = O(\delta)$ 或者数量级更小，假设 $\gamma M_\infty^2 = O(1)$。由于 δ 很小，这意味着

$\frac{\partial p'}{\partial y'}$非常小，因此，对于边界层 y 方向的动量方程，有

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0 \tag{115}$$

方程（115）很重要，它说明了在给定的 x 坐标处，边界层内与表面垂直的方向上压力是常数。这意味着边界层外缘的压力分布与表面并无变化，因此整个边界层，$p=p(x)=p_e(x)$。

能量方程可以用同样的方式处理。概括起来，边界层方程为

连续性方程：

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0 \tag{116}$$

x 方向动量方程：

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\mathrm{d}p_e}{\mathrm{d}x}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{117}$$

y 方向动量方程：

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0 \tag{118}$$

能量方程：

$$\rho u\frac{\partial h}{\partial x}+\rho v\frac{\partial h}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+u\frac{\mathrm{d}p_e}{\mathrm{d}x}+\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \tag{119}$$

要注意的是，在纳维尔-斯托克斯方程的条件下，边界层方程是非线性的。然而，边界层方程较简单，因此更容易求解。同时，由于 $p=p_e(x)$，$\partial p\partial x$ 表示的压力梯度在方程（117）和方程（119）中重新表示为$\frac{\mathrm{d}p_e}{\mathrm{d}x}$。上述方程中，未知量为 u、v、ρ 和 h，p 由 $p=p_e(x)$ 得到，μ 和 k 是随温度变化的流动特性。为使系统完整，有

$$p=\rho RT \tag{120}$$

$$h=c_pT \tag{121}$$

因此，有方程（116）、方程（117）和方程（119）～方程(121）5 个方程的 5 个未知量 u、v、ρ、T 和 h。

上述方程的边界条件如下。

壁面边界条件：

$$y=0,\quad u=0,\quad v=0,\quad T=T_w \tag{122}$$

边界层边缘条件：

$$y\rightarrow\infty,\quad u\rightarrow u_e,\quad T\rightarrow T_e$$

注意，边界层厚度并不能提前知晓，边界层边缘的边界条件是在 y 区域无穷大时的条件。

5.4　边界层方程的解

边界层方程是非线性偏微分方程，需要用数值方法求解。然而，因为它们是抛物线型偏微分方程，有直接的推进算法。这些方程的解能得到边界层中速度和温度分布，包括壁面。然而，我们想要的实用信息是 τ_w 和 $\dot{q}_w$，分别为表面剪应力和传热。它们由下式给出：

$$\tau_w=\mu_w\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w;\dot{q}_w=-k_w\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w \tag{123}$$

因此，为了获得表面剪应力和传热，需要壁面处的速度梯度和温度梯度。这些梯度只能通过求解整个边界层的速度和温度分布得到。

6　化学反应流动方程

6.1　化学反应流动的重要性：高超声速飞行与燃烧

1969 年 7 月 24 日，“阿波罗 11 号”完成具有历史意义的首次载人探月飞行，成功地进入地球大气。在返回地球期间，“阿波罗”飞行器需要与地球逃逸速度基本相等的速度，接近 11.2 km/s。在此速度下，激波层（弓形激波与物体之间的区域）的温度变得非常高。利用经典可压缩流动的方法，我们可以预测出激波层中的气体温度达到 58 128 K——这是非常可怕的高温，但同时也是完全不正确的。经典的计算中假设气体本身不发生反应并且比热容比为常数（$\gamma=1.4$）。事实上，在如此高的温度下，气体开始发生化学反应，γ 不再等于 1.4，也不再是常数。更贴近实际的计算，假设流动处于化学平衡状态，得到激波层的温度为 11 600 K——这同样是非常高的温度，但比最初得到的 58 128 K 要低得多。需要注意的是：①再入大气的飞行器激波层温度非常高；②如果这个温度没有被正确地计算，将会产生巨大的错误。因此，正确对待高温化学反应流动是许多高速空气动力学应用与燃烧现象的基础。

6.2　化学反应流动的性质

是什么使得对高温流动的研究和计算与比热容比 γ 为常数的气体有所不同？答案如下：

（1）热力学性质（e、h、p、T、ρ、s 等）完全不同。

（2）输运性质（μ 和 k）完全不同。而且额外



的传输机制的扩散非常重要，与之相关的扩散系数为 $D_{i,j}$。

（3）高传热率是高温应用的突出特点。

（4）比热容比，$\gamma=c_p/c_v$，是变量。实际上，为了分析高温流动，γ 失去了它作为经典常数的重要性。就此而言，所有在假设 γ 为常数的条件下导出的方程都不适用于高温气体。而这些方程适用于大多数经典空气动力学的分析。这个过程中，我们失去了利用这些方程进行封闭式分析的能力。

（5）鉴于之前所述，实际上所有对于高温气体的分析都需要数值方法，而不是寻找封闭形式的解。

（6）如果温度高到足以引起电离，那么气体变为局部电离等离子体，从而具有一定的导电性。如果流动在外部电场或磁场中，那么电磁体力将会作用于流体单元。这属于磁动流体力学的范畴。

（7）如果气体温度足够高，那么对于气体的辐射或是来自气体的辐射会产生非绝热影响。

6.3　高温空气的化学反应

在什么温度下空气中化学反应的影响会变得重要？试想取屋内环绕我们的空气并逐步地加热，压力保持在一个标准大气压。在温度大约为 800 K 时，分子的振动能量开始引起注意（如图 11 右部所示）。这不是化学反应，但确实对气体的性质有所影响。当温度达到 2 500 K 时，O_2 开始分解。4 000 K 时，O_2 的分解基本完成，氧以氧原子的形式存在。此外，4 000 K 恰好是 N_2 开始分解的温度，如图 11 所示。当温度到达 9 000 K 时，大多数 N_2 完成分解。巧合的是，就在这一温度下 O_2 和 N_2 同时发生电离，超过 9 000 K，我们得到主要由 O、O^+、N、N^+ 和电子构成的局部电离等离子体。未在图 11 中展示的是发生在 4 000～6 000 K 的温和电离区域，在此区域，形成少量的 NO，电离形成 NO^+ 和自由电子。就气体的化学组成而言，这只是需要关注的一小部分，然而，由于 NO 的电离而产生的电子数密度足以使进入气体的飞行器通信中断。图 11 中，记住“开始”温度非常有用：800 K 对应振动激励的开始，2 500 K O_2 开始分解，4 000 K N_2 开始分解，9 000 K 对应电离作用。除了振动激励不受压强影响之外，如果空气压强减小，这些开始温度降低；相反地，如果空气压强增大，这些开始温度上升。

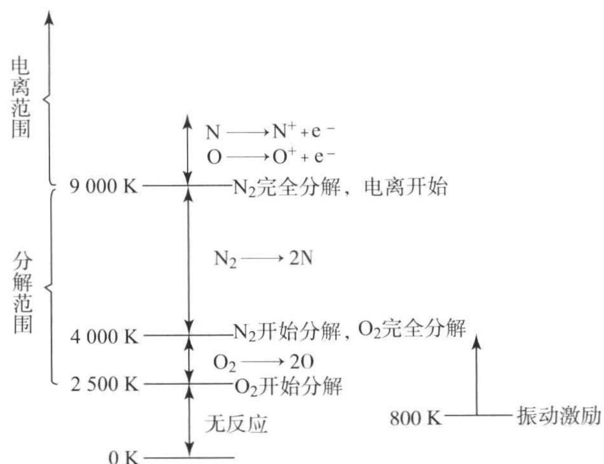


图 11　一个大气压下的振动激励、分解和电离范围

6.4　真实气体与理想气体的定义

化学反应流动是气体动力学、物理化学、统计热力学、分子运动论和量子物理学的有趣耦合。它是一门非常复杂的科目，涵盖甚广，这一章内容远远不够。Anderson（2006）、Vincenti 和 Kruger（1965）的书都是对这一主题合理的介绍。这一节的目的仅仅是介绍一些基本观点。我们特别展示了定义的框架，由此来认识高温流动。

首先，我们区分实际气体与理想气体，定义如下。考虑你周围组成空气的分子做随机运动，并频繁地与周围分子碰撞。想象拽出空气中的一个分子，近距离考察。你会发现围绕分子存在的力场，它是由分子中电子和核子之间的电磁作用而引起的。通常，这个力场会由给定分子发出并被附近分子感知，反之亦然。由此，该力场被称为分子间作用力。单粒子典型的分子间作用力原理图如图 12 所示。这里，分子间作用力被描述为距粒子距离的函数。要注意的是，距离近时，为强力的斥力，趋向于将两个分子推开。然而，当离分子渐远时，分子间作用力迅速减小并变为微弱的引力，趋向于将

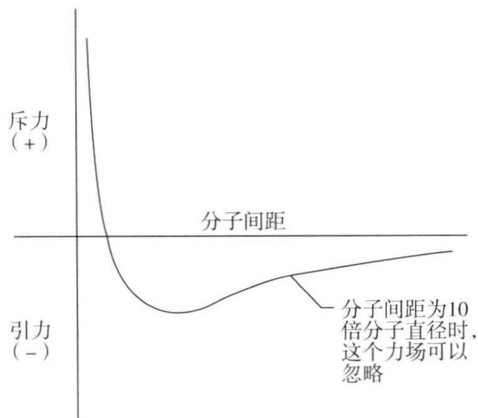


图 12　分子间作用力变化原理图

分子吸引在一起。当分子间距约为 10 倍分子直径时，分子间作用力就可以忽略。因为分子不断运动，这样的运动就使系统产生了宏观热力学性质，分子间作用力会影响这些性质。这样导致了如下的定义：真实气体中分子间作用力很重要，并且必须考虑。

其次，如果分子平均间距大于 10 倍分子直径，那么分子间作用力就会很小（图 12）并可以忽略。例如，标准条件下的大气。同样有如下的定义：理想气体中分子间作用力可以忽略不计。

对于大多数空气动力学问题，理想气体的假设是很合理的。需要假设理想气体往往是在高压（$p \approx 1\,000$ atm①）和（或）低温（$T \approx 30$ K）情况下。这些条件下，系统中的气体分子会紧聚在一起并做缓慢的低惯性运动，因此，分子间作用力有机会作用在系统中的每一个分子上，并由此改变系统的宏观性质。与此相反，当低压（$p \approx 10$ atm）高温（$T=300$ K）时，分子间距很大并做快速高惯性运动。由此，一般来说，分子间作用力对粒子运动影响不大，对系统的宏观性质同样影响不大。我们假设这样的气体为理想气体，分子间作用力可以忽略。理想气体的行为偏差与 p/T^3 成比例，这给出了之前讨论的定性意义。

6.5　气体的分类

6.5.1　量热完全气体

量热完全气体是比热容 c_p 和 c_v 为常数的气体。由此，比热容比 $\gamma=c_p/c_v$ 也是常数。对于这种气体，焓与内能是温度的函数，由下式给出：

$$h=c_pT;e=c_vT \tag{124}$$

在可压缩流动的入门学习中，几乎都是假定气体为量热完全气体。因此，量热完全气体的热力学就可能为人所熟知。

6.5.2　热完全气体

通过定义，热完全气体是比热容 c_p 和 c_v 为变量的气体，它们都是温度的函数。

$$\begin{aligned} c_p&=f_1(T)\\ c_v&=f_2(T) \end{aligned} \tag{125}$$

h 和 e 的微分与 T 的微分有如下关系：

$$\begin{aligned} \mathrm{d}h&=c_p\mathrm{d}T\\ \mathrm{d}e&=c_v\mathrm{d}T \end{aligned} \tag{126}$$

因此，h 和 e 只是 T 的函数，即

$$\begin{aligned} h&=h(T)\\ e&=e(T) \end{aligned} \tag{127}$$

理想气体状态方程为

$$pv=RT \tag{128}$$

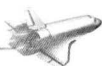
这里 R 是常数。比热容的温度变化，是由气体分子中振动能量的激励和原子分子中电子运动产生的电子能而造成的。

6.5.3　化学反应理想气体的混合物

这里我们来处理不计分子间作用力的多种类化学反应气体，因此每种气体遵循理想气体状态方程。眼下，要将平衡化学反应气体与非平衡化学反应气体做一区别。这里只做初步的讨论，对于平衡系统与非平衡系统的深层次讨论见 Anderson（2006）、Vincenti 和 Kruger（1965）的书。取房间中的空气，立刻加热至 5 000 K，保持一个标准大气压。从图 11 中，我们知道气体将会离解。让我们花一些时间（可能是几百毫秒）来等待气体性质在温度 5 000 K 与一个标准大气压下稳定。经过极大时间（毫秒）的发展，气体的化学组成被称为在 5 000 K、1 atm 时的平衡组成。与此相反，在我们立刻加热气体到 5 000 K 后最初的几毫秒内，离解才刚刚开始，空气中 O_2、O、N_2、N 等的含量变化都是时间的函数。这是非平衡系统。经过足够的时间推移，O_2、O、N_2、N 等的含量会达到一个稳定值，这个稳定值就是平衡值。从之前所述可以推断出，只要系统是平衡的，那么 c_{O_2}、c_{N_2}、c_O、c_N 等这些质量分数的平衡值就只取决于压强和温度，即在 5 000 K、1 atm 时，平衡态的化学组成就被唯一确定了。相反地，对于非平衡系统，c_{O_2}、c_{N_2}、c_O、c_N 等不仅仅取决于 p 和 T，还取决于时间。如果非平衡系统是流体单元通过激波喷管迅速扩展，那么对于此现象的另一种说法就是 c_{O_2}、c_{N_2} 等取决于流动的“历程”。

有了这些想法，我们可以定义化学反应理想气体的混合物。考虑压强为 p、温度为 T 的系统。为了方便起见，假设系统有单位质量。混合物中不同化学物质单位质量的粒子数为 N_1，N_2，…，N_n。对于混合物（假设为理想气体）中的每种化学物质 i，其单位质量的熵和内能分别为 h_i 和 e_i，都是 T

① 1 atm=101 325 Pa。



的函数。然而，对于混合物的 h 和 e，并不完全取决于 h_i 和 e_i，还取决于每种物质存在的多少。因此，对于化学反应理想气体的混合物，在非平衡系统中，有

$$\begin{aligned} &h=h(T, N_1, N_2, N_3, \cdots, N_n)\\ &e=e(T, N_1, N_2, N_3, \cdots, N_n)\\ &c_p=f_1(T, N_1, N_2, N_3, \cdots, N_n)\\ &c_v=f_2(T, N_1, N_2, N_3, \cdots, N_n) \end{aligned} \tag{129}$$

这里 N_1，N_2，N_3，…，N_n 取决于 p、T 以及"流动的历程"。理想气体状态方程仍为

$$pv = RT \tag{130}$$

然而，这里 R 是变量，因为在化学反应气体中，混合物的相对分子质量 M 是一个变量，又 $R=\mathscr{R}/M$，其中 $\mathscr{R}$ 是通用气体常数。

对于平衡气体，其化学组成是关于 p 和 T 的特殊函数，因此，有 $N_1=f_1(p, T)$，$N_2=f_2(p, T)$ 等。上述关于 h、e、c_p、c_v 的结果变为

$$\begin{aligned} &h=h(T, p)\\ &e=e_1(T, p)=e_2(T, v)\\ &c_p=f_1(T, p)\\ &c_v=f_2(T, p)=f_3(T, v) \end{aligned} \tag{131}$$

上述过程中，将 e 和 c_v 视为 T 与 v 的函数通常要比将其视为 T 与 p 的函数便捷。然而，这并没有什么区别，因为对于平衡态的热力学系统（包括化学反应平衡的系统），系统状态由任意两个状态变量而唯一确定。从这一层面上来讲，选择 T 与 p 或是 T 与 v 都是可行的。

6.5.4　真实气体

现在，我们必须考虑分子间作用力的影响。我们正式地考虑了化学反应的气体和无反应真实气体。实际上，气体在高压低温条件下表现出真实气体的性质，这个条件强调了分子间作用力的影响。这些条件下气体也罕有化学反应。因此，为了简化，我们考虑无反应气体。回想量热完全气体和热完全气体，h 和 e 只是 T 的函数。对于存在分子间作用力的真实气体，h 和 e 还是 p（或 v）的函数：

$$\begin{aligned} &h=h(T, p)\\ &e=e(T, v)\\ &c_p=f_1(T, p)\\ &c_v=f_2(T, v) \end{aligned} \tag{132}$$

此外，理想气体状态方程不再适用，取而代之，我们利用真实气体状态方程，这个方程有多种不同的形式。其中最著名的应是 van der Waals 方程，由下式给出：

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT \tag{133}$$

a 和 b 是由气体种类决定的常数。注意到，当 $a=b=0$ 时，方程（133）退化为理想气体状态方程。在方程（133）中，a/v^2 考虑了分子间作用力的影响，b 考虑到了被气体粒子占有的实际系统体积。

6.5.5　小结

概括起来，我们已经讨论了四种不同类型的气体。对于热力学和气体动力学的分析都可以归于其中一个类型。我们可以在脑海中建立关于气体分类的详细目录，这对于学习气体动力学的知识是非常有用的。

同样，为了将这不同的类别与实际情况结合起来，我们还是以空气为例。取房间中的空气并加热。在室温时，空气是量热完全气体，这种状态一直保持到温度接近 800 K。接着，温度继续上升，我们从图 11 中看出振动激励逐渐变得重要。这时，空气为热完全气体。最终，温度高于 2 500 K 时，空气开始发生化学反应，逐渐变为化学反应理想气体的混合物。如果我们反其道而行之，降低温度至室温以下，同时（或是）增大压强，如 1 000 atm，这时空气就会表现出真实气体的性质。

命名是非常重要的事项。我们遵循经典物理化学来定义气体，这里分子间作用力起到了非常重要的作用。不幸的是，一个歧义词在空气动力学文献中形成，影响了原本的意思。在 20 世纪 50 年代，空气动力学家们突然面对速度高达 26 000 ft/s（8 km/s）的高超声速再入式飞行器。飞行器周围的激波层温度非常高，足以产生振动激励、离解和电离。这些是现实生活中空气的真实反应。因此，在空气动力学文献中将这种情况称为真实气体效应逐渐变得非常流行。例如，热完全气体和化学反应理想气体的混合物，在一些空气动力学文献中，它们还属于真实气体效应的类别。但根据经典物理化学的观点，这确实是用词不当。真实气体中分子间作用力很重要，并且与振动激励和化学反应无关。

6.6　化学反应流动控制方程

第 6 节无化学反应的流动控制方程。对于化学反应流动这些方程会有什么样的变化？这里我们只

是简单地做一个总体的陈述，并不给出化学反应流动的控制方程，这些细节已经超出了本章的范围。对于控制方程的深层次讨论可以参见 Anderson (2006)、Vincenti 和 Kruger (1965)。

无化学反应和化学反应流动的连续性方程是一致的，两种情况下均满足质量守恒。然而，在非平衡化学反应流动中，每一种化学物质都需要有其自身的连续性方程，这些方程涉及系统中每种化学物质的反应速率以及质量扩散。

动量方程是牛顿第二定律的一种表达形式，对无化学反应和化学反应流动来说是相同的。然而，对于发生化学反应的气体，其动量方程中的黏性系数需要合理计算。

能量方程是热力学第一定律的一种表达形式，对无化学反应和化学反应流动来说是相同的。然而，对于化学反应流动，黏性输运性质、导热性和扩散系数都必须被合理计算。方程中添加了由质量扩散引起的能量输运项，同时方程中的内能项考虑到了发生化学反应的物质所释放和吸收的化学能。最终，如果气体的温度足够高，方程中还需要添加由于热辐射造成的能量传递，此时的流动是非绝热的。

参考文献

An derson, John D. Jr (1995) *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*, McGraw-Hill.

Anderson, John D. Jr (2006) *Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics*, 2nd edn, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA.

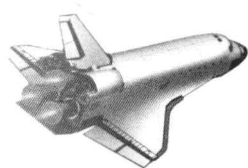
Anderson, John D. Jr (2010) *Fundamentals of Aerodynamics*, 5th edn, McGraw-Hill.

Vincenti, W. G. and Kruger, C. H. (1965) *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, New York.

扩展阅读

Schlichting, H. (1979) *Boundary Layer Theory*, 7th edn, McGraw-Hill.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）



第3部分

不可压缩流体和空气动力学

第 5 章

位势流*

Joseph Katz，Allen Plotkin
圣地亚哥州立大学航空航天工程与工程力学系，圣地亚哥，加利福尼亚，美国

1 引　　言

空气动力学和流体力学的许多实际的流体力学问题会涉及高雷诺数流动的范围（Katz 和 Plotkin，2001，1.8 节）。对于这样的流动，可分为两个区域考虑。第一层区域是靠近固体表面的，在这一层中黏性的影响占主要方面；而远离固体表面的是第二层，在这一层中流体的流动可以认为是无旋的。

在附体流动的例子中，附体流中边界层被假定是很薄的（就像在升力面的例子中一样），并且在外层的流动中是不可压缩的（也是无旋的），任何速度势在某个给定的时刻仅取决于其所在的位置，使得流体动态方程被大大简单化，这是因为速度矢量只需通过求解连续性方程求得。这个模型的原理和它的适用性将会在下面进行讨论。

本章是建立在第 3 章中 Anderson 所提出的理论基础上的。Joseph Katz 和 Allen Plotkin 对所有的推导都拥有著作权，并且他们得到了剑桥大学出版社的转载许可。

2 位势流问题

外部的附体流绕过一个普通物体在图 1 中有简要的显示。建立在高雷诺数流动假设（Katz 和 Plotkin，2001，1.8 节）的基础上，可以通过对外部位势流模型的分析得到速度分布和产生的负载。靠近固体实体表面薄膜层的剪切力的贡献在于可以取得对单独边界层的分析（Katz 和 Plotkin，2001，1.8 节）。对于大多数的应用，过去人们一直在寻找解决流过固体表面 S_b 的流场的方案。流体的流动趋势会被外围的远场边界和固体表面本身所封闭，正如图 1 中所示。假设流体所在的区域是不可压缩也是无旋的，对于速度势来说，连续性方程会转换成拉普拉斯方程。

$$\nabla^2 \Phi = 0 \tag{1}$$

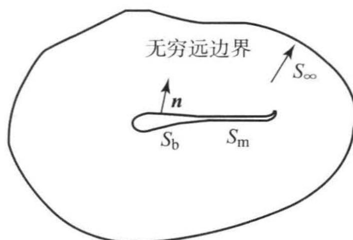


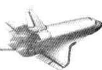
图 1　固体物体上的势流

对于一个浸没在流体中的物体，物体表面法线方向和其他实体边界的法线方向的速度分量必须是零，并且在固连坐标系中有

$$\nabla \Phi \cdot \boldsymbol{n} = 0 \tag{2}$$

这里 $\boldsymbol{n}$ 是一个物体表面法向的单位向量，并且 $\nabla\Phi$ 由固连在物体上的参考系中测得。同样地，物体表面 S_b 所产生的扰动在远离物体表面的流场中应减小（在 $r \to \infty$ 时）。

* 本章内容是基于 Anderson（2005）第 3 章介绍的材料。Joseph Katz 和 Allen Plotkin 拥有所有图片的版权，并且这些图片的复制已获得剑桥大学出版社的许可。



$$\lim_{r\to\infty}\nabla\Phi=q_{\infty} \tag{3}$$

其中 q_{∞} 为无扰动的自由来流速度，$\boldsymbol{r}=(x, y, z)$ 是位置矢量。上述方程的解可以得到图 1 所示求解区域的速度分布。这个模型中最重要的一个特征是速度场可以通过求解连续性方程——方程（1）求得（因为动量方程和连续性方程是独立的）。在求得速度场之后，压力和载荷可以通过动量方程（如欧拉方程）得到，动量方程可进一步简化为伯努利方程。

3　伯努利方程

让我们先由欧拉方程开始（见第 1 卷第 4 章），使用矢量恒等式来改写对流项：

$$\boldsymbol{q}\cdot\nabla\boldsymbol{q}=-\boldsymbol{q}\times\nabla\times\boldsymbol{q}+\nabla\frac{\boldsymbol{q}^2}{2}=-\boldsymbol{q}\times\boldsymbol{\zeta}+\nabla\frac{\boldsymbol{q}^2}{2} \tag{4}$$

这里 $\boldsymbol{q}$ 是速度向量，$\boldsymbol{\zeta}$ 是涡度矢量（Anderson，2005）。不可压缩欧拉方程通过这些恒等式可以作如下改写：

$$\frac{\partial\boldsymbol{q}}{\partial t}-\boldsymbol{q}\times\boldsymbol{\zeta}+\nabla\frac{\boldsymbol{q}^2}{2}=\boldsymbol{f}-\nabla\frac{p}{\rho} \tag{5}$$

对于无旋流动，涡度矢量 $\boldsymbol{\zeta}=0$。速度的时间导数可以写成下面格式：

$$\frac{\partial q}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\nabla\Phi=\nabla\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right) \tag{6}$$

更进一步，假设体积力是由势能函数 gh 构成的恒定力，这里 g 是重力加速度（z 方向），h 是高度，有

$$f=-\nabla(gh) \tag{7}$$

通过上面的假设，不可压缩无旋流动的欧拉方程［方程（5）］可以写成

$$\nabla\left(gh+\frac{p}{\rho}+\frac{q^2}{2}+\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)=0 \tag{8}$$

如果方程（8）内的各值仅是时间的函数，则可以得到

$$gh+\frac{p}{\rho}+\frac{q^2}{2}+\frac{\partial\Phi}{\partial t}=C(t) \tag{9}$$

这个伯努利方程是适用于无黏不可压缩无旋流动的。伯努利方程更广泛的应用可以通过流体中的两个点在方程（9）左边量的对比中获得：第一个是任意点 A，第二个是假设在无穷远处的一个参考点。假设流动是定常的，并忽略重力的影响，可以得到

$$\left(\frac{p}{\rho}+\frac{q^2}{2}\right)_A=\left(\frac{p}{\rho}+\frac{q^2}{2}\right)_{\infty} \tag{10}$$

另外可以看到，如果沿流线 $C(t)$ 是常数，伯努利方程对于有旋流动也是适用的（Katz 和 Plotkin，2001，2.6 节）。

4　求解位势流问题的一般方法

可以求解拉普拉斯方程得到物体绕流的位势流［方程（1）］。解决这个问题有多个不同的方案，但是一个广泛应用的方法是基于格林等式（Green's identity，见 Karamcheti，1980，第 345～346 页）。基于格林等式可以得出以下结论：物体扰流中的速度势能可以通过两个基本解的叠加实现。这两个基本解分别叫作源（用 σ 表示）和偶极子（用 μ 表示）。根据格林等式（在二维模型中），流场中任意点（x，z）的速度势可以表示为

$$\Phi(x,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{S_b}\left[\sigma\ln r-\mu\frac{\partial}{\partial n}(\ln r)\right]\mathrm{d}S+\Phi_{\infty} \tag{11}$$

这里 r 代表基本解到任意点坐标（x，z）的距离。需要注意的是，这两个基本解所诱导的速度（速度势的梯度）是随着距离的增加逐渐降低的，这些基本解自动满足方程（3）的边界条件。在 $r=0$ 时解的速度无穷大，因此这两个解是奇异解。方程中的最后一项 Φ_{∞}，代表远场的影响，其由所选择的参考系决定。在三维空间中，任意点（x，y，z）的格林等式变成

$$\Phi(x,y,z)=-\frac{1}{4\pi}\int_{S_b}\left[\sigma\frac{1}{r}-\mu\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]\mathrm{d}S+\Phi_{\infty} \tag{12}$$

实际的流场分析中，源和偶极子组合的排布和强度分布由边界条件决定。这种基本解叠加的方法可以直接应用在数值分析中。从物理角度看，一种更直接的方法是在固体边界上指定法向流动为零的边界条件［方程（2）］。

这个问题叫作诺曼问题（Kellogg，1953，第 286 页），其要求得到表面 S 上的速度分布［如方程（12）中的速度势］。

现在假设物体边界上 $\partial\Phi/\partial n=0$（图 2），那么其内部的势能必须为常数，即

$$\Phi_i=\text{常数} \tag{13}$$

另一种形式的边界条件，叫作狄利克雷问题（Dirichlet problem，见 Kellogg，1953，第 286 页），频繁地应用在数值分析（面元试法）中，并且不需要太多的代数运算。

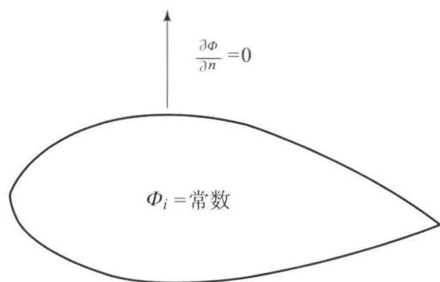


图 2　有代表性的边界条件——固体边界条件

需要补充的是，对于一个给定的边界条件，上述的解决方法不是唯一的，有多种奇异解的各种组合可以使用。所以在很多情况下需要进行额外的考虑，如库塔条件适用于比较锐利的后缘情况。这个问题将在下一章进行讨论。同时，在解决一些特殊问题的过程中可能会用到纽曼和狄利克雷边界条件的组合。接下来将会讨论这个解决方案的构思和结果的速度场。

5　二维空间的基本解

格林等式的解决方案将会带来两个基本的问题，分别是点源和偶极子。下面分析由这两个解所得到的速度势和速度场。

5.1　点源

方程（11）中的第一项，即点源，代表速度势能［图 3（a)］。

$$\Phi=\frac{\sigma}{2\pi}\ln r \tag{14}$$

这里 r 表示到点源的距离。如果 r 表示到原点的距离（点源放在原点），那么速率可表示为［图 3（b)］

$$q_r=\frac{\partial\Phi}{\partial r}=\frac{\sigma}{2\pi r} \tag{15}$$

$$q_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}=0 \tag{16}$$

为了更进一步地了解点源的性质，让我们研究通过圆（圆心在原点，半径为 R）的流通量。根据方程（15）圆域内的速度 $\sigma/2\pi R$，流通量为

$$q_r=2\pi R=\frac{\sigma}{2\pi R}2\pi R=\sigma \tag{17}$$

因此，σ 代表点源中的流动变化。如果加一个负号表示（即$-\sigma$），那么其代表汇。同时需要指出它仅有径向速度，并且沿着半径方向以 $1/r$ 的规律衰减。在 $r=0$ 时，速度是无穷大的，这个奇点在求解时必须排除。如果点源放置在 r_0 处，那么可以用 $|r-r_0|$ 代替公式中相应项。在笛卡儿坐标系中，对应点源位置为（x_0，z_0）的方程表示如下：

$$\Phi(x,\ z)=\frac{\sigma}{2\pi}\ln\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2} \tag{18}$$

$$u=\frac{\partial\Phi}{\partial x}=\frac{\sigma}{2\pi}\frac{x-x_0}{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2} \tag{19}$$

$$w=\frac{\partial\Phi}{\partial z}=\frac{\sigma}{2\pi}\frac{z-z_0}{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2} \tag{20}$$

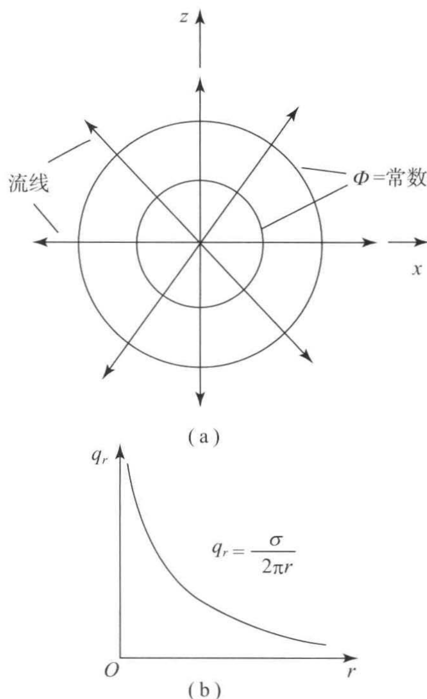


图 3　(a) 点源的等势线和流线；(b) 径向速度的变化

5.2　偶极子

二维空间中偶极子速度势的强度为 μ，基于方程（11），有

$$\Phi(r)=-\frac{\partial}{\partial n}\frac{\mu}{2\pi}\ln r \tag{21}$$

例如，n 代表 x 方向，把偶极子放在流场中的原点上：

$$\Phi(r)=-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\mu}{2\pi}\ln\sqrt{x^2+z^2}=\frac{-\mu}{2\pi}\frac{x}{x^2+z^2}=\frac{-\mu}{2\pi}\frac{\cos\theta}{r} \tag{22}$$

那么该解中速度的组成可以通过不同的速度势获得：



$$q_r=\frac{\partial \Phi}{\partial r}=\frac{\mu\cos\theta}{2\pi r^2} \tag{23}$$

$$q_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}=\frac{\mu\sin\theta}{2\pi r^2} \tag{24}$$

如果笛卡儿坐标系中偶极子在点（x_0，z_0）处，那么其速度势为

$$\Phi(x,\ z)=\frac{-\mu}{2\pi}\frac{x-x_0}{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2} \tag{25}$$

其速度分量为

$$u=\frac{\mu}{2\pi}\frac{(x-x_0)^2-(z-z_0)^2}{[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2]^2} \tag{26}$$

$$w=\frac{\mu}{2\pi}\frac{2(x-x_0)(z-z_0)}{[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2]^2} \tag{27}$$

图 4 中展示的是偶极子的等速度势线和流线。示例中，偶极子发出的流线沿着 n 方向或 x 的正方向传播。流体流动完整一圈后又回到原点，所以没有新的流体加入（如同点源中的例子）。

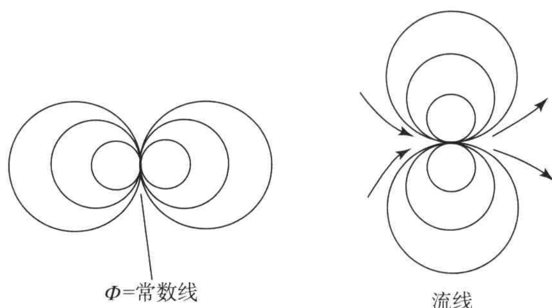


图 4　一个偶极子的等势线和流线

5.3　二维涡旋

在方程（10）中，拉普拉斯方程的通解由点源和偶极子组成，然而，也可能存在其他的解。图 5 所示的正是另一种常用的形式，它只有切向速度。基于连续方程，可得到速度表达式如下：

$$q_r=0 \tag{28}$$

$$q_\theta=q_\theta(r) \tag{29}$$

这个形式的流场要求必须是旋度为零：

$$\zeta_y=-\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rq_\theta)-\frac{\partial}{\partial \theta}(q_r)\right]=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rq_\theta)=0 \tag{30}$$

把 rq_θ 看成一个整体，可以得到

$$rq_\theta=\text{常数}=A \tag{31}$$

所以速度的数量级在 $1/r$，与点源的径向速度接近。常数 A 可以通过如下对环流 r_0 的定义求得：

$$\Gamma=\oint q\cdot \mathrm{d}l=\int_{2\pi}^{0} q_\theta\cdot r\mathrm{d}\theta=-2\pi A \tag{32}$$

需要注意的是，Γ 正方向是根据右手定则（取顺时针方向为正）定义的。因此，在图 5 所示的 x-z 平面内，线积分必须与 θ 增加的方向相反。

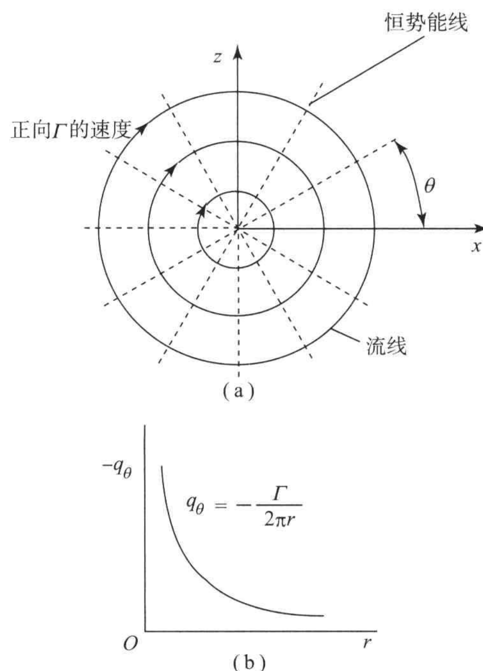


图 5　一个点涡的切向速度的变化

那么常数 A 则变为

$$A=-\frac{\Gamma}{2\pi} \tag{33}$$

速度场将变为

$$q_r=0 \tag{34}$$

$$q_\theta=-\frac{\Gamma}{2\pi r} \tag{35}$$

原点位置一个涡旋单元的速度势可以通过把方程（34）和方程（35）整合到一起获得，即

$$\Phi=\int q_\theta r\,\mathrm{d}\theta=-\frac{\Gamma}{2\pi}\theta+C \tag{36}$$

式中，C 是任意常数，可以设置为零。方程（36）也表明一个旋涡的速度势是多值的，其取决于围绕涡点的旋转次数。当涡旋集中在一点时，涡量最大，但面积为零，所以通量为有限值。然而，如果 $q\cdot \mathrm{d}l$ 是流场（不包括涡点）中一条任意完整的闭合曲线，那么其积分值为零。因此涡旋是拉普拉斯方程的一个解，并且其结果是无旋流动，涡点本身除外。对于一个在笛卡儿坐标系中位于（z_0，x_0）的涡旋，其速度势和速度分量如下：

$$\Phi=-\frac{\Gamma}{2\pi}\arctan\frac{z-z_0}{x-x_0} \tag{37}$$

$$u=\frac{\Gamma}{2\pi}\frac{z-z_0}{(z-z_0)^2+(x-x_0)^2} \tag{38}$$

$$w=-\frac{\Gamma}{2\pi}\frac{x-x_0}{(z-z_0)^2+(x-x_0)^2} \tag{39}$$

6 三维空间的基本解

对于三维空间的求解方法，要使用对应的基本解。简单地说，就是把放置在原点的基本解挪到 r_0 处，则到基本解的距离由 r 变为 $|r-r_0|$。

6.1 点源

对于一个三维空间里的速度势，基于方程（12）有

$$\Phi=-\frac{\sigma}{4\pi r} \tag{40}$$

点源引起的速度在球面坐标中（在 r、θ、ψ 三个方向）可表示为

$$(q_r, q_\theta, q_\psi)=\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}, 0, 0\right)=\left(\frac{\sigma}{4\pi r^2}, 0, 0\right) \tag{41}$$

所以其速度在径向方向以 $1/r^2$ 的速度衰减，并且在 $r=0$ 处为奇点，σ 为点源强度。

6.2 基本方案：偶极子

第二个基本解［方程（12）］是偶极子：

$$\Phi=\frac{\mu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) \tag{42}$$

精确的公式包含了一个方向导数（或是偶极子点的方向 n）。如在 x 方向求导，将会构造如下的公式：

$$\Phi=\frac{\mu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right)=\frac{-\mu}{4\pi}\frac{\cos\theta}{r^2} \tag{43}$$

与二维情况下的公式相似。放在原点的偶极子所引起的速度可以很容易在球面坐标系中表示：

$$q_r=\frac{\partial\phi}{\partial r}=\frac{\mu\cos\theta}{2\pi r^3} \tag{44}$$

$$q_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=\frac{\mu\sin\theta}{4\pi r^3} \tag{45}$$

$$q_\psi=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi}{\partial\psi}=0 \tag{46}$$

6.3 三维涡旋

一个三维涡旋实际上是等强度环量的涡线（Katz 和 Plotkin，2001，第 34 页）。因此，小段涡线诱导的速度可以使用毕奥-萨伐尔定律（Biot-Savart law）计算（Karamcheti，1980，第 526～528 页）。如图 6 所示，该计算方法的命名是基于二维计算得来的，在二维计算中，由二维涡旋诱导的速度为 $\Delta q_\theta=\Gamma/2\pi d$。然而，对于三维情况，涡线长度并不是无穷大（如二维算例中），所以观察角度必须考虑在内。比如，由点 1 和点 2 之间的涡线在任意一点诱导的速度，可以用如下式子（Karamcheti，1980，第 536 页）表示：

$$(q_\theta)_{1,2}=\frac{\Gamma}{4\pi d}(\cos\beta_1-\cos\beta_2) \tag{47}$$

需要注意的是，相对于涡核，速度与图 5 中所示的方向相同，并且 d 表示点到旋涡轴之间的距离。

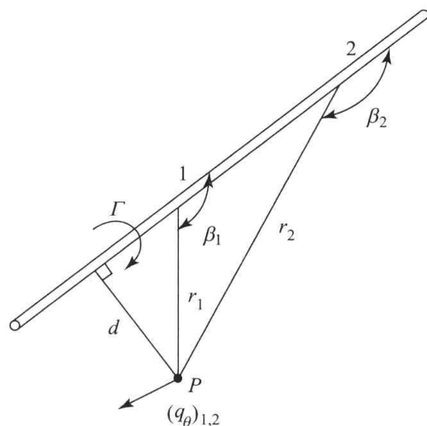


图 6 用三维涡线段计算诱导速度的命名

7 举例：圆柱绕流

为了说明获得一个围绕特定几何形状流场的方法，使用自由流速度势（$\phi=U_\infty x$）与偶极子（$x=r\cdot\cos\theta$,方向指向 x 的反方向）的叠加（图 7）。耦合速度势为

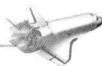
$$\Phi=U_\infty r\cos\theta+\frac{\mu}{2\pi}\frac{\cos\theta}{r} \tag{48}$$

速度场可以通过方程（48）的微分来获得：

$$q_r=\frac{\partial\Phi}{\partial r}=\left(U_\infty-\frac{\mu}{2\pi r^2}\right)\cos\theta \tag{49}$$

$$q_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}=-\left(U_\infty+\frac{\mu}{2\pi r^2}\right)\sin\theta \tag{50}$$

当垂直于一条特定的流线的速度为零时，流场可间接地认为是该流线所围区域形状物体的绕流场。在本例中，从方程（49）可以看到径向速度是可以消掉的。其相当于方程（49）趋向于



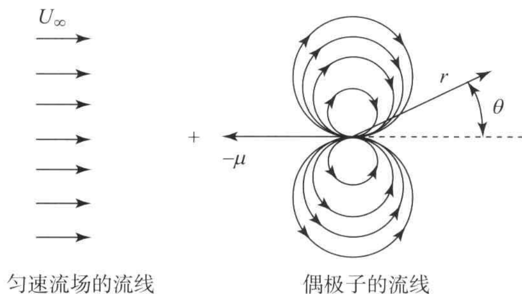


图 7　自由流动和指向 $-x$ 方向的偶极子的流线示意图

零，并且把 $r=R$ 作为圆的半径，则偶极子强度变为

$$\mu=U_\infty 2\pi R^2 \tag{51}$$

把 μ 的等式代入半径为 R 的圆柱绕流得到的方程（48）～方程(50)，有

$$\Phi=U_\infty \cos\theta\left(r+\frac{R^2}{r}\right) \tag{52}$$

$$q_r=U_\infty \cos\theta\left(1-\frac{R^2}{r^2}\right) \tag{53}$$

$$q_\theta=-U_\infty \sin\theta\left(1+\frac{R^2}{r^2}\right) \tag{54}$$

基于上面的速度表达式，半径为 R 的圆柱绕流场流线如图 8 所示。圆柱内部的流线也如图 8 中所示，但是这是不存在的，因为流体是不能穿过圆柱边界的。为了获得圆柱界面上的压力分布，在 $r=R$ 处的速度分量为

$$q_r=0,\ q_\theta=-2U_\infty \sin\theta \tag{55}$$

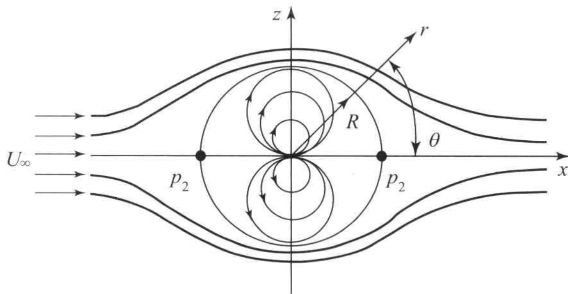


图 8　圆柱绕流场流线示意图

现在由伯努利方程可以得到 $r=R$ 处压力分布：

$$p_\infty+\frac{\rho}{2}U_\infty^2=p+\frac{\rho}{2}q_\theta^2 \tag{56}$$

把 q_θ 代入在 $r=R$ 处流场的伯努利方程中，有

$$p-p_\infty=\frac{1}{2}\rho U_\infty^2(1-4\sin^2\theta) \tag{57}$$

同时其压力系数为

$$C_p=\frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}=(1-4\sin^2\theta) \tag{58}$$

可以很容易观察到，在滞止点 $\theta=0$ 和 $\theta=\pi$($q=0$ 处)，$C_p=1$。另外，最大速度出现在圆柱的顶部和底部$\left(\theta=\frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2}\right)$，并且该处的压力系数为 -3。为了得到流体作用在圆柱上的力，需要把上面的压力分布进行积分。然而，由于左右的压力是对称的，其压力差为零［势流中无阻力称为达朗贝尔悖论，见文献（Anderson，2005，第 269～270 页)］，同时由于上下的力也对称，则其升力也为零。

这个圆柱绕流的模型是在位势流理论下构建的。实际上，在圆柱面后面的流动是分离的，而这种方法只能解决附着流动问题。

8　圆柱绕流的升力

上节所介绍的圆柱绕流并不产生升力，因此，只有假设升力的产生条件是不对称流动是合乎逻辑的。其可以通过在原点引入一个顺时针的强度为 Γ 的涡旋获得，由此产生的速度势为

$$\Phi=U_\infty \cos\theta\left(r+\frac{R^2}{r}\right)-\frac{\Gamma}{2\pi}\theta \tag{59}$$

由速度势得到的速度分量为

$$q_r=\frac{\partial\Phi}{\partial r}=U_\infty \cos\theta\left(1-\frac{R^2}{r^2}\right) \tag{60}$$

$$q_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}=-U_\infty \sin\theta\left(1+\frac{R^2}{r^2}\right)-\frac{\Gamma}{2\pi r} \tag{61}$$

并且径向分量保持与圆柱无环流量时的相同。该速度势在 $r=R$ 处的径向速度分量为零可描述成一个圆柱绕流。滞止点可以通过计算在 $r=R$ 处的切向速度分量获得：

$$q_\theta=-2U_\infty \sin\theta-\frac{\Gamma}{2\pi R} \tag{62}$$

求解 $q_\theta=0$，有

$$\sin\theta_s=-\frac{\Gamma}{4\pi RU_\infty} \tag{63}$$

不对称流动的流线在图 9 中有简要的示意，并且图中有两个点为滞止点（它们位于圆柱的 $\Gamma\leqslant 4\pi RU_\infty$ 距离处）。由于前后流动的对称性，从计算得不到阻力。

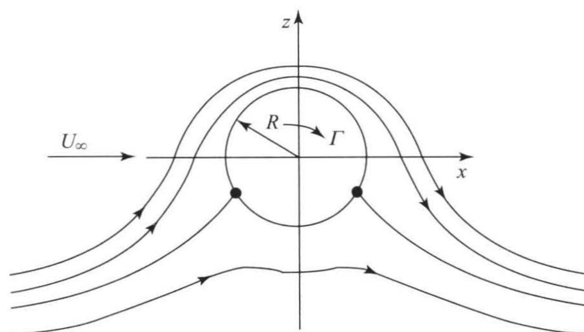


图 9　有环流的圆柱绕流场流线

为了计算升力，把切向的速度分量代入伯努利方程中，得到

$$L=\int_{0}^{2\pi}-(p-p_{\infty})Rd\theta\sin\theta=-\int_{0}^{2\pi}\left[\frac{\rho U_{\infty}^{2}}{2}-\frac{\rho}{2}\times\left(2U_{\infty}\sin\theta+\frac{\Gamma}{2\pi R}\right)^{2}\right]\sin\theta R\,d\theta=\rho U_{\infty}\Gamma \quad (64)$$

这个简单的结果叫作库塔-儒科夫斯基定理。其是由德国数学家 M. W. Kutta（1867—1944）和俄国物理学家 N. E. Joukowski（1847—1921）同时发现的。更一般的格式表明，在一个不可压缩、无黏、无旋的流动流过静止流场中的物体时，升力取决于单位宽度的 $\rho U_{\infty}\Gamma$ 值，并且方向为自由流动方向的法向：

$$L=\rho U_{\infty}\Gamma \quad (65)$$

9　结束语

势流模型需要求解基于连续性方程的拉普拉斯方程。它的解不需要耦合动量方程，同时给出了速度场。然后动量方程简化为伯努利方程给出了压力分布。

复杂形状流动的解可以用一组基本解来表示，其强度由边界条件决定（固体界面上的法向速度为零）。因此，大多数的实际问题可以通过叠加实现包含各种点源、偶极子或涡旋等基本解与自由来流。

圆柱绕流问题的求解作为一个例子进行介绍。这表明，在一般情况下，在不可压缩势流中封闭的二维物体是没有压差阻力的，并且升力只在有环流时存在。

参考文献

Anderson, J. D. (2005) *Fundamentals of Aerodynamics*, 4th edn, McGraw Hill, New York, NY.

Karamcheti, K. (1980) *Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*, R. E. Krieger Publishing Co.

Katz, J. and Plotkin, A. (2001) *Low-Speed Aerodynamics*, 2nd edn, Cambridge University Press, NY.

Kellogg, O. D. (1953) *Foundation of Potential Theory*, Dover.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 6 章

二维翼型绕流*

Allen Plotkin

圣地亚哥州立大学航空航天工程与工程力学系，圣地亚哥，加利福尼亚，美国

1 问题的定义

图 1 所示的翼型在无扰动流体中以一定速度运动。笛卡儿坐标系与翼型固连，自由流速度 $\boldsymbol{Q}_\infty$ 在 x 和 z 坐标的分量分别为 U_∞ 和 W_∞。攻角 α 定义为自由流速度和弦线（在 x 轴上）之间的夹角：

$$\alpha=\arctan\frac{W_\infty}{U_\infty} \tag{1}$$

假设翼型周围的流体是无黏、不可压缩、无旋的。通过求解连续性方程：

$$\nabla^2\Phi^*=0 \tag{2}$$

可以得到由于翼型运动而产生的速度场，其中 Φ^* 为定义在翼型坐标系内的总速度势。边界条件要求翼型诱导产生的扰动在远离翼型时衰减为零：

$$\lim_{r\to\infty}\nabla\Phi^*=\boldsymbol{Q}_\infty \tag{3}$$

这可以通过点源、偶极子或涡流单元等奇异解自动满足。此外，翼型固壁边界的法向速度分量必须为零。因此，在与翼型固连的坐标系中，有

$$\nabla\Phi^*\cdot\boldsymbol{n}=0 \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{n}$ 为表面的外法向（图 1）。有了这些假设，问题就退化为寻找满足方程（4）的奇点分布。一旦找到了分布，那么场中每一点的速度 $\boldsymbol{q}$ 都可以得到，相应的压力 p 可以通过定常伯努利方程计算得到：

$$p_\infty+\frac{\rho}{2}Q_\infty^2=p+\frac{\rho}{2}q^2 \tag{5}$$

式中，p_∞ 为远场静压，p 通常为翼型表面的压力。

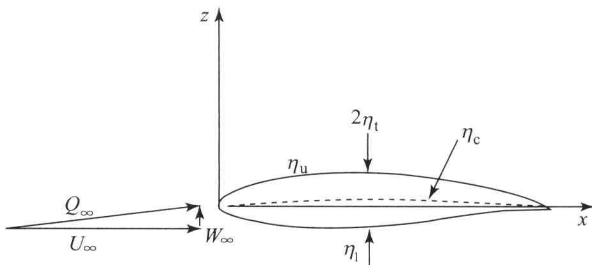


图 1　翼型、弧度和厚度函数的定义

对于任意翼型进行理论求解十分复杂，因为在复杂表面上指定满足方程（4）的边界条件很困难。为了克服在任意翼型上定义零法向流动边界条件的困难，还做了一些额外的假定。定义翼型固壁为

$$z=\eta(x) \tag{6}$$

在翼型厚度为零的情况下，两个这样的方程就可以描述上表面（η_u）和下表面（η_l）（图 1）。由于方程（2）是线性的，其解可以被分为两部分：

$$\Phi^*=\Phi+\Phi_\infty \tag{7}$$

其中自由流速度势为（见第 1 卷，第 5 章）

$$\Phi_\infty=U_\infty x+W_\infty z \tag{8}$$

未知量是扰动势 Φ，表示翼型的运动在静止坐标系中诱导的速度。因此，扰动势的方程为

$$\nabla^2\Phi=0 \tag{9}$$

将方程（7）和方程（8）代入边界条件方程（4）中可以得到翼型表面的边界条件：

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}=\frac{\partial\eta}{\partial x}\left(U_\infty+\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)-W_\infty\quad(z=\eta) \tag{10}$$

* 本章内容是基于 Katz 和 Plotkin（2001）第 5 章介绍的材料。Joseph Katz 和 Allen Plotkin 拥有所有图片的版权，并且这些图片的复制已获得剑桥大学出版社的许可。

现在，我们引入经典的小扰动近似，$|\nabla\Phi/Q_\infty|\ll 1$，要求厚弦比和弯度与弦长之比远小于1，同时攻角要小。有了这些假设并忽略小量，边界条件变为

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}(x,\ \eta)\approx\frac{\partial\eta}{\partial x}(x,\ 0)=Q_\infty\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}-\alpha\right) \tag{11}$$

将边界条件由翼型表面转换到弦线（$z=0$），也符合上述近似。

2　厚度和升力问题的分解

此时，对于薄翼型定义线性边界条件（11）。翼型由上表面 η_u 和下表面 η_l 轮廓线定义，如图1所示。这一翼型同样可以用厚度函数面 η_t 与弧度函数面 η_c 表示，即

$$\eta_c=\frac{1}{2}(\eta_u+\eta_l),\ \eta_t=\frac{1}{2}(\eta_u-\eta_l) \tag{12}$$

因此，翼型上表面和下表面可以用当地厚度和弧度表示：

$$\eta_u=\eta_c+\eta_t,\ \eta_l=\eta_c-\eta_t \tag{13}$$

现在，应该对翼型的上、下表面指定线性边界条件[方程（11）]：

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}(x,\ 0^{\pm})=\left(\frac{\partial\eta_c}{\partial x}\pm\frac{\partial\eta_t}{\partial x}\right)Q_\infty-Q_\infty\alpha \tag{14}$$

对于扰动势 Φ，无限远处的边界条件[方程（3）]变为

$$\lim_{r\to\infty}\nabla\Phi=0 \tag{15}$$

由于连续性方程[方程（9）]和边界条件[方程（11）]是线性的，因此可以求解三个更为简单的问题，并将三个独立的解叠加起来，如图2所示。三个子问题是：

（1）零攻角时，有非零厚度的对称翼型（厚度效应）：

$$\nabla^2\Phi_1=0 \tag{16}$$

边界条件为

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}(x,\ 0^{\pm})=\pm\frac{\partial\eta_t}{\partial x}Q_\infty \tag{17}$$

式中，+表示上表面，−表示下表面。

（2）零攻角时，零厚度、有弧度的翼型（弯曲效应）：

$$\nabla^2\Phi_2=0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial\Phi_2}{\partial z}(x,\ 0^{\pm})=\frac{\partial\eta_c}{\partial x}Q_\infty \tag{19}$$

（3）一定攻角下，零厚度、无弧度的翼型：

$$\nabla^2\Phi_3=0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial\Phi_3}{\partial z}(x,\ 0^{\pm})=-Q_\infty\alpha \tag{21}$$

对于一定攻角，有弧度、厚度非零的翼型的完整解为

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3 \tag{22}$$

所有的三个边界条件必须在翼型表面满足，但在 $z=0$ 平面会近似处理。

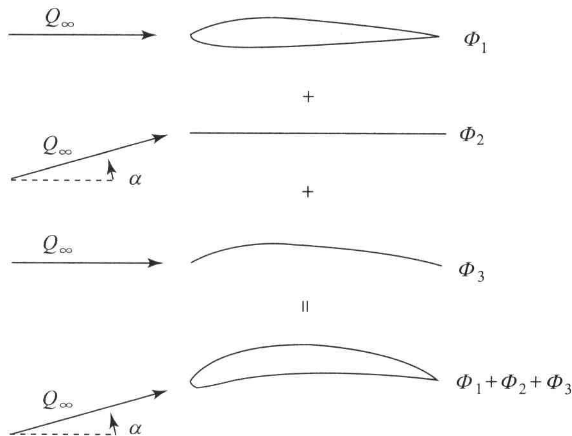


图2　将翼型问题分解为薄翼型无升力问题和零厚度升力翼型问题

3　一定攻角下的零厚度翼型

先前的章节已经证明，薄翼小扰动绕流可以被分解为厚度问题和由于攻角及弧度引起的升力问题。这一节中，将利用经典方法处理升力问题（Glauert，1959，第87～93页）。对称厚度问题对翼型升力并没有贡献。为了描述这个问题，考虑带有弧度的薄翼，攻角为 α，如图3所示。

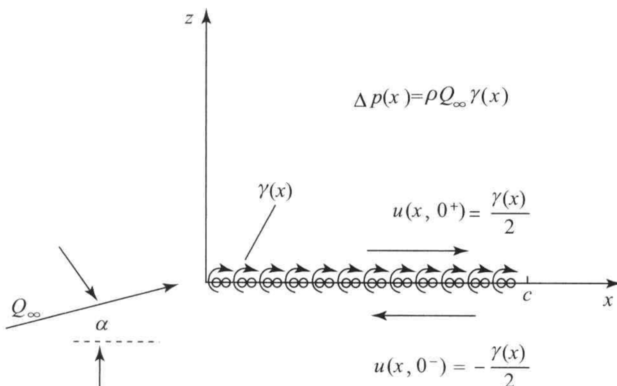


图3　薄翼型升力模型

假设流动为无黏不可压缩无旋流，连续性方程为

$$\nabla^2\Phi=0 \tag{23}$$



翼型弦线位于 x 轴，前缘在 $x=0$ 处，后缘为 $x=c$。翼型的弦线由已知函数给出面 $\eta_c=$面$\eta_c(x)$，边界条件要求没有流动穿过表面，转换到 $z=0$ 平面为

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, 0^{\pm})=Q_{\infty}\left(\frac{\mathrm{d}\eta_c}{\mathrm{d}x}-\alpha\right) \tag{24}$$

考虑基于奇点单元分布的解时，要留心问题的反对称本质（相对于 x 轴，如图 3 所示）。之前的部分中，介绍了偶极子和涡流单元，用它们来模拟这一反对称升力问题很合适。此外，边界条件不再要求翼型产生的扰动在远场衰减［方程（3）］，因为涡流单元或偶极子单元能够自动满足这一点，所以建立了基于连续涡分布的模型以求解该问题。同时，涡单元被转换到 $z=0$ 平面，满足小扰动流动面 $\eta_c \ll c$ 的假设。此外，方程（24）的边界条件在 x 轴上满足。速度势和由涡分布得到的速度场（在翼型前缘 $x=0$ 和后缘 $x=c$ 之间）为

$$\Phi(x,z)=\frac{-1}{2\pi}\int_0^c \gamma(x_0)\arctan\left(\frac{z}{x-x_0}\right)\mathrm{d}x_0 \tag{25}$$

$$u(x,z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^c \gamma(x_0)\frac{z}{(x-x_0)^2+z^2}\mathrm{d}x_0 \tag{26}$$

$$w(x,z)=\frac{-1}{2\pi}\int_0^c \gamma(x_0)\frac{x-x_0}{(x-x_0)^2+z^2}\mathrm{d}x_0 \tag{27}$$

式中，$\gamma(x_0)$ 是 x_0 处单位长度上的涡强度。在 $z=0$处取$\partial\Phi(x, 0)/\partial z=w(x, 0)$［方程（27）］并代入边界条件得

$$\frac{-1}{2\pi}\int_0^c \gamma(x_0)\frac{\mathrm{d}x_0}{x-x_0}=Q_{\infty}\left(\frac{\mathrm{d}\eta_c}{\mathrm{d}x}-\alpha\right)(0<x<c) \tag{28}$$

这是 $\gamma(x)$ 的积分方程。然而，方程的解并不唯一，需要加入额外的物理条件。物理条件要求流动平滑地离开后缘且速度为有限值：

$$\nabla\Phi<\infty \text{（在后缘）} \tag{29}$$

这是在 Katz 和 Plotkin(2001，第 88 页）中讨论的库塔条件，现在可以理解为要求后缘处的压力差［或$\gamma(c)$］为零，即

$$\gamma(x=c)=0 \tag{30}$$

一旦得到了速度场，那么通过翼型小扰动绕流的定常伯努利方程计算得到压力分布（Katz 和 Plotkin，2001，第 103 页）：

$$p-p_{\infty}=-\rho Q_{\infty}u(x, 0\pm)=\mp\rho Q_{\infty}\frac{\gamma}{2} \tag{31}$$

翼型上表面压力$\partial\Phi(x, 0^+)/\partial x=+\gamma/2$，下表面压力$\partial\Phi(x, 0^-)/\partial x=-\gamma/2$，穿过翼型的压力差 Δp（$+z$ 方向 Δp 为正）为

$$\Delta p=p_l-p_u=p_{\infty}-\rho Q_{\infty}\left(-\frac{\gamma}{2}\right)-\left[p_{\infty}-\rho Q_{\infty}\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]=\rho Q_{\infty}\gamma \tag{32}$$

小扰动假设下的压力系数变为

$$C_p=\frac{p-p_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho Q_{\infty}^2}=\mp\frac{\gamma}{Q_{\infty}} \tag{33}$$

且翼型上、下表面之间的压差系数为

$$\Delta C_p=2\frac{\gamma}{Q_{\infty}} \tag{34}$$

4 升力问题的经典解

对薄翼型升力的压力分布、压力差和气动载荷进行求解，需要知道翼型上的涡分布。涡分布可以通过求解积分方程［方程（28）］得到，方程是零法向流动边界条件的一种形式 $\gamma(x)$。经典方法（Glauert，1959，第 88 页）是利用三角展开式表示，接下来问题退化为寻求展开式的系数值。因此，需要进行三角变量转换。转换形式为

$$x=\frac{c}{2}(1-\cos\theta),\ \mathrm{d}x=\frac{c}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{35}$$

注意，翼型的前缘在 $x=0$ 处（$\theta=0$），后缘在 $x=c$ 处（$\theta=\pi$）。将方程（35）代入方程（28）中得到变换的积分方程为

$$\frac{-1}{2\pi}\int_0^{\pi}\gamma(\theta_0)\frac{\sin\theta_0\mathrm{d}\theta_0}{\cos\theta_0-\cos\theta}=Q_{\infty}\left[\frac{\mathrm{d}\eta_c(\theta)}{\mathrm{d}x}-\alpha\right] \quad (0<\theta<\pi) \tag{36}$$

对于 θ_0 的积分，应适用于翼型上的每个点 x（或 θ）。现在，变换的库塔条件为

$$\gamma(\pi)=0 \tag{37}$$

接下来，要寻找满足最后这两个方程的涡分布。三角展开式为

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin n\theta \tag{38}$$

足够满足库塔条件，可以被用于表示涡分布。然而实验证据表明，翼型前缘会有很大的吸力峰值，这可以利用在前缘值较大而在后缘减小为零的函数模拟。这样的三角展开式会有如下形式：

$$A_0\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \tag{39}$$

涡分布变为［这里加入了 $2Q_{\infty}$ 项，因为在方程

(28)的右侧出现]

$$\gamma(\theta)=2Q_\infty\left[A_0\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin n\theta\right]\tag{40}$$

为了确定常数 A_n 的值，将方程(40)代入方程(36)：

$$\frac{-1}{2\pi}\int_0^\pi 2Q_\infty\left[A_0\frac{1+\cos\theta_0}{\sin\theta_0}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin n\theta_0\right]\times\frac{\sin\theta_0\mathrm{d}\theta_0}{\cos\theta_0-\cos\theta}=Q_\infty\left[\frac{\mathrm{d}\eta_c(\theta)}{\mathrm{d}x}-\alpha\right]\tag{41}$$

在方程中，每一 θ 都受到翼型上所有涡单元的影响，这需要对每个 θ 值的积分进行评估。利用 Glauert 积分(Glauert，1959，第93页)：

$$\int_0^\pi\frac{\cos n\theta_0}{\cos\theta_0-\cos\theta}\mathrm{d}\theta_0=\frac{\pi\sin n\theta}{\sin\theta}(n=0,1,2,\cdots)\tag{42}$$

我们得到

$$-A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos n\theta=\frac{\mathrm{d}\eta_c(\theta)}{\mathrm{d}x}-\alpha\tag{43}$$

这实际上是方程右侧的偶数项半幅傅里叶级数展开，包含翼型的几何信息。因此对于每一个 n 值，相应的系数 A_n 由下式得到：

$$A_0=\alpha-\frac{1}{\pi}\int_0^\pi\frac{\mathrm{d}\eta_c(\theta)}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}\theta(n=0)\tag{44}$$

$$A_n=\frac{2}{\pi}\int_0^\pi\frac{\mathrm{d}\eta_c(\theta)}{\mathrm{d}x}\cos n\theta\mathrm{d}\theta(n=1,2,3,\cdots)\tag{45}$$

5　薄翼型上的气动力和气动力矩

对于给定的翼型，中弧线面 $\eta_c(x)$ 是已知函数，系数 A_0，A_1，A_2，…可以通过方程(44)和方程(45)计算得到。跨越薄升力面的压力差 $\Delta p(x)$ 可以由方程(32)计算：

$$\Delta p(x)=\rho Q_\infty\gamma(x)\tag{46}$$

在小攻角假设下，升力为

$$L=\int_0^c\Delta p(x)\mathrm{d}x=\int_0^c\rho Q_\infty\gamma(x)\mathrm{d}x=\rho Q_\infty\Gamma\tag{47}$$

其中环量为

$$\Gamma=\int_0^c\gamma(x)\mathrm{d}x\tag{48}$$

在库塔-儒可夫斯基理论的基础上[方程(65)，见第1卷，第5章]，升力与自由流 Q_∞ 垂直且气动阻力为

$$D=0\tag{49}$$

这就是著名的达朗贝尔悖论(第1卷，第2章)。为了分析薄翼上的升力，方程(48)所定义的环量由下式计算得到

$$\Gamma=\int_0^c\gamma(x)\mathrm{d}x=\int_0^\pi\gamma(\theta)\frac{c}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta=Q_\infty c\pi\left(A_0+\frac{A_1}{2}\right)\tag{50}$$

由方程(47)得到单位翼展的升力为

$$L=\rho Q_\infty^2 c\pi\left(A_0+\frac{A_1}{2}\right)\tag{51}$$

方程表明，只有环量的前两项才会对升力有影响。关于 y 轴的俯仰力矩在顺时针旋转时为正，因此，在计算前缘力矩 M_0 时要加一负号：

$$\begin{aligned}M_0&=-\int_0^c\Delta px\mathrm{d}x\\&=-\rho Q_\infty\int_0^\pi\gamma(\theta)\frac{c}{2}(1-\cos\theta)\cdot\frac{c}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta\\&=\rho Q_\infty\left[-\frac{c}{2}\Gamma+\frac{c^2}{4}\int_0^\pi\gamma(\theta)\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta\right]\end{aligned}\tag{52}$$

在一些三角处理之后，结果为

$$M_0=-\frac{c}{2}L+\rho\frac{c^2}{4}Q_\infty^2\left(A_0\pi+A_2\frac{\pi}{2}\right)\tag{53}$$

将升力的结果代入方程(53)得到：

$$M_0=-\rho Q_\infty^2\pi\frac{c^2}{4}\left(A_0+A_1-\frac{A_2}{2}\right)\tag{54}$$

沿 x 轴的力矩 M 可以用升力和前缘力矩表示：

$$M=M_0+x\cdot F_z\approx M_0+x\cdot L\tag{55}$$

压心 x_{cp} 被定义为力矩为零的点(可以被认为是总升力作用点)：

$$M=M_0+x_{\text{cp}}\cdot L=0\tag{56}$$

由此得到

$$x_{\text{cp}}=\frac{-M_0}{L}=\frac{c}{4}\frac{A_0+A_1-A_2/2}{A_0+A_1/2}\tag{57}$$

类似地，可以导出翼型的气动系数：

$$C_l=\frac{L}{\frac{1}{2}\rho Q_\infty^2 c}=2\pi\left(A_0+\frac{A_1}{2}\right)\tag{58}$$

$$C_d=\frac{L}{\frac{1}{2}\rho Q_\infty^2 c}=0\tag{59}$$

$$C_{m_0}=\frac{L}{\frac{1}{2}\rho Q_\infty^2 c}=-\frac{\pi}{2}\left(A_0+A_1-\frac{A_2}{2}\right)\tag{60}$$

对系数 A_0，A_1，A_2，…，A_n 进行观察得到，只



有第一项 A_0 是攻角 α 的函数。注意到升力系数可以被写为

$$C_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L_0}) \tag{61}$$

式中，α_{L_0} 被称为零升力攻角，是弧度的函数。将由方程（45）得到的 A_1 值代入得到

$$\alpha_{L_0} = -\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{d\eta_c}{dx}(\cos\theta - 1)d\theta \tag{62}$$

升力斜率可以被定义为

$$C_{l_\alpha} = \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = 2\pi \tag{63}$$

方程（63）表示二维翼型的升力斜率为 2π，并且弧度产生的影响与攻角的增量 $\Delta\alpha$ 类似，但不会改变升力斜率。接下来，俯仰力矩系数［方程（60）］可以利用升力系数公式［方程（58）］改写，因此

$$C_{m_0} = -\frac{C_l}{4} + \frac{\pi}{4}(A_2 - A_1) \tag{64}$$

由于系数 A_1、A_2 与攻角无关，只有方程的第一项与 α 相关，因此，如果相对于翼型 1/4 弦点计算力矩，那么方程中的第一项就会消失，这一点的力矩将与攻角无关。这个点被称为气动中心 x_{ac}，同时根据薄翼理论，其位于 1/4 弦线处。所以，这一点测量的俯仰力矩与方程（64）的第二项有关：

$$C_{m_{c/4}} = \frac{\pi}{4}(A_2 - A_1) \tag{65}$$

接下来列举了一些在简单弦线形状中应用这一公式的例子。

例 1：平板

考虑由平板表示的薄对称翼升力模型。对这种特殊情况，没有弧度且面 $\eta_c(x)=0$。因此，环量系数变为

$$A_0 = \alpha,\ A_1 = A_2 = \cdots = 0 \tag{66}$$

平板的环量为

$$\Gamma = Q_\infty \pi c \alpha \tag{67}$$

将环量代入方程（51）和方程（53）中得到力和力矩：

$$L = \rho Q_\infty \Gamma = \rho Q_\infty^2 \pi c \alpha \tag{68}$$

$$M_0 = -\rho Q_\infty^2 \pi \frac{c^2}{4}\alpha \tag{69}$$

升力和俯仰力矩系数为

$$C_l = 2\pi\alpha \tag{70}$$

$$C_{m_0} = -\frac{\pi}{2}\alpha \tag{71}$$

升力斜率为 2π。压心位置

$$\frac{x_{cp}}{c} = \frac{-C_{m_0}}{C_l} = \frac{1}{4} \tag{72}$$

因此，对于对称薄翼，压心和气动中心都位于 1/4 弦线处。对于对称翼型，压差系数 ΔC_p 可以通过方程（34）得到，即将 A_0 和相应的环量代入

$$\Delta C_p = 2\frac{\gamma}{Q_\infty} = 4\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\alpha \tag{73}$$

就 x 而言，方程（73）变为

$$\Delta C_p = 4\sqrt{\frac{c-x}{x}}\alpha \tag{74}$$

这一公式的结果绘于图 4(a) 中，同时在图 4(b) 中，给出了与另一种更精确的方法得到结果的对比（如板块法），研究对象是 NACA0012 对称翼型。这表明对于大多数翼型，压差都能被近似地估计。然而，在前缘附近，平板解出现奇异，模型在此处并不准确。

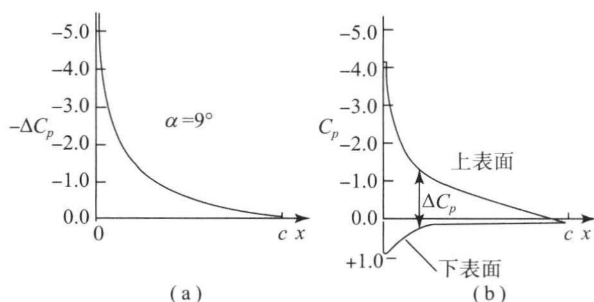


图 4　压差薄翼与对称翼型真实压力分布的对比

例 2：带襟翼的翼型

最常用的一种气动控制面就是后缘襟翼。这种气动控制面的工作原理可以通过研究方程（62）的项$(\cos\theta - 1)$得到。襟翼意味着零升力攻角极大地受到后缘区域的影响，后缘区域 $\theta\to\pi$，因此，后缘襟翼相对较小的偏转也会有显著的影响。为了证明后缘襟翼的影响，考虑一下简单的例子。这里，主翼平面位于 x 轴，在弦向位置 $k\cdot c$ 处襟翼偏转 δ_f，如图 5 所示（对于 $\alpha=0$）。现在，偏转翼型的后缘不在 x 轴，但由于边界层的小扰动近似，使用此坐标系产生的误差仍在薄翼理论的精度内。假设翼型是连续的，在襟翼的铰链点没有间隔。

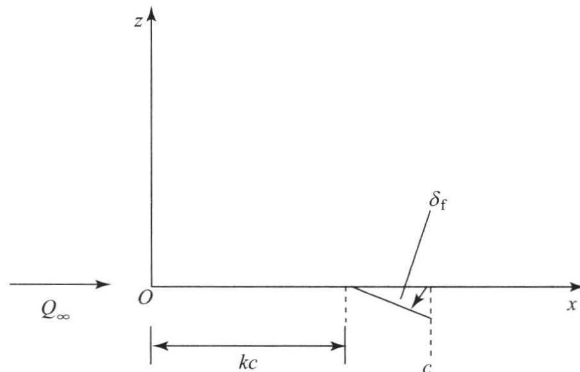


图 5　带襟翼的薄翼模型

图 5 中所示的例子中弧线斜率为：

$$\frac{\mathrm{d}\eta_c}{\mathrm{d}x}=0\ (0<x<kc) \tag{75a}$$

$$\frac{\mathrm{d}\eta_c}{\mathrm{d}x}=-\delta_f\ (kc<x<c) \tag{75b}$$

由于系数 A_n 是变量 θ 的函数，因此铰链点的位置可以由方程（49）得到：

$$kc=\frac{c}{2}(1-\cos\theta_k)\ \Rightarrow\ \cos\theta_k=1-2k \tag{76}$$

现在，系数 A_0，A_1，A_2，…，A_n 在 $\theta_k\to\pi$ 的范围内计算，结果为

$$A_0=\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\theta_k}^{\pi}\delta_f\mathrm{d}\theta=\alpha+\frac{\delta_f}{\pi}(\pi-\theta_k) \tag{77a}$$

$$A_n=-\frac{2}{\pi}\int_{\theta_k}^{\pi}\delta_f\cos n\theta\mathrm{d}\theta=\frac{2\delta_f}{\pi}\frac{\sin n\theta_k}{n} \tag{77b}$$

将系数 A_n 的前三个值代入方程（58）和方程（60），得到升力和俯仰力矩系数：

$$C_l=2\pi\left\{\alpha+\delta_f\left[\left(1-\frac{\theta_k}{\pi}\right)+\frac{1}{\pi}\sin\theta_k\right]\right\} \tag{78}$$

$$C_{m_0}=-\frac{\pi}{2}\left[\alpha+\delta_f\left(1-\frac{\theta_k}{\pi}\right)+\frac{2\delta_f}{2\pi}\sin\theta_k-\frac{\delta_f}{2\pi}\sin 2\theta_k\right] \tag{79}$$

令 $\alpha=0$，得到襟翼增益产生的气动效应：

$$\Delta C_l=[2(\pi-\theta_k)+2\sin\theta_k]\delta_f \tag{80}$$

$$\Delta C_{m_0}=-\frac{1}{2}\left[(\pi-\theta_k)+2\sin\theta_k-\frac{1}{2}\sin 2\theta_k\right]\delta_f \tag{81}$$

在气动中心 $c/4$，由襟翼偏转引起的力矩增量可以利用方程（65）得到：

$$\Delta C_{m_{c/4}}=\left(\frac{1}{4}\sin 2\theta_k-\frac{1}{2}\sin\theta_k\right)\delta_f \tag{82}$$

方程（80）和方程（81）的结果清楚地表明，升力和俯仰力矩可以通过简单的后缘设备而有效地改变。此外，方程（62）指出，增加升力时，翼型后缘区域是最有效的。这样的结论导致了一系列高升力控制面的产生，关于这些设备的几何形状以及气动效应的详细讨论见 Bertin 和 Cummings（2009）的第 6 章和第 13 章。

6　集中涡流单元

在对称翼升力模型基础上，开发出一种简单的“升力单元”即为集中湍流单元。方程（41）得到的平板翼型上的涡分布为

$$\gamma(\theta)=2Q_\infty\alpha\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \tag{83}$$

如图 6(a) 所示。从远场角度来看，可以利用相同强度 $\Gamma=\int_0^c\gamma(x)\mathrm{d}x$ 的单一涡旋来代替。

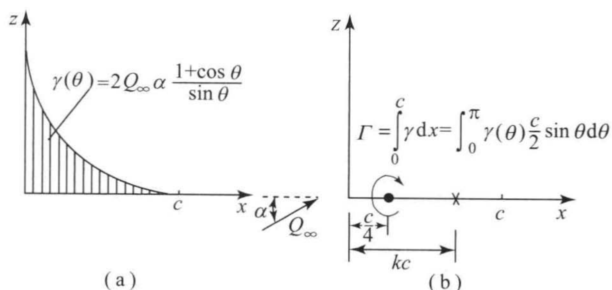


图 6

(a) 一定攻角下平板上的涡分布；(b) 等效集中涡模型

因为对称翼的升力

$$L=\rho Q_\infty\Gamma \tag{84}$$

作用在压心（平板 1/4 弦线处），所以集中涡就被布置于此。如果升力平板只用一个强度为 Γ 的涡表示，那么只有一点能够满足零法向流动的边界条件。假设这一点位于 x 轴上的 kc 处［图 6(b)］，那么零法向流动边界条件可以表示为

$$\frac{-\Gamma}{2\pi[kc-(1/4)c]}+Q_\infty\alpha=0 \tag{85}$$

为了利用此模型来模拟薄翼的结果，需要代入平板对应的环量［方程（67）］：

$$\Gamma=\pi cQ_\infty\alpha \tag{86}$$

因此

$$\frac{-\pi cQ_\infty\alpha}{2\pi[kc-(1/4)c]}+Q_\infty\alpha=0 \tag{87}$$

方程的解给出了需要指明满足边界条件点的位置，这个点被称为配置点：

$$k=\frac{3}{4} \tag{88}$$

要注意的是，这种表示基于能够满足后缘库塔条件的结果。这是利用此模型能够得到较好近似的主要原因。以下的例子说明了利用“升力单元”来进行气动效应估计的优势。

例 3：串联翼型

这一简单模型的实用性可以通过研究双翼型系统的升力进行验证，双翼型系统如图 7 所示。两个翼型的环量表示为 Γ_1 和 Γ_2，两个配置点的边界条件为 $w_1=w_2=0$。每个配置点的法向速度分量包括两个涡的影响和自由流法向分量的影响。两个点的边界条件具体表示为

$$w_1=\frac{-\Gamma_1}{2\pi(c/2)}+\frac{\Gamma_2}{2\pi c}+Q_\infty\alpha=0 \tag{89a}$$



$$w_2=\frac{-\Gamma_1}{2\pi 2c}+\frac{-\Gamma_2}{2\pi(c/2)}+Q_\infty\alpha=0 \quad (89b)$$

系统的解为

$$\Gamma_1=\frac{4}{3}\pi cQ_\infty\alpha,\quad \Gamma_2=\frac{2}{3}\pi cQ_\infty\alpha \quad (90)$$

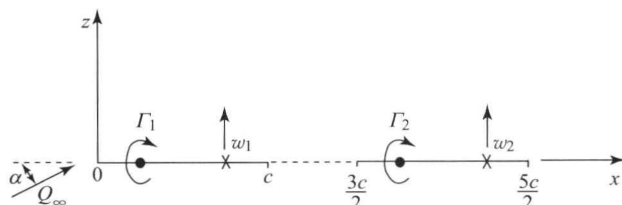


图 7 利用集中涡模型模拟的串联翼型模型

因此，很明显，由于受到第二个翼型诱导产生的上洗，前翼的升力较大，而由于受到前翼诱导产生的下洗，第二个翼型升力较小。此外，两个翼型距离接近时这一效应更加明显，而在距离增加时相互作用会消失。此结果的重要性在于，可以用最小的代价估测串联翼型的即时效应。

7 薄翼型理论的总结与结论

利用诸多的简化，可以得到翼型绕流升力的封闭解。尽管利用的简化较多，但还是能够得到非常重要的结果：

(1) 二维翼型的升力斜率为 2π。

(2) 气动中心在 1/4 弦线点，在此俯仰力矩与攻角无关。

(3) 翼型弧度并不改变升力斜率，并可以被认为是额外的攻角效应（α_{L_0}）。因此，对称翼在 $\alpha=0$ 时升力为零，而有弧度的翼型拥有比 α_{L_0} 更大的有效攻角。

(4) 翼型后缘对上述弧度效应有更大的影响。因此，如果要在不改变攻角的情况下改变升力，那么改变后缘区域的弦线形状比改变前缘要更有效。

8 薄翼型理论的不足

薄翼型理论成功地为我们给出了关于翼型的不可压缩势流绕流产生的升力和俯仰力矩。但并不能给出计算边界层黏性效应所必需的压力分布、厚度效应或是处理任意几何形状的能力。

对于不可压缩势流，有更多精确的方法来处理厚翼型问题。例如，复杂变量理论利用保角映射可以得到关于各种厚翼型的精确解。这种方法的细节见 Katz 和 Plotkin（2001）的第 6 章。此外，高精度的数值解可以提供任意几何形状的解（限制在附着流动）。下一章给出了更一般的方法，同时有关翼型应用的细节参见 Katz 和 Plotkin（2001）的第 11 章。

这里展示的势流理论给出了小攻角假设成立的情况下，由压力分布得到的升力。在较高攻角时，流动分离，升力下降，阻力增加。这种情况通常被称为失速，对这种效应的估计是这里提到的模型所不能及的。Abbott 和 von Doenhoff（1959）给出了许多不同翼型的实验数据，包括失速角和失速后的升力阻力系数。

参考文献

Abbott，I. H. and von Doenhoff，A. E.（1959）*Theory of Wing Sections*，Dover Publications，Inc.，New York.

Bertin，J. J. and Cummings，R. M.（2009）*Aerodynamics for Engineers*，5th edn，Pearson Prentice-Hall.

Glauert，H.（1959）*The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory*，2nd edn，Cambridge University Press，New York.

Katz，J. and Plotkin，A.（2001）*Low-Speed Aerodynamics*，2nd edn，Cambridge University Press，New York.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 7 章

有限展长翼的不可压缩流动*

Joseph Katz

圣地亚哥州立大学航空航天工程与工程力学系，圣地亚哥，加利福尼亚，美国

1 引 言

三维物体如有限展长翼的流场可以由格林定理（Green's theorem）求解（第1卷第5章），即把不同的奇异解单元放置在物面上，这些单元的强度由物面不可穿透条件决定。该方法结合数值求解，就可以求解复杂外形的流场，如厚翼型和机身融合体。然而，由于复杂的数学方程，封闭形式的解析解受到明显的限制。

有一种求解方法叫作升力线模型，它能够很容易计算并描述大多数明显的物理效应。从它的发展历程来看，或许是因为早期的流动可视化实验，涡格法最成熟。德国物理学家赫姆霍兹（H. Helmholtz，1821—1894）通过观察总结了以下三条定律：

（1）沿着涡管的长度，涡管强度保持恒定。

（2）在流体中，涡管不会消失，它必须延伸到流体的边界或者形成一个封闭路径。

（3）在没有外部的旋转作用力时，流体起初是无旋的，并始终保持无旋状态。

这些观察实验发现了二维模型和三维模型之间的联系，并由此产生了早期的层流模型。直到19世纪末，英国工程师 Frederick Lanchester（1868—1946）利用这些定律并且约定：由于涡旋不可能在翼尖停止，它一定会作为翼尖涡旋流出，这样就建立了马蹄涡模型。第一次世界大战期间，普朗特（1875—1953）将这些观点融合于一项合理的数学模型中。该研究的一个有意义的成果是将二维翼型和三维翼型分开（因此就可以单独研究翼的平面形状）。

这些源于升力线理论的基本结论并不仅局限于以往的流场观察，而且对飞行器初步设计的使用，即使是在先进计算工具大行其道的今天也非常重要。

前面的章节讨论了薄型翼的边界条件线性化和翼型厚度、弯度及攻角的单独效应（第1卷第6章）。这些公式在三维机翼案例中同样可以使用。还有，翼型厚度效果的结果几乎相同，因此在这里只利用涡旋模型讨论升力问题。

2 升力线模型

升力线模型用来计算平面薄型翼的升力和（非黏性）阻力。为了构建该模型，设定翼展为 b，相对于定常流动的流速 Q_∞ 而言，攻角相对较小。坐标系附着在翼上，如图1所示。该势流的速度场可以通过扰动势 Φ 的拉普拉斯变换方法求解：

$$\nabla^2\Phi=0 \tag{1}$$

边界条件与薄翼型的相同，即在翼型表面没有流体穿过，同时在 $z=0$ 处做出以下近似：

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}(x,\ y,\ 0^{\pm})=Q_\infty\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}-\alpha\right) \tag{2}$$

这里的 $\eta=\eta_c(x,\ y)$ 是位于 $x-y$ 平面上薄型翼的翼面形状。二维翼型分析（第1卷第6章）表明为

---

* 本章内容是基于 Katz 和 Plotkin（2001）第8章介绍的材料。Joseph Katz 和 Allen Plotkin 拥有所有图片的版权，并且这些图片的复制已获得剑桥大学出版社的许可。



了得到唯一解，翼型后缘必须应用库塔条件。该条件同样可以用于三维翼型。假设后缘的通量

$$\gamma_{TE}=0 \tag{3}$$

大部分单元模型如图1所示。根据薄翼型模型（集中涡，见第1卷第6章），用位于翼型的1/4弦长处的涡量度 $\Gamma(y)$ 代替整个翼型空间的涡量强度。

假设涡管为直线并与 y 轴方向保持一致。当将其放置在1/4弦长处时，在单元的1/4弦长处方程（3）的库塔条件自动满足。

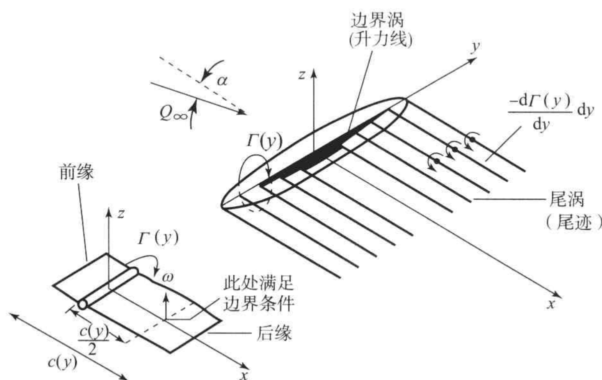


图1 升力线模型

在有限展长翼模型中，展向环量 y 会发生变化，同时为了遵守赫姆霍兹定理，提出了马蹄涡模型（图1）。如果涡管强度变化量为 $d\Gamma(y)/dy$，则一定伴随另一个方向相反、强度相同的涡存在，也就是说，在该点处涡管没有消失，而是改变了方向，但强度不变。这些定理最基本的物理应用就是将这些尾部涡随着流动脱落，并且形成尾涡（持续到 $x=\infty$），这样就没有力作用于这些自由涡上。只有当这些尾涡管平行于当地速度方向时，才能实现没有力作用于这些自由涡上。所有这些讨论都在图1中有所总结（描述），该模型是基于 $\Gamma(y)$ 的展向变化所引起的大量马蹄涡而构建的。

现在，通过选择涡的线化解，就很自然地得到了方程（1），并且涡强度分布由边界条件［方程（2）］决定。速度势对下洗的影响可以划分为翼型（边界）和尾涡，同时方程（2）可以改写为

$$\frac{\partial\Phi_{机翼}}{\partial z}+\frac{\partial\Phi_{尾迹}}{\partial z}+Q_{\infty}\left(\alpha-\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)=0 \tag{4}$$

同时该边界条件在平面 $z=0$ 上才满足。为了简单起见，此处我们假设了一个简单的平板升力面，在该表面上 $\partial\eta/\partial x=0$。该方程表明法向速度分量的总和由翼型 $w_b=\partial\Phi_{机翼}/\partial z$ 和尾涡 $w_i=\partial\Phi_{尾迹}/\partial z$，以及来流的法向速度分量 Q_{∞} 所引起，在机翼物面上，这三项的和一定为零，即

$$w_b+w_i+Q_{\infty}\alpha=0 \tag{5}$$

此处，w 在 z 轴正向时为正，相对的下标 b 和 i 表示翼型边界和诱导（由尾涡引起）影响。速度分量 w_b 是由弦项位置 $c(y)$ 处的截面上的升力线导致的，它可以由位于3/4弦长处，具有下洗效应的二维集中涡模型来估算：

$$w_b=-\frac{\Gamma(y)}{2\pi[c(y)/2]} \tag{6}$$

除此之外，还必须计算尾涡引起的下洗。尾涡由强度为 $[d(\Gamma)/dy]dy$ 的半无限涡管形成（图1）。由于 Γ 在翼展为 $+y$ 方向变为正，则 $d(\Gamma)/dy$ 为负值。y_0 右侧尾涡管对展向 y 处3/4弦线的下洗为

$$w(y)=-\frac{1}{2}\frac{[d\Gamma(y_0)/dy]dy}{2\pi}\frac{1}{y-y_0} \tag{7}$$

那恰好是诱导速度的一半。有这个方程的帮助，翼型尾涡的诱导速度的法向分量为

$$w_i=\frac{1}{4\pi}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\frac{[-d\Gamma(y_0)/dy]dy_0}{y-y_0} \tag{8}$$

注意：由于假设尾涡位于平面 $z=0$ 上，它们的诱导展向速度分量为零。此外，还假设翼型的展弦比很大［$b/c(y)\gg1$］，这就允许我们将其（展向剖面）视为二维截面，同时将边界条件转换到3/4弦长处。将方程（6）和方程（8）代入方程（5）得到

$$\frac{-\Gamma(y)}{2\pi[c(y)/2]}-\frac{1}{4\pi}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\frac{[d\Gamma(y_0)/dy]dy_0}{y-y_0}+Q_{\infty}\alpha=0 \tag{9}$$

同时除以来流速度 Q_{∞}，得到

$$\frac{-\Gamma(y)}{\pi c(y)Q_{\infty}}-\frac{1}{4\pi Q_{\infty}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\frac{[d\Gamma(y_0)/dy]dy_0}{y-y_0}+\alpha=0 \tag{10}$$

这就是展向负载分布 $\Gamma(y)$ 普朗特升力线积分微分方程。该方程可视为下面几个角度的和：

$$-\alpha_e-\alpha_i+\alpha=0 \tag{11}$$

这里的诱导下洗角（注意在 $+z$ 方向上 w 为正）：

$$\alpha_i\approx\frac{-w_i}{Q_{\infty}} \tag{12}$$

此外，方程（11）还可以写成如下形式：

$$\alpha_e=\alpha-\alpha_i \tag{13}$$

这意味着在有限翼情况下，翼型的有效攻角 α_e 由于尾涡下洗产生了诱导攻角 α_i（修正后的来流

速度与弦的夹角）小于实际几何攻角 α，同时，在翼尖处（$y=\pm b/2$），压差为零，可表示为以下形式：

$$\Gamma\left(y=\frac{\pm b}{2}\right)=0 \tag{14}$$

根据方程（10）的解，再加上以上翼尖条件，应该可以得到展向涡的分布 $\Gamma(y)$。只要得到展向环量，就可以计算翼型上的气动力负载。

3　椭圆升力分布的求解

展向环量分布 $\Gamma(y)$ 对任意形状而言可能非常复杂，但是求解椭圆形的升力分布却非常简单。更重要的是，这样的翼型诱导阻力最小，后面会有图示。展向分布函数 $\Gamma(y)$ 为

$$\Gamma(y)=\Gamma_{\max}\left[1-\left(\frac{y}{b/2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{15}$$

该方程自动满足方程（14）。常数 $\Gamma_{\max}$将在后面计算，然后方程（10）中的其他项必须由该椭圆升力分布计算得到，第二项下洗积分项可以由下面的微分方程计算得到：

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma(y)}{\mathrm{d}y}=\frac{\Gamma_{\max}}{2}\left[1-\left(\frac{y}{b/2}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}-\left(2\frac{4}{b^2 y}\right) \tag{16}$$

将该结果代入方程（8）就得到下洗：

$$w_{\mathrm{i}}(y)=\frac{\Gamma_{\max}}{\pi b^2}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\left[1-\left(\frac{y_0}{b/2}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\frac{y_0}{y-y_0}\mathrm{d}y_0 \tag{17}$$

当 $y=y_0$ 时，该积分是一个正弦函数，并且可以用柯西定理来估计。通过变换，用 Glauert 积分可以得到

$$y=\frac{b}{2}\cos\theta \tag{18}$$

$$\mathrm{d}y=-\frac{b}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{19}$$

在翼尖处 $y=-\frac{b}{2}$，$\theta=\pi$ 和 $y=\frac{b}{2}$，$\theta=0$，这样可以将方程（15）化简为

$$\Gamma(\theta)=\Gamma_{\max}(1-\cos^2\theta)^{\frac{1}{2}}=\Gamma_{\max}\sin\theta \tag{20}$$

方程（17）变为如下形式：

$$w_{\mathrm{i}}=\frac{\Gamma_{\max}}{\pi b^2}\int_{\pi}^{0}(1-\cos^2\theta_0)^{-\frac{1}{2}}\frac{\frac{b}{2}\cos\theta_0\left(-\frac{b}{2}\sin\theta_0\right)\mathrm{d}\theta_0}{\frac{b}{2}(\cos\theta-\cos\theta_0)} \tag{21}$$

该积分可以由 Glauert 积分（Glauert，1959，第93页）得到：

$$w_{\mathrm{i}}=-\frac{\Gamma_{\max}}{2\pi b}\int_0^{\pi}\frac{\cos\theta_0\mathrm{d}\theta_0}{\cos\theta_0-\cos\theta}=-\frac{\Gamma_{\max}}{2\pi b}\frac{\pi\sin\theta}{\sin\theta}=-\frac{\Gamma_{\max}}{2b} \tag{22}$$

因此 w_{i} 和 α_{i}［源于方程（12）］沿展向为常量：

$$w_{\mathrm{i}}=-\frac{\Gamma_{\max}}{2b} \tag{23}$$

$$\alpha_{\mathrm{i}}=-\frac{\Gamma_{\max}}{2bQ_{\infty}} \tag{24}$$

椭圆面积为 $\pi(\Gamma_{\max}/2)\cdot(b/2)$，就是总环量。

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\Gamma(y)\mathrm{d}y=\frac{\pi}{2}\Gamma_{\max}\frac{b}{2}=\frac{\pi b}{4}\Gamma_{\max} \tag{25}$$

可以用库塔-儒科夫斯基定理［第1卷第5章方程（64）］估算升力：

$$L=\rho Q_{\infty}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\Gamma(y)\mathrm{d}y=\frac{\pi b}{4}\rho Q_{\infty}\Gamma_{\max} \tag{26}$$

这里采用了小攻角假设。但是依据库塔-儒科夫斯基定理，作用力与当地来流速度垂直，现在由于诱导攻角 α_{i} 而变倾斜，因此三维翼型的任何一个剖面都含有诱导阻力，在椭圆负载条件下，诱导攻角沿展向为常数，我们可以得到诱导阻力：

$$D_{\mathrm{i}}=\rho Q_{\infty}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\alpha_{\mathrm{i}}\Gamma(y)\mathrm{d}y=\alpha_{\mathrm{i}}L=\left(\frac{\Gamma_{\max}}{2bQ_{\infty}}\right)\frac{\pi b}{4}\rho Q_{\infty}$$

$$\Gamma_{\max}=\rho\frac{\pi}{8}\Gamma_{\max}^2 \tag{27}$$

升力和阻力系数为

$$C_L\equiv\frac{L}{\frac{1}{2}\rho Q_{\infty}^2 S}=\frac{\pi}{2}\frac{b}{S}\frac{\Gamma_{\max}}{Q_{\infty}} \tag{28}$$

$$C_{D_{\mathrm{i}}}\equiv\frac{D_{\mathrm{i}}}{\frac{1}{2}\rho Q_{\infty}^2 S}=\frac{\pi}{4S}\frac{\Gamma_{\max}}{Q_{\infty}^2}=\frac{1}{\pi}\frac{S}{b^2}C_L^2 \tag{29}$$

将椭圆分布函数和诱导攻角项代入方程（10）就得到了唯一的未知参数 $\Gamma_{\max}$：

$$-\frac{\Gamma_{\max}}{\pi c(y)Q_{\infty}}\left[1-\left(\frac{y}{b/2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\frac{\Gamma_{\max}}{2bQ_{\infty}}+\alpha(y)=0 \tag{30}$$

该方程提供了椭圆形环量分布翼型的弦函数$c(y)$和攻角 $\alpha(y)$ 的关系，假设：

$$c(y)=c_0\left[1-\left(\frac{y}{b/2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{31}$$

此处 c_0 为翼根弦长。将方程（31）代入方程（30），消掉椭圆项得



$$-\frac{\Gamma_{max}}{\pi c_0 Q_\infty}-\frac{\Gamma_{max}}{2bQ_\infty}+\alpha(y)=0 \tag{32}$$

由于该方程中的前两项为常量，所以 $\alpha(y)$ 也是常量。翼型（翼型剖面没有变化）没有变形，Γ_{max}的值为

$$\Gamma_{max}=\frac{2bQ_\infty\alpha}{1+(2b/\pi c_0)} \tag{33}$$

椭圆形翼型的面积为

$$S=\pi\frac{c_0}{2}\frac{b}{2} \tag{34}$$

此外，定义翼型的展弦比为

$$AR=\frac{b^2}{S} \tag{35}$$

利用椭圆形翼型的面积 S 和展弦比 AR 得到

$$\Gamma_{max}=\frac{2bQ_\infty\alpha}{1+(AR/2)} \tag{36}$$

将 Γ_{max}代入升力系数方程（28）得

$$C_L=\frac{2\pi}{1+(2/AR)}\alpha\equiv C_{L_\alpha}\alpha \tag{37}$$

这里的 C_{L_α} 是翼型升力线的斜率，该分析最重要的结论是诱导下洗促使展弦比减小，从而使得升力线的斜率减小。依据方程（37），绘制出升力线斜率和展弦比的关系，如图 2 实线部分所示，与二维值 2π 相比有明显减小。因此与二维翼型相比，有限展长翼要达到特定的升力需要更大的攻角，此外，升力线模型是在大展弦比假设下得到的，对于 $AR<6$ 降低了方程（37）的精度（尽管对非后掠翼型很精确）。对于小展弦比机（虚线）翼，基于细长翼理论预测得到的升力线斜率变化如图 2 所示。

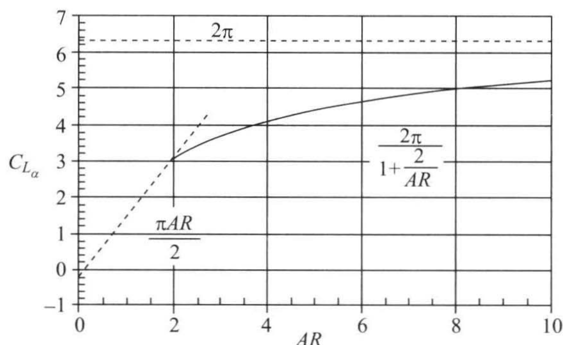


图 2 升力线斜率与展弦比的关系曲线图
（椭圆形翼型为实线）

依据展弦比的定义和方程（29）得到诱导阻力系数：

$$C_{D_i}=\frac{1}{\pi AR}C_L^2 \tag{38}$$

这表明通过增大展弦比，可以增大升力线的斜率，减小诱导阻力，提高升阻比。再研究方程（9）的边界条件和下洗项（图 3），就觉得很有趣。对于椭圆升力分布的翼而言，下洗是常量，并与附着涡引起的诱导速度相结合，w_b 肯定与来流的上洗 $Q_\infty\alpha$ 相等。这样依据边界条件方程（5），结合之后的法向速度分量为零。对于不是椭圆外形的翼也可能拥有椭圆形升力分布，但翼就需要适当的扭转或弯曲以确保 w_i 在展向为常数。

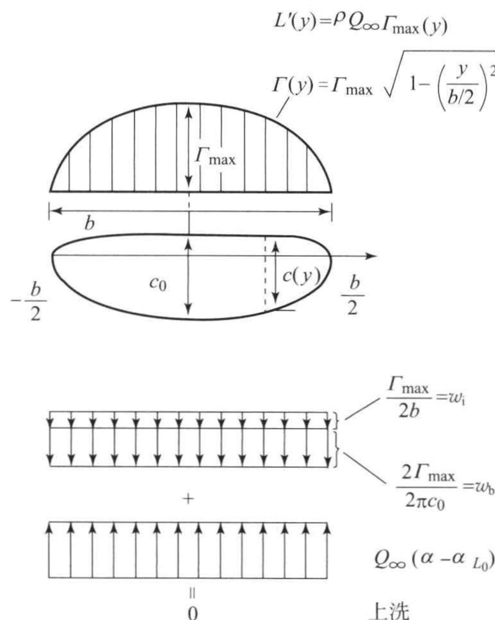


图 3 椭圆形翼型的展向环量与负载

此外，方程（9）中所有单元沿展向的下洗是恒定的。

由库塔-儒科夫斯基定理得到翼展为椭圆形升力分布（单位展长的负载）：

$$L'(y)=\rho Q_\infty\Gamma(y)=\rho Q_\infty\Gamma_{max}\left[1-\left(\frac{y}{b/2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{39}$$

图 3 给出了椭圆截面和的展向升力分布也是椭圆形的。截面的升力系数可以用所在位置的弦长来定义：

$$C_l\equiv\frac{\Gamma'(y)}{(1/2)\rho Q_\infty^2 c(y)}=\frac{2\Gamma_{max}}{c_0Q_\infty}=C_L \tag{40}$$

这样，对于椭圆形翼型而言，截面升力系数与翼型升力系数相同。如果 α_{L_0} 包含翼型的弯度效应，那么截面升力系数可以表示为

$$C_l\equiv\frac{2\pi}{1+(2/AR)}(\alpha-\alpha_{L_0})\equiv C_{l_\alpha}(\alpha-\alpha_{L_0}) \tag{41}$$

同样，截面的诱导阻力系数为

$$C_{d_i}\equiv\frac{L'(y)\alpha_i}{\frac{1}{2}\rho Q_\infty^2 c(y)}=\frac{1}{\pi}\frac{S}{b^2}C_l^2=C_{D_i} \tag{42}$$

由方程（16）得到展向环量强度 $\Gamma(y)$ 的微分：

$$\frac{d\Gamma(y)}{dy}=-\frac{4\Gamma_{max}}{b^2}\frac{y}{\sqrt{1-\left(\frac{y}{b/2}\right)^2}} \tag{43}$$

从该方程得到在翼尖处 $|d\Gamma(y)/dy|$ 最大，尾涡强度最强。由于诱导速度的影响，涡会向上卷，大部分在翼尖附近，形成两个集中的尾涡。这种尾涡上卷的诱导效应，在 $\Gamma(y)$ 中假设可以忽略，但是许多飞行器上都出现了各种各样的翼尖设备，这足以说明该效应的重要性。此外，并非所有的飞行器的翼都是椭圆形的，也不全是平直翼。对于更复杂的平面形状的翼升力变化与诱导阻力，可以用数值方法来估算。基于这种计算方法得到翼更一般展向载荷（环量）分布，有

$$C_{D_i}=\frac{1+\delta_1}{\pi AR} \tag{44}$$

$$C_L=\frac{2\pi(\alpha-\alpha_{L_0})}{1+(2/AR)(1+\delta_2)} \tag{45}$$

由于翼型不是椭圆的，因此这里的 δ_1 和 δ_2 是修正系数（通常都很小）。很显然，它表明椭圆形翼型的诱导阻力最小，因此效率最高。顺便提一句，总阻力为黏性阻力加上诱导阻力。

$$C_D=C_{D_0}+C_{D_i} \tag{46}$$

4　细长翼理论

升力线模型是基于在高展弦比翼型假设下提出的，对于小展弦比翼型而言，处理方法有一些小的差别。先前的方法仍然可以使用，并且拉普拉斯方程［方程（1）］的求解必须以方程（2）为边界条件。细长翼位于 $x-y$ 平面上。其根部弦长为 c，展长为 $b(x)$，来流 Q_∞ 攻角 α（与图 1 的状况相似）比较小，细长翼的不同在于纵向尺度远大于其他方向的尺寸参数：

$$x\gg y，z \tag{47}$$

因此，它们的微分却恰恰相反：

$$\frac{\partial}{\partial x}\ll\frac{\partial}{\partial y}，\frac{\partial}{\partial z} \tag{48}$$

将该方程代入连续性方程［方程（1）］，与其他项相比，第一项可以忽略：

$$\nabla^2\Phi\approx\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=0 \tag{49}$$

它说明交叉流效应起主导作用，对于任意的 x 位置求解 $y-z$ 两个方向的解就足够了（图 4）。图 4 左下方展示了涡结构的二维图。

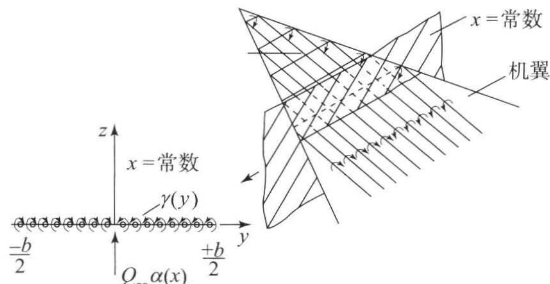


图 4　小攻角时细长三角翼的马蹄涡模型

求解采用了马蹄涡模型，它与图 1 中的升力线模型相似。图 4 展示了离散的马蹄涡单元，而不是连续的涡分布。在该例中，附着涡位于远前方，在任意 x 截面处，只有尾涡是可见的。因为方程（48）中的一阶微分项被忽略掉了，所以与尾涡效应相比，远前方的附着涡也就被忽略掉。由于忽略了纵向效应，求解就不再需要库塔条件。从方程（9）可以立即得到马蹄涡的边界条件，但没有附着涡效应。

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\frac{[d\Gamma(y_0)/dy]dy_0}{y-y_0}+Q_\infty\alpha(x)=0 \tag{50}$$

这里，攻角不再是常数，而是由当地攻角 $\alpha(x)$ 来代替，另外一个小的变化就是系数为 $1/2\pi$，而不是方程（9）中的 $1/4\pi$，这是由于大展弦比时有半无限涡存在，但是此处，前面和后面的尾涡都无限大。注意在交汇面处，由于左右对称，总环量为零，对于展向环量 $\Gamma(x，y)$，在每一个 x 截面处，我们可以使用与方程（15）同样的椭圆分布：

$$\Gamma(x，y)\equiv\Gamma(y)=\Gamma_{max}\left\{1-\left[\frac{y}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{51}$$

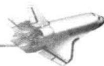
尾涡的展向分布（图 4）可以通过它对 y 的微分得到

$$\frac{d\Gamma(y)}{dy}=-\frac{4\Gamma_{max}}{b(x)^2}\left\{1-\left[\frac{y}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}y \tag{52}$$

代入积分方程（50）得到

$$\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{-b(x)}{2}}^{\frac{b(x)}{2}}\frac{4\Gamma_{max}}{b(x)^2}\left\{1-\left[\frac{y_0}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\frac{y_0\,dy_0}{y-y_0}=-Q_\infty\alpha(x) \tag{53}$$

但是这个积分方程的值在本章中已计算出来了［方



程（17）]，并导致了稳定的展向下洗，利用方程（22）的结果，得到展向积分为

$$\int_{\frac{-b(x)}{2}}^{\frac{b(x)}{2}}\left\{1-\left[\frac{y_0}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\frac{y_0\,\mathrm{d}y_0}{y-y_0}=-\frac{\pi b(x)}{2} \tag{54}$$

则方程（52）变为

$$\frac{\Gamma_{\max}}{b(x)}=Q_\infty\alpha(x) \tag{55}$$

这表明展向诱导下洗是由于椭圆环量分布不变且与 y 值无关，$\Gamma_{\max}$的值由方程（55）得到

$$\Gamma_{\max}=b(x)Q_\infty\alpha(x) \tag{56}$$

为了建立速度势与 Γ 之间的关系，沿 y 方向选择一条积分路径（截面上 x 为常数）：

$$\Phi(x,y,0^\pm)=\int_{\frac{-b(x)}{2}}^{y}\frac{\mp\gamma(y)}{2}\mathrm{d}y=\pm\frac{\Gamma(y)}{2} \tag{57}$$

这里的积分下限 x 为常数的翼型左前缘，积分起点和路径是位于翼型上高于（0^+）或低于（0^-）的位置。因此，在位置 $x[\rho Q_\infty\Gamma(y)]$ 前方，翼型的速度势的变化与升力的变化也是椭圆。

$$\Delta\Phi(x=\text{常数},\ y)=\Gamma(y) \tag{58}$$

注意，当地的 $\Gamma(y)$ 值等于无穷小马蹄涡前所有展向附着涡的总和，因此它等于起点位置 x 前面的附着涡的升力，将 $\Gamma_{\max}$和涡环量椭圆分布代入方程（57），我们得到

$$\begin{aligned}\Phi(x,\ y,\ 0^\pm)&=\pm Q_\infty\alpha(x)\ \frac{b(x)}{2}\sqrt{1-\left[\frac{y}{b(x)/2}\right]^2}\\&=\pm Q_\infty\alpha(x)\sqrt{\left[\frac{b(x)}{2}\right]^2-y^2}\end{aligned} \tag{59}$$

为了计算压力分布，需要得到速度分量 u，它可以通过将方程（58）微分得到

$$\begin{aligned}u(x,\ y,\ 0^\pm)&=\frac{\partial\Phi}{\partial x}(x,\ y,\ 0^\pm)\\&=\pm Q_\infty\frac{\partial}{\partial x}\left\{\alpha(x)\sqrt{\left[\frac{b(x)}{2}\right]^2-y^2}\right\}\end{aligned} \tag{60}$$

该方程只有在翼型形状 $b(x)$ 已知的情况下才可以使用，气动力载荷可以通过线化伯努利方程计算得到［第1卷第6章方程（32）］。翼面压差为

$$\begin{aligned}\Delta p&=p(x,\ y,\ 0^-)-p(x,\ y,\ 0^+)=\rho Q_\infty\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi\\&=2\rho Q_\infty^2\frac{\partial}{\partial x}\left\{\alpha(x)\sqrt{\left[\frac{b(x)}{2}\right]^2-y^2}\right\}\\&=\rho Q_\infty^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha(x)b(x)\left\{1-\left[\frac{y}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}\right)\end{aligned} \tag{61}$$

例如，我们假设翼型的攻角为常数，即 $\alpha(x)=\alpha$，这样压差为

$$\Delta p(x,\ y)=\frac{\rho}{2}Q_\infty^2\alpha\frac{b(x)\mathrm{d}b(x)/\mathrm{d}x}{\sqrt{[b(x)/2]^2-y^2}} \tag{62}$$

沿着翼型前缘，展向压力分布存在无穷大的吸附力峰值，由于没有强加库塔条件，后缘处的压差也趋于无穷。沿纵向翼型的负载可以通过对展向压差积分得到，并且可以通过使用方程（15）使积分得到简化，表明下面的积分为对应椭圆面积的一半。

$$\int_{\frac{-b(x)}{2}}^{\frac{b(x)}{2}}\left\{1-\left[\frac{y}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}y=\frac{\pi b(x)}{4} \tag{63}$$

利用展向积分的结果，我们得到

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}&=\int_{-\frac{b(x)}{2}}^{\frac{b(x)}{2}}\Delta p\mathrm{d}y\\&=\rho Q_\infty^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha(x)b(x)\int_{\frac{-b(x)}{2}}^{\frac{b(x)}{2}}\left\{1-\left[\frac{y}{b(x)/2}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}y\right)\\&=\frac{\pi\rho Q_\infty^2}{4}\frac{\partial}{\partial x}[\alpha(x)b(x)^2]\end{aligned} \tag{64}$$

有趣的是，如果方程中的 $\alpha(x)$ 和 $b(x)$ 均没有变化，那么该截面不会产生升力。此外，对于三角翼［$b(x)$ 为线性变化］而言，若 α 不变，纵向负载也是线性的。从翼尖到截面 x 处的升力可以通过对 $\mathrm{d}L/\mathrm{d}x$ 积分得到

$$L(x)=\int_0^x\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}\rho Q_\infty^2[\alpha(x)b(x)^2] \tag{65}$$

这意味着从0到 x 处的升力取决于所在位置的攻角 $\alpha(x)$、$b(x)$ 和 $\mathrm{d}b(x)/\mathrm{d}x$（或者整个翼型的升力取决于后缘翼展和攻角），对于翼型而言，最大翼展不在翼型后缘，升力是翼型最大翼展和 b 和攻角 α 的函数。

$$L(x)=\frac{\pi}{4}\rho Q_\infty^2\alpha b^2 \tag{66}$$

通过在方程（66）中使用最大翼展，就可以避免翼型后缘位置附近 $\mathrm{d}b/\mathrm{d}x$ 为负值，利用方程（66）得到升力系数：

$$C_L=\frac{\pi}{2}\frac{b^2}{S}\alpha b^2=\frac{\pi}{2}AR\alpha \tag{67}$$

从该方程中可以得到升力线的斜率，见图2虚线所示，并完成了小展弦比翼型的升力线斜率的估计。该椭圆分布的诱导阻力系数为

$$C_{D_i}=\frac{1}{\pi}\frac{S}{b^2}C_L^2=C_L\frac{\alpha}{2} \tag{68}$$

如果诱导阻力是由压力分布引起的，那么它的值为 $C_L\alpha$，但是结果表明翼型前缘的吸附力可以减

小一半的阻力，绕翼尖的俯仰力矩为

$$M_0 = -\int_0^c \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} x\,\mathrm{d}x$$

$$= -\frac{\pi}{4}\rho Q_\infty^2 \int_0^c x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[\alpha(x)b(x)^2]\mathrm{d}x \qquad (69)$$

为了计算该积分值，必须有攻角和翼展变量 x，如果是一个平板三角翼，其攻角 α 为常数，后缘翼展为

$$b(x) = b_{\mathrm{TE}}\frac{x}{c} \qquad (70)$$

将式（70）代入式（69）得到

$$M_0 = -\frac{\pi}{4}\rho Q_\infty^2 \int_0^c x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\alpha \frac{x^2}{c^2} b_{\mathrm{TE}}^2\right)\mathrm{d}x$$

$$= -\frac{\pi}{4}\rho Q_\infty^2 \alpha b_{\mathrm{TE}}^2 \frac{2c}{3} = -L\frac{2c}{3} \qquad (71)$$

压力中心位于面积中心位置：

$$\frac{x_{\mathrm{cp}}}{c} = -\frac{M_0}{Lc} = \frac{2}{3} \qquad (72)$$

5　复杂外形的三维解：面元法

截至目前，我们讨论的有限翼模型仅仅局限于比较薄的简单几何体，复杂外形的空间外部绕流解可能要用数值方法，这种方法被称为面元法。基于势流理论的面元法，可以用来求解附着流动，并且广泛应用于求解流体动力学中翼型的升力和阻力。该方法基于表面的奇点分布［第1卷第5章方程(11)］，与数值方法所使用的有限差分法相比，它的优点在于未知单元分布在表面上，而不是在整个绕流体中，因此可以显著减少计算量。另外一个优点就是只通过求解连续性方程就可以得到速度势函数，进而得到三个方向速度分布，减小了计算量。

该问题的理论背景如图5所示，坐标系固连在

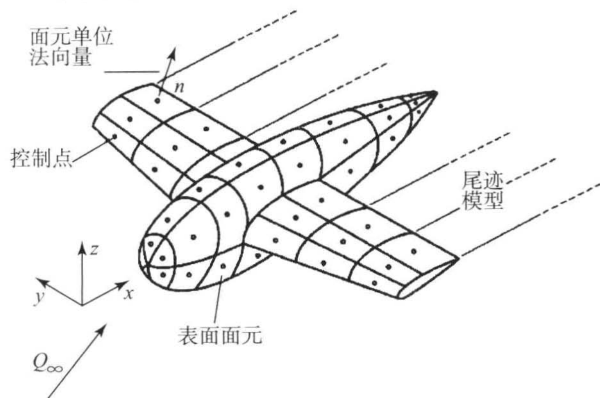


图5　封闭体的位流情况描述

机身上，并且把机身的表面划分为平面面元，来流的强度也在参考图中给出，即 $Q_\infty = (U_\infty, V_\infty, W_\infty)$，连续性方程为

$$\Delta\Phi^* = 0 \qquad (73)$$

这里的 Φ^* 是参考绕流体的速度势，边界条件为绕流体表面速度的法向分量为零：

$$\Delta\Phi^* \cdot \boldsymbol{n} = 0,\ \frac{\partial\Phi^*}{\partial n} = 0 \qquad (74)$$

这里的 $\boldsymbol{n}$ 是表面的单位法向量，方向向外（图5）。由于格林理论［第1部分第5章方程（11）］假设该问题的解由表面的源和偶极子构成，该问题就简化为寻找一个能满足方程（74）的奇点分布（因为源和偶极子本来就是拉普拉斯方程的解）。只要找到这个分布，就可以得到流场中每一个点处的速度 q，通过求解定常伯努利方程得到相对应的压力 p：

$$p_\infty + \frac{\rho}{2}Q_\infty^2 = p + \frac{\rho}{2}q^2 \qquad (75)$$

然而来流的速度分量已知，那么来流的速度势为

$$\Phi_\infty = U_\infty x + V_\infty y + W_\infty z \qquad (76)$$

因此总速度势可以分为来流的速度势与扰动势：

$$\Phi^* = \Phi_\infty + \Phi \qquad (77)$$

有了以上规定，基于格林理论的速度势，是源 σ 和偶极子 μ 在翼面 S 上分布的总和：

$$\Phi^* = \frac{1}{4\pi}\int_S \left[\sigma\frac{1}{r} - \mu\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]\mathrm{d}S + \Phi_\infty \qquad (78)$$

方程中的未知参数（σ，μ）可以通过边界条件得到。边界条件的常用形式有三种，基于力 $\partial\Phi^*/\partial n = 0$ 的诺依曼边界条件：

$$\Delta(\Phi_\infty + \Phi)\cdot\boldsymbol{n} = \left\{\frac{1}{4\pi}\int_S \mu\,\nabla\left[\mu\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]\mathrm{d}S - \frac{1}{4\pi}\int_S \sigma\,\nabla\left(\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}S + \nabla\Phi_\infty\right\}\cdot\boldsymbol{n} = 0 \qquad (79)$$

尽管方程看起来很复杂，但是图5显示了方程所表述的每一个平面单元的法向速度。在表面点上，来流的法向速度分量必须为零。

边界条件的另外一个形式被称为狄利克雷问题，广泛用于数值求解，并且它是边界条件的直接结果，由于对于封闭表面 S 有 $\partial\Phi^*/\partial n = 0$，绕流体内部的速度势 Φ^* 不变，为一个常数，即

$$\Phi_i^* = 常数 \qquad (80)$$

利用方程（78）中速度势的格林理论形式，并设常



数为零，该边界条件就变为

$$\Phi^{*} = -\frac{1}{4\pi}\int_{S}\left[\sigma\frac{1}{r} - \mu\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]\mathrm{d}S + \Phi_{\infty} = 0 \tag{81}$$

该条件有两种形式经常被用到，第一个就是如方程（81）那样，设置内部速度势为零，此时，源项分布消失：

$$\Phi_i^{*} = 0, \ \sigma = 0 \tag{82}$$

只能依据找到偶极子的分布，才能求解方程。另外一种形式就是确保内部扰动势为零，那么源项的强度就由以下方程确定（Katz 和 Plotkin，2001，第209页）：

$$\Phi_i^{*} = 0, \ \sigma = \boldsymbol{n}\cdot Q_{\infty} \tag{83}$$

在这种情况下，源项的分布已知，但是必须求解未知的偶极子分布，在数值计算中，人们认为该公式具有更好的稳定性。

以上都是对公式的讨论，下面讨论的是数值求解。首先创建如图5所示的网格曲面，该曲面由边界为直线的平面或更复杂的形状构成，同样，对于每一个平面单元，需要确定源和偶极子的分布。如果假设给定了源项 σ 和偶极子 μ 的强度不变，这通常称为一阶方法。高阶近似通常是基于源项和偶极子在单位内的分布是变化的。这种方法最基本的元素就是图6中的面元。如要求解方程（81），而不是整个曲面 S 的积分，计算该积分的基本单元如图6所示。

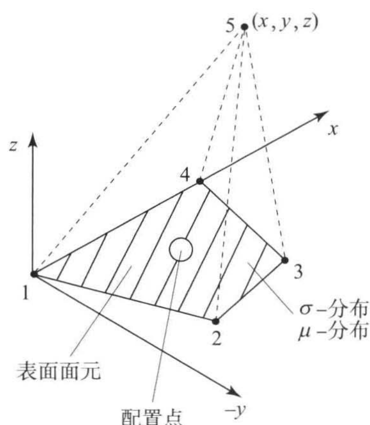


图6　面元的描述

具有常值源分布的第 k 个普通面元的积分结果为（Katz 和 Plotkin，2001，第214页）

$$\frac{-1}{4\pi}\int_{1,2,3,4}\left(\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}S|_{k} \equiv B_k \tag{84}$$

这里常数 B_k 取决于面元的四个顶点和依据面元上的哪个点来计算速度势，同样，偶极子影响系数可以通过积分计算得到：

$$\frac{1}{4\pi}\int_{1,2,3,4}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}S|_{k} \equiv C_k \tag{85}$$

这些影响系数最显著的特征就是都是通过几何形状计算得到的，在不知道奇点单元强度的情况下也可以使用。

作为说明，我们利用边界条件方程（74），该方程基于未知的偶极子分布，前面得到的影响系数 C_k 与强度 μ（该例中源项强度为零）无关。其次，对于每一个控制点，所有单元上的势流，在扰流体内部相加为零。因此，当方程（81）在第 j 个配置点处就确定了，其形式为

$$\sum_{k=1}^{n} C_{jk}\mu_k + \Phi_j = 0 \tag{86}$$

将该条件用于所有的 N 个配置点，就产生 N 个未知的 μ_k，这样就将积分方程转变为线性代数方程。通过求解 N 个方程，可以得到每个面元上的偶极子，因此也就得到了势流 Φ^{*}。

以上求解步骤都是基于诺依曼边界条件，最后，同样得到代数方程解。然而，对于流体的升力，还需要附加条件，这就是库塔条件［方程（3）］，要求沿着后缘，环量为零，即

$$\gamma_{\mathrm{TE}} = 0 \tag{87}$$

这个条件和赫姆霍兹理论表明涡管在流动中不会消失和产生，导致尾涡，如图5所示，库塔条件的应用如图7所示。

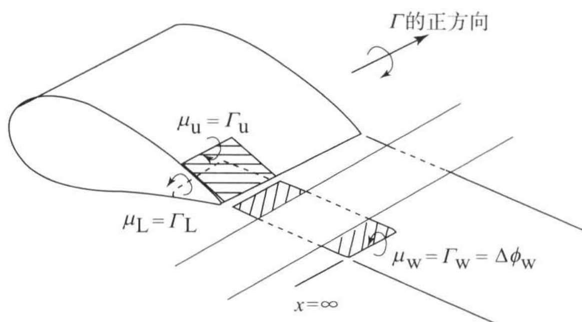


图7　库塔条件在翼型后缘上的应用

这里，后缘上、下面元分别通过强度为 μ_{u} 和 μ_{L} 的偶极子建模。由于偶极子强度不变且等于涡环的强度，尾涡可以通过附加一个强度为 μ_{w} 的尾迹面元。尾迹面元的强度为

$$\mu_{\mathrm{w}} = \mu_{\mathrm{u}} - \mu_{\mathrm{l}} \tag{88}$$

尾迹面必须很长（理论上为 $x=\infty$），同时平行于来流方向。由于尾迹面与绕流体表面面元方程（88）相关，因此方程（88）中不会引入新的未知项。

求解方程（86），就可以得到奇点值（该例中为 μ_k），同时还能得到该处的速度分量。图8展示了该方法的基本思想，面元的坐标系为（l，m，n），那么切向速度分量为

$$q_l=-\frac{\partial\mu}{\partial l},\ q_m=-\frac{\partial\mu}{\partial m} \tag{89}$$

相邻面元上的值用数值微分求解。如果得到了速度，那么利用伯努利方程［方程（75）］就可以得到面元上的压力、升力和阻力。

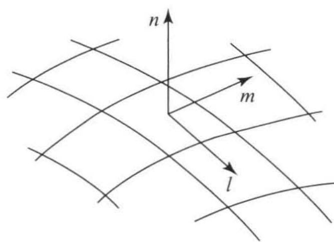


图8　切向速度的描述

6　结　　论

在大展弦比和小展弦比两种翼型的案例中，我们研究了几个非常重要的机翼设计参数。尾涡和诱导阻力的概念内容是新的，不在翼型分析的范畴内，诱导阻力随着展弦比的减小而增大，而升力斜率随着展弦比的减小而减小，两者都不利于机翼的效率。展向的椭圆形升力分布是产生升力最大的，其他形状的展向载动力分布在相同的升力下将会有较高的阻力。当然，目前的分析仅仅是在没有流动分离的小攻角条件下。对于细长三角翼而言，由于前缘涡改变了流场，所以攻角受到限制。对于形状更为复杂的机翼或是翼身组合体，可使用面元法。这种情况下不可能得到精确解，只能得到数值解。

参考文献

Glauert, H.（1959）*The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory*, 2nd edn, Cambridge University Press, New York.

Katz, J. and Plotkin, A.（2001）*Low-Speed Aerodynamics*, 2nd edn, Cambridge University Press, New York.

Kellogg, O. D.（1953）*Foundation of Potential Theory*, Dover Publishing Co., New York.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 8 章

层流边界层

Luis P. Bernal
密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国

1 引　　言

高雷诺数时，黏性流体流过物体表面会产生薄剪切层、边界层和尾迹，黏性效应十分重要。黏性区域的动力学特性对于确定飞行器的气动性能至关重要。飞行器的运行性能如摩擦阻力和最大升力系数，由边界层内的黏性现象决定。在静止的空气中以亚声速飞行的飞行器，其远场的流动是无旋的。当表面摩擦引入旋涡和剪切力时，就会产生剪切层，剪切层中的旋涡通过平流输送到体后的尾迹。尾迹中的黏性效应十分重要，黏性尾迹的尺寸与摩擦阻力密切相关。边界层分离决定着气动面的最大升力系数。这一部分，我们将回顾层流边界层理论中的重要概念和基本方程，并讨论一些精确解和近似解，同时介绍分析物体黏性绕流的工具，其中重点介绍不可压缩二维层流边界层。有很多关于黏性流动的经典课本和专著详细地讨论了层流边界层（如 Prandtl，1934；Rosenhead，1963；Lagerstrom，1964；Schlichting，1968；Sherman，1990；White，2006）。读者可以从这些参考书中了解更多的细节和研究进展。

普朗特（1904）于 20 世纪在他的一篇较有影响力的论文中，提出了高雷诺数下分析黏性流动现象的理论框架。小扰动方法做出了正式的数学分析，这种方法在各种工程和科学问题中都有应用，同时有很多专著围绕这一主题（Cole，1968；Van Dyke，1975）。图 1 描述了高雷诺数绕流的基本组成情况。通过 N－S 方程的量纲分析可以得出，如果运动由静止开始，则黏性效应并不显著且在首次近似时可以忽略摩擦。流动距物体的距离与物体本身的尺寸相当时，就可以认为是无黏且无旋的，相应的运动方程是欧拉方程，且因为忽略了摩擦，不再满足壁面的无滑移条件。对于无黏解，流速要与物体表面相切，此外，需要考虑物体下游的条件，该条件能反映黏性流体的流动分离现象。对于拥有尖锐后缘的流线型物体，如升力面以及二维定常流动，这一条件被称为库塔条件，它确定了物体的环量和升力。在拥有尖锐后缘的定常三维流动中，旋涡脱落进入尾迹使后缘的流动变得平滑。在非定常流动中，旋涡在分离点脱落进入尾迹，而分离点的位置随时间变化，必须评估其对无黏流动解的影响。物体表面的压力分布通过无黏解利用伯努利方程得到，伯努利方程是对于无黏无旋流动的积分形式的动量方程。

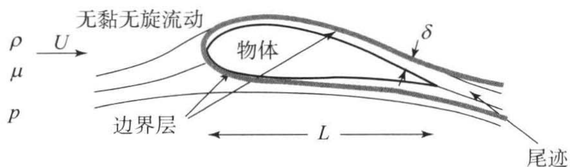


图 1　高雷诺数机翼绕流原理图

机翼表面形成薄边界层，后部形成尾迹。这些区域中的黏性力与惯性力同量级。区域之外的流动可以假定为无黏和无旋的。

为了实现壁面无滑移条件，边界层中的黏性效应必须很明显，流速在距壁面很小的范围内变化很大，因此速度梯度和涡量很大，即便是对于小涡黏性效应也很重要。普朗特边界层理论中的关键论点是黏性力必须与作用在流体元上的其他力（惯性力、压力）同量级，这些力决定了边界层厚度。如果特征长度为 L 的物体上的边界层特征厚度 ℓ、自由流速度 U、流体密度 ρ、流体黏度 μ，如图 1 所示，那么

边界层内任一点处单位体积的惯性力(与流体密度成比例的力)和黏性力(与流体黏性成比例的力)尺度为

$$\text{单位体积的惯性力} \sim \rho \frac{U^2}{L} \tag{1}$$

$$\text{单位体积的黏性力} \sim \mu \frac{U}{\delta^2} \tag{2}$$

那么

$$\frac{\text{惯性力}}{\text{黏性力}} \sim \frac{\rho}{\mu}\frac{U}{L}\ell^2 \sim 1 \quad \text{或} \quad \ell \sim \sqrt{\frac{\mu L}{\rho U}}$$

$$\text{或} \quad \frac{\ell}{L} \sim \sqrt{\frac{\mu}{\rho UL}} = \frac{1}{\sqrt{Re}} \tag{3}$$

因此，对于高雷诺数，边界层厚度将非常薄。厚度与黏性和长度的平方根成正比，与速度和流体密度的平方根成反比。

在考虑黏性区域如何影响无黏区域的流动问题时，一阶修正来源于边界层中的低速流以及由摩擦产生的尾迹，因此黏性区域中单位面积的质量流比无黏区域小。减小的质量流量使得无黏区域中的流线远离壁面，远离的距离与边界层位移厚度相等(Lighthill，1958)。通过修正物体形状可以得到修正的无黏解，对于流线型物体，黏性修正很小；对于钝头体，黏性修正较大。钝头体的边界层与物体分离并形成较大的尾迹。这种情况下，无黏流和黏性流区域之间有很强的耦合，在某种意义上，物体表面的压力和速度以及作用力并不能够用无黏流理论精确得到。小扰动理论以正式的数学过程给出了越来越准确的无黏和黏性解（Van Dyke，1975，第7章)。然而需要注意的是，对于高阶项，由薄层近似带来的数学公式的简化不再存在，这可能会导致与求解 N-S 方程相当的数学复杂性。

2 边界层方程

在 $Re \to \infty$时，边界层方程由 N-S 方程导出，对于长度为L、特征速度为U 的物体，y 方向的边界层特征长度尺度和速度尺度分别为$\delta \sim L/\sqrt{Re}$和$U/\sqrt{Re}$。对于有定常输运系数的二维不可压缩流动，边界层方程为

连续性方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{4}$$

x 方向动量方程：

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{5}$$

y 方向动量方程：

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0 \tag{6}$$

这里密度ρ和黏性μ为常数。这是一个关于x和t变量为抛物型的偏微分方程系统，需要的边界条件和初始条件为

$$\text{边界条件}\begin{cases} y=0\text{ 时}，u=v=0 \\ y\to\infty\text{时}，u\to u_e(x，t) \end{cases} \tag{7}$$

$$\text{初始条件}\begin{cases} x=0\text{ 时}，u(0，y)=u_o(y，t) \\ t=0\text{ 时}，u(x，y，0)=u_i=(x，y) \end{cases} \tag{8}$$

注意到压力不是因变量，而是由无黏流确定。结合y方向动量方程，得到边界层外的压力 $p=p_e(x，t)$。这个非常重要的结果意味着无黏流理论在预测气动面升力时取得了成功。边界层方程可以写为边界层外速度 $u_e(x，t)$ 的形式，注意到

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\rho\left(\frac{\partial u_e}{\partial t}-u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right) \tag{9}$$

边界层方程可以被写为

连续性方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{10}$$

x 方向动量方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y} =\frac{\partial u_e}{\partial t}+u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{11}$$

边界条件和初始条件分别与方程（7）和方程（8）相同，这种形式的方程组只需要运动黏度参数、边界层外速度 $u_e(x，t)$ 和 $x=0$、$t=0$ 时的初始条件，即 $u_o(y，t)$ 和 $u_i(x，y)$。这些方程是沿x轴和时间轴的抛物线型方程，在特定情况下，解可以从初始条件，通过在抛物线坐标系的推进得到。对于外流，如物体绕流，x轴坐标原点位于驻点，有$u_o=0$。边界层方程也可以从壁面坐标系中导出，如果壁面的曲率半径相对边界层厚度较小，则可以忽略额外产生的项。因此，方程（10）和方程（11）被用于求解精确解和近似解。Cebeci 和 Cousteix (2005) 的专著中讨论了这些方程的数值解法。值得注意的是，这些方程在驻点会产生奇异(Goldstein，1948)，因此不能找到扩展至尾迹的一致有效解。在驻点和近区尾迹处，需要使用高阶边界层理论（Stewardson，1968；Messiter，1970)。



2.1　压力梯度的影响，边界层分离，旋涡动力学特性

物体黏性绕流的一个重要特征是出现流动分离。物体表面必须是流线型的，流动不能够渗入物体内。然而，流线可能在某一位置离开物体表面。这种现象被称为边界层分离。在分离点，体表流线有众多分支，在分离点下游物体仍是流线型的。在二维流动中，分叉点就是分离点，在三维流动中，体表有分离线。分离下游的流动拓扑结构包括下游离体流线上的流动和离体流线与壁面间的回流区，回流区近壁面处的流动方向指向上游。

通过对边界层 x 方向动量方程（5）的研究可以得到近壁面的流动情况（$y=0$，$u=\nu=0$），

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{y=0}=0 \tag{12}$$

写成壁面剪应力和壁面涡量梯度的形式为

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=\left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)_{y=0}=\mu\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{13}$$

图 2 是典型机翼上的压力分布。压力的最大值在前缘，为滞止压力，随后减小。压力最小值点在下游的某一处。压力的变化率由前缘几何形状决定。这一区域内存在正压梯度（负），方程（12）和方程（13）表明壁面处剪切力和涡量有最大值，并且垂直壁面向自由流方向单调地递减至零。类似地，速度梯度和速度剖面曲率在壁面为负，在自由流中单调趋于零。与前缘相比，后缘的压力增大，壁面处的速度剖面曲率为正。在距离壁面一定距离处一定为负，因为边界层外速度剖面曲率为负。因此速度剖面上有拐点。拐点处的剪应力和涡量达到最大值，接近壁面时不断减小。如果逆压梯度持续了一定的距离，那么壁面剪应力变为负值。在相反的压力下，摩擦力不能够继续拖曳流体。由此导致近壁面的流动方向指向上游，产生回流区和边界层分离。典型机翼上边界层内速度剖面的演化如图 3 所示。由上述讨论可知，壁面上剪应力和涡量为零的点是分离点。定常二维流动中流动分离的充分必要条件为

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}=0 \text{ 或 } \tau_{\mathrm{w}}=0 \text{ 或 } \omega_{\mathrm{w}}=0 \tag{14}$$

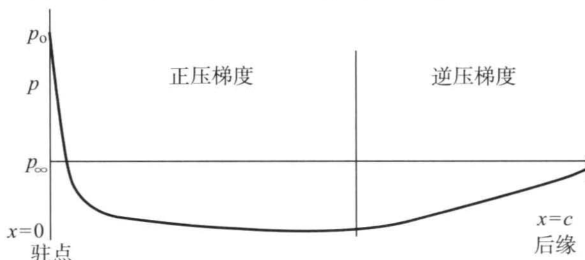


图 2　典型翼剖面的压力分布

在速度为零的驻点有最大值，在下游的某处减小到最小（正压梯度区）。向后缘处有压力恢复（逆压梯度区）。任意二维物体绕流都有这些特征。沿流动方向的变化尺度取决于物体几何形状。

边界层的涡量演化也很有启发性（Rosenhead，1963，第 2 部分）。在二维流动中，涡量是标量，我们将顺时针旋转定义为正。同样对于薄边界层，涡量等于速度在垂直壁面方向上的导数。从驻点（$x=0$）到下游 x 位置点之间的边界层总环量为

$$\Gamma(x,t)=\int_0^x\int_0^\infty \omega\mathrm{d}y\mathrm{d}x=\int_0^x\int_0^\infty \frac{\partial u}{\partial y}\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^x u_{\mathrm{e}}(x,t)\mathrm{d}x \tag{15}$$

这是无黏流的结果，同时，环量密度为

$$\gamma(x,t)=\frac{\partial\Gamma}{\partial x}=u_{\mathrm{e}}(x,t) \tag{16}$$

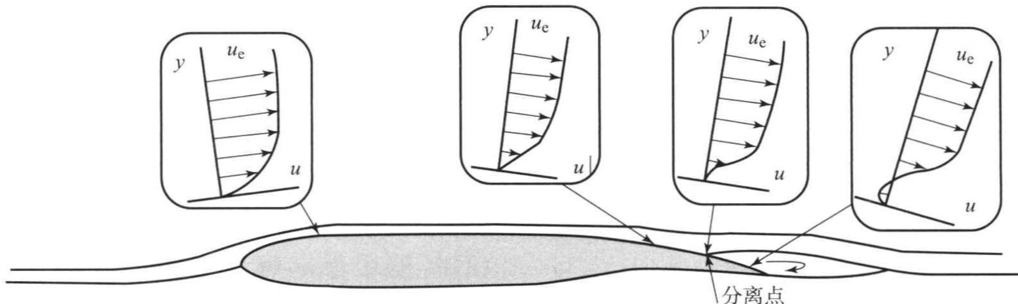


图 3　机翼边界层速度剖面的演化

仅描绘了上翼面速度剖面和流线。在典型的翼型设计中，机翼前侧产生正压梯度，后缘的压力恢复导致速度剖面产生拐点、边界层分离和近区尾迹中的回流区。

边界层的涡通量为

$$\Omega(x,t)=\int_0^\infty u\omega \mathrm{d}y=\int_0^\infty u\frac{\partial u}{\partial y}\mathrm{d}y=\frac{u_e^2}{2} \quad (17)$$

要注意的是，环量密度和涡通量都是由机翼的无黏绕流确定的。黏性效应只是将边界层内的涡量重新分布。

壁面条件[方程(13)]可以写为黏性涡通量的形式

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=-\nu\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)_{y=0}=(q_\omega)_w \quad (18)$$

式中，$(q_\omega)_w$ 是壁面处由于摩擦产生的涡通量。正压梯度$\left(\frac{\partial p}{\partial x}<0\right)$形成了壁面处的正涡通量，逆压梯度产生负涡通量。就无黏区域的速度来说，边界条件为

$$-\left(\frac{\partial u_e}{\partial t}+u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right)=\nu\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)_{y=0} \quad (19)$$

写成环量密度和通量的形式为

$$(q_\omega)_w=\frac{\partial\gamma}{\partial t}+\frac{\partial\Omega}{\partial x} \quad (20)$$

方程（20）给出了已知无黏流在壁面处的涡通量。

对于非定常流动，必须对方程（14）给出的分离准则进行修改，因为分离区域会随着非定常压力和速度的改变而运动。人们已经给出了某些特殊情况下的一般形式的分离准则（Moore，1958；Rott，1956），基于边界层方程在分离点的奇异性，Sears 和 Telionis（1975）提出了更为一般的准则形式。

3　边界层方程的精确解

某些情况下可以得到边界层方程的精确解。下面将详细讨论定常二维边界层方程的相似解。它们是平板边界层的解（Blasius，1908）和楔形物及转角流动边界层的解（Falkner 和 Skan，1931），包括驻点边界层和其他一些有趣的情况。对于相似解和其他精确解的讨论可以参考 Schlichting（1968）和 White（2006）。

当自由流速度不包括特征长度时，相似解存在。这种情况下，相应的尺度为 x 轴，量纲分析给出了下游 x 处的边界层特征厚度。

$$\ell(x)\sim\sqrt{\frac{\nu x}{u_c(x)}} \quad (21)$$

边界层相应的速度和长度尺度是 $u_c(x)$ 和 $\ell(x)$的局部值。此时，边界层偏微分方程可以退化为非线性常微分方程。

首先引入相似变量：

$$\eta=\frac{y}{\ell(x)},\ \ell(x)=K\sqrt{\frac{\nu x}{u_c(x)}} \quad (22)$$

式中，K 为常数，为了获得标准形式的常微分方程。通过引入流函数而满足连续性方程（10），出于量纲考虑，流函数应有如下形式：

$$\psi=u_c(x)\ell(x)f(\eta) \quad (23)$$

有

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}=u_c(x)\dot{f}(\eta) \quad (24)$$

以及

$$v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}=-\left[\frac{\mathrm{d}(u_e\ell)}{\mathrm{d}x}f(\eta)-u_e\frac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{d}x}\eta\dot{f}(\eta)\right] \quad (25)$$

其中点的数量表示 f 关于相似变量的导数的阶数。将 u、v 和各阶导数代入 x 方向的动量方程（11）得到关于 $f(\eta)$ 的方程：

$$\dddot{f}+\frac{\mathrm{d}(u_e\ell)}{\mathrm{d}x}\frac{\ell}{\nu}f\ddot{f}+\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}x}\frac{\ell^2}{\nu}(1-\dot{f}^2)=0 \quad (26)$$

利用方程（22）给出：

$$\dddot{f}+\frac{K^2}{2}\left(1+\frac{x}{u_e}\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}x}\right)f\ddot{f}+K^2\frac{x}{u_e}\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}x}(1-\dot{f}^2)=0 \quad (27)$$

方程不依赖于 x，因此

$$\frac{x}{u_e}\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}x}=m \quad (28)$$

其中 m 为常数，由此给出了 $u_e(x)$ 的一般形式：

$$u_e(x)=Cx^m \quad (29)$$

取

$$K=\sqrt{\frac{2}{1+m}} \quad (30)$$

给出了 Falkner-Skan 方程（Falkner 和 Skan，1931）：

$$\dddot{f}+f\ddot{f}+\beta(1-\dot{f}^2)=0 \quad (31)$$

有

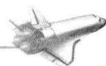
$$\beta=\frac{2m}{1+m},\ m=\frac{\beta}{2-\beta} \quad (32)$$

对于 $f(\eta)$ 的边界条件由方程（7）导出：

$$f(0)=0;\ \dot{f}(0)=0;\ \dot{f}(\infty)\to 1 \quad (33)$$

初始条件方程（8）对解的影响取决于 $\ell(0)$ 的值。如果 $\ell(0)=0$，初始条件退化为方程（33）中的第三个条件，因此公式中已经包含初始条件。然而，如果 $\ell(0)\neq 0$，方程（22）给出了 $u_c(0)=0$，同时 $x=0$ 处的速度剖面必须为 $u_0(y)=0$。后者是驻点边界层的情况，之后将详细讨论。

对于 Falkner-Skan 方程，除了 $\beta\to\infty$ 时的情况还没有找到封闭形式的解，不同的人给出了许多数



值解法（Falkner 和 Skan，1931；Stewardson，1954；Smith，1954；Libby 和 Liu，1967；Cebeci 和 Keller，1971）。然而，利用商业数学软件中的常微分方程边值求解器得到解很简单。这些数值解让我们深入地认识了边界层的动力学特性，同时为以上论述提供了量化支持。随后，在平板流动、楔形物和拐角流动部分，我们将讨论这些解的物理意义。Stewardson (1954) 发现对于$-0.1988<\beta<0$会产生两个解，其中之一为壁面处的回流。同时对于$\beta<-0.1988$有最大值$\dot{f}>1$，但这对边界层流动来说是不现实的。

就 Falkner-Skan 参数β而言，归一化的速度分量u和v为

$$\frac{u}{u_e(x)}=\dot{f}(\eta) \tag{34}$$

$$\frac{v}{u_e(x)}\sqrt{\frac{u_e(x)x}{\nu}}=\frac{1}{\sqrt{2-\beta}}\left[(1+\beta)\eta\dot{f}(\eta)-f(\eta)\right] \tag{35}$$

$\beta=2$，$m=\infty$，$u_e(x)=\infty$的情况相当于封闭楔形物的极限，这同样是不现实的，不再考虑。对于$\beta<1$，包括平板边界层（$\beta=0$），原点处的解存在奇异（在$x=0$处，$v\to\infty$）。因此，一阶边界层理论在原点不再成立，需要高阶近似。正如 Libby 和 Liu (1967) 在讨论$\beta<-0.1988$情况下 Falkner-Skan 方程解的适当性时提到的，原点的奇异性并不会使其他位置的解失效，只要距原点短距离处的速度剖面是 Falkner-Skan 速度剖面的合理近似即可。

标准化的u和v速度剖面如图 4 和图 5 所示，图中还包括了存在和不存在壁面回流的剖面。我们感兴趣的边界层特性包括速度、位移和动量厚度，以及表面摩擦系数。对于 Falkner-Skan 相似解，这些量由以下条件给出：

速度厚度（99%）

$$\dot{f}(\eta_\delta)=0.99\quad \eta_\delta=\frac{\delta}{\ell(x)} \tag{36}$$

位移厚度

$$\eta_{\delta^*}=\int_0^\infty(1-\dot{f})\mathrm{d}\eta=\lim_{\eta\to\infty}(\eta-f)$$

$$\eta_{\delta^*}=\frac{\delta^*}{\ell(x)} \tag{37}$$

动量厚度

$$\eta_\theta=\int_0^\infty\dot{f}(1-\dot{f})\mathrm{d}\eta=\int_0^\infty f\ddot{f}\mathrm{d}\eta=\frac{f\ddot{f}(0)-\beta\eta_{\delta^*}}{1+\beta}$$

$$\eta_\theta=\frac{\theta}{\ell(x)} \tag{38}$$

表面摩擦系数

$$c_f\sqrt{Re_x}=\frac{2\tau_w}{\rho u_e^2}\sqrt{\frac{u_e x}{\nu}}=\frac{2}{\sqrt{2-\beta}}\ddot{f}(0) \tag{39}$$

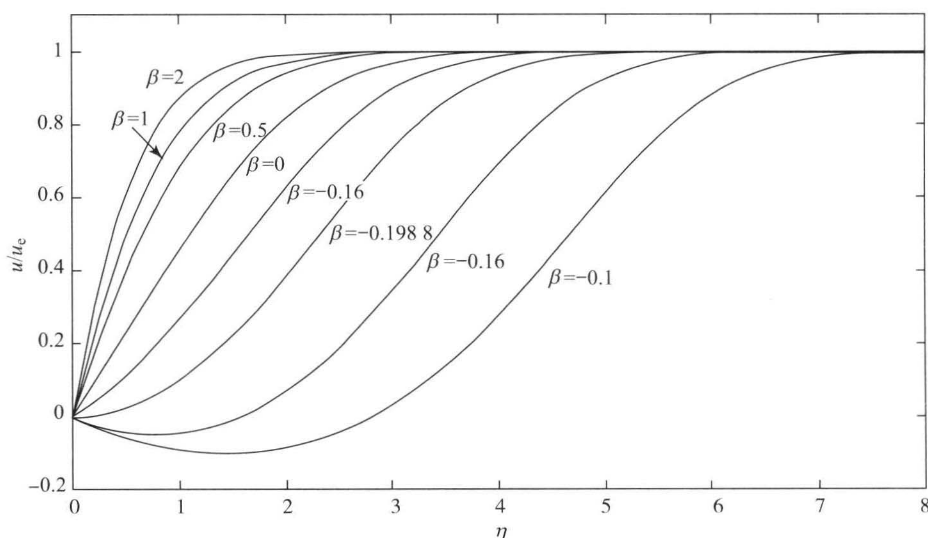


图 4 不同 Falkner-Skan 参数下，标准化的 u 速度剖面

$\beta=-0.1988$时的壁面摩擦和涡量为零，是分离时的剖面；$-0.1988<\beta<0$时有两个解。一个解对应的$d^2f/d\eta^2$在壁面处为正，另一个为负，分别相当于正表面摩擦和负表面摩擦；$\beta<-0.1988$时的解如果存在，其黏性区域内的最大值$u/u_e>1$，这对边界层流动来说是不现实的（Stewardson，1954；Libby 和 Liu，1967）。



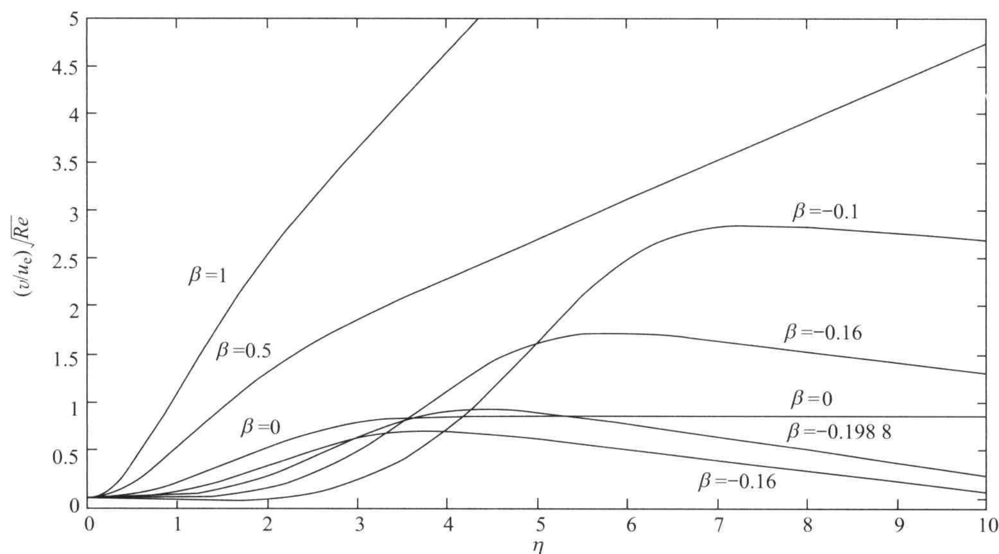


图 5　对于 Falkner-Skan 流动的标准化的 v 速度剖面

对于正压梯度（$\beta>0$），v 单调递增。对于逆压梯度，v 速度剖面有最大值，同时 v 随 η 的增大而减小，正是出于质量守恒的考虑。速度 v 在出现壁面回流时为负，其值非常小。

注意，只需要三个参数和 β 就能得到厚度和摩擦系数，即 η_δ、η_{δ^*} 和 $\ddot{f}(0)$（Lagerstrom，1964，B14 部分）。图 6 展示了位移厚度和表面摩擦系数，它们是 Falkner-Skan 参数的函数。对于 $-0.198\,8\leqslant\beta<2$，量纲为 1 位移厚度和表面摩擦系数分别在 3.5 到 0 和 0 到∞之间单调变化。对于带有回流的速度剖面，其位移厚度较大（>3.5），表面摩擦系数非常小（约−0.1）。这一解的特性表明，层流边界层不能够承受较大的逆压梯度。在出现明显的逆压梯度和回流时，位移厚度改变，同时通过黏性/无黏相互作用，压力梯度变得非常小。例如，在前缘分离泡中，回流区层流部分的压力梯度非常小（Gaster，1967）。

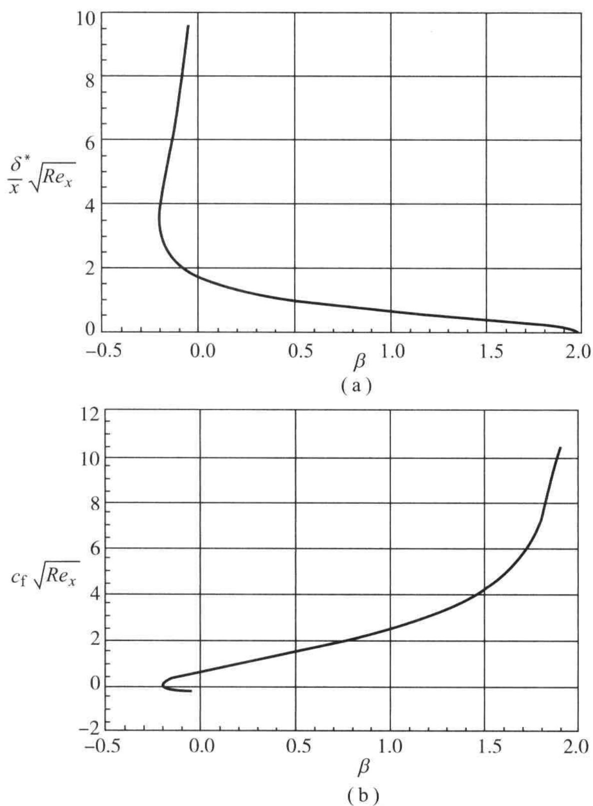


图 6　位移厚度和表面摩擦系数

对于壁面附近的回流，位移厚度变大，表面摩擦系数为负且值很小。

3.1　平板边界层

零攻角平板边界层是上述相似解的一种特殊情况。此时，自由流速度 U 为定值，因此自由流参数为 $m=0$，$K=\sqrt{2}$ 及 $C=U$。流函数及速度分量 u、v 的表达式为

$$\eta=\frac{y}{\ell(x)}\quad 及\quad \ell(x)=\sqrt{\frac{2\nu x}{U}} \tag{40}$$

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}=U\dot{f}(\eta) \tag{41}$$

$$v=-U\sqrt{\frac{\nu}{2Ux}}\left[f(\eta)-\eta\dot{f}(\eta)\right] \tag{42}$$

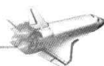
Falkner-Skan 参数 $\beta=0$，由此得到的微分方程就是 Blasius 方程（Blasius，1908）：

$$\dddot{f}+f\ddot{f}=0 \tag{43}$$

边界条件由方程（33）给出。

对于 $\beta=0$，我们发现 $\eta_\delta=3.5$，$\eta_{\delta^*}=1.216\,8$ 及 $\ddot{f}(0)=0.469\,6$。边界层厚度和表面摩擦系数为

$$\frac{\delta}{x}=\frac{5}{\sqrt{Re_x}},\quad \frac{\delta^*}{x}=\frac{1.72}{\sqrt{Re_x}},\quad \frac{\theta}{x}=\frac{0.664}{\sqrt{Re_x}},$$



$$c_f=\frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}\quad \text{且}\quad Re_x=\frac{Ux}{\nu} \tag{44}$$

图 7 为 Liepmann（1943）测量得到的速度剖面与 Blasius 解的对比。测量速度时对应的雷诺数范围是 $Re_x=0.82\times10^4\sim1.24\times10^4$。Blasius 解和测量结果很一致。图 8 为表面摩擦系数与雷诺数的关系。Blasius 解与 Dhawan（1952）利用直接或（和）间接（由测量的速度剖面导出）力测量值得到的结果有极好的一致性。值得注意的是，在早期实验中，雷诺数达到 2×10^5 时，在边界层中观察到了湍流流动。

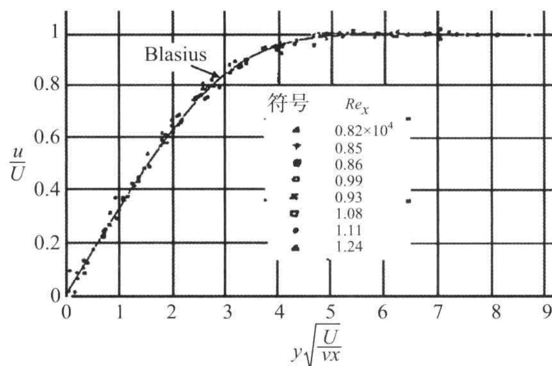


图 7　层流平板边界层中的速度剖面

符号是 Liepmann 的测量结果，实线是 Blasius 解。[转载自 Liepmann（1943），NACA]

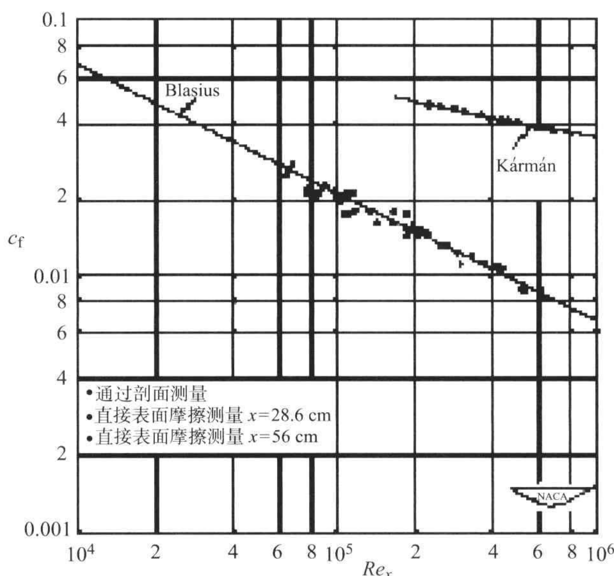


图 8　平板边界层中摩擦系数与雷诺数的关系

符号是利用不同方法得到的测量结果，同时还给出了层流 Blasius 解和 Kármán（1939）提出的湍流对比。[转载自 Dhawan（1952），NACA]

3.2　楔形流

方程（29）给出的边界层外速度的一般表达式是二维楔形流动或拐角流动的无旋无黏解。图 9 给出了相应的几何形状。值得注意的是，Falkner-Skan 参数定义的楔角 $\pi\beta$ 是对于 $\beta\geqslant0$ 的情况，拐角角度 $\pi\beta/2$ 是对于 $\beta<0$ 的情况。柱坐标系下，由流函数 ψ 以及速度分量 u_r 和 u_θ 表示的无黏流的解为

$$\psi=\frac{C}{m+1}r^{m+1}\sin[(m+1)\theta] \tag{45}$$

$$u_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}=-Cr^m\cos[(m+1)\theta] \tag{46}$$

$$u_\theta=\frac{\partial\psi}{\partial r}=Cr^m\sin[(m+1)\theta] \tag{47}$$

β 和 m 的关系由楔形表面条件 $u_\theta(\theta_o)=0$ 给出，$\theta_o=\pi\left(1-\frac{\beta}{2}\right)$，有 $(m+1)\theta_o=\pi$ 以及方程（32）。

当 $\theta=\theta_o$ 时利用方程（46）并将 $r=x$ 代入得到边界层外的速度：

$$u_e(x)=u_r(r,\ \theta_o)=-Cr^m\cos[(m+1)\theta_o]=Cx^m \tag{48}$$

由此，对于楔角在角度为 0（平板）～2π（封闭楔）的楔，相应的 β 为 0～2，m 值为 0～∞。负角相当于拐角流动，如图 9(b) 所示。

方程（34）和方程（35）给出了边界层速度分量，方程（36）～方程(39) 给出了边界层厚度和表面摩擦。如果距离原点 L 处的自由流速度为 U，那么任意 x 位置处的自由流速度可以写为

$$u_e(x)=U\left(\frac{x}{L}\right)^m \tag{49}$$

恒定参数 U 和 L 将在之后的讨论中用到。除了 $\beta=0$ 的情况（相当于零攻角平板流动）外，还有其他一些相关的例子。

驻点流动：对于 $\beta=1$，$m=1$，$K=1$，此时的楔相当于垂直于来流的无限大平板。解给出了驻点附近的边界层流动。边界层外的流速为

$$u_e(x)=\frac{U}{L}x \tag{50}$$

式中，U/L 为驻点处的应变率。相应的方程为

$$\dddot{f}+f\ddot{f}+1-\dot{f}^2=0 \tag{51}$$

图 4 和图 5 包含这种情况下的速度剖面，同时有 $\eta_\delta=2.4$，$\eta_{\delta^*}=0.648$ 以及 $\ddot{f}(0)=1.232\ 6$，因此边界层厚度为定值（与 x 无关），摩擦系数与 x 成正比，由下式给出：

$$\delta=2.4\sqrt{\frac{\nu L}{U}},\ \delta^*=0.648\sqrt{\frac{\nu L}{U}},\ \theta=0.292\sqrt{\frac{\nu L}{U}},$$

$$\tau_w=1.232\ 6\ \sqrt{\rho\mu}\left(\frac{U}{L}\right)^{3/2}x \tag{52}$$

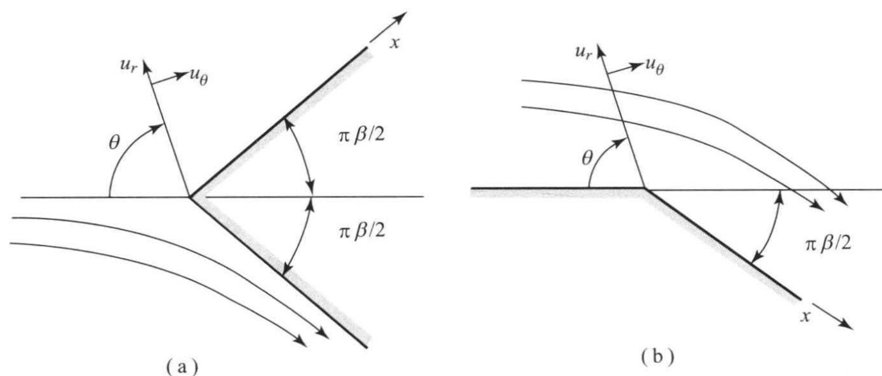


图9　二维（a）楔形流和（b）拐角流

原点位于楔形物或拐角的顶点。利用 r 坐标和 θ 坐标表示无旋无黏流动。同时给出了边界层坐标 x 的原点。楔形流 $\beta \geqslant 0$，楔形面关于 $\theta=0$ 平面对称，楔角为 $\pi\beta$。拐角流 $\beta<0$。

90°楔：$\beta=1/2$，$m=1/3$，$K=\sqrt{3/2}$ 相当于45°楔。此时边界层外速度为

$$u_e(x)=U\left(\frac{x}{L}\right)^{1/3} \tag{53}$$

速度剖面同样如图4和图5所示。边界层厚度与 $x^{1/6}$ 成正比，表面摩擦为定值。

$$\delta=3.37\sqrt{\frac{\nu L}{U}\left(\frac{x}{L}\right)^{1/3}},\ \delta^*=0.99\sqrt{\frac{\nu L}{U}\left(\frac{x}{L}\right)^{1/3}},$$
$$\theta=0.43\sqrt{\frac{\nu L}{U}\left(\frac{x}{L}\right)^{1/3}},\ \tau_w=0.757\sqrt{\rho\mu}\frac{U^{3/2}}{L^{1/2}} \tag{54}$$

分离点：$\beta=-0.1988$，$m=-0.09$，$K=1.483$ 相当于分离点边界层（$\tau_w=0$）。边界层外速度为

$$u_e(x)=U\left(\frac{x}{L}\right)^{-0.09} \tag{55}$$

与之前一样，速度剖面如图4和图5所示。边界层厚度为

$$\delta=7.1\sqrt{\frac{\nu L}{U}\left(\frac{x}{L}\right)^{0.91}},\ \delta^*=3.5\sqrt{\frac{\nu L}{U}\left(\frac{x}{L}\right)^{0.91}},$$
$$\theta=0.87\sqrt{\frac{\nu L}{U}\left(\frac{x}{L}\right)^{0.91}} \tag{56}$$

4　近似解

为了求解边界层方程，人们创造了一些近似方法。Rosenhead（1963）、Lagerstrom（1964）和White（2006）对此进行了详细讨论。基于积分形式的单参数方法边界层动量方程（Kármán，1921），是将 x 方向的动量方程（11）沿垂直于壁面的方向积分得到。对于定常不可压缩流动，方程为

$$u_e^2\frac{d\theta}{dx}+u_e\frac{du_e}{dx}(\delta^*+2\theta)=\frac{\tau_w}{\rho} \tag{57}$$

方程（57）的形式具有普遍性，可以被用于附着或分离的薄边界层中的层流、转捩流和湍流中。为了求解该式，需要引入以下形式的函数关系：

$$\delta^*=f(x,\ \theta,\ u_e,\ du_e/dx,\ \nu) \tag{58}$$

$$\frac{\tau_w}{\rho}=f(x,\ \theta,\ u_e,\ du_e/dx,\ \nu) \tag{59}$$

相应的量纲为1的参数形式为

$$H=\frac{\delta^*}{\theta}=H(Re_x,\ Re_\theta,\ \lambda) \tag{60}$$

$$S=\frac{\tau_w\theta}{\mu u_e}=c_f\frac{Re_\theta}{2}=S(Re_x,\ Re_\theta,\ \lambda) \tag{61}$$

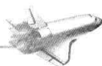
其中

$$Re_x=\frac{u_e x}{\nu},\ Re_\theta=\frac{u_e\theta}{\nu},\ \lambda=\frac{\theta^2}{\nu}\frac{du_e}{dx} \tag{62}$$

不同求解方法的差别在于这些函数的推导方式。在单参数方法中，假设形状参数［方程（60）］和表面摩擦参数［方程（61）］仅依赖于压力梯度参数 λ，即 $H=H(\lambda)$ 且 $S=S(\lambda)$。Pohlhausen（1921）对边界层内的速度剖面应用了四阶多项式近似来寻找这些关系。Holstein 和 Boheln（1940）以及 Walz（1941）给出了 Pohlhausen 工作的表达式。Thwaites（1949）提出了更一般的方法。根据 Holstein 和 Boheln 的研究，Kármán 积分方程（58）可以被写为如下形式：

$$\frac{u_e}{\nu}\frac{d\theta^2}{dx}=-2[H(\lambda)+2]\lambda+2S(\lambda)=F(\lambda) \tag{63}$$

Thwaites 利用了当时可行的精确解法及数值解法得到了 H、S 和 F。他发现了关于 F 的较好的近似



$$F(\lambda)=a-b\lambda \tag{64}$$

其中 $a=0.45$，$b=6$。Thwaites 的方法给出的形状参数 H 和表面摩擦参数 S 如图 10 所示。图中还有利用 Falkner-Skan 相似解得到的参数值。两条曲线的差别是方法中存在的误差。

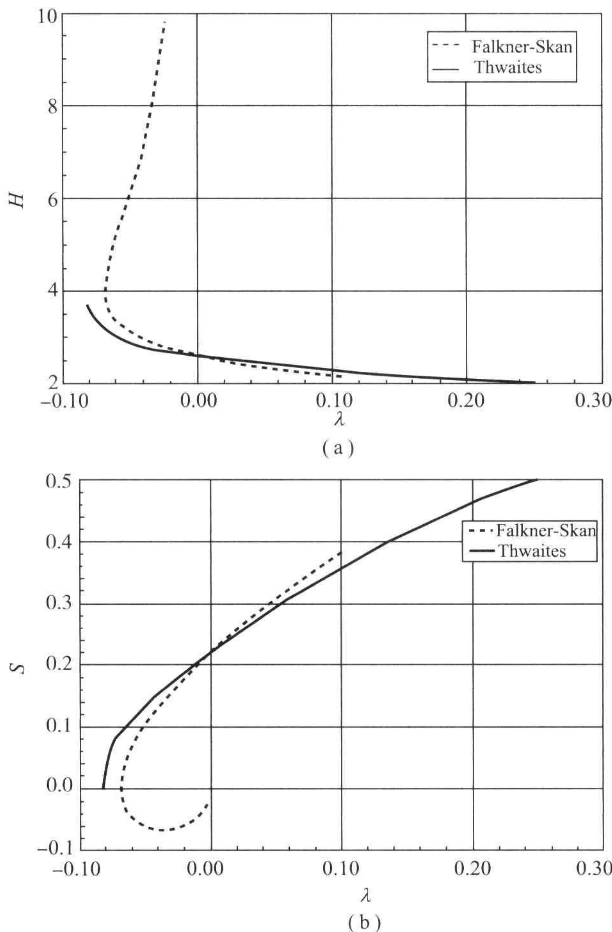


图 10 Thwaites（1949）近似方法得到的（a）边界层形状参数和（b）表面摩擦参数与压力梯度参数的关系

图中还展示了由 Falkner-Skan 近似解得到的相同参数。

将方程（63）代入方程（64）并积分得到：

$$\theta^2=\frac{a\nu}{u_e^b(x)}\left(\int_0^x u_e^{b-1}\mathrm{d}x+C\right) \tag{65}$$

这里有两个可能的解。对于内流（如二维喷管内的边界层发展），边界层始于 $x=0$，此处 $\theta(0)=\theta_o$ 且 $u_e(0)=u_o>0$，那么方程（65）变为

$$\theta^2=\theta_o^2\left[\frac{u_o}{u_e(x)}\right]^6+\frac{0.45\nu}{u_e^6(x)}\int_0^x u_e^5\mathrm{d}x \tag{66}$$

这种情况下，边界层厚度由两部分所影响。第一项为初始边界层厚度的影响。对于不断增加的速度，如喷管流动，这一影响逐渐变小，因为它与速度比的六次幂成正比。第二项是黏性对动量厚度的影响，取决于喷管自由流速度的演化。

对于外流，边界层始于驻点，此处自由流速度为零，因此在 $x=0$ 处，$u_e(0)=0$ 且 $C=0$。由此动量厚度为

$$\theta^2=\frac{0.45\nu}{u_e^6(x)}\int_0^x u_e^5\mathrm{d}x \tag{67}$$

原点处（驻点）的动量厚度可以通过对方程（67）取极限得到，即 $x\to0$ 时，有

$$\theta_0^2=\frac{0.075\nu}{(\mathrm{d}u_e/\mathrm{d}x)_{x=0}} \tag{68}$$

在确定了动量厚度 θ 之后，利用方程（62）来计算压力梯度参数 λ。最后，利用图 10 中的形状和表面摩擦关系来确定位移厚度和摩擦系数。分离点在表面摩擦参数为零之处，相当于 $\lambda_s=-0.082$。

Thwaites 以及其他单参数近似方法和方程（64）给出的 F 的表达式只对于附着流动成立。单参数方法的另一个限制是，只假设边界层特性是压力梯度的函数，而与边界层的演化无关。在 Wieghardt（1946）提出的双参数近似方法中并不需要这样的假设。双参数近似方法中，对于定常流动的动能积分方程为

$$\frac{\mathrm{d}u_e^3\theta^*}{\mathrm{d}x}=2\frac{D}{\rho} \tag{69}$$

式中，θ^* 是动能厚度；D 是耗散积分，与动量积分方程联立求解。这种情况下，为使问题封闭，需要对额外的两个参数建模：

$$\Lambda=\frac{\theta^*}{\theta}=\Lambda(Re_x,\ Re_\theta,\ \lambda) \tag{70}$$

$$\Delta=\frac{D\theta}{\mu u_e^2}\Delta(Re_x,\ Re_\theta,\ \lambda) \tag{71}$$

4.1 层流中的黏性与无黏耦合

在实际气动设计问题中，需要对黏性边界层流动和边界层外的无黏无旋流动进行耦合。正如之前提到的，需要准确地说明位移厚度和边界层分离对体表压力分布的影响。此外，黏性模型必须能够捕捉到其他相关的物理现象，如层流向湍流的转捩和完全的湍流流动。对于高速流动，压缩效应也应被纳入黏性模型。人们发现积分方法更适用于这一任务，在设计应用中有较高的鲁棒性和效率。一些学者研究出了求解黏性-无黏耦合问题的方法，并将其用于单段和多段翼型设计中（Eppler 和 Somers，1980；Drela 和 Giles，1987）。这里我们将简要介绍 Drela 和 Giles（1987）求解黏性-无黏耦合问题的方法，这一方法已被用于 ISES 和 XFOIL 代码。

此方法的一个关键特征是将无黏问题公式化，包括对于边界条件和黏性边界层问题的黏性修正，而不再是利用迭代。利用全局牛顿-拉弗森方法可以求解得到一系列非线性方程。黏性公式利用双参数积分公式来保证压缩效应。积分公式的优点在于，可以用相同的微分方程描述层流、转捩和湍流流动条件。积分形式的动量和能量方程可以利用关于边界层参数的适当的封闭方程求解［修正方程（60）、方程（61）、方程（70）和方程（71）以包含压缩效应］。Drela 和 Giles（1987）使用的关于层流的封闭方程基于 Falkner-Skan 相似解（包含或不包含回流），所以，解精确地捕捉到了层流分离泡。对于转捩流和湍流边界层需要使用不同的封闭方程。利用这种方法可以得到精确的解，包括阻力和俯仰力矩，即便攻角远大于最大升力所对应的攻角。当出现较大的分离流动区域时，解可能不会收敛，特别是在低雷诺数时。

5　结　　论

以上我们对层流边界层理论进行了回顾。边界层这一物理结构最初由普朗特提出，之后许多学者将其不断发展，即便还不能求解高雷诺数时的黏性流动问题，但为人们理解边界层构建了框架。人们对二维定常层流边界层现象有很好的认识，并有很多实用的技术来求解工程设计问题。本章对一些方法进行了详细讨论。人们还缺乏对三维及非定常边界层的认识。现在，对于理解边界层极为重要的现象，如边界层分离，都是三维流动中非常复杂的物理过程。在非定常边界层中，分离流区域随着物体的运动而运动。前缘涡流的形成会在一些非定常流动条件下显著地提高气动性能。边界层涡旋动力学对于人们更好地认识这些现象十分重要。在普朗特提出边界层理论后的 100 年间，人们在认识这种现象方面取得了巨大的进步，但仍有很多工作需要我们继续努力。

符号表

符号	含义
C	积分常数
$c_f=2\tau_w/(\rho u_e^2)$	表面摩擦系数
$D=\int_0^\infty \mu(\partial u/\partial y)^2 dy$	耗散积分
F	Thwaites 函数
f	流函数相似函数
$H=\delta^*/\theta$	边界层形状参数
K	定义边界层厚度中的常数
L	物体特征长度
$\Delta=D\theta/(\mu u_e^2)$	边界层耗散参数
ℓ	边界层特征厚度
m	Falkner-Skan 流动的速度分布指数
p	压力
$p_e(x, t)$	边界层外速度
$(q_\omega)_w$	壁面涡通量
$Re=\rho UL/\mu$	雷诺数
$Re_x=u_e x/\nu$	基于距离 x 的雷诺数
$Re_\theta=u_e\theta/\nu$	基于动量厚度的雷诺数
$S=\tau_w\theta/\mu u_e$	边界层表面摩擦系数
t	时间
u、v	x、y 方向速度分量
$u_e(x, t)$	边界层外速度
$u_0(y, t)$	边界层原点（$x=0$）的速度分布
$u_i(x, y)$	$t=0$ 时初始速度分布
x、y	物体表面笛卡儿坐标系。x 是沿体表坐标，y 是垂直坐标
β	Falkner-Skan 参数
δ	边界层速度厚度（99%的自由流速度）
$\delta^*=\int_0^\infty\left(1-\frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right)dy$	边界层位移厚度
Γ	环量
$\gamma=\partial\Gamma/\partial x$	环量密度
$\eta=y/\ell$	相似变量
$\eta_\delta=\delta/\ell$	对于 $y=\delta$ 的相似变量
$\eta_{\delta^*}=\delta^*/\ell$	对于 $y=\delta^*$ 的相似变量



$\eta_\theta=\theta/\ell$	对于 $y=\theta$ 的相似变量
$\Lambda=\theta^*/\theta$	边界层动能厚度参数
$\lambda=(\theta^2/\nu)(\mathrm{d}u_e/\mathrm{d}x)$	边界层压力梯度参数
μ	黏性
$\nu=\mu/\rho$	运动黏度
$\theta=\int_0^\infty \rho u/\rho_e u_e \times (1-u/u_e)\mathrm{d}y$	边界层动量厚度
$\theta^*=\int_0^\infty (\rho u)/(\rho_e u_e)\times[1-(u/u_e)^2]\mathrm{d}y$	边界层动能厚度
ρ	密度
ρ_e	边界层外密度
$\tau=\mu\partial u/\partial y$	边界层黏性剪应力
Ω	边界层涡通量
$\omega=\partial u/\partial y$	边界层涡量
ψ	流函数

参考文献

Blasius, H. (1908) Grenzschichten in Flüssikeiten mit kleiner Reibung. *Z. Angew. Math. Phys.*, 56, 1-37.

Cebeci, T. and Cousteix, J. (2005) *Modeling and Computation of Boundary-Layer Flows*, Horizons Publishing Inc.

Cebeci, T. and Keller, H. B. (1971) Shooting and parallel shooting methods for solving the Falkner-Skan boundary-layer equations. *J. Comp. Phys.*, 7, 289-300.

Cole, J. D. (1968) *Peturbation Methods in Applied Mathematics*, Blaisdell Publishing Co.

Dhawan, S. (1952) Direct Measurements of Skin Friction, *NACA TN-2567*.

Drela, M. and Giles, M. B. (1987) Viscous-Inviscid analysis of transonic and low reynolds number airfoils. *AIAA J.*, 25, 1347-1355.

Eppler, R. and Somers, D. M. (1980) A Computer program for the design and analysis of low-speed airfoils. *NASA-TM-80210*, August 1980.

Falkner, V. M. and Skan, S. W. (1931) Some approximate solutions of the boundary layer equations. *Philos. Mag.*, 12, 865-896.

Gaster, M. (1967) *The Structure and Behavior of Separation Bubbles*, R&M Aeronautical Research Council, No. 3595.

Goldstein, S. (1948) On laminar boundary-layer flownear a position of separation. *Q. J. Mechanics Appl. Math*, 1, 43-69.

Holstein, H. and Boheln, T. (1940) Eineinfaches verfahren zur berechnung laminarer reibungsschichten, die dem Näherungsansatz von K. Pohlhausen genügen. *Ber. Lilienthaal-Ges. Luftfarhrtf.*, **S**10, 5-16.

Kármán, Th. v. (1921) Über Laminare und turbulente reibung. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1, 233-252.

Kármán, Th. v. (1939) The analogy between fluid friction and heat transfer. *ASME Trans.*, 61, 705-710.

Lagerstrom, P. A. (1964) Laminar flow theory, in *Theory of Laminar Flows* (ed. F. K. Moore), Princeton University Press, Princeton, New Jersey, pp. 20-285.

Liepmann, H. W. (1943) Investigations on laminar boundary-layer stability and transition on curved boundaries. *NACA Wartime Report W107* (*ACR 3H30*).

Lighthill, M. J. (1958) On displacement thickness. *J. Fluid Mech.*, 4, 383-392.

Libby, P. A. and Liu, T. M. (1967) Further solutions of the Falkner-Skan equation. *AIAA J.*, 5(5), 1040-1042.

Messiter, A. (1970) Boundary-Layer flow near the trailing edge of a flat plate. *SIAM J. on Appl. Math.*, 18(1), 241-257.

Moore, F. K. (1958) On the separation of the unsteady boundary layer, in *Boundary Layer Research* (ed. Götler H.), Springer, Berlin, pp. 296-311.

Pohlhausen, K. (1921) Zur Näherungsweisen integration der differentialgleichung der laminaren grenzschicht. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1, 252-268.

Prandtl, L. (1904) Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner-Reibun. Proceeding 3rd International Mathematics Congress, Heidelberg, pp. 484-491 (English translation *Motion of Fluids with Very Little Viscosity* NACA TM-452).

Prandtl, L. (1934) The Mechanics of Viscous Fluids, in *Aerodynamic Theory*, vol. Ⅲ (ed. W. F. Durand), Springer, Berlin, pp. 34-208.

Rosenhead, L. (1963) *Laminar Boundary Layers*, Clarendon Press, Oxford.

Rott, N. (1956) Unsteady viscous flow in the vicinity of a stagnation point. *Quart. Appl. Math.*, 13, 444-451.

Schlichting, H. (1968) *Boundary-Layer Theory*, 6th edn, McGraw-Hill.

Sears, W. R. and Telionis, D. P. (1975) Boundary-layer separation in unsteady flow. *SIAM J. Appl. Math.*, 28(1), 215-235.

Sherman, F. S. (1990) *Viscous Flow*, MacGraw-Hill.

Smith, A. M. O. (1954) Improved solutions of the Falkner and Skan boundary-layer equation. *Fund Paper, J. Aero. Sci.*, Sherman M. Fairchild.

Stewardson, K. (1954) Further solutions of the Falkner-

Skan equation. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 50, 454 - 465.

Stewardson, K. (1968) On the flow near the trailing edge of a flat plate. *Proc. Roy. Soc. A.*, 306, 275 - 290.

Thwaites, B. (1949) Approximate calculation of the laminar boundary layer. *Aeronaut. Quart.*, 1, 245 - 280.

White, F. M. (2006) *Viscous Flow*, 3rd edn, McGraw-Hill.

Van Dyke, M. D. (1975) *Perturbation Methods in Fluid Mechanics*, Parabolic Press.

Walz, A. (1941) Ein neuer Ansatz für das Geschwindigkeitsprofil der laminaren Reibungsschicht. *Ber. Lilienthal-Ges. Luftfahrtf* (141), 8 - 12.

Wieghardt, K. (1946) On an energy equation for the calculation of laminar boundary layers. *Rep. Aero. Res. Coun.*, Lond. No. 9825.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 9 章

流动稳定性与转捩

Anatoli Tumin
亚利桑那大学航空航天和机械工程系，图森，亚利桑那，美国

1 引　　言

雷诺（1883）是研究层流-湍流转捩的第一人，他将这一现象归因于流动不稳定性。商用飞机层流翼的设计、高超声速飞行器的黏性阻力和表面热的预测，以及其他技术应用问题都在不断地激励着人们对流动稳定性进行理论和实验研究。如今，我们可以找到大量关于剪切流稳定性和转捩的参考文献（Drazin 和 Reid，1981；Schmid 和 Henningson，2001；Criminale、Jackson 和 Joslin，2003）。根据自由来流和壁面对流的扰动程度，层流向湍流转捩有多种模式，不同流动的稳定性控制有着不同的机理。为了开发并利用可靠的工具来预测转捩，我们必须熟悉转捩现象。百科全书中的一小章并不能提供这一问题的所有细节。本章我们简要介绍流动不稳定性的概念，着重于边界层内的 Tollmien-Schlichting 机理，同时对如何将此理论用于转捩预测做一概述。其他转捩理论如 Gortler 机理和横流理论在文献（Reed 和 Saric，1989；Floryan，1991；Saric，1994a；Saric、Reed 和 White，2003）中有详细讨论。这里，我们将跳过对自由剪切层（混合层和尾迹）的讨论，尽管其在技术应用中也很重要。第 1 卷第 34 章中介绍了高速流动的稳定性和转捩。

2 二维流动稳定性分析

2.1 线性稳定性理论概述

简单起见，考虑由 N-S 方程控制的二维不可压缩流动。在笛卡儿坐标系中，方程形式如下：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (1)$$
$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

式中，$u(x, y, t)$ 和 $v(x, y, t)$ 是 x 和 y 方向的速度分量，$p(x, y, t)$ 是压力，ρ 为密度，ν 为运动黏度。我们假设流场可以表示为基本的稳定流动和扰动的叠加：

$$\begin{aligned} u&=U(x, y)+u'(x, y, t)\\ v&=V(x, y)+v'(x, y, t)\\ p&=P(x, y)+p'(x, y, t)\end{aligned} \quad (2)$$

将速度分量与压力代入方程（1）之后，减去基本流动项，得到关于扰动项 u'、v' 和 p' 的非线性方程组。在线性稳定性分析中，假设扰动项的振幅很小，通常忽略非线性项。

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}=0$$
$$\frac{\partial u'}{\partial t}+U\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial U}{\partial y}+\underline{u'\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial u'}{\partial y}}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u'}{\partial y^2}\right) \quad (3)$$
$$\frac{\partial v'}{\partial t}+U\frac{\partial v'}{\partial x}+\underline{u'\frac{\partial V}{\partial x}+v'\frac{\partial V}{\partial y}+V\frac{\partial v'}{\partial y}}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v'}{\partial y^2}\right)$$

在平行流中，如充分发展的管道流，平均速度$U=U(y)$，$V=0$，而且方程（3）中的下划线项都不存在。边界层和自由剪切层（混合层和远区

尾迹）不再平行，但由于长度尺度有显著的差异，在首次近似时，这些流动可以被认为是准平行的。长度尺度 L 与 x 轴方向平均速度关联较弱。另一个长度尺度是边界层厚度 δ（混合层厚度或尾迹层厚度）。在高雷诺数时，$\delta/L\sim1/Re_\delta\ll1$，其中 Re_δ 基于 δ 和特征速度（如边界层外缘速度 U_e）。平均流 y 方向的速度分量 V 与 U_e/Re_δ 的数量级相当，同时 $U\sim U_e$。此外，扰动的长度尺度 λ，通常与边界层厚度同量级（$L\gg\lambda\geqslant\delta$）。由于尺度的差异，方程（3）中的下划线项在首次近似时都被忽略。此时，平均速度 $U(x, y)$ 中的局部坐标 x 被视为一个参数。换句话说，准平行流动近似在 λ 数量级认为是局部速度剖面平行的。

准平行流动近似得到了偏微分方程系统（线性）。严格的数学分析需要关于扰动的公式化的初始和边界条件，除非它们由公式明确表达，否则问题仍是具有挑战性的。在实际应用中，我们对具体初值问题的解并不感兴趣，而是对以下问题感兴趣：①流动是否稳定？②不稳定的模式是什么？③流动中的不稳定模式是否会放大，会放大多少？

现在，介绍简正模式的概念。最简单的简正系统如图1所示。系统有两个质量为 m 的物块，它们由刚度为 k 的弹簧相连。物块同时由弹簧与墙壁相连。系统有两个简正振动模式：模式1中质量块以频率 $\omega=(k/m)^{1/2}$ 同相振动，而模式2的频率为 $\omega=(3k/m)^{1/2}$，相位差为 π。众所周知，系统的任何振动都可以表示为简正模式的叠加。通过对简正模式的研究可以得到系统的特性。为了得到每一种模式的振幅和相位，需要处理具体的初值问题。

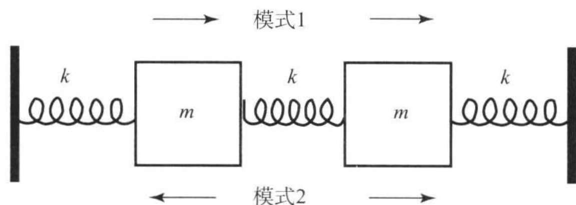


图1　拥有2个自由度的机械系统

在流体力学稳定性分析中，简正模式的概念启发我们考虑类波解的形式为 $q'(x, y, t)=\tilde{q}(y)\exp(\mathrm{i}\alpha x-\mathrm{i}\omega t)$，其中 $\tilde{q}(y)$ 是复杂的振幅函数。与机械系统例子的想法相同：我们不再求解具体的初边值问题，而是考虑系统的简正模式，使得偏微分方程（3）的初边值问题的解能够用简正模式的和表示。如果存在不稳定模式，我们希望此模式可以通过具体物理问题的解（在真实实验或直接数值模拟中）表示，并且可以被观测到（在模式振幅放大所需的空间或时间延时后）。简单机械系统的扰动和流体中扰动的主要区别在于，连续介质有着无穷多的自由度。因此，我们可以得到可数的离散频谱或连续频谱，或者离散频谱与连续频谱的结合。

根据简正模式的概念，方程（3）的解形式如下：

$$(u', v', p')=(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p})\exp(\mathrm{i}\alpha x-\mathrm{i}\omega t) \tag{4}$$

关于振幅函数的偏微分方程系统退化为常微分方程系统（ODEs）。

$$\begin{aligned}&\mathrm{i}\alpha\tilde{u}+\frac{\mathrm{d}\tilde{v}}{\mathrm{d}y}=0\\&\mathrm{i}(\alpha U-\omega)\tilde{u}+\tilde{v}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}y}=-\frac{\mathrm{i}\alpha}{\rho}\tilde{p}+\nu\left(\frac{\mathrm{d}^2\tilde{u}}{\mathrm{d}y^2}-\alpha^2\tilde{u}\right)\\&\mathrm{i}(\alpha U-\omega)\tilde{v}=-\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}\tilde{p}}{\mathrm{d}y}+\nu\left(\frac{\mathrm{d}^2\tilde{v}}{\mathrm{d}y^2}-\alpha^2\tilde{v}\right)\end{aligned} \tag{5}$$

尽管在方程组（5）的第二个方程中使用了寻常导数符号 $\mathrm{d}U/\mathrm{d}y$，但在弱非平行流动中，使用的是 x 坐标的速度分布，并将此分布作为一个参数。

简正模式由复杂的振幅函数描述，振幅函数提供了 y 坐标的振幅和相位。与弹簧-质量问题类似，线性化的N-S方程的解可以表示为简正模式的扩展。

方程组（5）可以变形为关于振幅函数 $\tilde{v}$ 的四阶ODEs方程：

$$\begin{aligned}&(\alpha U-\omega)(\tilde{v}''-\alpha^2\tilde{v})-\alpha\tilde{v}U''\\&=-\mathrm{i}\nu(\tilde{v}^{\mathrm{iv}}-2\alpha^2\tilde{v}''+\alpha^4\tilde{v})\end{aligned} \tag{6}$$

式中，$(\cdots)''$ 表示 $\mathrm{d}^2/\mathrm{d}y^2$，$\tilde{v}^{\mathrm{iv}}=\mathrm{d}^4\tilde{v}/\mathrm{d}y^4$。通常，引入流函数的扰动，$\varphi(y)\exp(\mathrm{i}\alpha x-\mathrm{i}\omega t)$（$\tilde{v}=-\mathrm{i}\alpha\varphi$），方程（6）被写为量纲为1的形式（利用特征长度尺度 δ 和速度尺度 U_e）：

$$(\alpha U-\omega)(\varphi''-\alpha^2\varphi)-\alpha\varphi U''=\frac{1}{\mathrm{i}Re_\delta}(\varphi^{\mathrm{iv}}-2\alpha^2\varphi''+\alpha^4\varphi) \tag{7}$$

这就是流体力学稳定性理论中著名的Orr-Sommerfeld方程。我们可能会将Orr-Sommerfeld方程与利用原始变量（速度分量和压力）表示的ODEs方程（5）相比较。方程（7）需要平均流分布的二阶导数，而方程（5）只含一阶导数。因为过去的理论研究多使用方程（7），所以人们总是误解为低速边界层的稳定性分析需要二阶导数 U''。



方程（7）［或方程（5）］需要边界条件。在固壁上，必须满足无滑移条件：

$$\tilde{u}=\varphi'=0,\quad \tilde{v}=-\mathrm{i}\alpha\varphi=0 \tag{8}$$

在无界区域（如边界层流动），需要边界层外的解有界。我们可以找到在边界层外衰退的解（$\tilde{u}$，$\tilde{v}$，$\tilde{p}\to 0$），同时也可以选择有界但不衰退的解（沿 y 坐标有振荡特性）。第一种情况相当于离散频谱，第二种选择为连续频谱。由连续频谱得到的解可以与自由流扰动联系起来。例如，自由流中的湍流可以与连续频谱的简正模式相关联。对于可压缩气体，自由流中的声音扰动和熵扰动可以用连续频谱表示。

下面，将主要关注离散频谱的模式，因为其中包含不稳定模式。为了弄清离散频谱的来源，在边界层外考虑方程（7），这里量纲为 1 的平均流速 $U=1$。在 $y\to\infty$ 处，Orr-Sommerfeld 方程变为常系数方程：

$$(\alpha-\omega)(\varphi''-\alpha^2\varphi)=\frac{1}{\mathrm{i}Re_\delta}(\varphi^{\mathrm{iv}}-2\alpha^2\varphi''+\alpha^4\varphi) \tag{9}$$

可以很容易地找到四个独立的线性解：

$$\begin{aligned}&\varphi_1=\exp(-\alpha y)\quad \varphi_2=\exp(+\alpha y)\\ &\varphi_3=\exp(-\gamma y)\quad \varphi_4=\exp(+\gamma y)\end{aligned} \tag{10}$$

$$\gamma=\sqrt{\alpha^2+\mathrm{i}Re_\delta(\alpha-\omega)}$$

具体地说，取 α 和 γ 的实部为正。因此，边界层外只有两个独立的线性解 φ_1 和 φ_3 衰退。衰退解可以被写成和的形式：

$$\varphi(y)=C_1\varphi_1(y)+C_3\varphi_3(y) \tag{11}$$

其中常数 C_1 和 C_3 未知。可以将 φ_1 和 φ_3 在边界层内求数值解，并利用边界条件（8）得到常数 C_1 和 C_3。然而，由于方程是线性的，因此其中的一个常数可以任意选择。常数的选择只会影响解（11）的标准化。另一个常数可以通过壁面的边界条件得到，而第二个边界条件仍然不能满足。只有特殊的参数 α、ω 和 Re_δ 才能满足两个边界条件（8）。这种选择是遵循如下色散关系的离散频谱：

$$\omega=\omega(\alpha,\ Re_\delta)\quad 或\quad \alpha=\alpha(\omega,\ Re_\delta) \tag{12}$$

此时，简正分析会产生歧义，这一点在文献中可以找到。一般情况下，我们考虑波数 $\alpha=\alpha_r+\mathrm{i}\alpha_i$ 和频率 $\omega=\omega_r+\mathrm{i}\omega_i$ 为复数。通常会涉及两个公式：时间和空间理论。

在时间稳定性理论中，$\alpha_i=0$ 且 α_r 为一个参数，而复数 ω 由色散关系（12）得到。通过简正分析，依赖于时间的解为 $\exp(-\mathrm{i}\omega t)=\exp(-\mathrm{i}\omega_r t+\omega_i t)$。$\omega_i>0$ 时，解不稳定（随时间以指数方式增长），$\omega_i<0$时，解衰减（$\omega_i=0$ 时解是中性的）。

在空间理论中，$\omega_i=0$ 且 ω_r 为一个参数，复数 α 由色散关系（12）得到。现在，依赖于 x 坐标的解的振幅为 $\exp(\mathrm{i}\alpha x)=\exp(\mathrm{i}\alpha_r x-\alpha_i x)$。$\alpha_i<0$ 时，沿下游方向振幅呈指数型增长，$\alpha_i>0$ 时沿下游方向振幅衰减。

读者可以发现，文献中在因处理稳定性问题而选择时间或空间公式时存在歧义。通常，推荐选择空间公式，因为其更适用于实验数据的分析。当偏微分方程的解有简正模式（4）的形式时，就会出现歧义。此时，对于特定实验装置，其初值和边值问题之间的联系遗失，使我们在选择空间和时间公式上出现了困难。

Gustavsson（1979）在不可压缩边界层中求解了关于扰动的初值问题。Salwen 和 Grosch（1981）证明了 Gustavsson 解是时间公式中离散和连续频谱模式的扩展。Ashpis 和 Reshotko（1990）考虑了信号问题，在 $t=0$ 时，通过壁面，点声源产生周期性的扰动。他们证明了此初边值问题的解可以被表示为（在一段时间后，瞬态效应消失时）空间公式中离散和连续频谱模式的扩展。因此，具体的 PDEs 初边值问题的分析导致了解关于简正模式的独特展开式。通常，实验处理的是类似信号问题中的扰动源，空间框架应被用于数据分析中。

2.2　Blasius 边界层流动

图 2 展示了 Blasius 边界层流动（第 1 卷第 8 章）的中性稳定曲线，其中 $F=2\pi f\nu/U_e^2$（f 是量纲频率）且 $Re=(U_e x/\nu)^{1/2}$。

图 2 阐明了黏性显著的双重作用。低雷诺数时，由于黏性耗散，流动是稳定的。在高雷诺数时流动也稳定。这意味着基本的不稳定因素就是黏性（见 2.4 节中的讨论）。拥有黏性本质的不稳定模式被称为 Tollmien-Schlichting（TS）波，以纪念 Tollmien 和 Schlichting 在 20 世纪 20 年代末和 30 年代初所进行的理论研究（Schlichting 和 Gersten，2000）。Schubauer 和 Skramstad（1943）的实验证明了他们的理论预测。稳定性实验需要风洞和高精度的测量。读者们可以在 Saric（1994b，2007）的综述论文中找到大量的数据和近期的实验描述。



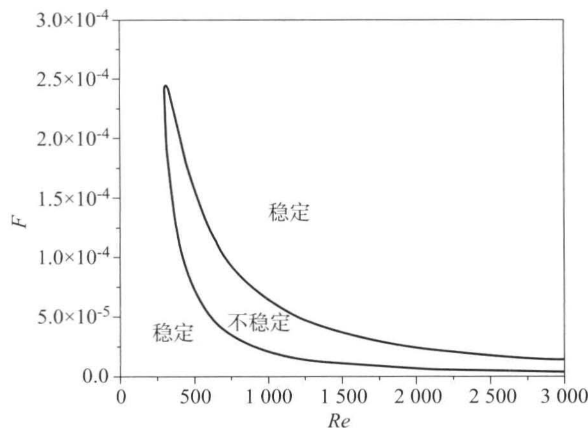


图 2 Blasius 边界层流动在准平行流动假设下的中性稳定曲线

图 3 给出了波数（空间公式中）的虚部与雷诺数的关系，频率参数 $F=n\times10^{-5}$（$n=1$，2，…，5）。在定义量纲为 1 的波数时用到了 Blasius 长度尺度 $L_B=(\nu x/U_e)^{1/2}$。

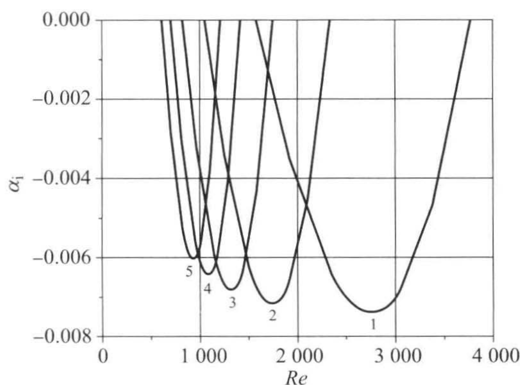


图 3 Blasius 边界层流动中波数虚部与雷诺数的关系

$n=1$，2，…，5 表示频率参数 $F=n\times10^{-5}$

图 4 给出了两个雷诺数下，Blasius 边界层流动中 TS 波的典型顺流速度剖面（$F=5\times10^{-5}$），量纲为 1 的壁面距离由 Blasius 长度尺度定义 $\eta=y/L_B$。图 4 中速度剖面的对比表明了非平行流效应：速度剖面的形状取决于距前缘的距离。我们可以考虑利用热线来测量速度扰动。由图 4 可以看出，所测量的扰动增长（衰减）取决于热线在边界层内的位置。在考虑非平行流效应时，除了需要定量地修正，扰动增长率将取决于被测量。例如，考虑边界层内、外速度的最大增幅。Bouthier（1972）、Gaster（1974）、Saric 和 Nayfeh（1975、1977）、Padhaye 和 Nayfeh（1979）对不可压缩流中的非平行效应进行了研究。图 5 是为 TS 波中自由流速度剖面的内、外最大值所定义的中稳定性曲线（Gaster，1974）。图 5 中的雷诺数由位移厚度 δ^* 定义。Saric（2007）讨论了非平行流效应的实验研究。

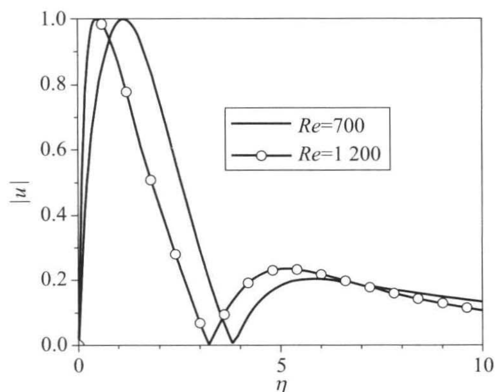


图 4 TS 波在 $F=5\times10^{-5}$ 时自由流方向的速度分布

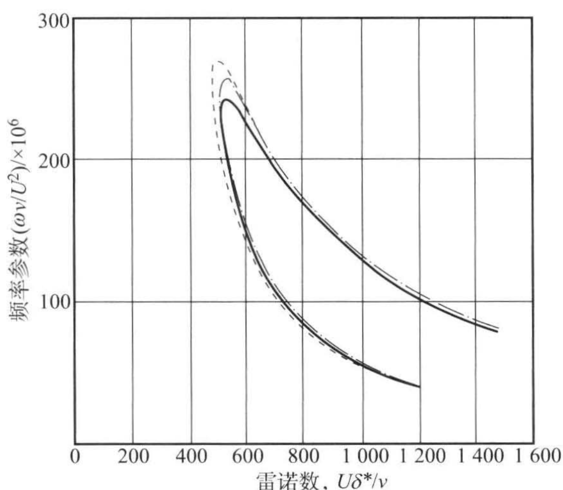


图 5 Blasius 边界层流动的中稳定性曲线

实线表示准平行流动近似；虚线表示 $|u|$ 的内部最大值；点画线表示 $|u|$ 的外部最大值。［转载自 Gaster（1974）© Cambridge University Press］

2.3 Falkner-Skan 剖面：压力梯度效应

Falkner-Skan 边界层流动由边缘速度 $U_e(x)=Cx^m$ 描述。此时，通常利用 Hartree 参数 $\beta=2m/(m+1)$（第 1 卷第 8 章）。稳定性分析表明，正压梯度（$\beta>0$）使边界层流动稳定，逆压梯度（$\beta<0$）使边界层流动不稳定。Drazin 和 Reid（1981）从 Obremski、Morkovin 和 Landahl（1969）处收集到了 Falkner-Skan 剖面的临界雷诺数（中稳定性曲线上的最小值），并绘制了它们与形状因子 $H=\delta^*/\theta$ 的关系图像，其中 θ 为动量厚度。图 6 是从文献（Drazin 和 Reid，1981）转载的图像。



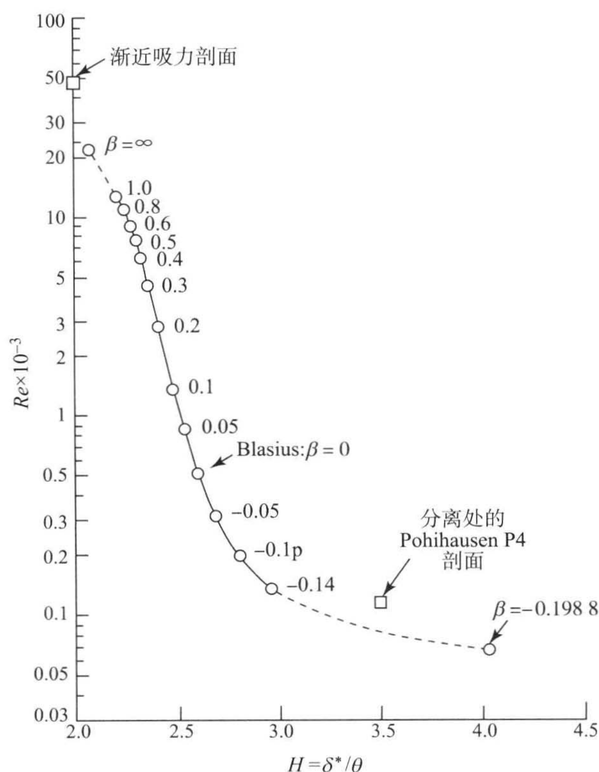


图 6 Falkner-Skan 边界层剖面的最小临界雷诺数（基于位移厚度）

［转载自 Drazin 和 Reid（1981）© Cambridge University Press］

2.4 高雷诺数下 TS 波的瑞利方程和结构

在高雷诺数的限制下，Orr-Sommerfeld 方程可以使用渐近匹配展开处理（Smith，1979；Smith 和 Bodonyi，1980；Bodonyi 和 Smith，1981；Zhuk 和 Ryzhov，1983）。为了概括主要思想，下面的讨论中，使用了一种在高雷诺数时的简化解（Graebel，1966；Eagles，1969；Drazin 和 Reid，1981；Schmid 和 Henningson，2001）。

在极限情况下 $\alpha Re_\delta\rightarrow\infty$，可以忽略方程（7）中的黏性项，得到的无黏近似就是瑞利方程：

$$(U-c)(\varphi''-\alpha^2\varphi)-\varphi U''=0 \tag{13}$$

式中，$c=\omega/\alpha$ 为相速度。为了满足无滑移边界条件，我们仍然认为黏性项在壁面附近（黏性底层）很重要。此外，方程（13）在 y_c 点附近有奇异，此处有 $U(y_c)=c$（临界层）。黏性项在临界层附近同样很重要。为了估计黏性底层的厚度 δ_{vs}，在 $y\rightarrow0$ 时，将拥有最高阶导数的黏性项的数量级与 $(U-c)\varphi''$的数量级相比较：

$$(U-c)\varphi''\sim c\varphi''\sim c\varphi/\delta_{vs}^2,\ \frac{1}{\alpha Re_\delta}\varphi^{iv}\sim\frac{\varphi}{\alpha Re_\delta\delta_{vs}^4} \tag{14}$$

当 $\delta_{vs}\sim(\alpha cRe_\delta)^{-1/2}$时，这些项是平衡的。为了估计临界层的厚度，我们考虑 $y\rightarrow y_c$ 时相同项的平衡。

$$(U-c)\varphi''\sim\frac{U'_c\varphi\delta_c}{\delta_c^2},\ \frac{1}{\alpha Re_\delta}\varphi^{iv}\sim\frac{\varphi}{\alpha Re_\delta\delta_c^4} \tag{15}$$

其中 U'_c是临界点的导数。这些项的平衡需要 $\delta_c\sim(\alpha U'_cRe_\delta)^{1/3}$。有一种可能是临界层接近壁面且与黏性底层重叠，此时，黏性效应只在壁面附近很明显，这样的结构相当于中性曲线下半支的渐近特性。另一种可能是临界层与黏性底层分离，且黏性层之间存在无黏区域，这种结构相当于中性曲线的上半支。

为了解释黏性不稳定机理的本质，我们考虑 $\alpha>0$ 的中性扰动，这相当于中性曲线的上半支。由瑞利方程很容易导出如下结果：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}(\bar\varphi\varphi'-\varphi\bar\varphi')=0$$
$$\bar\varphi\varphi'-\varphi\bar\varphi'=2\mathrm{i}\ \mathrm{Im}(\bar\varphi\varphi')=\text{常数} \tag{16}$$

其中横线表示复数共轭。

为了理解 $(\bar\varphi\varphi'-\varphi\bar\varphi')$ 的物理性质，考虑中性扰动在边界层中产生的雷诺应力。

$$\tau=-\frac{1}{T}\int_0^T u^*(x,y,t)v^*(x,y,t)\mathrm{d}t \tag{17}$$
$$T=2\pi/\omega$$

速度分量 $u^*(x,y,t)$ 和 $v^*(x,y,t)$ 由复流函数表示：

$$u^*(x,y,t)=\mathrm{Re}[\varphi'\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\alpha x-\omega t)}]$$
$$v^*(x,y,t)=\mathrm{Re}[-\mathrm{i}\alpha\varphi\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\alpha x-\omega t)}] \tag{18}$$

将式（18）代入积分式（17）后，得到雷诺应力为

$$\tau=-\frac{\alpha\mathrm{i}}{4}(\bar\varphi\varphi'-\varphi\bar\varphi')=\frac{\alpha}{2}\mathrm{Im}(\bar\varphi\varphi') \tag{19}$$

利用方程（16），我们知道在 $\alpha Re_\delta\rightarrow\infty$时，黏性区域内的雷诺应力为常数。因为相应于 TS 波的特征函数在 $y\rightarrow\infty$时衰减，我们得到临界层之上的黏性区域内雷诺应力为 $\tau=0$。黏性底层和临界层之间的黏性层内，雷诺应力也必须为定值，同时 τ 的正负也很重要，为了产生能量，τ 必须为正。

在壁面附近利用 Orr-Sommerfeld 方程的近似解，可以得到 τ 的符号。高阶项由以下方程的解确定：

$$-\omega\varphi''=\frac{1}{\mathrm{i}Re_\delta}\varphi^{iv} \tag{20}$$

在 $y\to 0$ 时，保留黏性项和无黏项中的最高阶导数，可以由方程（7）得到方程（20）。壁面无滑移边界条件为

$$\varphi(0)=\varphi'(0)=0 \tag{21}$$

满足边界条件的方程的解可以很容易得到［排除线性独立解 $\exp(+q\zeta)$］

$$\varphi=\exp(-q\zeta)+q\zeta-1 \tag{22}$$

$$q=\frac{1-\mathrm{i}}{\sqrt{2}},\quad \zeta=y(\omega Re_\delta)^{1/2}$$

在极限 $\zeta\to\infty$ 情况下（内解的外极限），我们发现：

$$\varphi\sim q\zeta-1 \tag{23}$$

将结果代入方程（19）得到黏性底层外的雷诺应力：

$$\tau=\frac{\alpha\sqrt{\omega Re_\delta}}{2\sqrt{2}} \tag{24}$$

图 7 为渐近的雷诺应力结构的草图。τ 的符号很重要，换句话说，黏性底层在自由流方向的速度分量 $u^*(x, y, t)$ 和法向速度分量 $v^*(x, y, t)$ 之间产生的相移导致了 $\tau>0$（能量产生）。在中性扰动的情况下，临界层和黏性底层之间产生的能量与黏性底层内的能量耗散相平衡（Zhigulev 和 Tumin，1987）。

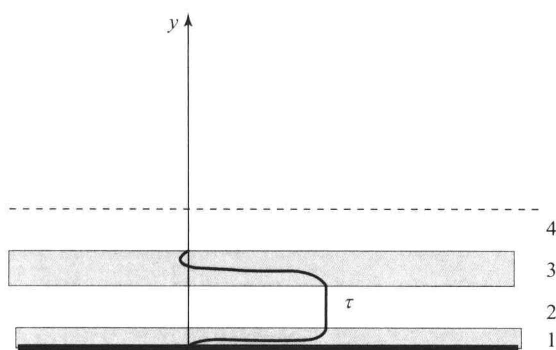


图 7　高雷诺数下，黏性底层与临界层分离时，边界层内的雷诺应力分布草图

（中性曲线的上半支）

1—黏性底层；2，4—无黏区域；3—临界层

2.5　瑞利理论

利用瑞利方程，可以建立瑞利理论（Drazin 和 Reid，1981；Schmid 和 Henningson，2001）：无黏不稳定流动的必要条件是存在拐点 $U''(y^*)=0$。瑞利理论是必要条件而不是充分条件。当速度分布图存在拐点时，Blasius 边界层流动的中性曲线和存在逆压梯度的边界层的中性曲线草图如图 8（Panton，2005）所示。关于无黏不稳定流动的其他典型例子为混合层和尾迹。其稳定性分析示例见 Schmid 和 Henningson（2001）及 Criminale、Jackson 和 Joslin（2003）的著作。尽管在稳定性分析中并不需要求 U''（第 2 节），但拐点意味着流动不稳定性的无黏机理的可能性。

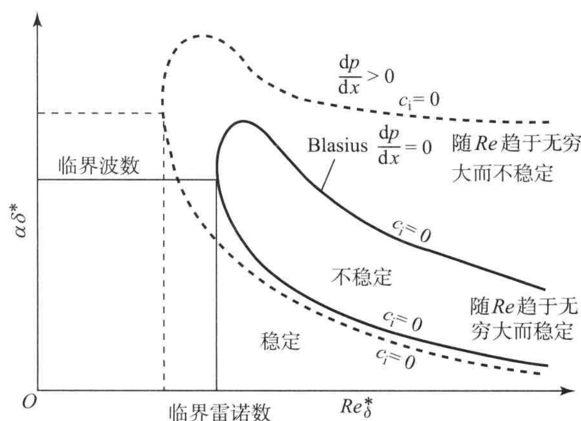


图 8　Blasius 边界层和存在逆压梯度的边界层的中性稳定曲线的一般形状

［转载自 Panton（2005）© John Wiley & Sons Ltd］

当扰动的波长远大于混合层厚度时（$\lambda\gg\delta$），对混合层的无黏稳定性分析就非常简单。在这种极限情况下，我们考虑：速度分别为 U_1 和 U_2 的均匀流，滑移面是均匀密度的面涡，稳定性分析包括寻找均匀流中速度势的扰动，压力分布和粒子法向速度在扰动交界面两侧应相等。这些条件使得复相速度的结果变得很简单：

$$c=\frac{1}{2}(U_1+U_2)\pm\frac{\mathrm{i}}{2}|U_2-U_1| \tag{25}$$

方程（25）中的符号“+”对应于不稳定模式。这一结果意味着面涡不稳定。这就是开尔文-亥姆霍兹不稳定性（见 Batchelor，1967；Panton，2005）。混合层的数值研究表明，有限的厚度 $\delta\approx\lambda$ 会使流动稳定。然而，当 $U_1\neq U_2$ 时，在极限情况 $\lambda\gg\delta$ 下流动总是不稳定的。

2.6　三维扰动

三维扰动中简正模式的分析包括翼展坐标的相关性。三个速度分量和压力扰动有如下形式：

$$(u', v', w', p')=(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p})\exp(\mathrm{i}\alpha x+\mathrm{i}\beta z-\mathrm{i}\omega t) \tag{26}$$

将方程（26）代入线性化的 N-S 方程中，可以得到类似于方程（5）的关于振幅函数（$\tilde{u}$，$\tilde{v}$，$\tilde{w}$，$\tilde{p}$）的 ODEs 系统。同样可以导出关于振幅函数 $\tilde{v}$ 的一个四阶 ODEs 方程：



$$(U-c)[\tilde{v}''-(\alpha^2+\beta^2)\tilde{v}]-\tilde{v}U''$$
$$=\frac{1}{\mathrm{i}\alpha Re_{\delta 3\mathrm{D}}}[\tilde{v}^{\mathrm{iv}}-2(\alpha^2+\beta^2)\tilde{v}''+(\alpha^2+\beta^2)^2\tilde{v}] \tag{27}$$

Squire（1933）发现，对于二维扰动，方程可以变为 Orr-Sommerfeld 方程的形式：

$$\alpha_{2\mathrm{D}}=\sqrt{\alpha^2+\beta^2},\ \alpha_{2\mathrm{D}}Re_{\delta 2\mathrm{D}}=\alpha Re_{\delta 3\mathrm{D}} \tag{28}$$

式（28）的变换就是 Squire 变换，可以得到二维形式的 Orr-Sommerfeld 方程：

$$(U-c)(\tilde{v}''-\alpha_{2\mathrm{D}}^2\tilde{v})-\tilde{v}U''$$
$$=\frac{1}{\mathrm{i}\alpha_{2\mathrm{D}}Re_{\delta 2\mathrm{D}}}(\tilde{v}^{\mathrm{iv}}-2\alpha_{2\mathrm{D}}^2\tilde{v}''+\alpha_{2\mathrm{D}}^4\tilde{v}) \tag{29}$$

利用时间框架进行稳定性分析，对于三维扰动有以下结论（Squire，1933）：如果对于一个特定的雷诺数任何速度剖面都不稳定，那么在低雷诺数时，对于二维扰动也不会稳定。Squire 的变换并没有明确的空间公式，它得到了 $Re_{\delta 2\mathrm{D}}$ 的复值，很难进行简单的物理解释。实际上，我们可以发现（在低频时），三维扰动的中性曲线的下半支关于二维扰动的中性曲线可以向上游移动。然而，二维扰动的整体增幅比同频率时的三维扰动大。尽管这通常被理解为 Squire 变换的结果，但实际上并不完全正确。与此相反，三维扰动在超声速边界层内得到了更多的放大（第 1 卷，第 34 章）。

3 边界层的感受性

在 2.1 节介绍简正模式的概念之后，我们发现简正模式的分析缺乏 PDEs 和物理初边值问题之间的联系。换句话说，简正分析通过研究基本元素（特征方程），代替了求解真实的物理问题，忽略了这些元素在物理设置中所占的权重（这一问题通常被称为感受性问题）。早在 20 世纪 70 年代中期，人们就认识到流动不稳定性只是层流-湍流转捩的组成部分。Morkovin（1969）和 Reshotko（1976）阐明了层流-湍流转捩问题中感受性问题的重要性。这些论文激励着人们对于不稳定 TS 波产生机理进行研究。关于这个主题的大量参考文献有 Choudhari（1998），Saric、Reed 和 Kerschen（2002），Criminale、Jackson 和 Joslin（2003），Fedorov（2003）及 Tumin 等（2006、2007）。在进一步的讨论中要记住感受性问题是基于物理转捩的预测公式的重要元素。

4 壁面层转向湍流的方式

在讨论可能的层流-湍流转捩情况之前，需要强调的是上一小节旨在讨论不稳定的及会导致转捩的模式。然而，这个概念对整个实验观察得到的频谱并不够。例如，环形管道内的 Couette 流动和 Hagen-Poiseuille 流动是稳定的，但在实验中，还是可以观测到层流-湍流转捩的存在的。同样，当雷诺数低于由稳定性理论预测的临界雷诺数时，也会发生向湍流的转捩。这些观测结果表明，除了不稳定模式的放大之外，还有其他的方式会产生向湍流的转捩。一种可能的与湍流转捩相关的机理是瞬态增长现象。

在稳定性理论预测消失之前，稳定剪切流中的小扰动会有明显的瞬态放大。边界层中一对反向旋转的流向涡说明了瞬态增长现象。通过激励壁面的低速流体质点并将高速质点落向壁面，旋涡使得顺流方向的动量重新分布。尽管流向涡在下游衰退，但动量重新分布的积累效应是明显的，我们可以观察到边界层中的条纹结构。反过来，瞬态增长的扰动会导致相对于其他扰动来说不稳定的流动结构，这就是一种产生湍流的方式，但并没有不稳定模式的存在（转捩的非模态路径）。这一现象的理论研究见文献（Schmid 和 Henningson，2001；Zuccher、Tumin 和 Reshotko，2006）。通过壁面上的一排粗糙元件可以观测到瞬态增长现象（White，2002；Fransson 等，2004；White、Rice 和 Ergin，2005；Ergin 和 White，2006；Downs、White 和 Denissen，2008）。由于其在转捩预测中的应用潜力，近些年来，人们通过理论、实验和计算的方法对瞬态增长现象进行了大量的研究（Reshotko，2001；Reshotko 和 Tumin，2004、2006）。

Reshotko 教授（Reshotko 和 Tumin，2006）在图 9 中分析了转捩方式并总结了现代人们对转捩的认识。需要指出的是，层流转向湍流的方式与外部扰动水平相关。根据不同的环境（噪声风洞、平静大气中的飞行、涡轮机中的流动等），特定的条件下不同的方式会有不同的转捩值，基于物理的转捩预测必须考虑到各种不同的机制。

尽管有各种各样的转捩机理，但在流动破坏的最后阶段都会导致非线性的流动动力学特性。在历史上，人们对以下的转捩情形做了区分：K 状态

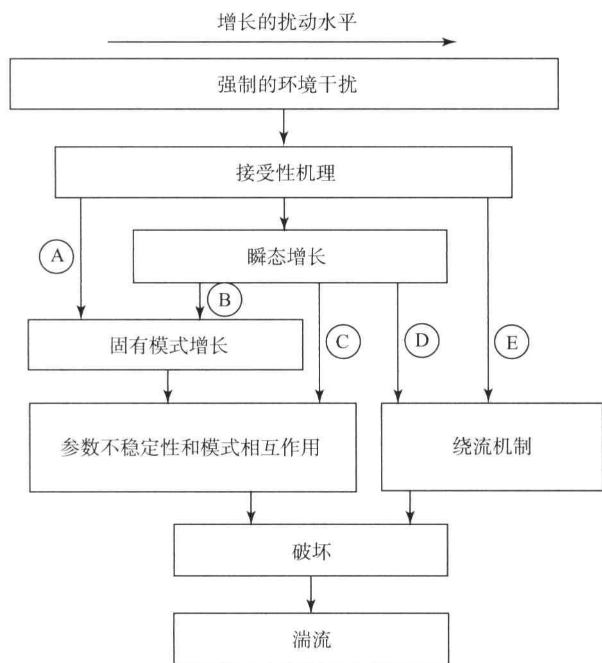


图 9　壁面层的湍流转换方式

[转载自 Reshotko 和 Tumin (2006) © Springer]

(Klebanoff、Tidstrom 和 Sargent，1962)；Kachanov、Kozlov 和 Levchenko (1977) 发现的分谐波（也被称为 N 或 H）状态；Fasel、Thumm 和 Bestek (1993)，Berlin、Lundbladh 和 Henningson (1994)，以及其他人所研究的倾斜转捩。Kachanov (1994) 及 Schmid 和 Henningson (2001) 讨论了转捩中的非线性机理。近期的实验和计算表明，这些不同的机理在转捩后期都是相同的 (Bake、Fernholz 和 Kachanov，2000)。环形管道内的流动实验证明转捩的后期与边界层中的转捩类似。

5　转捩预测：模态增长（A 途径）

层流-湍流转捩取决于很多因素，转捩点的预测是一项富有挑战性的任务。由于转捩现象取决于外力（自由流湍流、噪声、粗糙诱导的扰动等），因此转捩的预测根据流动条件的不同会有很多不确定性。风洞中的扰动水平可能与飞行中的不同，我们不能用风洞实验来进行飞行过程中的转捩预测。然而，如果确定了转捩途径，我们就可以研究基于物理的转捩预测方法。考虑光滑表面上由于低水平的自由流扰动产生的转捩（图 9 中的 A 途径）。转捩的主要阶段有感受性阶段、TS 波的线性放大阶段和非线性破坏阶段。根据静风洞实验以及与线性稳定性理论的对比，可以看出，线性稳定性理论描述了明显的转捩区域，且非线性区域的长度相对较短。实验数据与理论结果的对比（Zhigulev 和 Tumin，1987）表明，扰动的非线性动力学特性达到 1% 的自由流速度。因此，我们可以假定层流-湍流转捩存在临界振幅 ε^*（转捩的振幅准则）。假设我们知道自由流扰动的频谱 $\varepsilon_\infty(f)$ 和感受性系数 $K(f)$，那么不稳定波在中性点的振幅可以表示为 $\varepsilon_{TS}(f)=K(f)\varepsilon_\infty(f)$。扰动的线性放大可以通过 $\exp\left(-\int_{x_{np}}^{x_{tr}}\alpha_i\,dx\right)$ 因子预测，因此，转捩点 x_{tr} 可以通过振幅准则估计：

$$\varepsilon^* = K(f)\varepsilon_\infty(f)\exp\left(-\int_{x_{np}}^{x_{tr}}\alpha_i\,dx\right) \tag{30}$$

方程 (30) 可以被重新写成：

$$N(x_{tr})=\ln\left[\frac{\varepsilon^*}{K(f)\varepsilon_\infty(f)}\right] \tag{31}$$

$$N(x_{tr}) \equiv -\int_{x_{np}}^{x_{tr}}\alpha_i\,dx$$

由于未知因子 $K(f)\varepsilon_\infty(f)$ 的影响因对数而平滑，我们可以寻求 $N(x_{tr})$ 与不同流动条件（噪声/静风洞、飞行等）之间的关系。这是 e^N 湍流预测方法的基本概念（Van Ingen，1956；Smith，1959）。图 10 描述了准平行近似中 Blasius 边界层的 N 因子。

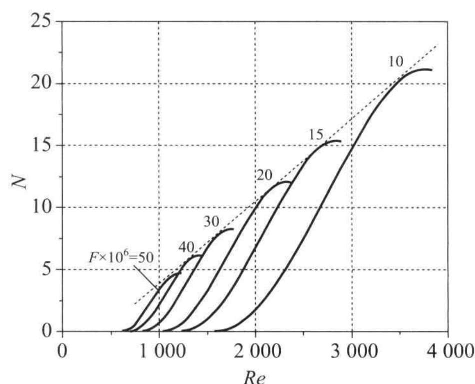


图 10　Blasius 边界层流动（准平行流动近似）的 N 因子

因为非平行流动效应对增长率有明显的影响，所以 e^N 方法在当代的应用是基于 Herbert 和 Bertolotti (1987) 提出的抛物化稳定性方程 (PSE) (Bertolotti，1991；Herbert，1997)。在 PSE 方法中，我们必须利用向下游的推进算法来求解抛物化方程组。这种方法能够捕捉高阶项中的非平行流动效应，避免了多重尺度方法中的额外步骤。关于 e^N 方法应用的参考文献和实例见 Reed、Saric 和 Arnal (1996)，Johnson 和 Candler (1999、2005)，Arnal 和 Casalis (2000)，Saric、Reed 和 White (2003)，Crouch、Crouch 和 Ng (2001)，Chang (2003、2004)



以及 Chang 和 Choudhari (2005)。

6. 结　　论

这一简要的讨论证明了由层流向湍流的转捩是一种复杂的现象，受多种因素影响（自由流扰动、壁面产生的扰动等），可能会超出我们的控制范围，因此，层流飞行器的设计人员需要处理不确定性问题，并且需要区分不同的流动转捩机理。

致　　谢

作者感谢 I. Gursul、E. Reshotko、W. S. Saric 和 E. B. White 对于本章的具有帮助性的建议。这项工作由美国空军科学研究办公室赞助，款项为 FA9550-08-1-0322。这里的观点和结论只是作者个人观点，不代表美国政府空军科学研究办公室的官方认可。

参考文献

Arnal, D. and Casalis, G. (2000) Laminar-turbulent transition prediction in three-dimensional flows. *Prog. Aero. Sci.*, 36, 173-191.

Ashpis, D. and Reshotko, E. (1990) The vibrating ribbon problem revisited. *J. Fluid Mech.*, 213, 531-547.

Bake, S., Fernholz, H. H. and Kachanov, Y. S. (2000) Resemblance of K-and N-regimes of boundary-layer transition at late stages. *Eur. J. Mech. B. Fluids*, 19 (1), 1-22.

Batchelor, G. K. (1967) *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.

Berlin, S., Lundbladh, A. and Henningson, D. S. (1994) Spatial simulations of oblique transition. *Phys. Fluids*, 6 (6), 1949-1951.

Bertolotti, F. P. (1991) *Linear and nonlinear stability of boundary layers with streamwise varying properties*. Ph. D. Thesis, Ohio State University, Columbus, OH.

Bodonyi, R. J. and Smith, F. T. (1981) The upper branch stability of the Blasius boundary layer, including non-parallel flow effects. *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 375 (1760), 65-92.

Bouthier, M. (1972) Stabilit'e lineair'e des 'ecoulements Presque parall'eles. *J. de Mecanique*, 11 (4), 599-621.

Chang, C. L. (2003) The Langley stability and transition analysis code (LASTRAC): LST, linear & nonlinear PSE for 2-D, axisymmetric, and infinite sweptwing boundary layers. *AIAA Paper* 2003-974.

Chang, C. L. (2004) LASTRAC. 3d: transition prediction in 3D boundary layers. *AIAA Paper* 2004-2542.

Chang, C. L. and Choudhari, M. (2005) Boundary-layer receptivity and integrated transition prediction. *AIAA Paper* 2005-0526.

Choudhari, M. (1998) Receptivity, in *The Handbook of Fluid Dynamics* (ed. R. W. Johnson), CRC Press, New York, Section 13. 3, 13-25-13-40.

Criminale, W. O., Jackson, T. L. and Joslin, R. D. (2003) *Theory and Computation in Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press.

Crouch, J. D., Crouch, I. W. M. and Ng, L. L. (2001) Estimating the laminar/turbulent transition location in three-dimensional boundary layers for CFD applications. *AIAA Paper* 2001-2989.

Downs, R. S. Ⅲ, Whit, E. B. and Denissen, N. A. (2008) Transient growth and transition induced by random distributed roughness. *AIAA J.*, 46 (2), 451-462.

Drazin, P. G. and Reid, W. H. (1981) *Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press.

Eagles, P. M. (1969) Composite series in the Orr-Sommerfeld problem. *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 22 (2), 129-182.

Ergin, F. G. and White, E. B. (2006) Unsteady and transitional flows behind roughness elements. *AIAA J.*, 44 (11), 2504-2514.

Fasel, H., Thumm, A. and Bestek, H. (1993) Direct numerical simulation of transition in supersonic boundary layer: oblique breakdown, in *Transitional and Turbulent Compressible Flows* (eds L. D. Kral and T. A. Zang), FED, ASME No. 151, pp. 77-92.

Fedorov, A. V. (2003) Receptivity of a high-speed boundary layer to acoustic disturbances. *J. Fluid Mech.*, 491, 101-129.

Floryan, J. M. (1991) On the Görtler instability of boundary layers. *Prog. Aerospace Sci.* 28, 235-271.

Fransson, J. H. M., Brandt, L., Talamelli, A. and Cossu, C. (2004) Experimental and theoretical investigation of the non-modal growth of steady streaks in a flat plate boundary layer. *Phys. Fluids*, 16 (10), 3627-3638.

Gaster, M. (1974) On the effects of boundary layer growth on flow stability. *J. Fluid Mech.*, 66 (3), 465-480.

Graebel, W. P. (1966) On determination of the characteristic equations for the stability of parallel flows. *J. Fluid Mech.*, 24 (3), 497-508.

Gustavsson, L. H. (1979) Initial-value problem for boundary layer flows. *Phys. Fluids*, 22 (9), 1602-1605.

Han, G., Tumin, A. and Wygnanski, I. (2000) Laminar-turbulent transition in Poiseuille pipe flow subjected to periodic perturbation emanating from the wall. Part 2. Late stage of transition. *J. Fluid Mech.*, 419, 1-27.

Herbert, T. (1997) Parabolized stability equations. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 29, 245-283.

Herbert, T. and Bertolotti, F. B. (1987) Stability analysis of nonparallel boundary layers. *Bull. Am. Phys. Soc.*, 32, 2079.

Johnson, H. B. and Candler, G. V. (1999) PSE analysis of reacting hypersonic boundary layer transition. *AIAA Paper* 1999-3793.

Johnson, H. B. and Candler, G. V. (2005) Hypersonic boundary layer stability analysis using PSE-Chem. *AIAA Paper* 2005-5023.

Kachanov, Y. S. (1994) Physical mechanisms of laminar-boundarylayer transition. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 26, 411-482.

Kachanov, Y. S., Kozlov, V. V. and Levchenko, V. Y. (1977) Nonlinear development of a wave in a boundary layer. *Fluid Dyn.*, 12 (3), 383-390.

Klebanoff, P. S., Tidstrom, K. D. and Sargent, L. M. (1962) The three dimensional nature of boundary-layer transition. *J. Fluid Mech.*, 12 (1), 1-41.

Morkovin, M. V. (1969) Critical evaluation of transition from laminar to turbulent shear layers with emphasis on hypersonic traveling bodies. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson AFB, OH, USA, *AFRL Report AFF DL-TR-68-149*.

Obremski, H. J., Morkovin, M. V. and Landahl, M. (1969) A portfolio of stability characteristics of incompressible boundary layers. *AGARDograph No. 134*, NATO, Paris.

Padhaye, A. R. and Nayfeh, A. H. (1979) Nonparallel stability of three-dimensional flows. *AIAA Paper* 79-1281.

Panton, R. L. (2005) *Incompressible Flow*, 3rd edn, John Wiley & Sons, Ltd.

Reed, H. L., Saric, W. S. and Arnal, D. (1996) Linear stability theory applied to boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 28, 289-428.

Reed, H. L. and Saric, W. S. (1989) Stability of three dimensional boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 21, 235-284.

Reshotko, E. (1976) Boundary-layer stability and transition. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 8, 311-349.

Reshotko, E. (2001) Transient growth: a factor in bypass transition. *Phys. Fluids*, 13 (5), 1067-1015.

Reshotko, E. and Tumin, A. (2004) Role of transient growth in roughness-induced transition. *AIAA J.*, 42 (4), 766-770.

Reshotko, E. and Tumin, A. (2006) Application of transient growth theory to bypass transition, in *One Hundred Years of Boundary Layer Research* (eds G. E. A. Meier, K. R. Sreenivasan and H. J. Heinemann), Springer, pp. 83-93.

Reynolds, O. (1883) An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philos. Trans. Roy. Soc London A*, 174, 935-982.

Salwen, H. and Grosch, C. E. (1981) The continuous spectrum of the Orr-Sommerfeld equation. Part 2. Eigenfunction expansion. *J. Fluid Mech.*, 104, 445-465.

Saric, W. S. (1994a) Göortler vortices. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 26, 379-409.

Saric, W. S. (1994b) Low-speed boundary-layer transition experiments, in *Transition: Experiments, Theory and Computations* (eds T. C. Corke, M. Y. Erlebacher and M. Y. Hussaini), Oxford University Press, pp. 1-114.

Saric, W. S. (2007) Boundary-layer stability and transition, in *Handbook of Experimental Fluid Mechanics* (eds C. Tropea, A. Yarin and J. F. Foss), Springer-Verlag, pp. 886-896.

Saric, W. S. and Nayfeh, A. H. (1975) Nonparallel stability of boundary-layer flow. *Phys. Fluids*, 18 (8), 945-950.

Saric, W. S. and Nayfeh, A. H. (1977) Nonparallel stability of boundary layers with pressure gradients and suction. *AGARD-CP-224*.

Saric, W. S., Reed, H. L. and Kerschen, E. J. (2002) Boundary-layer receptivity to free-stream disturbances. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 34, 291-319.

Saric, W. S., Reed, H. L. and White, E. B. (2003) Stability and transition of three-dimensional boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 35, 413-440.

Schlichting, H. and Gersten, K. (2000) *Boundary Layer Theory*, 8th edn, Springer.

Schmid, P. J. and Henningson, D. S. (2001) *Stability and Transition in Shear Flows*, Springer.

Schubauer, G. B. and Skramstad, H. K. (1943) Laminar boundary layer oscillations and transition on a flat plate. *NACA-TR No.* 909.

Smith, A. M. O. (1959) Transition, pressure gradient and stability theory. *J. Aerospace Sci.* 26, 229-245.

Smith, F. T. (1979) On the non-parallel flow stability of the Blasius boundary layer. *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 366 (1724), 91-109.

Smith, F. T. and Bodonyi, R. J. (1980) On the stability of the developing flow in a channel ir circular pipe. *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 33 (3), 293-320.

Squire, H. B. (1933) On the stability for three-dimensional disturbances of viscous fluid flow between parallel walls. *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 142 (847), 621-628.

Tumin, A. (2006) Receptivity of compressible boundary layers to three-dimensional wall perturbations. *AIAA Paper*



2006 - 1110.

Tumin, A. (2007) Three-dimensional spatial normal modes in compressible boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 586, 295 - 322.

Van Ingen, J. L. (1956) A suggested semi-empirical method for the calculation of boundary layer transition region. *Report UTH-74*, Univ of Technol., Dept. of Aero. Eng., Delft, Netherlands.

White, E. B. (2002) Transient growth of stationary disturbances in a flat plate boundary layer. *Phys. Fluids*, 14 (12), 4429 - 4439.

White, E. B., Rice, J. M. and Ergin, F. G. (2005) Receptivity of stationary transient disturbances to surface roughness. *Phys. Fluids*, 17 (6), 064109.

Zhigulev, V. N. and Tumin, A. M. (1987) *Origin of Turbulence*. Nauka, Novosibirsk (in Russian) [NASA TT-20340, October 1988 (translated)].

Zhuk, V. I. and Ryzhov, O. S. (1983) On asymptotic solution of the Orr-Sommerfeld equation for unstable perturbations at high Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 268 (6), 1328 - 1332 (in Russian).

Zuccher, S., Tumin, A. and Reshotko, E. (2006) Parabolic approach to optimal perturbations in compressible boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 556, 189 - 216.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 10 章

湍流边界层

Jonathan F. Morrison

帝国理工学院航空系，南肯辛顿区，伦敦，英国

1 引　　言

认识并预测湍流边界层的主要挑战在于，任意雷诺数下，固壁附近都会存在由于黏性引起的小规模运动。它并不像分离流的阻力系数那样单纯地随雷诺数的增大而持续减小。动力学相似性的应用，对雷诺数的范围以及有效区间的认识都非常重要。除了一些在高雷诺数下工作的设备（$Re \geqslant 10^7$，Zagarola 和 Smits，1998），多数仿真与实验室测量都是在低于工程实践的雷诺数（$Re \leqslant 10^4$）下进行的，外推法成为工程设计中的必要部分。为了使用外推法，雷诺数相似是先决条件。因此，对其局限性的认识是至关重要的。

边界层由两个长度尺度和一个速度尺度控制，这使得它成为既令人关注又具有挑战性的剪切层，两个长度尺度的比为雷诺数，即 $Re = \delta u_\tau / \upsilon$。这里我们取外部长度尺度 δ 作为边界层厚度，内部长度尺度为 υ / u_τ，其中 υ 是运动黏性系数，$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ 是壁面摩擦速度，τ_w 和 ρ 分别为壁面剪应力和密度。近似地，τ_w 可以被同时认为是内外速度尺度。描述表面粗糙的影响或自由湍流需要更深一层的长度尺度。在自由湍流中，还需要额外的速度尺度。相反，在足够远的下游，自由剪切层的行为由一个速度尺度和一个长度尺度控制。

许多实际问题中讨论的边界层都比雷诺数相似所描述的边界层复杂。例如表面状况突变、大曲率表面或翼身连接处与翼后缘的剪切层交互等。通常，这些复杂的边界条件会引起“复杂流动”（Bradshaw，1971、1973a、1973b、1975），其中，这些附加边界条件的影响并不直接地用标准计算方法来预测。另一方面，这些符合普朗特近似的边界层更容易用雷诺平均纳维尔-斯托克斯方程（RANS）求解器或大涡模拟（LES）程序来预测，不再额外建模。因此，这种类型概述的出发点是在湍流边界层的背景下自相似性的定义。平均速度剖面不符合自相似性描述的部分，由经验表达式描述为科尔斯（Coles）轮廓。

自相似局限性在涉及雷诺应力的情况下尤为重要。与平均速度相比，建立在一段时间内的雷诺应力与内部和外部变量无关。尤为重要的是由不可渗透性造成的壁面平行流动分量（u，w）和壁面垂直流动分量（v）共同影响着旋涡的尺寸以及与壁面之间的距离，同时与壁面平行流动的分量不断增加而垂直流动分量不断减小。因此，分量 u 和 w 的统计学行为与分量 v 的不同。Townsend 给出了 u 和 w 分量不能由壁面变量度量的原因，是由于受到不活跃运动（Bradshaw，1967b；Morrison、Subramanian 和 Bradshaw，1992）的影响，大涡运动诱导了近壁运动中的“曲径或涡流”。不活跃运动被主要限制在（x，z）平面，与外部参数相比，其为一阶量级。它对近壁运动中的活跃成分正应力 $\rho \overline{v^2}$ 和剪应力 $-\rho \overline{uv}$ 没有影响，这表明两种模式并不相互影响，活跃的模式受到“无旋自由流”（Bradshaw，1967b）的调节，是大型涡和无旋压力脉动产生的结果。最近，人们不断认识到内外区域间相互作用的重要性，因此不活跃运动可以被视为外部流动对近壁流动影响的一阶线性叠加。

对于离壁面足够远的湍流，著名的 Kolmogovov



理论包含雷诺数相似。然而，大尺度流动是否也表现出雷诺数相似越来越受到关注。对于文中所述的近壁湍流，人们更加感兴趣于这些想法 LES 的次网格模型和边界条件。LES 中只解决了大尺度问题，因此在小涡流的近壁区域，不仅需要根据已有数据建立能量消耗模型，还需要提供远离表面的边界条件来进行模拟。关于这一点，结构自相似性已被证明是一种很有前途的方法（Chung 和 Pullin，2009；Piomelli，2008）：这些技术通常基于 Townsend 的“附壁涡流”模型（Perry、Henbest 和 Chong，1986；Perry 和 Marusic，1995；Nickels，2007）。然而，任意点的湍流包含一系列尺度，所以简单的相似只存在于严格的限制条件之下，壁湍流各向异性使得情况更加复杂。

2　基本考量

在层流边界层的例子中，尺度的选择很明确：δ 和自由流速度 U_e。虽然长度尺度不依赖于参照系，但速度尺度并非这样。要注意到 N-S 方程是动量通量守恒的表述，因此，与牛顿第二定律一致，加速度差或速度差描述了动力学行为，它们是坐标常量。当考虑湍流边界层尺度时，平均运动以及湍流需要不同的速度尺度。因为湍流通常被看作雷诺时均的湍流脉动的分解。

2.1　雷诺分解

考虑定常湍流，流动变量取“雷诺平均”（时间平均），由此可以定义时均周期 T 内的平均量，时均周期比运动时间大得多：

$$U_i = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}_i \, \mathrm{d}t \tag{1}$$

这里速度被写为平均速度 U_i 和脉动量 u_i 的和，$\hat{U}_i = U_i + u_i$。压力写为 $\hat{p} = p + p'$。注意到，由定义可知，$\int_0^T u_i \, \mathrm{d}t = 0$。将此分解代入二维 x 方向的 N-S 方程，并且注意到虽然平均算子和微分算子互换，但脉动量的平均仍会产生非零均值，由此动量方程变为

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + u\overline{\frac{\partial U}{\partial x}} + v\overline{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 U \tag{2}$$

在方程（2）的左侧添加速度脉动的二维连续性方程 $\overline{u\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)}=0$，并将湍流项写在右端，上式变为

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{uv})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{u^2})}{\partial x} + \nu\nabla^2 U \tag{3}$$

现在这一点很清楚，雷诺分解和非线性对流项取平均使脉动流速产生非零项。$\rho\overline{u^2}$ 和 $\rho\overline{uv}$ 是“雷诺应力”中的两项，完整的雷诺应力张量为 $\rho\overline{u_iu_j}$，共有 9 个分量，由于对称性化为 6 个独立分量。对于（x，y）平面的二维流动，$\overline{uw}=\overline{vw}=0$，所以只有 4 个应力分量，2 个动量方程中的任何一个都有 2 个应力梯度。要注意的是，这些是表观应力，更精确地说是“动量通量”，因为流体在运动时产生剪应力而非在静止时承受剪应力。同样，虽然 N-S 方程形成了封闭集（连同连续性方程），但雷诺时均方程都没有对于雷诺应力的本构方程。应力张量的每一个组成部分都可以写出相应的输运方程。不幸的是，由于 N-S 方程的非线性特征，这些方程含有高阶项，这样“封闭问题”只能通过经验模型来实现。湍流模型简单地说是用涡流黏性表示雷诺应力与平均流场的关系。涡流黏性 ν_t 可以被定义为

$$-\overline{u_iu_j} = \nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}k \tag{4}$$

这里湍动能 $k=\frac{1}{2}\overline{u_i^2}$，$\nu_t$（单位同长度乘速度单位）可以用代数方法定义或利用对于长度尺度和速度尺度典型的输运方程定义。关于湍流模型的文献非常多，相关的简介可参见文献（Bradshaw、Cebeci 和 Whitelaw，1981；Wilcox，1993）。

2.2　湍流边界层的尺度

平均运动的对流时间尺度可以记为 x/U_e，其中 x 是沿气流方向的距离。湍流壁面层扩散时间尺度和边界层增长速率可以记为 δ/u_τ。这里 u_τ 是与壁面平均速度梯度直接相关湍流运动的速度尺度，是不随结构变化的速度差。壁面定律和速度亏损定律表明，使用 U_e 作为结构不变参数是不谨慎的选择，因为占支配地位的动力学效应出现在壁面位置，并随雷诺数变化，并且 $U=0$ 的点没有任何动力学意义。

在没有其他任何时间尺度时，湍流边界层的尺

度表示为 $u_\tau/U_e \sim \delta/x$。此外，大涡“寿命”可以通过湍动能与其产生速率之比 $\frac{1}{2}\overline{u_i^2}/\left(-\overline{uv}\frac{\partial U}{\partial y}\right)$ 来估算。取 $-\overline{uv}\approx\overline{u_i^2}/6$ 以及 $\frac{\partial U}{\partial y}\approx 0.3U_e/\delta$，大涡寿命近似为 $10\delta/U_e$。这点对于理解边界层对边界条件突变的响应是非常重要的。虽然平均应变率会立刻对变化做出响应，但湍流对此反应相对滞后，这就是“历史”效应。

2.3　普朗特边界层近似

尽管普朗特的“边界层近似”（Prandtl，1904）适用于层流和湍流边界层，但其还是可以作为层流和湍流边界层比较的基础，它假设：

（1）$\delta \ll x$ 即 $\frac{d\delta}{dx}\ll 1$，这里“$\ll$”表示 $O(0.01)$。

（2）$\frac{\partial p}{\partial y}\approx 0$。实际上，这极大地简化了计算程序，自由来流压力可以直接通过伯努利方程计算得到。

（3）尽管 $\overline{u^2}\approx\overline{v^2}\approx\overline{w^2}\approx\overline{uv}$，但相对于 $\frac{\partial}{\partial y}(\overline{uv})$，$\frac{\partial}{\partial x}(\overline{u^2})$ 可忽略不计。

采用这些假设，层流和湍流边界层方程分别表示为

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}+\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \tag{5}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}-\frac{\partial(\overline{uv})}{\partial y}+\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \tag{6}$$

通过比较式（3）和式（6），容易看出两方程相似，并且式（6）右端的湍流动量通量代表层流和湍流边界层的主要差异。

2.4　自相似性

通过形如 $\eta=y/\sqrt{\nu t}$ 的替换，非定常黏性流动方程（传热方程）退化为常微分方程。对于对流问题 $t\sim x/U_e$，在层流边界层流动中 $\eta=y/\delta=y\sqrt{\frac{U_e}{\nu x}}$。这样平均速度剖面可以写为

$$\frac{U}{U_e}=G(x,\ y)=F(\eta) \tag{7}$$

式（5）退化为常微分方程，据此可以得到零压梯度的布拉休斯解和对于有形如 $U_e\propto x^m$ 的指定压力梯度的 Falkner-Skan 解，其中 m 是常数。这些都是精确解。同时由式（7）可以看出，在适当的把量纲化为 1 后，速度剖面可以与 x 无关。

对于壁湍流，普朗特（1933）最早提出近壁速度剖面取决于壁面剪应力、黏性、密度和壁面距离。用函数表示为

$$U^+=f_i[y^+] \tag{8}$$

这里，上标“+”表示壁面变量的量纲为 1。式（8）在近壁区域成立，因此被称为“壁面律”。同样地，雷诺剪应力 $-\rho\overline{uv}$ 在近壁有如下变化：

$$\frac{\overline{uv}}{u_\tau^2}=g_i[y^+] \tag{9}$$

这里当 $y\to\infty$ 时，$\overline{uv}^+\to\infty$。在 von Kármán（1930）之后，Rotta（1962）对于外层提出：

$$\frac{U_e-U}{u_\tau}=f_o[\eta,\ \omega,\ \beta] \tag{10}$$

$$-\frac{\overline{uv}}{u_\tau^2}=g_o[\eta,\ \omega,\ \beta] \tag{11}$$

式中，$\eta=y/\delta$，$\omega=u_\tau/U_e$，$\beta=\delta^*/\tau_w(dp/dx)$。$\omega$ 表示与雷诺数相关并且引入了压力梯度参数。令式（10）和式（11）满足顺气流方向的动量方程（忽略正应力梯度和黏性项），Clauser（1954、1956）指出了平均速度剖面与 x 坐标无关的条件：

$$\omega=常数 \tag{12}$$

$$\beta=常数 \tag{13}$$

$$\frac{d\Delta}{dx}=常数 \tag{14}$$

这里 Clauser 长度尺度 $\Delta=U_e\delta^*/u_\tau$。当来流速度分布形如 $U_e\sim x^m$ 或 $U_e\sim e^x$ 时，满足 β 为常数。对于 β=常数，但 $\omega\neq$常数的情况，式（10）写为

$$\frac{U_e-U}{u_\tau}=f_o'\left[\frac{y}{\Delta}\right] \tag{15}$$

Fernholz 和 Finley（1996）指出，式（15）能适应宽范围的雷诺数数据处理，边界层处于“平衡状态”或“自我保护状态”。

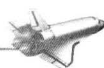
另外，Clauser（1954，1956）定义了自我保护状态边界层：

$$\int_0^1(U_e^+-U^+)d\eta=\frac{U_e\delta^*}{u_\tau\delta}=\frac{\Delta}{\delta}=常数 \tag{16}$$

这种情况下，除去了由 u_τ/U_e 表示的雷诺数相关性，式（16）通常写为

$$U_e^+-U^+=f_o'\left[\frac{y}{\delta}\right] \tag{17}$$

精确的自我保护性要求 u_τ、δ、ν=常数以及专门的



边界条件。注意，使用 u_τ 时，式（15）和式（17）都是结构无关的。

Millikan（1938）提出，在满足 $1 \ll y^+ \ll \delta^+$ 的区域，存在同时满足式（8）和式（17）的“重叠”区域。如果这样，重叠区域中的运动与内外长度尺度均无关。通过结合速度梯度式（8）和式（17），Millikan 指出，重叠区域的平均速度按对数变化。在内部坐标系为

$$U^+ = \frac{1}{\kappa}\ln y^+ + B \tag{18}$$

图 1 展示了建立在内部坐标系的对数律的主要特征。在外部坐标系，有

$$U_e^+ - U^+ = -\frac{1}{\kappa}\ln\eta + B' \tag{19}$$

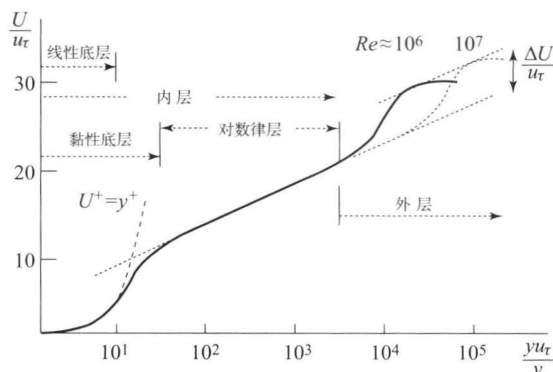


图 1　对数坐标系中的平均速度剖面

要注意的是，拥有一个自变量 y 以及速度尺度的对数律模型都是自相似的，根据分析，von Kármán 常数 κ 是通用的。正如自相似性所蕴含的，常数可以自由选择。式（18）中的黏性长度尺度被选为占支配地位的长度尺度，所以附加常数 B 以及任意雷诺数相关的影响都被排除。当然，对于完全粗糙的表面，粗糙度 $k \gg \nu/u_\tau$，重叠区域可以应用相同的条件。利用内部变量，对数律可以被写为

$$U^+ = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{y}{k} + B^* \tag{20}$$

假设单一的长度尺度（粗糙度）k 足够用来表示粗糙效应。

科尔斯的“壁面律”（Coles，1962）及“尾迹律”（Coles，1956）可以被写为（Coles，1957）

$$\frac{U(x,y)}{u_\tau(x)} = f\left[\frac{yu_\tau(x)}{\nu}\right] + \frac{\Pi(x)}{\kappa}w\left[\frac{y}{\delta(x)}\right] \tag{21}$$

这里 $w(\eta)=1-\cos\pi\eta$，外层尾迹方程 Π 根据经验得到。Π 为常数，定义了一种平衡边界层：

$$\frac{U_e - U}{u_\tau} = f[\eta, \Pi] \tag{22}$$

且

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{yu_\tau}{\nu} + B + \frac{\Pi}{\kappa}w(\eta) \tag{23}$$

式（23）是在 $\Delta U/u_\tau \approx 2\Pi/\kappa$ 时对于尾迹组成部分的估计，这就是尾迹方程在 $\eta=1$ 时的值与对数律推断的差别，对于 $Re>5\ 000$ 则近似为常量。

2.5　雷诺应力与速度谱

对于“高”雷诺数，当 $y^+ \gg 1$ 和 $y/\delta \ll 1$ 时，重叠区域主要的尺度为 u_τ 和 y。对于更高的情况，将不再出现简单的尺度。特别地，许多测量数据表明，雷诺应力的活性组分并不能调节内变量（Fernhdz 和 Finley，1996），所以恒定应力区域（$-\overline{uv} \approx u_\tau^2$）（5）并不能够保持，只有在雷诺数非常高的极限情况下可能出现。即便那样，一些数据还是反映出 $-\overline{uv^+}>1$。所谓的“不活跃”运动事实上对湍动能的产生有帮助，这个事实解释了壁面调节的失败（至少存在于平行壁面的速度分量中）。最近在高雷诺数下得到的实验室数据（Morrison 等，2004；Zhao 和 Smits，2007）表明，内层的大涡并不是不活跃的，反之，它们有助于能量的产生，这一结论支持了 Hunt 和 Morrison 的提议（2000），他们在对大气地面层的观测中推断出，高雷诺数时，“自上而下”的影响是显著的，而在低雷诺数时“自下而上”的影响更为普遍。Morrison 等（2004）提出，随着雷诺数的增加和壁面距离的减小，内层大规模的贡献增加。Bradshaw 和 Huang（1995）提供了进一步的证据，低雷诺数时，内外相互作用会导致剪应力具有非普适性。模拟数据表明，虽然剪应力的有限行为被认为是 $-\overline{uv^+}/y^{+3}$，但事实上其明显依赖于雷诺数。更有趣的是，对于 y^+ 和 δ^+ 相同的近壁统计，仍要取决于外边界条件。

湍动能的输运方程 $k=\frac{1}{2}\overline{u_i^2}$，满足普朗特边界层方程的形式为

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{2}\overline{u_i^2}\right) = -\overline{uv}\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\overline{p'v}}{\rho} + \frac{1}{2}\overline{u_i^2 v}\right) - \in \tag{24}$$

对式（24）应用壁面调节得到“局部平衡”的近

似，其中能量的产生由耗散率$\in$而平衡。在这种条件下，我们认为向最初状态消散和输运效应的能量可以忽略。像这样，局部平衡近似就是"无相互作用"的情况。如果内外相互作用很重要而局部平衡近似无效，那就意味着对数律同样如此。简单参数（Bradshaw，1967b）表明，对于局部平均速度的20%的不活跃波动，由于"不活跃"而引起平均速度的增加只有2%。此外，在与壁面相邻的区域，外部贡献被限制，不可避免地变得更薄，因此低于可以应用对数律的下限。

描述沿气流（沿翼展）速度分量的"大"尺度（黏性效应可以忽略）可以用内部或外部尺度衡量。外尺度表明 y 并不重要，取 u_τ 作为速度尺度，由量纲分析得

$$\frac{\phi_{11}(k_1)}{\delta u_\tau^2}=\frac{\phi_{11}(k_1\delta)}{u_\tau^2}=g_1(k_1\delta) \tag{25}$$

然而，内尺度认为 δ 与长度尺度无关，在高波数时有

$$\frac{\phi_{11}(k_1)}{y u_\tau^2}=\frac{\phi_{11}(k_1 y)}{u_\tau^2}=g_2(k_1 y) \tag{26}$$

这些尺度可以通过波数 $\delta^{-1}<k_1<y^{-1}$ 时，由频谱的失效程度进行评估，这时式（25）和式（26）同时成立。如果两种尺度都失效，那么根据渐近匹配有

$$\phi_{11}(k_1)=\delta u_\tau^2 g_1(k_1\delta)=y u_\tau^2 g_2(k_1 y) \tag{27}$$

由量纲参数以及 g_1 和 g_2 成正比得

$$\frac{\phi_{11}(k_1\delta)}{u_\tau^2}=\frac{A_1}{k_1\delta}=g_1(k_1\delta) \tag{28}$$

$$\frac{\phi_{11}(k_1 y)}{u_\tau^2}=\frac{A_1}{k_1 y}=g_2(k_1 y) \tag{29}$$

这里 A_1 是普适常量。两个长度尺度的失效暗示了自相似结构，$\phi_{11}(k_1)\propto u_\tau^2 k_1^{-1}$。满足自相似的 k_1^{-1} 的范围难以琢磨。Morrison 等（2002）和 Nickels 等（2007）提出了对比鲜明的观点。要注意的是，这些参数并不适用于壁面垂直分量（Morrison，2007）。

相似参数可能同样被用于波数范围的推导，在此波数范围中会产生惯性副区（Perry、Henbest 和 Chong，1986）。这种情况下，内尺度为柯尔莫戈洛夫（Kolmogorov）长度和速度尺度，分别为 $\eta=(\nu^3/\in)^{1/4}$和 $v_\in=(\nu\in)^{1/4}$。外变量为 u_τ 与 y 或 δ。因此重叠部分满足

$$\frac{\phi_{11}(k_1)}{\eta v_\in^2}=\frac{\phi_{11}(k_1\eta)}{v_\in^2}=g_3(k_1\eta) \tag{30}$$

及式（25）或式（26）。注意到局部平衡近似，$\in=u_\tau^3/\kappa y$（或者对于外层有$\in\propto u_\tau^3/y$），量纲上要求

$$\frac{\phi_{11}(k_1\eta)}{v_\in^2}=\frac{C_1}{(k_1\eta)^{\frac{5}{3}}}=g_3(k_1\eta) \tag{31}$$

和

$$\frac{\phi_{11}(k_1 y)}{u_\tau^2}=\frac{C_1}{\kappa^{\frac{2}{3}}(k_1 y)^{\frac{5}{3}}}=g_2(k_1 y) \tag{32}$$

或

$$\frac{\phi_{11}(k_1\delta)}{u_\tau^2}=\frac{C_1'}{(k_1\delta)^{\frac{5}{3}}}=g_1(k_1\delta) \tag{33}$$

Dunn 和 Morrison（2003）证实了近壁区域的频谱流量具有高度间断性，因此不可能简单地度量。空间中某一点的能量平衡是对于所有波数的集合而言，因此空间输运在每一个波数值构成源或汇，"产生=耗散"将只会是一种近似。Brouwers（2007）最近证明了这一点。此外，Durbin 和 Speziale（1991）的研究表明，如果平均应变率并不是很小，那么即使在高雷诺数下，局部各向同性的假设也不再成立。因此应该记住−5/3 的波数范围并不能表明局部各向同性存在。正因为这些原因，Bradshaw（1967b）提出了"一阶子区域"的充分判据，即能量源和汇是能量输运中很小的一部分，根据经验，只要求泰勒微尺度雷诺数 $Re_\lambda>100$。Lumley（1964）通过放松耗散率为常数的条件，同时保持−5/3 的尺度，正规地阐述了这些影响。这些假设都不够严格，并没有要求在一定波数范围内局部各项同性，在这个波数范围内频谱剪切相关系数随着波数的增大而快速减小（Saddoughi 和 Veeravalli，1994）。

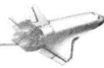
2.6　内外交互作用

正如 N-S 方程所示，内外交互作用在本质上是非线性的。因此需要了解不活跃运动的局限性。交互作用的本质很重要，因为它决定着壁面剪切层的增长速度，并且解释了内流与外流的许多感知差异。它可以写为（Tennekes 和 Lumley，1972）

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\overline{uv})=\overline{v\omega_z}-\overline{w\omega_y}+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\overline{u^2}-\overline{v^2}-\overline{w^2}) \tag{34}$$

根据 Davidson（2004），我们将速度场分解为 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_\mathrm{i}+\boldsymbol{u}_\mathrm{o}$，下标分别表示内部和外部贡献。对涡量场做类似的分解，$\omega=\omega_i+\omega_o$，并注意到 $\omega_o\approx 0$，式（34）变为

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\overline{uv})=[\overline{\boldsymbol{u}_\mathrm{i}\times\omega_\mathrm{i}}]_x+[\overline{\boldsymbol{u}_\mathrm{o}\times\omega_\mathrm{i}}]_x \tag{35}$$



对于完全发展的内流，方程（34）中的最后一项被忽略。在假设尺度充分分离的情况下，方程（35）的最后一项同样可以忽略。注意，除去外部速度的叉积有效地线性化了速度的影响，正是由于这样Townsend（1961）才将其称为“不活跃运动”。因此，$\overline{\boldsymbol{u}^2}^+=\overline{\boldsymbol{u}_{\rm i}^2}^++\overline{\boldsymbol{u}_{\rm o}^2}^+$，这里$\overline{\boldsymbol{u}_{\rm i}^2}^+=F_{\rm i}(y^+)$，外部的影响表现为线性叠加，$\overline{\boldsymbol{u}_{\rm o}^2}^+=F_{\rm o}(R^+)$。注意到$v_{\rm o}\sim u_{\rm o}y/x$，一致近似表明外部贡献对于$\overline{v^2}^+$和$\overline{uv}^+$的影响可以忽略，只有$F_{\rm i}(y^+)$起作用。

在不做任何关于内外交互作用影响的假设，特别是在外部影响不可忽略的情况下，式（35）变为

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\overline{uv})=[\overline{\boldsymbol{u}_{\rm i}\times\boldsymbol{\omega}_{\rm i}}]_x+[\overline{\boldsymbol{u}_{\rm o}\times\boldsymbol{\omega}_{\rm i}}]_x+[\overline{\boldsymbol{u}_{\rm i}\times\boldsymbol{\omega}_{\rm o}}]_x+[\overline{\boldsymbol{u}_{\rm o}\times\boldsymbol{\omega}_{\rm o}}]_x \quad (36)$$

注意，$\boldsymbol{u}_{\rm i}$和$\boldsymbol{u}_{\rm o}$以u_τ度量，$\omega_{\rm i}$以u_τ/y度量，$\omega_{\rm o}$以u_τ/δ度量，很明显，右端的第三项和第四项比其他项小y/R倍。然而，低波数端的涡量场和高波数端的速度场间会有重要的交互作用，说明$[\overline{\boldsymbol{u}_{\rm i}\times\boldsymbol{\omega}_{\rm o}}]_x$不可以被忽略。这说明上述线性分解并不合理，并有

$$\overline{\boldsymbol{u}^2}^+=F(y^+;\ y/\delta)=G(y^+;\ \delta^+) \quad (37)$$

这里，壁面垂直分量中的外部影响要比壁面平行分量小。

3 复杂流动-扭曲边界层

由于附加尺度的影响，不能再无条件地接受简单度量。Bradshaw（1971、1973a、1973b、1975、1990）提出了关于其影响的分类，并提供了经验建模的合理步骤。在某种程度上，对这些附加影响的建模已被RANS模型的发展和LES的应用所取代。然而，“简单的”“薄的”和“相当薄的”关于剪切层的定义提供了一种层级，以判定湍流附加尺度的效应。

3.1 额外应变率

复杂剪切层包含的额外平均应变率e，在任何输运方程的生产项中都有出现，因此，e的影响可以被概括为表1，这里“≪”表示因子为100，“<”表示因子为10。额外应变率的影响同样出现在输运方程的其他项中（尤其是湍流输运项），但不包括破坏项。额外应变率最重要的影响在于，它对湍流的影响是其余项对湍流影响的10倍，因此，除了表面正压力梯度，更简单的湍流还需要对额外应变率的影响作经验修正。图2（Bradshaw，1975）展示了额外应变率的例子，如流线弯曲、流线发散、整体膨胀、系统回转。

表1 额外应变率的影响

		e对湍流结构的影响
简单剪切层	$10e/(\partial U/\partial y)\ll 1$	可忽略不计
薄剪切层	$e/(\partial U/\partial y)\ll 1$	可能会重要［只要$O(e/(\partial U/\partial y))<O{\rm d}\delta/{\rm d}x$］
相当薄的剪切层	$10e/(\partial U/\partial y)<1$	影响较大

［转载自 Bradshaw（1975）© North Holland Publishing Company］

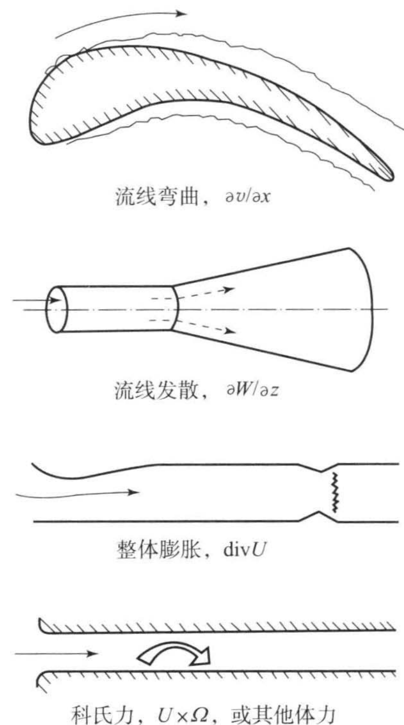


图2 额外应变率

取$\frac{1}{2}\overline{u_i^2}/\epsilon$作为湍流时间尺度，应用局部平衡近似并取$\overline{u_i^2}\approx\overline{uv}$，得$(\partial U/\partial y)^{-1}$（Bradshaw，1990）。因此，定性地讲，额外的长度和速度尺度与附加应变率尺度相同。此外，当剪切层相遇时会产生扭转（Bradshaw，1975，见图3），例如，导管中拐角流的交互作用（“第二类”普朗特二次流），机翼或涡轮叶片下游边界层的相遇。这些交互作用是非线性的，因而出现了对线性叠加技术适用性的讨论。



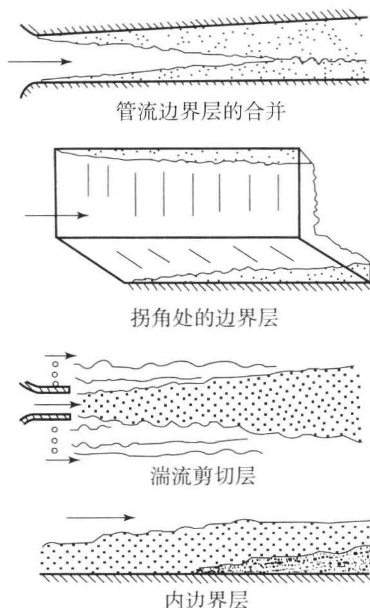


图 3　相互作用的剪切层

4　挑战与展望

高雷诺数不断地对 von Kármán 常数的普适性提出疑问。虽然 Millikan 的观点在一定的边界层中始终成立，即要求在有限的雷诺数下边界层中两个附加尺度重叠，但不能直接评估其他尺度造成的影响，如对管道弯曲、初始条件或上边界条件的本质的影响。新设施的发展至关重要，它能够产生超过 $\delta^+ \approx 50\ 000$ 的边界层。在外部壁面流动的例子中，一个基本问题就是壁面摩擦的测量精度，这个精度与速度场无关。没有测量精度，度量就不会进步。关键问题之一是近壁脉动速度场中大尺度分量的度量，要牢记 2.1 节中关于结构不变形的讨论。

进一步的挑战在于对内外交互作用的理解，这对度量的进步至关重要。这个重要过程的线索在于对线性扰动方程的研究，方程就瞬态增长而言，表现出了湍壁流的重要动力学特性。这个过程会在比非线性雷诺应力相关过程更短的时间尺度内发生。

参考文献

Bradshaw, P. (1967a) Conditions for the existence of an inertial subrange in turbulent flow. *Tech. Rep. 1220*, National Physical Laboratory.

Bradshaw, P. (1967b) 'Inactive' motion and pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 30, 241 - 258.

Bradshaw, P. (1971) Variations on a theme of Prandtl. *AGARDCP 93*, NATO.

Bradshaw, P. (1973a) Complex turbulent flows. *J. Fluids Engng.*, 169, 146 - 154.

Bradshaw, P. (1973b) Effects of streamline curvature on turbulent flow. AGAR Dograph 169, NATO.

Bradshaw, P. (1975) Complex turbulent flows, in *Theoretical and Applied Mechanics* (ed. W. T. Koiter), North-Holland, p. 105.

Bradshaw, P. (1990) Effects of extra rates of strain -review, in *Nearwall Turbulence* (eds S. J. Kline and N. H. Afgan), North-Holland, pp. 106 - 122.

Bradshaw, P., Cebeci, T. and Whitelaw, J. H. (1981) *Engineering Calculation Methods for Turbulent Flow*, Academic Press, London, New York.

Bradshaw, P. and Huang, G. P. (1995) The law of the wall in turbulent flow. *Proc. R. Soc. A*, 451, 165 - 188.

Brouwers, J. H. (2007). Dissipation equals production in the log layer of wall-induced turbulence. *Phys. Fluids*, 19, 101702.

Chung, D. and Pullin, D. I. (2009) Large-eddy simulation and wall modelling of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 631, 121 - 166.

Clauser, F. H. (1954) Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Aeronaut. Sci.*, 21, 91 - 108.

Clauser, F. H. (1956) The turbulent boundary layer. *Adv. Appl. Mech.*, 4, 1 - 51.

Coles, D. E. (1956) Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 1, 191 - 266.

Coles, D. E. (1957) Remarks on the equilibrium turbulent boundary layer. *J. Aero. Sci.*, 24, 495 - 506.

Coles, D. E. (1962) The turbulent boundary layer in a compressible fluid. Appendix A: a manual of experimental boundary-layer practice for low-speed flow. *Tech. Rep.*, *R-403-PR*, *ARC 24473*, Rand Corp.

Davidson, P. A. (2004) *Turbulence. An Introduction for Scientists and Engineers*, Oxford University Press, Oxford, New York.

Dunn, D. C. and Morrison, J. F. (2003) Anisotropy and energy flux in wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 491, 353 - 378.

Durbin, P. A. and Speziale, C. G. (1991) Local anisotropy in strained turbulence at high Reynolds number. *J. Fluids Engng.*, 113, 707 - 709.

Fernholz, H. H. and Finley, P. J. (1996) The incompressible zeropressure-gradient turbulent boundary layer: an assessment of the data. *Prog. Aerospace Sci.*, 32, 245 - 311.

Hunt, J. C. R. and Morrison, J. F. (2000) Eddy structure in turbulent boundary layers. *Eur. J. Mechs.* (*B*) *-Fluids*,



19, 673 - 694.

Lumley, J. L. (1964) The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid. *J. Atmos. Sci.*, 21, 99 - 102.

Millikan, C. M. (1938) *A Critical Discussion of Turbulent Flows in Channels and Circular Tubes*. Proceedings of the 5th International Congress on Applied Mechanics, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 386 - 392.

Morrison, J. F. (2007) The interaction between inner and outer regions of turbulent wall-bounded flow. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 365 (1852), 683 - 698.

Morrison, J. F., Jiang, W., McKeon, B. J. and Smits, A. J. (2002) Reynolds-number dependence of streamwise velocity spectra in turbulent pipe flow. *Phys. Rev. Lett.*, 88 (214501).

Morrison, J. F., McKeon, B. J., Jiang, W. and Smits, A. J. (2004) Scaling of the streamwise velocity component in turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 508, 99 - 131.

Morrison, J. F., Subramanian, C. S. and Bradshaw P. (1992) Bursts and the law of the wall in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 241, 75 - 108.

Nickels, T. B., Marusic, I., Hafez, S., Hutchins, N. and Chong, M. S. (2007) Some predictions of the attached eddy model for a high Reynolds number boundary layer. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 365 (1852), 807 - 822.

Perry, A. E., Henbest, S. M. and Chong, M. S. (1986) A theoretical and experimental study of wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 165, 163 - 199.

Perry, A. E. and Marusic, I. (1995) A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 1. Extension of the attached eddy hypothesis. *J. Fluid Mech.*, 298, 361 - 388.

Piomelli, U. (2008) Wall-layer models for large-eddy simulation. *Prog. Aero. Sci.*, 44, 437 - 446.

Prandtl, L. (1904) *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*. Proceedings of the Third International Math. Congress, Heidelberg. [English transl. NACA TM 452 (1928)].

Prandtl, L. (1933) Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. *Z. Ver. Deutsche Ing.* 77 [English transl. NACA TM 720].

Rotta, J. C. (1962) Turbulent boundary layers in incompressible flow. *Prog. Aeronaut. Sci.*, 2, 1 - 220.

Saddoughi, S. G. and Veeravalli, S. V. (1994) Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 268, 333 - 372.

Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972) *A First Course in Turbulence*. MIT Press, Cambridge, MA.

Townsend, A. A. (1961) Equilibrium layers and wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 11, 97 - 120.

Townsend, A. A. (1976) *The Structure of Turbulent Shear Flow* (2nd edn), Cambridge University Press.

von Kármán, T. (1930) Mechanische aehnlichkeit und turbulenz. *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Kl.* pp. 58 - 68. [English transl. NACA TM 611]

Wilcox, D. C. (1993) *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc.

Zagarola, M. V. and Smits, A. J. (1998) Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 373, 33 - 79.

Zhao, R. and Smits, A. J. (2007) Scaling of the wall-normal turbulence component in high-Reynolds-number pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 576, 457 - 473.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 11 章

非定常空气动力学

Max F. Platzer，Kevin D. Jones
海军研究生院机械与航天工程系，蒙特利，加利福尼亚，美国

1 引　　言

由于动态不稳定性、气动弹性（颤振）不稳定性以及过度的阵风响应载荷，理解并掌握非定常空气动力学的知识成为飞行器设计和操作的先决条件。然而，即便是定常流动中机翼升力的产生也要用非定常流动的概念来解释。类似地，通过襟翼产生的推力也是非定常流动现象。因此，本章首先探讨涡旋脱落和波的传播两种非定常流动物理现象，以及升力、推力、颤振和动态失速的重要性。接下来介绍度量流动不稳定性的斯特劳哈尔数，展示了描述三维非定常可压缩黏性流动的基本方程及其对不可压缩流动或无黏流动的简化。最后，概述分析非定常流动现象的计算方法。

2 涡旋脱落引起的非定常流动

考虑绕过静止圆柱的流动（由左向右），上游较远处，流动均匀且定常。然而，图 1 中展示的流动，揭示了涡街的形成，Theodore 和 von Kármán（1911，1912）首先对这一现象做出了先驱性的分析，因而被称为卡门涡街。在圆柱的顺风侧出现上下两列连续脱落的涡旋，所以，涡街内部或附近的速度围绕一个平均值波动，也就是说，尽管圆柱被置于定常流动中，但流动已经变为非定常。

对流动状态的更精细的研究表明，如果来流的速度足够小，那么流动确实为定常的。如图 2 所示，正如标准空气动力学所述，如果流速、密度和圆柱直径的乘积除以流体黏度保持为常数，将会得到相似的流动现象。这就是雷诺数，它表征了流动的基本特性，为了纪念第一个认识到其重要性的奥斯本 · 雷诺，故以他的名字命名。随着雷诺数由图 2 中的 9.6 变为图 1 中的 105，流动由定常流动变为非定常流动。

这一现象表明，涡旋的形成与脱落对非定常流动的产生具有重要意义，这也是认识气动效应的关键，如升力和推力的产生、阵风响应及颤振。



图 1　雷诺数为 105 时固定圆柱后方的卡门涡街

［在 Van Dyke 的允许下转载（1982）© The Parabolic Press］



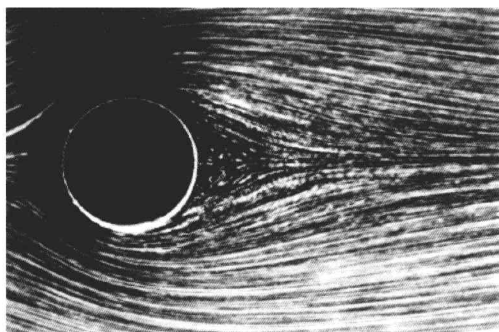


图 2　雷诺数为 9.6 时的圆柱绕流

[在 Van Dyke 的允许下转载（1982）© The Parabolic Press]

3　升力的产生

图 3 为加速启动机翼绕流，涡旋在机翼后缘形成，当机翼飞离该位置以后涡旋仍然存在于流场中。飞机恒速飞行时也会出现类似的现象。如果攻角突然变大，逆时针的涡旋开始在后缘形成并脱落；反之，攻角减小造成顺时针涡旋的脱落。需要注意的是，只要脱体涡在机翼附近，那么机翼及其附近的流场和压力分布就会不断改变。通常机翼需要与涡旋保持 20 倍翼弦的距离，这样涡旋效应对机翼压力分布的影响才能足够小。因此，涡旋脱落现象造成了机翼压力分布对攻角变化的响应的延迟。



图 3　加速启动机翼的启动涡

[转载自 Prandtl 和 Tietjens（1934）]

低速流中机翼升力的产生可以通过观察涡旋的形成和脱落过程来认识。图 4 所示的对称翼型，当其攻角由零变为有限值时，考虑涡旋脱落和压力分布的变化。攻角为零时，机翼上下表面的压力分布相同，因而没有升力产生，如图 4（b）中初始压力分布所示。然而，当攻角突然变为一个较小的正值时，在机翼后缘产生逆时针涡旋，同时以流动速度向下游流动，如图 4（a）所示。因此，机翼上的压力分布不断变化，如图 4（b）所示，直到涡旋运动到远离机翼的下游，同时压力分布不断趋近于最终分布，如图 4（b）所示。Cebeci 等（2005）通过无黏流代码很好地描述了这个过程。对于平板这种特殊情况，Wagner（1925）认为在 15 倍弦长内，升力就可以从平衡状态时的一半增长到最终值的 95%，如图 5 所示。

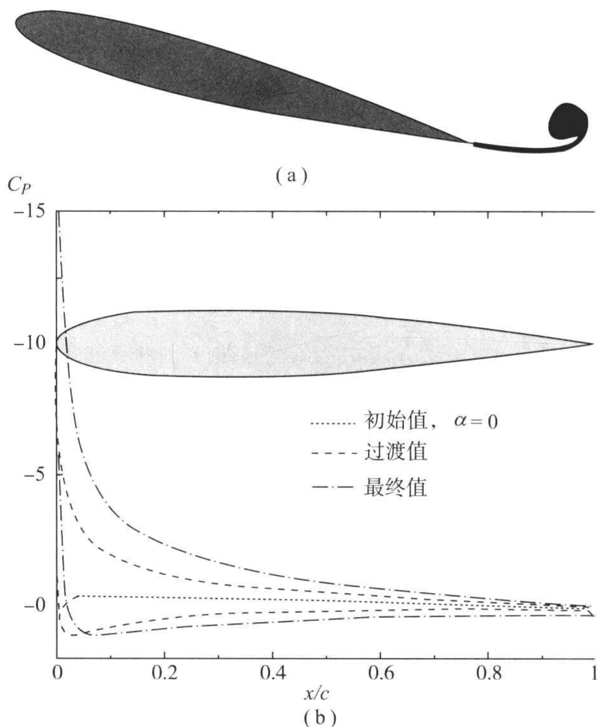


图 4　非定常平板代码模拟攻角的快速变化

(a) 启动涡；(b) 压力分布演化

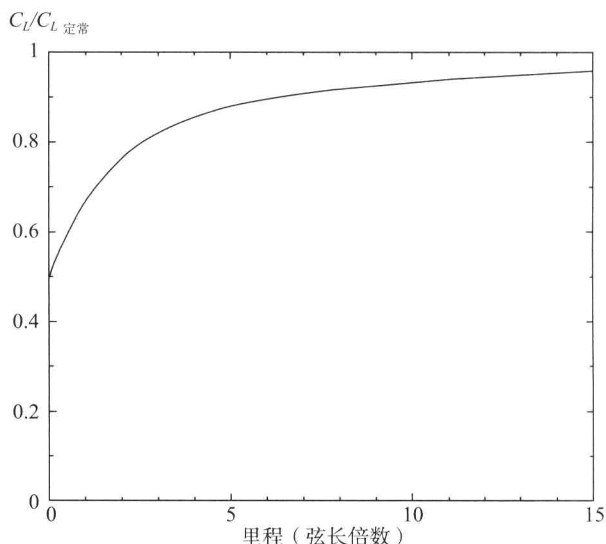


图 5　加速启动薄翼型上的升力

[转自 Wagner（1925）© Wiley-VCH]

4　颤振现象

涡旋脱落还会引起其他现象。考虑如图 6 所示的机翼，它由扭力弹簧支承，因而可以围绕前缘振荡。将此机翼置于低速流中，在一定扭力弹簧刚度和机翼转动惯量的组合下，机翼会出现振荡且振幅不断增加。这种现象被称为颤振，定义为自激振动。机翼上施加一个小的初始扰动后，振幅不会减弱反而增加。机翼后缘涡旋的脱落是产生此效应的原因。这些涡旋会诱导机翼上下表面的压力分布，所以当机翼通过平衡位置时，前缘的气动力矩将会强化振动。关于颤振现象及颤振分析的详细资料可以参阅文献（Bisplinghoff、Ashley 和 Halfman，1955；Jones 和 Platzer，1996）。

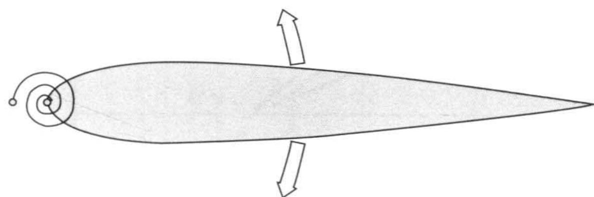


图 6　机翼扭转柔度示意图

5　涡旋脱落引起的推力

涡旋脱落的另一影响是振动翼上升力的产生，如图 7 所示的涡旋脱落。这个例子中，机翼被置于低速流中且被迫上下摆动（垂直于来流方向）。由此产生了类似于图 1 的涡街，但有一差异是上列涡沿逆时针旋转，下列涡沿顺时针旋转，因此此类型的涡街通常被称为反向卡门涡街。更近距离的观察表明，涡旋诱导的流动，其平均时间相当于射流，如图 7 所示。因此，振动翼产生了喷射推进效应，机翼受到推力的作用（Jones、Dohring 和 Platzer，1998；Lai 和 Platzer，1999）。这就是鸟类拍打翅膀使自己前进的机制。再次利用 Cebeci 等（2005）的无黏流代码可以看出，涡街现象能被很好地预测。

6　动态失速现象

如果机翼的迎角突然由小变大，那么在机翼前缘同样会出现涡旋脱落。如图 8 所示，机翼在 5°～25°攻角做大幅振动，机翼上表面前缘形成较强的涡旋，开始分离并向下游传播。在此期间，机翼承受很大的升力，然而当涡旋经过后缘时，这种有序的流动状态被打破，升力快速下降。最终，当迎角重新接近下限时，流动重新附着到机翼上表面。迎角增加时的流动过程和迎角减小时的明显差别很大。因此，动态失速现象产生的升力和俯仰力矩迟滞环如图 8 所示。虽然能在短时间内产生大升力，但是可能导致翼型动态失速的危险。图 8 所示的俯仰力矩尖峰会造成直升机桨叶的结构失效，或者能量将由气流传递给机翼，这种现象被称为失速颤振。对动态失速预测方法的详细讨论可以参见文献（Carr，1998；Ekaterinaris 和 Platzer，1997）。

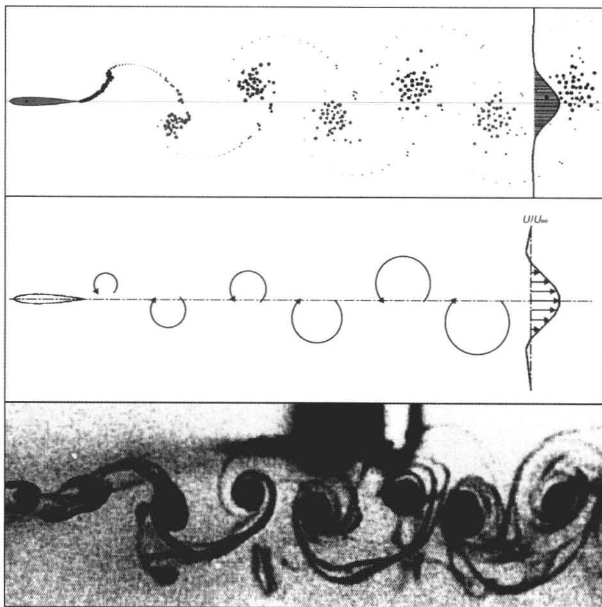


图 7　扑翼后的反向卡门涡街，升力产生的象征

顶部：平板代码解；中部：涡旋位置和旋转方向示意图；底部：水槽照片。［在 Jones、Dohring 和 Platzer 的允许下转载（1998）© AIAA］

7　波的传播引起的非定常流动

之前讨论的涡旋形成和流动分离现象是低速流中主要的非定常流动现象。然而，当流速与流动介质的声速相当时，会出现另一种非常重要的现象，其本质见图 9。图中依次为三种不同流动马赫数下脉动声源（脉动球）产生的声波模型。在亚声速流动中，声波向上游传播，然而在跨声速流中上游的扩散波更靠近声源，超声速流中波动存在



(a)超越静态失速角
(b)表面第一次出现流动逆转
(c)边界层中出现大涡
(d)倒流沿翼弦方向传播
(e)前缘产生涡旋
(f)升力斜率增加
(g)发生瞬间失速
(h)升力失速出现
(i)最大负力矩
(j)完全失速
(k)边界层从前到后重新附着
(l)重新回到非失速值

法向力系数C_N
迎角α/(°)
俯仰力矩系数C_M
迎角α/(°)

图8 俯仰机翼动态失速的迟滞现象

[在Carr的允许下转载(1988) © AIAA]

于向下游的圆锥中(称为马赫锥)。现在考虑一个绕中翼弦做小幅俯仰振荡的机翼，机翼表面的每一点都是声波的源头，产生的声波以有限速度沿机翼传播。所有的声波都会在机翼表面产生与机翼运动不同相的压力分布。波的传播引起的相位滞后加强而非抑制了机翼的运动。这是对飞行器部件(机翼、尾部、操纵面)或整个飞行器的自激振动(颤振)第二重要的原理。对这些影响的分析是跨声速



和超声速飞行器避免动态或气动弹性不稳定的需求。如图10所示的高亚声速、跨声速或超声速绕翼型流动，如果机翼开始小幅振荡（由于颤振），那么机翼上的每一点开始发出如图9所示的波。容易看出，这个非定常流动情形与涡旋脱落造成的低速流情形完全不同。经验表明，在跨声速和超声速飞行时，颤振和动态不稳定性的敏感程度都极大地增加了。

概括起来，涡旋和声波是造成非定常流动现象最重要和最普遍的因素。在低速流中，一方面，声音传播效应影响不大，因为声波相对流动是以非常高的速度进行传播，对于任何变化都会即刻做出调整。另一方面，涡旋的传播与流速有关，这可能会造成很大的相位差。在高速流中，声波的传播效应通常占主导地位。这表明了对于定量分析流动不稳定性的需求。

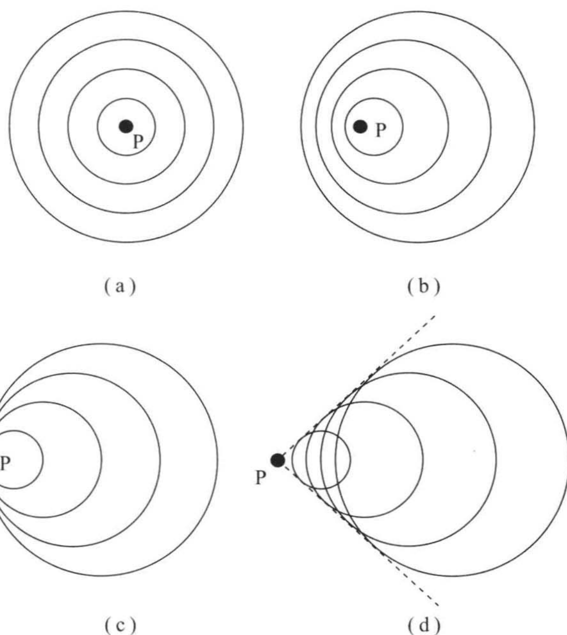


图9 波的传播是马赫数的函数

(a) 静止；(b) 亚声速；(c) 声速；(d) 超声速

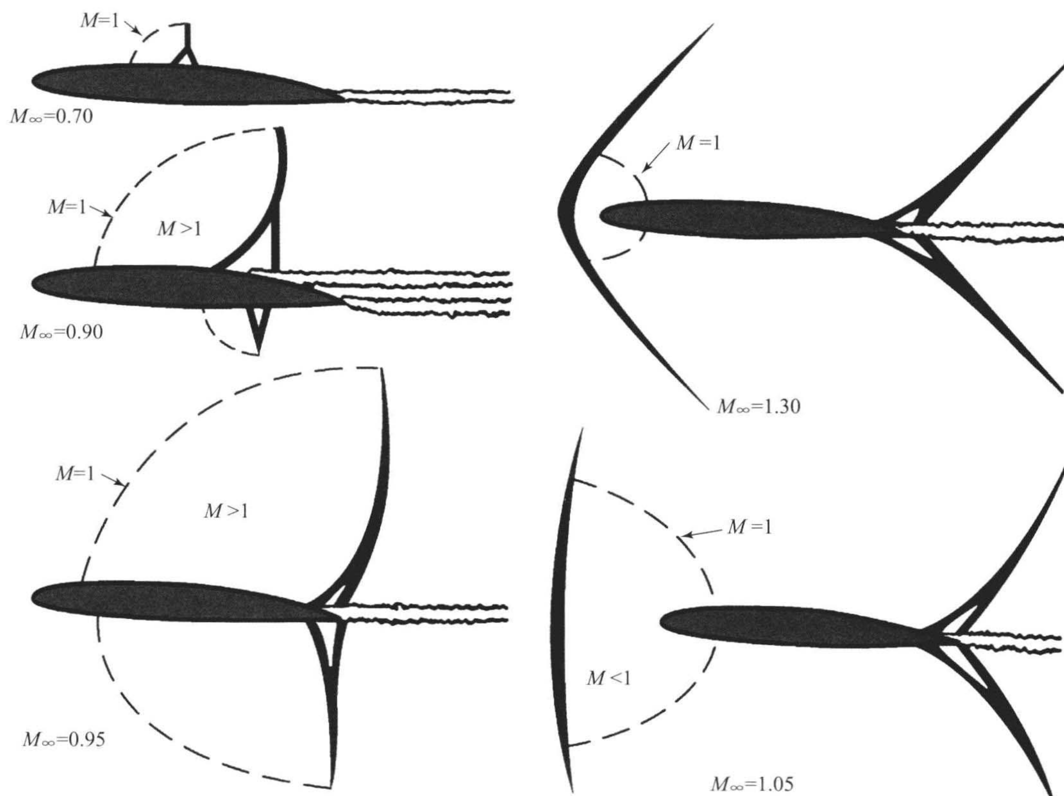
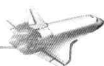


图10 跨声速流动中，围绕机翼的亚声速和超声速区域

[转载自Shapiro（1954）© John Wiley & Sons Ltd.]

8 涡轮机械中的非定常流动

商用飞机以0.8的巡航马赫数飞行，考虑通过其喷气式发动机的流动。喷气发动机中的压缩机和涡轮机由成排的静叶片（定子）和动叶片（转子）组成（Cumpsty，2000）。动叶片经过静叶片时会产生振荡流。此外，因为动叶片转速要与亚声速轴



向直流速度做矢量叠加，通过动叶片通道的流动可以达到超声速。复杂的振荡跨声速流动由此产生，又由于流速从叶根到叶尖是递增的，这使得流动更加复杂，并产生了三维流场。上游的静叶片产生了旋转的尾迹，动叶片会切削这些尾迹。接着，动叶片同样产生影响下游静叶片的旋转尾迹。多段式压缩机和涡轮机是真正的非定常流动机械，之前讨论过的非定常流动现象都会同时出现。

静叶片和动叶片距离非常近，这使得情况更加复杂化。造成了叶片之间严重的干扰效应，可能会对跨声速机械有重要影响。如图 11 所示，如果两个叶片距离很近，其中一个叶片产生的激波会冲击相邻的叶片。通过动叶片通道的超声速流动，如图 11 所示。源于叶片前缘和后缘的激波受到相邻叶片的反射。这些激波反射能够在降低自激颤振方面起到很大作用。我们在讨论图 6 时已知，置于低速流中的弹性支承的机翼，由于机翼后缘的涡旋脱落，会出现单自由度扭转（俯仰）颤振。最初由 Garrick 和 Rubinow（1946）提出，源于超声速流动中调和俯仰机翼的激波和声波，会造成更加危险的颤振现象。需要注意的是，叶片上的每一点都会发出声波。如果激波和声波被相邻的叶片反射，发生颤振的可能性将会大大增加。由于激波和声波的反射，在高亚声速巡航速度下使用喷气发动机，由于激波和声波的反射，压缩机和涡轮机叶片会出现跨声速和超声速颤振现象，与图 11 类似。出现在涡轮机械中的非定常流动现象的计算和实验分析引起了人们极大的兴趣，参见文献（Platzer 和 Carta，1987；Hall、Kielb 和 Thomas，2006）。

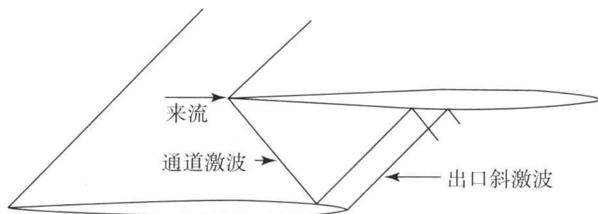


图 11 流经涡轮机械叶片的超声速流动

9 斯特劳哈尔数：流动不稳定性的度量

考虑图 7 所示的由振动翼脱落的涡街。机翼振动频率为 f，在一个振动周期内，从机翼上脱落的涡旋以流速 U 向下游运动，因此一个周期 T 内涡旋经过的路径长度为 UT。将此路径长度和翼弦做比较得到量纲为 1 的频率，通常被称为斯特劳哈尔数（Strouhal），$Sr = fc/U$。这个数字给出了流动不稳定性的定量度量。另一方面，流动的黏性和可压缩性分别由雷诺数和马赫数表示。

10 非定常流动方程

对于流动的完整分析还是要基于偏微分控制方程。它们由非定常可压缩黏性流动的质量、动量和能量守恒条件得到。由质量守恒得到连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \tag{1}$$

动量守恒要求对流体质点应用牛顿第二定律。作用于流体质点的三个主要力为压力、黏性力和惯性力（不考虑重力和电磁力）。这三个力的相对值非常重要。惯性力与黏性力之比就是雷诺数。类似地，由惯性力与压力的比值得到马赫数。纳维尔和斯托克斯首先导出流体质点动量守恒的偏微分方程，就是我们熟悉的 N-S 方程：

$$\begin{aligned}&\rho\frac{\partial u}{\partial t}+\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}+\rho w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\\&\frac{\partial}{\partial x}\left[2\mu\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+\\&\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]\end{aligned} \tag{2a}$$

$$\begin{aligned}&\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\rho u\frac{\partial v}{\partial x}+\rho v\frac{\partial v}{\partial y}+\rho w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\\&\frac{\partial}{\partial y}\left[2\mu\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+\\&\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]\end{aligned} \tag{2b}$$

$$\begin{aligned}&\rho\frac{\partial w}{\partial t}+\rho u\frac{\partial w}{\partial x}+\rho v\frac{\partial w}{\partial y}+\rho w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\\&\frac{\partial}{\partial z}\left[2\mu\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+\\&\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left\{\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]\end{aligned} \tag{2c}$$

对于三维非定常黏性可压缩流动，4 个方程中有 5 个因变量，即 3 个速度分量 u、v、w 和密度 ρ 及压力 p。μ 是黏度系数。因此还需要一个方程，由热力学第一定律得到，它表明内能与动能变化率之和等于传热速率减去系统做的功。然而，方程中包含温度 T，还要附加关于流动介质的状态方程。

由此系统中 6 个未知量对应有 6 个方程。

关于方程完整的讨论与求解，可以参考文献（Hirsch，1988；Fletcher，1991）。

这里我们仅仅讨论对于特定非定常问题的简化方程。对非定常黏性低速流动可以引入不可压缩性假设，即假定密度为常量。这个假设使控制方程退化为连续性方程和动量方程。对于三个速度分量 u、v、w 和压力 p 有 4 个方程。

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
&\rho\frac{\partial u}{\partial t}+\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}+\rho w\frac{\partial u}{\partial z}\\
&=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\\
&\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\rho u\frac{\partial v}{\partial x}+\rho v\frac{\partial v}{\partial y}+\rho w\frac{\partial v}{\partial z}\\
&=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\\
&\rho\frac{\partial w}{\partial t}+\rho u\frac{\partial w}{\partial x}+\rho v\frac{\partial w}{\partial y}+\rho w\frac{\partial w}{\partial z}\\
&=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}
\end{aligned} \tag{4}$$

令上述方程中黏性系数为零，则低速流动变为无黏无旋的，方程可进一步化简。同时可以引入一个标量函数，即速度势。连续性方程具有拉普拉斯方程的形式：

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}=0 \tag{5}$$

动量方程积分得到

$$\rho\frac{\partial \varphi}{\partial t}+p+\frac{\rho(u^2+v^2+w^2)}{2}=\text{常数} \tag{6}$$

方程（6）被称为非定常伯努利方程。乍看之下，可能认为拉普拉斯方程不能描述非定常流动现象，因为它并不含非定常项。然而，流动的不稳定性实则通过具体的边界条件引入。此外，伯努利方程中明确表现了流动不稳定性。这种类型的分析中，只要流动附着于物体，方程就可以处理做大幅振动且形状任意的物体。其特殊意义在于，方程同样可以描述尖锐后缘的涡旋脱落。唯一的要求是后缘上下表面压差为零的库塔后缘条件。这是升力翼定常绕流库塔后缘流动条件的一般化。如图 4 所示，这种类型的无黏流动分析能够很好地预测由于攻角突然变化造成的涡旋脱落。

11　非定常流动分析方法

薄翼型在不可压缩均匀流中小幅度横向振荡的问题，最初由美国的 Theodorsen（1935）和德国的 Küssner（1936）解决。Theodorsen 的方法被广泛地用于机翼颤振问题的分析，直到今天其仍是一种便捷的方法。该方法通过将解划分为两部分，从而解决了二维拉普拉斯方程，一部分是源和汇的分布，另一部分是一列沿着尾迹的正反涡旋，这样既满足了库塔条件而又不破坏机翼切向流动条件。最终解可以用 Theodorsen 函数 $C(k)$ 表示，k 为退化的振动频率。更多的细节可以参见文献（Bisplinghoff、Ashley 和 Halfman，1955）。

20 世纪 60 年代发展起来的高速计算机放宽了对薄翼型和小幅振荡的限制，通过将定常不可压缩有限厚翼型绕流的解扩展到非定常流动。用这种方法，将机翼表面划分为 N 块，每一块上均匀地布置点源，点源之间的距离可以不同。同样，每一块上均匀地布置为常量的涡旋。这些分布自动满足拉普拉斯方程。只要在机翼表面能够满足适当的边界条件，由叠加原理，可以用简单的点源和涡旋组成复杂的流场。边界条件包括机翼切向流动条件和库塔条件，库塔条件要求机翼后缘上下面压力相等，由此得到了关于未知点源和涡旋强度的线性方程组。通过描述涡旋脱落而将问题扩展至非定常流动，使问题具有非线性特征，因为尾涡影响机翼绕流，机翼绕流反过来又会影响涡旋脱落过程。根据亥姆雷兹涡旋保持性定理，势流总环量维持一定，因此涡旋脱落过程要求，绕翼环量的任意改变都要引起涡旋等大反向的变化。脱落过程由迭代方法求解，具体参见文献（Cebeci 等，2005）。

对于有限跨度机翼和一般的三维结构非定常绕流，分析方法类似。Katz 和 Plotkin（2005）对其做了详尽的叙述。尾迹脱落满足库塔条件。在每一个时间步上都会产生新的尾迹面。当尾迹面脱落时，其强度保持不变并且尾迹涡按当地速度运动。接着可以计算每个尾迹面的诱导速度。重复这个过程就可以计算得到尾迹的发展。现在有如 CMARC（Garrison 和 Pinella，1996）和 USAERO（2002）的商业软件。

分析非定常黏性流动的重要影响时，可以引入普朗特在 1904 年提出的边界层概念。在研究未发生分离和发生分离的非定常流动中，这一概念已被



成功运用。例如，加速启动平板或圆柱引起的流动，薄振荡翼前缘的流动分离和流动重新附着，以及俯仰机翼动态失速。这些方法和结论在文献(Cebeci 等，2005) 中都有详细介绍。

最后，我们注意到非定常黏性流动和无黏流动分析同样适用于可压缩流动。描述黏性流动有 6 个方程，包括连续性方程、N-S 方程、能量守恒方程和状态方程。求这些方程的数值解已经发展成一门独立学科，即著名的计算流体力学（Hirsch，1988；Fletcher，1991)。如果忽略黏性效应和黏性项，方程可以被极大简化。得到的方程通常被称为欧拉方程。这些方程的联立解可以通过现代数值方法和高速计算机求得。即便在今天，对于大多数气动弹性分析，其计算工作量仍然很耗时且昂贵。因此，小扰动概念的运用使得系统的非线性方程退化为简单的偏微分控制方程，对于速度势 $\varphi(x, y, z, t)$ 有

$$(1-M^2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\left(\frac{2M}{a}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial t}-\left(\frac{1}{a^2}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0 \tag{7}$$

方程描述了小扰动在马赫数为 M 的均匀流中以声速 a 传播的规律，因此需要限制由于小厚度、弧度和小幅振荡引起的小扰动流。利用这个线性方程有很大的优势，因为可以继续使用对分析不可压缩流动强有力的叠加原理。更多的细节可以参考文献(Bisplinghoff、Ashley 和 Halfman，1955) 等。

12 总　　结

这一章介绍了导致非定常流动的主要物理现象，主要由涡旋的脱落与声波或激波的产生和传播造成。对于这些现象的理解和预测，是为了避免飞行器由于颤振、阵风响应和动态失速效应而产生破坏。同时，本文还对多年来发展的主要分析方法做了概述。它们用来预测非定常黏性效应和流动分离效应，涵盖了从线性势流方法到现代计算流体力学方法在内的众多方法。

参考文献

Bisplinghoff, R. L., Ashley, H. and Halfman, R. L. (1955) *Aeroelasticity*, Addison-Wesley Publishing Company.

Carr, L. W. (1988) Progress in analysis and prediction of dynamic stall. *J. Aircraft*, 25, 6 - 17.

Cebeci, T., Platzer, M., Chen, H., Chang, K. C. and Shao, J. P. (2005) *Analysis of Low-Speed Unsteady Airfoil Flows*, Springer Verlag.

Cumpsty, N. (2000) *Jet Propulsion*, Cambridge University Press.

Ekaterinaris, J. A. and Platzer, M. F. (1997) Computational prediction of airfoil dynamic stall. *Progr. Aero. Sci.*, 33, 759 - 846.

Fletcher, C. A. J. (1991) *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, Springer Verlag.

Garrick, I. E. and Rubinow, S. I. (1946) Flutter and Oscillating Air Force Calculations for an Airfoil in Two-Dimensional Supersonic Flow. *NACA Report* 846.

Garrison, P. and Pinella, D. (1996) *CMARC User's Guide*, Aero-Logic, Inc.

Hall, K. C., Kielb, R. E. and Thomas, J. P. (2006) Proc. 10th Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines, Springer Verlag, Berlin.

Hirsch, C. (1988) *Numerical Computation of Internal and External Flows*, John Wiley & Sons.

Jones, K. D., Dohring, C. M. and Platzer, M. F. (1998) Experimental and computational investigation of the Knoller-Betz effect. *AIAA J.*, 36 (7), 1240 - 1246.

Jones, K. D. and Platzer, M. F. (1996) Time-domain analysis of lowspeed airfoil flutter. *AIAA J.*, 34 (5), 1027 - 1033.

von Kármán, T. (1911) Ueber den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Koerper in einer Fluessigkeit erfaehrt, Goettinger Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse, 509 - 517.

von Kármán, T. (1912) Ueber den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Koerper in einer Fluessigkeit erfaehrt, Goettinger Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse, 547 - 556.

Katz, J. and Plotkin, A. (2005) *Low-Speed Aerodynamics*, 2nd edn, Cambridge University Press.

Küssner, H. G. (1936) Zusammenfassender Bericht ueber den instationaeren Auftrieb von Fluegeln. *Luftfahrt-Forschung*, 13, 410 - 424.

Lai, J. C. S. and Platzer, M. F. (1999) Jet characteristics of a plunging airfoil. *AIAA J.*, 37 (12), 1529 - 1537.

Platzer, M. F. and Carta, F. O. (eds.) (1987) AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial Flow Turbomachines, vol. 1, Unsteady Turbomachinery Aerodynamics, AGARDOgraph no. 298.

Prandtl, L. and Tietjens, O. G. (1934) *Applied Hydro- and Aeromechanics*, McGraw-Hill.

Theodorsen, T. (1935) General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter. *NACA Report*

496.

Reynolds, O. (1883) An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 174, 935 - 982.

Shapiro, A. H. (1954) The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, vol. Ⅱ, The Ronald Press Company, p. 867.

USAERO (2002) *A Time-Stepping Analysis Method for the Flow about Multiple Bodies in General Motion*, Analytical Methods, Inc.

Van Dyke, M. (1982) *An Album of Fluid Motion*, The Parabolic Press.

Wagner, H. (1925) Ueber die Entstehung des dynamischen Auftriebs an Tragfluegeln. *Z. Angew. Math. Mech.* (*ZAMM*), 5, 17 - 35.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 12 章

大攻角空气动力学

Ismet Gursul，Zhijin Wang
巴斯大学机械工程系，巴斯，英国

1 引　　言

一般而言，人们总是尽量避免流动分离，并确保流动附着在机翼上。但是随着后掠角的增大，避免流动分离就变得更加困难。本章将讨论大后掠角机翼的低速空气动力学。由于大后掠角机翼外形为三角形，因此被称为三角翼。这种机翼广泛应用于航空器中，如战斗机、无人机、超声速民用运输机、航天器。三角翼可以在大攻角条件下飞行而不失速，这个优势对于大攻角机动下的军用飞行器而言，弥足珍贵。另一方面，超声速民用运输机在超声速条件下巡航，却在亚声速和大攻角条件下起飞和降落。不同形状的三角翼广泛用于机翼设计：简单三角翼、缺口三角翼、切尖三角翼、双三角翼（Anderson，1991）。此外，主翼前面的大后掠角区域，也叫作边条翼和前缘延伸部分，在战斗机上使用普遍。

2 流动型态

在小攻角条件下，是否有附着流动取决于机翼的前缘形状和厚度。随着攻角的增大，前缘处开始出现流动分离。分离剪切层与流向涡核融合并附着在机翼表面，如图 1 所示。在适当的大攻角条件下，三角翼上的流动由前缘的两个反向涡来控制。产生这些涡的物理机理就是流动分离，这些涡的涡量源自于前缘边界层的分离。在涡核区，流体的旋转运动类似于兰金涡流（图 1 给出了左边涡的转速分布），这些前缘涡的主要特点就是涡核处的轴向速度（图 1 给出了轴向速度分布）可以达到来流速度的 5 倍。涡核处高速运动的物理机理在于涡的旋转，同时会产生低压，涡核周围的流体受到低压区的吸引而加速，前缘涡也会在翼面上产生低压，如图 1（a）流向位置所示。由于前缘涡的作用，翼面的负压峰值位于涡轴下面。压力分布平行而远离涡。尖锐前缘的三角翼与圆形前缘的三角翼相比，其涡流动更加复杂（Hummel，2008）。

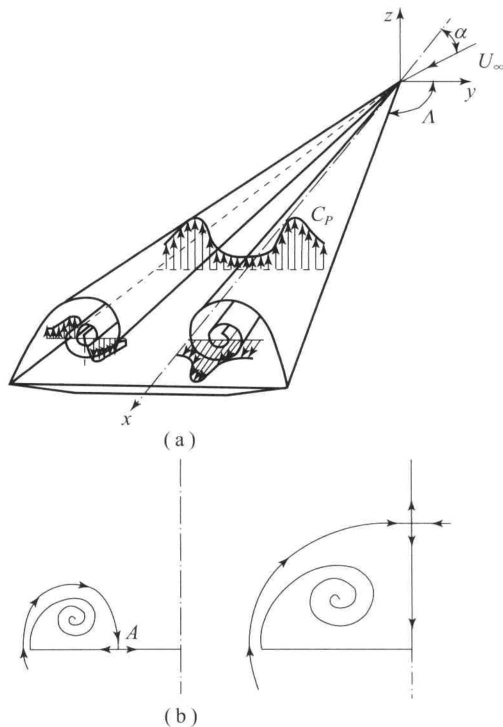


图 1　涡核、翼面压力分布以及剪切层翻转，轴和旋涡速度分布；翼面上没有再附着的交叉流流型

图 1 中没有给出的其他特点包括再附线和二级

涡。由于受到主涡作用导致翼面边界层分离，进而产生二级涡（Anderson，1991）。对于小攻角而言，主要再附线位于前缘涡附近，如图1（b）左图所示。位于翼面A处的再附位置随攻角的增大向内移动，最终到达机翼中线位置。超出这个攻角，鞍点（Tobak 和 Peake，1982）发展到翼中线上方[图1（b)右图]。后面的流型是典型的细长三角翼（后掠角≥65°）在大攻角条件下的流型。非细长三角翼（后掠角≤55°）的涡流与细长三角翼相比，有很多区别。小攻角时的主涡在机翼表面附近。因此，主涡与翼面边界层的相互作用更强烈，可能是导致主涡被分成两个主涡结构（Gursul、Gordnier 和 Visbal，2005）的主要原因。在交汇面处的流型使翼面的再附点［图1（b)左图］处的攻角小于失速角。

3　涡升力

从压力分布［图1（a)］的讨论中可以得出，前缘涡增加了翼面的吸附效应，该效应使得总升力增加，该升力增加量被称为涡升力。Polhamus（1971）通过计算得到总升力为涡升力与位流升力的总和。位流升力可以通过假设升力面的位流以及后缘库塔条件得到。通过类比前缘吸附效应（Polhamus，1971），假设涡升力等于前缘的吸附力，该吸附力将用来维持附体流动。该类比要求流动再附到吸力面上，当没有发生再附现象时，该理论不能预测实验数据。总升力可以表示如下：

$$C_L = K_P \sin\alpha\cos^2\alpha + K_v \sin^2\alpha\cos\alpha \qquad (1)$$

常数 K_P 和 K_v 分别与位流升力和涡升力有关，主要取决于机翼的展弦比（AR），也可以用来估计不同形状的三角翼。常数 K_P 随展弦比的增大（减小后掠角）而增大，但常数 K_v 受展弦比的影响很弱。这个理论的结论就是涡升力随机翼后掠角的增大而增大，因此，这对细长三角翼很重要。同时注意到位流升力和涡升力的相对增加还取决于攻角。涡升力随攻角的增大而增大，见图2后掠角为76°的情况。总升力与风洞数据吻合程度非常好。涡升力的增加量（总升力与位流升力的差）随攻角的增大变得很重要。

图2根据 Earnshaw 和 Lawford（1964）的实验数据，给出了不同后掠角（45°～76°）三角翼的升力系数的变化。相比发现，展弦比小，升力系数的变化率就小，但是失速攻角大。因此，三角翼飞行器需要在大攻角低速飞行时可以产生较大的升力系数。实验数据显示，减小后掠角（增大展弦比）可以增加升力系数的变化率。然而，对于小后掠角而言，最大升力系数和失速攻角将随着机翼后掠角的减小而减小。

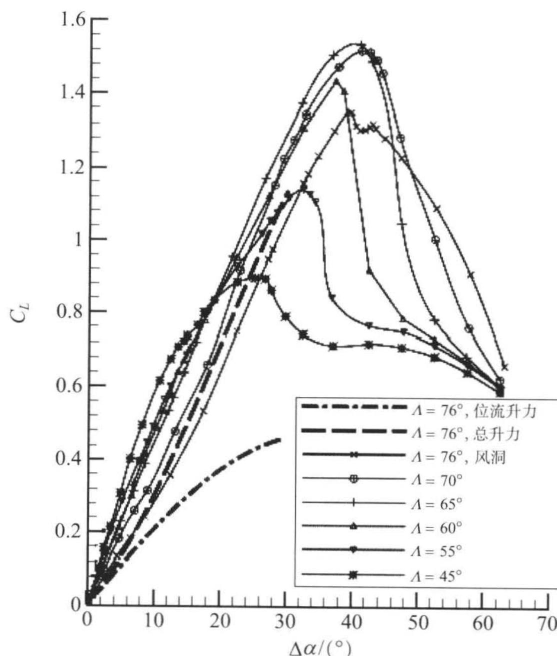


图2　升力与攻角的函数曲线图

不同后掠角情况下的风洞实验数据（Earnshaw 和 Lawford，1964），此外，图中给出了后掠角 $\Lambda=76°$ 时预测的位流升力和总升力。

4　涡破碎

由于攻角增大，前缘涡发生突变，这种现象被称为涡破碎或爆炸，由 Werle（1954）于水洞中首次发现。涡破碎的本质是涡核的突然扩张，这将导致轴向流动滞止。图3解释了这个现象，该图是改编自 Lambourne 和 Bryer（1961）的水洞实验的可视化图片。从图3中可以看到两种不同类型的涡：气泡型和螺旋型，图片展示了它们的破碎情况。三角翼更倾向于螺旋型涡破碎。一些研究人员认为螺旋型涡是由气泡型涡的不稳定性所得。研究人员发现螺旋型的旋向与前缘涡的转动方向相反。

图3给出了涡破碎上游和下游的轴向速度分布。轴向速度在上游为喷注形，由于在破碎位置流动滞止，因此下游的速度分布为尾迹型。当最大旋转速度减小时，涡核变得更大。因为涡破碎导致转速减小，同时产生了吸力。这导致细长三角翼的涡升力减小。

人们依据流体动力学不稳定性、波的传播以及



流动滞止，对涡破碎现象做了不同的解释，研究人员对此进行了总结（Hall，1972；Leibovich，1984；Delery，1994）。人们普遍认为这种现象是波传播现象，与气体动力学中的激波非常相似。实验和理论说明认为有两个重要的参数影响涡破碎的发生和移动，即旋转强度和涡核外部的压力梯度。当两个参数中的任何一个增加时，三角翼的涡破碎会向上游移动。

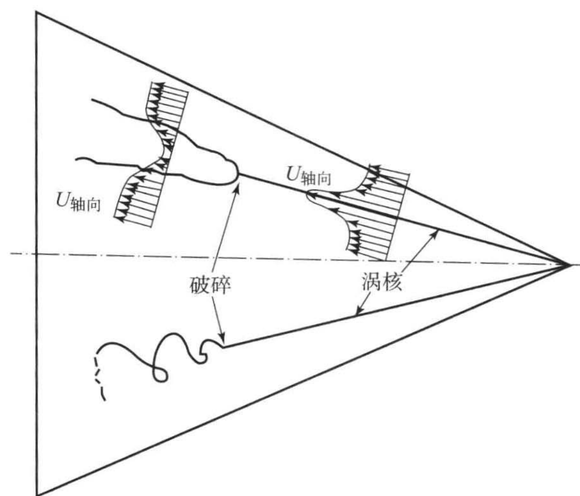


图 3　气泡型和螺旋型涡破碎以及破碎上游和下游的轴向速度分布

当增大攻角时，涡破碎向上游移动，图 4 为在穿过简单三角翼后缘处的涡破碎时的攻角（图中曲线表示不同位置处的平均数据）。研究人员发现攻角随后掠角的增大而增大。此外，图中也给出了不同位置处的失速攻角。由图 4 可见，细长三角翼的涡升力比较大，在机翼上涡破碎后马上发生失速；另一方面，对于非细长三角翼，涡升力比较小，并且涡破碎对升力影响较小。研究人员还发现涡破碎的发生与升力系数的变化之间没有明显的相关性。由图 4 可见，非细长三角翼的失速攻角比涡破碎处的攻角大。图 4 也展示了另外一个特点：在翼面上流动再附处的攻角没有发生失速。在给定攻角和后掠角时，该边界条件也决定了交叉流动的类型［图 1（b）］。

5　涡的不稳定性

三角翼的旋涡流动极其不稳定且非常复杂，关于不稳定因素的研究可以在 Rockwell（1993）和 Visbal（1995）中找到。三角翼流动的不稳定性（Gursul，2005）有很多原因：剪切层不稳定［图 5（a）］、涡游荡、涡破碎的螺旋不稳定性［图 5（a）］、涡破碎位置的振动、涡的相互作用和涡脱落。因为开尔文不稳定性（第 1 卷，第 9 章）分离的剪切层周期性地卷入非连续的涡结构中（Gad－el－Hak 和 Blackwelder，1985；参见第 1 卷，第 61 章中的流动可视化图像），这种不稳定流动的频率与对交叉流剪切层的线性稳态分析基本一致（Gordnier 和 Visbal，1994）。除了非定常的不稳定性以外，研究人员还发现主涡周围有稳定的小尺度涡存在。人们至今也不能明白这些稳态结构的产生机理，并产生了各种各样的假说（Gursul，2005）。涡游荡就是涡核的随机移动，翼梢涡也有这种现象。无论上游是否有涡破碎，都会导致涡核处发生大尺度的速度脉动。

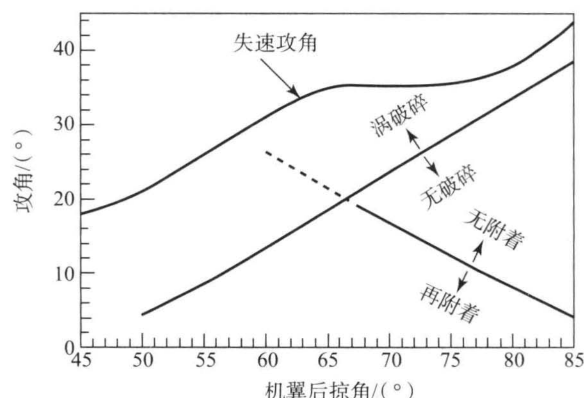


图 4　失速攻角、涡破碎边缘和翼面再附着的变化都是后掠角的函数

［引自 Gursul、Wang 和 Vardaki（2007）© Elsevier］

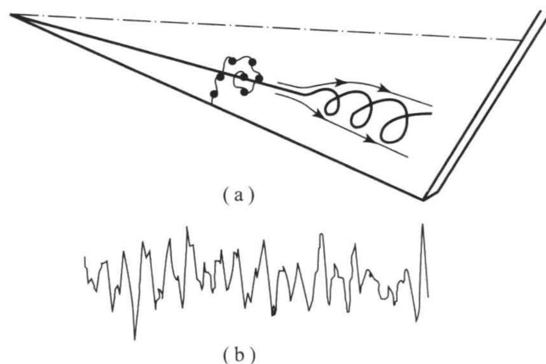


图 5　(a) 涡破碎，螺旋状态以及剪切层的不稳定性；(b) 涡破碎下游翼面升力随时间的变化（时间长度大概为 $10c/U_\infty$）

［转自 Gursul（2005）© AIAA］

涡破碎的主要不稳定性是螺旋模式不稳定性。图 5（b）显示了翼面压力随时间的变化，该图揭示了压力脉动的准周期特性。压力或速度的周期性脉

动，与涡（涡破碎的下游）的速度均分布最不稳状态相对应。该脉动可以表示为 $\exp\{i(kx+n\varphi-\omega t)\}$，$\omega$ 是径向频率，k 为轴向波数，n 为角度方向波数。该公式只给出了这些脉动的第一个螺旋形（角度方向的波数 $n=1$）。研究人员认为涡破碎的螺旋形是由涡破碎尾迹的不稳定性造成的（Gursul，2005）。它阐明了螺旋方向与涡旋转方向的原因。读者可以在 Gursul（2005）的文献中找到相关课题的深入讨论。实验表明，当螺旋形的沿流向的倾斜度增大时，脉动频率会降低，这种因为细长三角翼的扰流几乎为圆锥扰流。这种不稳定性导致压力和速度脉动剧烈，涡破碎位置处的振动又引入了更大的困难。涡破碎位置是不断变化的而且沿着涡轴方向波动。这些振动主要是由于细长三角翼的旋涡的交互作用，且与那些不稳定振动相比，频率较低。

当攻角非常大时，当涡破碎达到峰值后，来流方向就不会有附着涡流。相反，当涡脱落发生时，它可能是对称的也可能是非对称的（Rediniotis、Stapountzis 和 Telionis，1990）。从图 6 可以发现非定常流动的频谱具有准周期的特性。固定细长三角翼的非定常流动的频率谱范围很宽。换句话说，这些现象的时间特征尺度可以划分为几个不同的等级，这是对这些流动进行数值模拟的困难之一。与其他现象的频率相比，固定三角翼的涡破碎位置的变化范围更接近于它的气动力的操纵性（战斗机的 $fc/U_\infty=0.03$）。

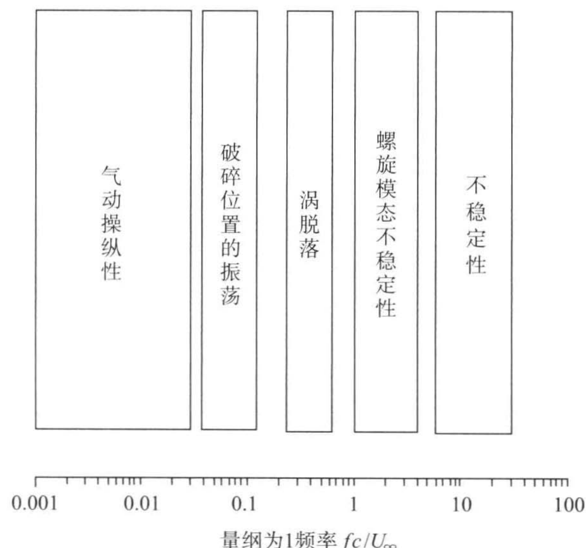


图 6　细长三角翼流动现象的分布是量纲为 1 的频率的函数

［见 Gursul（2005）© AIAA］

6　机翼和垂尾抖振

抖振就是飞行器的结构（如机翼、垂尾、机尾和副翼）由于非定常流动（Mabey，1989）而做出的响应。极不稳定的旋涡流会导致柔性三角翼的抖振，这是因为翼面上的负载是波动的。涡破碎、涡的相互作用以及涡脱落单独或共同作用会产生重要的影响。当准周期流动的振荡频率接近机翼的结构模态频率时，就会发生机翼抖振。细长三角翼机翼抖振的最主要来源就是涡破碎。图 7 展示了柔性较小的三角翼（后掠角 60°）的翼尖加速度的变化与攻角之间的函数关系（Gursul、Gordnier 和 Visbal，2005），图中展示了不同的流型。当机翼上没有涡破碎时，抖振很小，当涡破碎移动至机翼并达机翼顶端且接近峰值时，抖振急剧增大。攻角非常大时，在涡脱落区域抖振急剧减小。

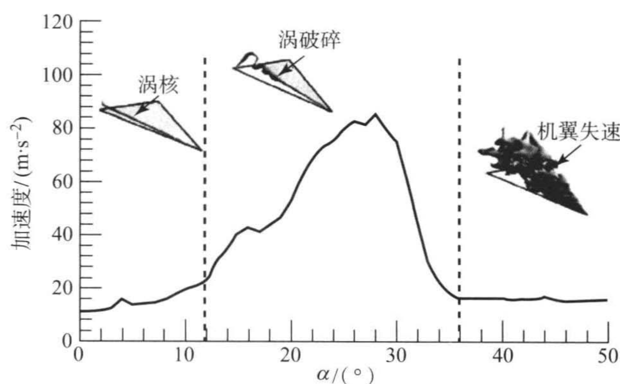
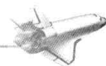


图 7　翼尖加速度的均方根值的变化是攻角的函数

（图为后掠角 $\Lambda=60°$时，半个三角翼的扰流模型）

小后掠角机翼的抖振与之性质相似，然而流动再附着区的不稳定性成为抖振的主要来源。对于柔性很大的非细长三角翼而言，机翼的柔性可能会和旋涡流动耦合。在失速攻角之后，机翼的自激振荡刺激了分离剪切层并促进了流动的再附着（Taylor 等，2007）。它导致了升力的大量增加。该现象可能只是非细长机翼的特点，只能在机翼振动的固有频率与剪切层不稳定性的频率在相同范围内时才会发生该现象。

非定常旋涡流动可能会造成大型结构的振荡和严重的垂尾（也称为尾翼）疲劳破坏。最著名的例子就是有两个垂尾的 F/A-18 垂尾振荡。单垂尾战斗机也是如此。涡破碎是垂尾振荡的主要原因，



尽管也有其他的非定常流动影响。多数情况下，当涡破碎的螺旋模式不稳定性的频率接近于垂尾的机构模态（通常为一阶）的共有频率时会发生振荡。流动振荡的量纲 fc/U_∞ 是同阶的，并且取决于涡破碎的位置、攻角和机翼的后掠角。Mabey（1997）提出了一个关于螺旋不稳定性的频率的经验关系：

$$\frac{fc}{U_\infty}\cot\Lambda\sin\alpha=0.27 \tag{2}$$

垂尾边缘的频率是三角翼设计时非常有用的设计准则。这些数据对于固定细长三角翼涡破碎的自然发生很有效。机翼的动态操纵将会导致涡破碎位置的巨大变化，同时忽略垂尾自身的存在导致的涡破碎。垂尾振荡的其他因素包括其他非定常流动的影响和气动弹性（垂尾面的偏转）的影响（Gursul，2005）。

7　非定常流动中的前缘涡

涡在非定常来流和机动飞行器的表现对飞行器稳定性和控制性有很重要的影响，特别是高机动性战斗机和无人战斗机的发展很大程度上取决于前缘涡的非定常气动力。Gursul（2005）早期的实验总结表明，涡核变化在响应机翼的垂荡运动和俯仰运动时有时间延迟。因此，即使没有涡破碎，在交叉流模式发展中的时间延迟也表明了非定常效应对于涡的重要性。

当机翼上有涡破碎时，这个非稳态响应就会变得更加复杂。图 8 展示了倾斜三角翼涡破碎的弦向位置变化情况（LeMay、Batill 和 Nelson，1990）。固定翼在相同攻角下，在上升过程中的涡破碎位置

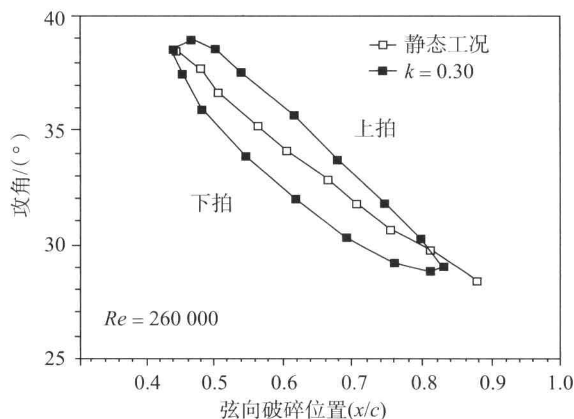


图 8　俯仰三角翼的涡破碎的弦向位置

在机翼的下游，而在下降过程中时，涡破碎的位置在机翼的上游。也就是说，涡破碎的位置变化在准稳态模型中有时间延迟，这个时间延迟形成了图 8 中的滞后回路，该回路随着频率的增加而变宽。该时间延迟对于飞行器的稳定性和控制非常重要。当涡破碎遭到外部简谐力（如机翼振动或振动控制面）时，它的响应与一阶动态系统相似，具有一个标准时间常数 $\tau U_\infty/c$，振幅随着频率的增加而减小，与低通滤波器类似。由于涡破碎的频率高于截止频率，它不会对外力做出响应，这可以解释为在高频条件下干扰不能向上游扩散（Gursul，2005），细长翼的标准时间常数为

$$\frac{\tau U_\infty}{c}=1\sim2 \tag{3}$$

对非细长三角翼而言，时间常数会略大，与涡破碎位置处的时间延迟相比，涡发展（没有破碎）的时间延迟很小。关于涡破碎的时间延迟的来源，Gursul（2005）做了相关的总结，并给出了许多意见。

许多学者对瞬时运动如有限的倾斜俯仰运动或者颠簸运动的破碎位置的响应做了相关研究，同时对许多不同形状的机翼也做了类似的关于时间延迟的观察，包括菱形、四边形、三角形和双三角翼。其他非定常流动的研究包括三角翼在来流速度周期性变化的非定常流体中的状态。（Lee 和 Ho，1990；Gursul，2005）。即使在三角翼流动中有效攻角不变，来流的非定常性也能造成涡破碎位置的大幅度变化。

8　机翼振动

机翼振动是一种自诱导的极限环的滚转振动，这些现象在细长三角翼和飞行器上都有所发现（Katz，1999）。这些现象可以在以前缘涡为流动的主要特点时的大攻角条件下观察到。攻角为 30°时，细长三角翼的滚转角随时间的变化如图 9 所示，滚转角的平均值为 0，这不同于细长三角翼的自由滚转的状况。细长三角翼在大后掠角（$\Lambda\geqslant75°$，$AR\leqslant0.54$）时也会有振动。由于翼尖（或者侧边缘）涡也有驱动作用，因此极小展弦比（$AR\leqslant0.5$）的矩形机翼也有类似的振动。这些现象表明彼此接近的前缘涡比较重要，极小展弦比机翼的涡的相互作用更强。

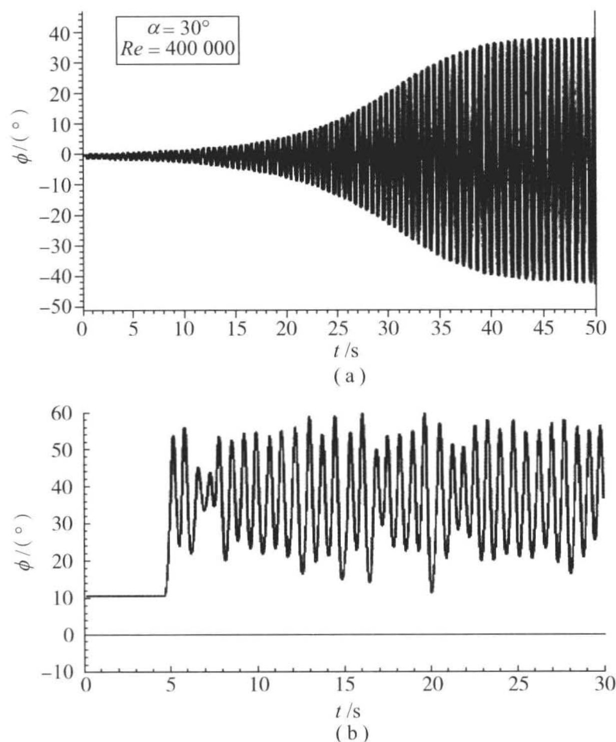


图 9　(a)$\alpha=30°$，$\Lambda=80°$时机翼振动随时间的变化；(b)$\alpha=27°$，$\Lambda=50°$时滚转角随时间的变化情况

随着攻角的增加，机翼第一次振动以一定的频率发生，称为起始攻角。通常滚转振荡的振幅随着攻角的增加达到峰值，然后在非常高的攻角下下降到零。机翼开始振动时的起始攻角，随着机翼形状的细长而逐渐减小。由于涡的靠近而产生涡的相互作用可能是机翼振动发生的机理，而涡破碎不是机翼发生振动的必要条件。只要机翼振动一发生，它可能就会和其他机理耦合在一起。Arena 和 Nelson（1994）的研究表明，维持机翼振动的原因也可能是翼面垂直处的涡在时间上的滞后。机身前部涡或者边条涡可能与主翼相互作用，从而形成常见战斗机的机翼振动。Katz（1999）研究了各种各样的方法来控制机翼的滚转振动。

非细长三角翼也有不同类型的机翼振动。如图 9（b)所示的是后掠角为 $\Lambda=50°$和攻角为$\alpha=27°$时的三角翼的振动（Gursul、Gordnier 和 Visbal，2005）。当攻角在失速攻角的某个极小区间内，自诱导滚转振动的平均滚转角不为零，研究认为非对称流动再附着在该现象之后。当三角翼的后掠角 $50°\leqslant\Lambda\leqslant60°$并且具有尖锐的机翼前缘时，才会发生平均滚转角非零的滚转振动（Gresham、Wang 和 Gursul，2008）。如果机翼前缘是圆的，那么前缘的非稳态分离可能有助于滚转振动。滚转振动的 Strouhal 数的量级为 10^{-2}。

即使没有滚转振动，自由滚转的非细长三角翼的非零滚转角位置可能会改变。也就是说，滚转振动的零滚转角是不稳定的。小后掠角（低于 40°）三角翼实验表明，非零修正角与分离流动的非对称再附着有关。非细长三角翼的特点就是翼面上的流动再附着。滚转修正角的量级会随着机翼后掠角的增加而减小，当后掠角增加到 70°时，该量级减小为零。这可以归因于再附着点会随着机翼后掠角的增加而远离翼面。

9　多重涡

一般飞行器会有很多涡对，包括对于机身的机身前部涡、源于大后掠角的边条翼或者前缘延伸部分的前缘涡，图 10 即为主翼涡。图中展示了双三角普通机翼产生的多重涡。

上游的涡来源于机身头部、边条翼、鸭翼与主翼上来流的相互作用、不稳定流动、延迟和失速。边条翼涡产生附加升力，持续作用于主翼，对主翼上涡的产生创造了有利条件。在小攻角条件下，涡如图 10 中所示的实线那样保持分离。随着攻角的增大，主翼上的涡破碎可能会引发边条翼上的涡破碎（Verhaagen，1995）。

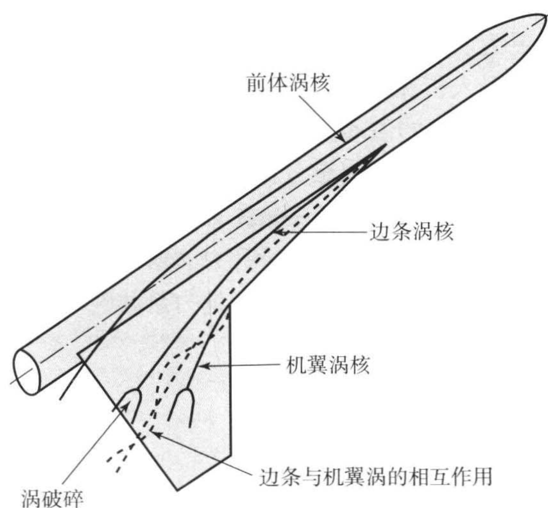


图 10　普通飞行器的头部、边条翼涡和机翼涡
边条翼涡和机翼涡的相互作用在图中用虚线表示

在大攻角条件下，尤其是飞行器有侧滑角时，涡就会像图中的虚线一样相互耦合或融合（见第 1 卷，第 61 章），耦合和融合过程与雷诺数密切相关（Hebbar、Platzer 和 Fritzelas，2000）。在低雷诺



数时，边条翼涡与机翼涡会耦合，但是在大雷诺数时会分开。涡的相互作用对于一般的双三角翼而言，可能会使飞行器的操纵性变得更加复杂（Grismer 和 Nelson，1995）。

10 涡控制技术

三角翼的涡流控制具有许多好处，如增加升力和延迟失速，产生用于飞行控制的力和力矩，衰减机翼和垂尾的振动。这些都需要改变涡的位置、强度和结构，才能够满足主动和被动流动控制（见第1卷，第15章）。对于细长三角翼，涡破碎的延迟是控制流动的主要方法（Mitchell 和 Delery，2001），同时也需要改变旋涡等级和外部压力梯度。对于非细长三角翼，流动再附着控制则变得更为重要。

面控制如前缘副翼可以控制前缘涡的位置和强度（Rao 和 Campbell，1987）。由于前缘涡的所有旋涡沿着前缘的分离点处，前缘副翼的作用效果更明显。上游或下游副翼的偏转可以用来改善飞行器的性能、着陆以及气动力，因为大多数带有涡核的涡源于机翼顶点处很小的一个区域，所以副翼的顶点同样也有利于控制面。沿着涡核，前缘和后缘处的吹吸作用对旋涡等级和压力梯度的作用都可以影响涡核（Gursul、Wang 和 Vardaki，2007）。沿着涡核吹气的作用对于涡破碎的延迟效果更为明显，基于气体的装置有望在吹气技术中不会引入机械控制面。

使用高频的主动流动控制方法对涡破碎的效果很小，但是它可以刺激分离剪切层的开尔文-亥姆雷兹不稳定性，对细长三角翼来说，它可以促进流动再附着作用。在失速之后升力的增加量级比稳定的吹气更有效。在这里，效率是力系数的增加量与力矩系数的比值 $\Delta C_N/C_\mu$。

11 总　　结

大后掠角机翼的前缘涡的发展是由于流动分离和升力增加所致。涡升力随着机翼后掠角的增加而增加，这可以用吸力比拟原理预测。在大攻角条件下，前缘涡的破碎或者爆裂，导致下游的轴向流动几乎停滞。该现象导致细长三角翼的机翼失速。

三角翼的涡升力很不稳定。涡破碎是造成不稳定的主要原因，当然还有其他的原因如剪切层的不稳定性、涡的相互作用以及涡脱落。当涡的不稳定的频率接近结构模态的固有频率时，机翼和垂尾就会发生振动。非定常流动中的前缘涡具有实质性的时间延迟和迟滞效应。细长三角翼和战斗机的自诱导滚转振荡即机翼摇滚，就是由前缘涡造成的机翼振动。

飞行器上所形成的多重涡在机动情况下可能会相互作用，在特定的飞行模态或机动条件下，有必要采用主动和被动的流动控制技术来控制前缘涡的位置和强度。

符号表

AR	展弦比
c	弦长
C_L	升力系数
C_N	法向力系数
C_p	压力系数
C_μ	力矩系数
f	频率
Re	雷诺数
u	速度
U_∞	来流速度
x	弦向长度
y	展向长度
z	竖直长度（垂直于翼面）
α	攻角
ω	角频率
ϕ	滚转角
τ	时间
Λ	前缘后掠角

致　谢

作者感谢美国空军科学研究办公室的支持。感谢 Miguel Visbal 博士和 Ray Gordnier 博士的讨论与合作。作者还要感谢 R. C. Nelson 教授、M. Platzer 教授和 Gordnier 博士对最终稿的建议。

参考文献

Anderson, J. D. (1991) *Fundamentals of Aerodynamics*, 2nd edn, McGraw-Hill, Inc., New York.

Arena, A. S. and Nelson, R. C. (1994) Experimental investigationson limit cycle wing rock of slender wings. *J. Aircraft*, 31 (5), 1148 - 1155.

Delery, J. M. (1994) Aspects of vortex breakdown. *Prog. Aerosp. Sci.*, 30, 1 - 59.

Earnshaw, P. B. and Lawford, J. A. (1964) Low-speed wind-tunnel experiments on a series of sharp-edged delta wings. *ARC Reports and Memoranda No.* 3424, March 1964.

Gad-el-Hak, M. and Blackwelder, R. F. (1985) The discrete vortices from a delta wing. *AIAA J.*, 23 (6), 961 - 962.

Gordnier, R. and Visbal, M. R. (1994) Unsteady vortex structure over a delta wing. *J. Aircraft*, 31 (1), 243 - 248.

Gresham, N. T., Wang, Z. and Gursul, I. (2008) Vortex dynamics of delta wings undergoing self-excited roll oscillations. *AIAA*-2008-4176, 38th AIAA Fluid Dynamics Conference, 23 - 26 June 2008, Seattle.

Grismer, D. S. and Nelson, R. C. (1995) Double delta wing aerodynamics for pitching motions with and without sideslip. *J. Aircraft*, 32 (6), 1303 - 1311.

Gursul, I. (2005) Review of unsteady vortex flows over slender delta wings. *J. Aircraft*, 42 (2), 299 - 319.

Gursul, I., Gordnier, R. and Visbal, M. (2005) Unsteady aerodynamics of nonslender delta wings. *Prog. Aerosp. Sci.*, 41, 515 - 557.

Gursul, I., Wang, Z., and Vardaki, E. (2007) Review of flow control mechanisms of leading-edge vortices. *Prog. Aerosp. Sci.*, 43, 246 - 270.

Hall, M. G. (1972) Vortex breakdown. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 4, 195 - 218.

Hebbar, S. K., Platzer, M. F. and Fritzelas, A. E. (2000) Reynolds number effects on the vortical flow structure generated by a double-delta wing. *Exp. Fluids*, 28, 206 - 216.

Hummel, D. (2008) Review of the second international vortex flow experiment (VFE-2). *AIAA*-2008-377, 46th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 7 - 10 January 2008, Reno, Nevada.

Katz, J. (1999) Wing/vortex interactions and wing rock. *Prog. Aerosp.* Sci., 35, 727 - 750.

Lambourne, N. C. and Bryer, D. W. (1961) The bursting of leadingedge vortices-some observations and discussion of the phenomenon. *ARC Reports & Memoranda No.* 3282, April 1961.

LeMay, S. P., Batill, S. M. and Nelson, R. C. (1990) Vortex dynamics on a pitching delta wing. *J. Aircraft*, 27 (2), 131 - 138.

Lee, M. and Ho, C.-M. (1990) Lift force of delta wings. *Appl. Mech. Rev.*, 43, 209 - 221.

Leibovich, S. (1984) Vortex stability and breakdown: survey and extension. *AIAA J.*, 22 (9), 1192 - 1206.

Mabey, D. G. (1989) Some aspects of aircraft dynamic loads due to flow separation. *Prog. Aerosp. Sci.*, 26, 115 - 151.

Mabey, D. G. (1997) Similitude relations for buffet and wing rock on delta wings. *Prog. Aerosp. Sci.*, 33, 481 - 511.

Mitchell, A. M. and Delery, J. (2001) Research into vortex breakdown control. *Prog. Aerosp. Sci.*, 37, 385 - 418.

Polhamus, E. C. (1971) Predictions of vortex-lift characteristics by a leading-edge suction analogy. *J. Aircraft*, 8 (4), 193 - 199.

Rao, D. M. and Campbell, J. F. (1987) Vortical flow management techniques. *Prog. Aerosp. Sci.*, 24, 173 - 224.

Rediniotis, O. K., Stapountzis, H. and Telionis, D. P. (1990) Vortex shedding over delta wings. *AIAA J.*, 28 (5), 944 - 946.

Rockwell, D. (1993) Three-dimensional flow structure on delta wings at high angle-of-attack: experimental concepts and issues. AIAA Paper 93 - 0550.

Taylor, G., Wang, Z., Vardaki, E. and Gursul, I. (2007) Lift enhancement over flexible nonslender delta wings. *AIAA J.*, 45 (12), 2979 - 2993.

Tobak, M. and Peake, D. J. (1982) Topology of three-dimensional separated flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 14, 61 - 85.

Verhaagen, N. G. (1995) A study of the vortex flow over a 76/40-deg double-delta wing. AIAA Paper 95 - 0650.

Visbal, M. R. (1995) Computational and physical aspects of vortex breakdown on delta wings. AIAA 95 - 0585, 33rd AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 9 - 12 January 1995, Reno, Nevada.

Werle, H. (1954) Quelques resultants experimentaux sur les ailes en fleche, aux faibles vitesses, obtenus en tunnel hydrodynamique, *La Recherche Aeronautique*, no. 41.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 13 章

导弹空气动力学

Max F. Platzer

海军研究生院机械与航空航天工程系，蒙特利，加利福尼亚，美国

1 引　　言

本章的主要内容是对导弹的主要空气动力学现象做简要概述，并介绍一些方法来预测这些现象，讨论在零攻角（产生零升力）、小攻角和大攻角下的三种导弹情况。第一种情况用来说明导弹在超声速飞行时波阻的产生和最小化波阻的方法。第二种情况用来推导一些非常简单的理论来预测亚声速、跨声速、超声速条件下的空气动力和力矩。第三种情况是导弹大攻角飞行时产生高强度涡，对这种现象的理解和预测仍然是导弹设计师关注和挑战的问题。

2 零攻角导弹

对于典型的导弹构型，即回转体弹身、小展弦比弹翼或者小展弦比弹翼的翼身形状，对其绕流问题的研究，一种对于计算能力要求比较低的方法是可行的，因此在小扰动理论假设条件下，这种方法可以用来估计空气动力和力矩。使用“细长”这个词是表明满足假设条件。首先让我们来研究零攻角条件下小展弦比弹翼的不可压缩非黏性绕流。

假设无弯曲，对称的小展弦比弹翼在零攻角下的厚度分布为

$$h=f(x,\ y) \tag{1}$$

图 1 就是这种弹翼，由于讨论的是小展弦比弹翼，因此要求 $c>B$。

由于零攻角时弹翼的厚度分布是对称的，因此弹翼就不产生升力。对于这种外形的绕流可以通过翼弦平面 $z=0$ 内的分布来建立模型。

假设流动源于点源，流体流过距离点源 r 的球面的流量为

$$4\pi r^2 v_r=\lambda \tag{2}$$

此处 v_r 为径向向外的速度，λ 为点源强度，径向向外的速度与速度势对于 r 的微分相关。

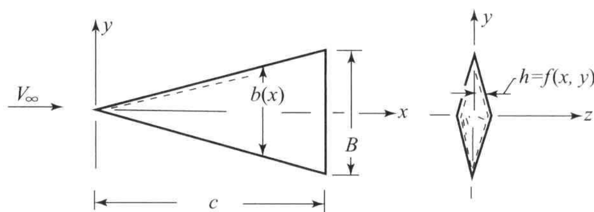


图 1　小展弦比弹翼

因此

$$4\pi r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r}=\lambda \tag{3}$$

积分后得到点源的速度势：

$$\varphi=-\frac{\lambda}{4\pi r^2} \tag{4}$$

如果点源位于点（ξ，η，0）处，那么点源流动的速度势为

$$\varphi(x,\ y,\ z)=\frac{-\lambda}{4\pi[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{1/2}} \tag{5}$$

如果现在把点源的分布限制在弹翼内部的 $z=0$ 平面内，那么零攻角下不可压缩流动的速度势可以通过将上面的公式进行二次积分得到。但是一般而言，点源强度随位置变化而变化，因此，点源强度必须

改写为关于ξ和η的函数。对整个翼面积分得到：

$$\varphi(x, y, z)=-\frac{1}{4\pi}\iint \frac{\lambda(\xi, \eta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{1/2}}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta \tag{6}$$

注意点源位置ξ和η与流场内点的坐标x、y、z的区别。

在上面的表达式中，源项强度未知。因此，必须寻找一个条件将源项强度和弹翼厚度分布联系起来。在非黏性流动中，流动必须与弹翼的面元相切。利用线化相切条件，可以写成

$$w(x, y, 0)=Uh'(x, y) \tag{7}$$

知道了点源的强度也就意味着知道了点源的体积流量。因为有一半的流体流出点源面元的一侧，单位面积上的流量就是流度，得到

$$\lambda(\xi, \eta)=2w(\xi, \eta, 0^+) \tag{8}$$

将后面两个方程结合起来就得到了源项强度与弹翼上流面的斜率之间的关系，利用源项的坐标ξ和η，则可得到

$$\lambda(\xi, \eta)=2U\frac{\partial h(\xi, \eta)}{\partial \xi}=2Uh'(\xi, \eta) \tag{9}$$

整个弹翼上的流动速度势为

$$\varphi(x, y, z)=-\frac{U}{2\pi}\iint \frac{h'(\xi,\eta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{1/2}}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta \tag{10}$$

对于任意给定的弹翼，如果已知其厚度分布为$h(\xi, \eta)$，那么我们可以很容易地得到它相对于ξ的微分，然后可以用上面的方程积分得到速度势，如果将该方程稍微修改一下可能会更好。

对于小展弦比弹翼而言，参数η的范围很小。这样，对于弹翼附近的位置，坐标值y将会比η大很多。在这种情况下，可以将上面方程中的分母用$[(x-\xi)^2+y^2+z^2]$来替换，这样得到的速度势将会更近似于远场的速度势。这也表明将速度势分为两部分可能会更好，即远场部分和近场部分。以下就是替换过程：

$$\begin{aligned}\frac{2\pi}{U}\varphi(x, y, z)&=-\iint \frac{h'(\xi, \eta)}{[(x-\xi)^2+y^2+z^2]^{1/2}}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta\\&=-\iint h'(\xi, \eta)\left[\frac{1}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{1/2}}-\frac{1}{[(x-\xi)^2+y^2+z^2]^{1/2}}\right]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta\end{aligned} \tag{11}$$

积分中的第一项为远场的速度势，第二项为近场的速度势，当坐标值y远大于η时，第二个积分中两项的差别就变得很小，我们就只留下远场的速度势。现在我们来仔细研究第一个积分式。

在第一个积分式中，分母不是η的函数，我们很容易求得它对于η的积分，这样所面临的就是对厚度分布的积分，它等于流向位置x处交叉截面的面积：

$$Q(x)=2\int_{-b(x)/2}^{+b(x)/2} h(x, y)\mathrm{d}y \tag{12}$$

对x求微分得到

$$\frac{\mathrm{d}Q(x)}{\mathrm{d}x}=Q'(x)=2\int_{-b(x)/2}^{+b(x)/2} h'(x, y)\mathrm{d}y \tag{13}$$

因此，上面速度势表达式中的第一个积分可以改写为

$$\frac{2\pi}{U}\varphi(x, y, z)=-\frac{1}{2}\int_0^c \frac{Q'(\xi)}{[(x-\xi)^2+y^2+z^2]^{1/2}}\mathrm{d}\xi \tag{14}$$

这是个非常有趣的结论，因为我们发现远场的速度势为沿流向方向的交叉面积分布的函数。因此，对于回转体、小展弦比弹翼和翼身融合体，都具有相同的交叉面分布，并产生相同的远场。

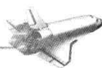
再来看看第二个积分中的近场项，为了得到解析解，对被积函数做以下近似：用从$x=-\infty$到$x=+\infty$的长条带来替换无穷小面元$\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta$，它的源项强度等于无穷小面元的强度，这样就不用沿流向从弹翼的前缘积分到弹翼的后缘，而是从负无穷积分到正无穷积分，并将变化的源项强度用不变的代替。通过分析发现，弹翼上远离面元处的源项的作用很小，并且沿流向源项强度变化也很小，因此以上变化是合理的。由此引入的误差是二阶的。因此我们可以将第二个积分写为

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}\xi\int_{-b(x)/2}^{+b(x)/2} h'(x, \eta)\left[\frac{1}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{1/2}}-\frac{1}{[(x-\xi)^2+y^2+z^2]^{1/2}}\right]\mathrm{d}\eta \tag{15}$$

该表达式可以对ξ积分，最后面的项可以用远场速度势的方法对η积分，即利用交叉面分布Q求解，其解为

$$2\int_{-b(x)/2}^{+b(x)/2} h'(x, \eta)\ln[(y-\eta)^2+z^2]^{1/2}\mathrm{d}\eta-Q'(x)\ln(y^2+z^2)^{1/2} \tag{16}$$

扰动势为



$$\varphi(x, y, z) = \frac{U}{\pi}\int_{-b(x)/2}^{+b(x)/2} h'(x, \eta) \cdot \ln\sqrt{(y-\eta)^2+z^2}\mathrm{d}\eta + \Phi_{\mathrm{sp}} \quad (17)$$

$$\Phi_{\mathrm{sp}} = -\frac{U}{4\pi}\int_0^c \frac{Q'(\xi)}{[(x-\xi)^2+y^2+z^2]^{1/2}}\mathrm{d}\xi - \frac{U}{2\pi}Q'(x)\ln(y^2+z^2)^{1/2} \quad (18)$$

上面方程中的第一项包含二维源项，源项的速度势为 $\varphi=\ln r$。这样，该项就是二维源项的展向分布。这些源项在每一个 $y-z$ 平面上产生了一个交叉流，且与其他 $y-z$ 平面上的条件无关。因此该项被称为交叉流动势，其他两项位于 $y-z$ 平面的远场来流和尾流处，由于对弹翼的部分有影响，因此需要考虑。这些项对空间造成了影响，定义为 Φ_{sp}，值得注意的是，空间影响只取决于交叉截面的面积分布总量 $Q(x)$，这与给定弹翼的交叉面积分布没有区别。它只取决于流向方向上交叉面积的总量的变化。

利用 $y^2+z^2=r^2$，可以进一步简化空间影响，并计算了当 r 趋向于零时的值：

$$\Phi_{\mathrm{sp}}(x) = \frac{U}{4\pi}Q'(x)\ln\frac{1}{4x(c-x)} - \frac{U}{4\pi}\int_0^c \frac{Q'(\xi)-Q'(x)}{|x-\xi|}\mathrm{d}\xi \quad (19)$$

2.1　波阻

类似的方法也可用来分析超声速流动，它表明交叉流动势未变，空间影响变为

$$\Phi_{\mathrm{sp}}(x) = \frac{U}{2\pi}\left[Q'(x)\frac{\beta}{x} - \int_0^x \frac{Q'(\xi)-Q'(x)}{|x-\xi|}\mathrm{d}\xi\right] \quad (20)$$

这里 $\beta^2=M^2-1$。

在非黏性不可压缩流或亚声速流中没有有限阻力，在超声速流中，压力分布的积分将会产生有限阻力，也就是波阻。由于已知扰动速度势，只要计算出线化压力系数，就可以通过积分得到阻力，已经证明波阻是空间影响系数 Φ_{sp} 的函数，而 Φ_{sp} 是交叉截面的面积分布总量 $Q(x)$ 的函数。

2.2　等值法则或面积律

上述分析，首先由 Keune（1952）、Keune 和 Oswatitsch（1953）给出，是在单纯的亚声速或超声速流动中线化位势方程得到的。基于跨声速条件下的小扰动方程做类似地分析可以得到相同的结论，首次由 Oswatitsch（1952）在第八届国际理论与应用力学会议上提出（Oswatitsch 和 Keune，1955）。

他的阐述有以下几种形式：

（1）普通细长体远场处，流动变为轴对称并且与旋转等效体周围的流动一致。

（2）在细长体附近，流动与等效体周围的流动不同，密度不变，同时交叉流部分满足相切条件。

（3）波阻与旋转等效体的波阻总是相等。

在同一时期，Whitcomb（1956）在 NACA 的兰利研究实验室的风洞里发现了该规律，也就是人们常说的面积律。该结论于 1956 年解密并发表。Whitcomb 的结论见图 2，有趣的是，Otto Frenzl 于 1943 在德国军用飞机公司进行风洞实验时，该结论首次被发现，尽管他于 1944 年 3 月 21 日注册了德国的 932410 号专利，但是 Whitcomb 没有发现这个研究结果。

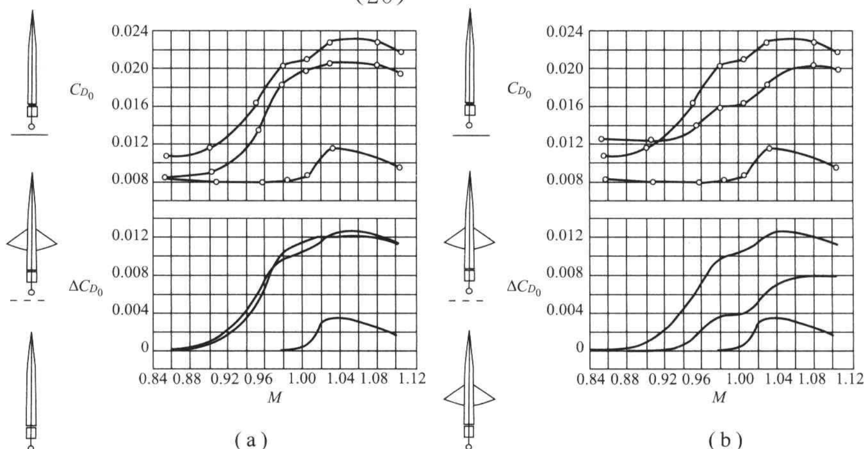


图 2　Whitcomb 的测量结果

未修改弹身（a）和修改弹身（b）的结果

［引自 Whitcomb（1956）© NACA］

很快又出现了另外一个问题，什么样的外形产生的波阻最小？该问题首先由 von Kármán（1936）、Haack（1947）和 Sears（1947）做出了回答。

von Kármán 认为旋转的弹体尾部是一个有限的基本面，但是 Haack 和 Sears 则考虑旋转弹体指向的两端且给定体积的实例。面积和厚度分别为图 3 所示的两种情况。结果表明，只要保证面积分布平滑，阻力对于小的分离就不会很敏感。

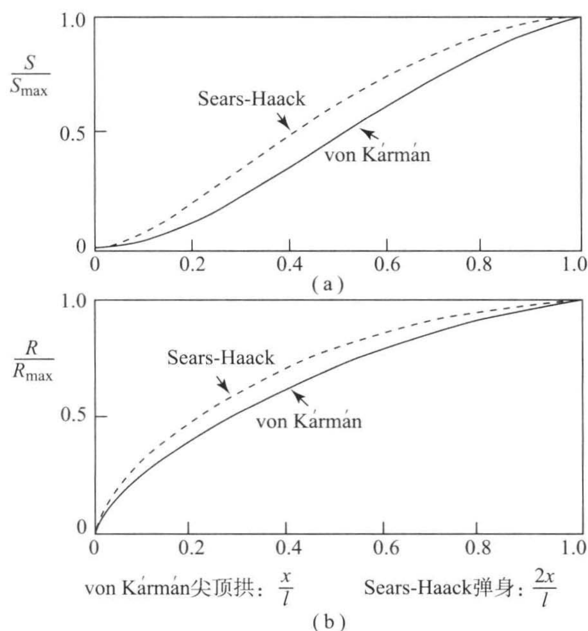


图 3　Sears-Haack 和 von Kármán 弹身

（a）面积分布；（b）厚度分布

［见 Ashley 和 Landah（1965）© Pearson Education，Inc.］

3　小攻角导弹

现在我们来讨论流过小展弦比弹翼和细长型弹翼融合的旋转弹体的升力。前面分析了无升力弹翼和弹身的扰流，我们必须区分亚声速和超声速流动，同时主要分析跨声速流动，因为跨声速非线性小扰动方程难以求解。

相反，对于细长型导弹的升力流动可以用单一理论来分析。这种发展的原因最终会随着我们的深入研究分析而变得更加明显。

首先来考虑一下图 4 所示的旋转弹体的流动，坐标系附着在弹体头部，坐标系的 x 轴与弹体轴一致，$r=R(x)$ 是弹身半径（它是关于 x 的函数），R_B 为弹身底部半径。

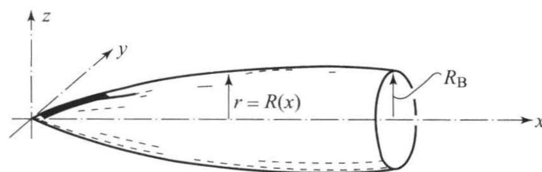


图 4　回转体

为了简化，我们假设其为定常流动，弹体以速度 U 向左边运动，攻角为 α。假设有一个固定平面垂直于导弹运动方向，图 5 显示了导弹在不同的三个时间穿过该平面的情况。我们从图 6 观察到交界面随着时间和导弹的向前运动而增大，导弹和固定平面的交界面是个圆，尽管它实际上是个椭圆。然而，在小攻角情况下，我们忽略了这种差异。为了更清晰，在图 5 中攻角被大幅度放大了。

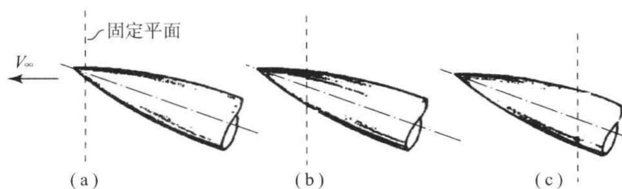


图 5　连续时间内导弹穿透固定平面的情形

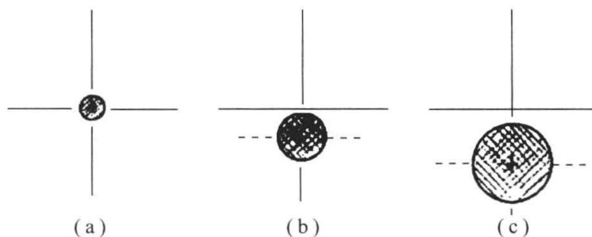


图 6　连续时间内导弹与固定平面的小交叉区域

为了显示固定平面上导弹产生的气流流动模式，气流必须沿径向向外流动以适应导弹交界面的变化。可以观察到弹轴以速度 w_α 向下运动。速度 w_α 由导弹的飞行速度和攻角来决定。注意对于柔性或者振动的导弹而言，其速度 w_α 可能是 x 的函数。位于固定平面的观察者可以看到由圆柱体产生的流动模式。该圆柱体的运动速度为 w_α，同时它的直径会增大或者减小。

由于我们处理的是小攻角下细长体导弹，其速度 w_α 非常小，导弹超声速飞行时 w_α 也很小；因此，在固定平面上产生的流动问题可以看作不可压缩流动问题。乍一看可能违反了直觉，因为只考虑垂直于飞行速度的固定平面内的不可压缩流，得到的导弹在小攻角时的超声速流动的方案似乎与直觉相反，那是因为只考虑了交叉流动。然而，细长体



或翼的无升力流动的分析已经得出有交叉流和空间影响的存在。对于升力流动，空间影响（在一阶模拟中）会消失。如果认为升力流动是由偶极子而不是源的分布产生的，那么这样简化就会变得更清晰。偶极子的解来自于源的解，通过沿偶极子轴向微分。将方程（17）对 z 取微分就得到了交叉流（具有偶极子分布），因为空间影响只取决于 x，因此空间影响就消失了。那么，就让我们来分析一下交叉流平面上的流动状况。

3.1 交叉流分析

可以利用导弹作为参考框架来得到交叉流动的视图，如图7所示。可以看到，交叉流与轴向为 z 方向的平面偶极子产生的流动相同。因此交叉流分析仅仅要求得到平面不可压缩无黏流的圆柱绕流解。这是个著名的流动问题。由它产生了下面的回转体局部升力的理论：

$$L'(x)=\rho_\infty U\frac{\partial}{\partial x}[R^2(x)w_\alpha(x)]\pi \tag{21}$$

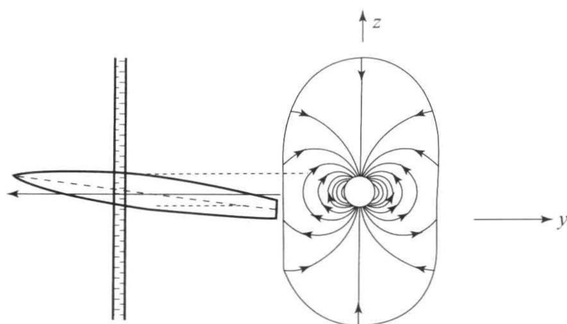


图7 偶极子在交叉面上的流动情形

引入了局部气流质量 $m(x)=\rho_\infty\pi R^2(x)$，那么局部升力为

$$L'(x)=U\frac{\partial}{\partial x}[m(x)w_\alpha(x)] \tag{22}$$

显然局部升力是由对流效应产生的，因为导弹以速度 U 穿过了交叉流平面。如果导弹以稳定的攻角 α 飞行，那么 w_α 将是 $U\sin\alpha$，或者当 α 很小时为 $U\alpha$。然而，如果导弹是振动的，那么 w_α 将会是时间的函数，并且其相对变化率为

$$L'(x,t)=\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)[m(x)w_\alpha(x,t)] \tag{23}$$

也可以写为

$$L'(x,t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[m(x)w_\alpha(x,t)] \tag{24}$$

因此发现局部升力是由 $m(x)w_\alpha(x,t)$ 的表达式，即力矩求绝对导数得到的。很明显，这就是牛顿第二定律。

导弹可以改变一定量空气的动量，作为回应，导弹得到了升力。对于回转体而言，一定量的气体等于排出的气体。这种气流质量通常被认为是“貌似的”或者是“虚拟的”质量。

为了得到总升力，我们从弹体头部到尾部积分：

$$L=\pi\rho_\infty U\int_{头部}^{尾部}\frac{\partial}{\partial x}[R^2(x)w_\alpha(x)]\mathrm{d}x \tag{25}$$

如回转体在恒定的小攻角 α 条件下：

$$w_\alpha=U\alpha \tag{26}$$

那么得到的总升力为

$$L=\pi\rho_\infty U^2\alpha\ [R^2（尾部）-R^2（头部）] \tag{27}$$

对弹体头部为尖点而尾部基本半径为 R_{B} 的平板，总升力为

$$L=\pi\rho_\infty U^2\alpha R_{\mathrm{B}} \tag{28}$$

如果用基本面积作为参考面积来定义升力系数，然后除以动压 $\rho_\infty U^2/2$，再将基本面积 πR_{B}^2 代入公式得到：

$$C_{\mathrm{l}}=2\alpha \tag{29}$$

该结论是 Munk（1924）在分析飞机的低速绕流时得到的，得到的观察如下：

（1）若扰流体的直径恒定，则不会产生升力；

（2）如果扰流体的头部和尾部是尖点，即使存在不稳定的俯仰力矩，也不会产生升力。

因为前文中的细长体理论建立在小扰动理论的基础之上，所以随之而来的问题就是扰流体究竟要多细。答案是长径比大于或等于10时更为精确合理，而更重要的是，斜度必须较小且连续变化，如细长体理论可以适用于头部为抛物曲线而不是圆锥圆柱的导弹。

3.2 细长翼升力

在1946年，Jones（1946）认为 Munk 的理论也可以用于高速流动，得到小展弦比细长翼的升力，如图8所示。

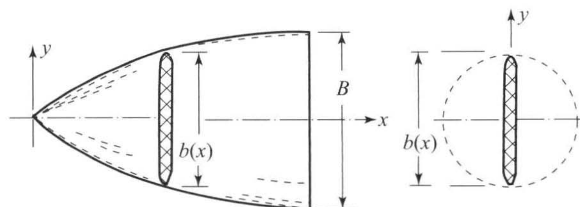


图8 细长翼的单调递增区域

因此，该理论通常被称为 Munk-Jones 细长体理论。

我们从局部升力开始：

$$L'(x)=U\frac{\partial}{\partial x}[m(x)w_{\alpha}(x)] \tag{30}$$

机翼以固定攻角飞行，设定：

$$w_{\alpha}(x)=U\alpha \tag{31}$$

虚拟质量 $m(x)$ 可以通过将机翼的截面用保角变换为圆来求解。我们略过这个变换，只阐明虚拟质量包含在一个圆周内［圆的直径等于当前位置处的翼展 $b(x)$］，因此：

$$m(x)=\frac{\rho_{\infty}\pi b^2(x)}{4} \tag{32}$$

假设为尖边翼，从翼尖到后缘积分就得到了总升力：

$$L=\frac{\rho_{\infty}U^2\pi\alpha B^2}{4} \tag{33}$$

或者利用展弦比 $AR=B^2/S$，此处的 B 是后缘展长，S 为机翼面积，就得到

$$L=\frac{\rho_{\infty}U^2\pi\alpha SAR}{4} \tag{34}$$

然后再除以动压和机翼面积 S 就得到了升力系数：

$$C_l=\frac{\pi\alpha AR}{2} \tag{35}$$

将式（35）与实验结论对比证明，对于小展弦比机翼，这个方法可以得到很好的结果；对于大展弦比机翼，必须用升力面理论。

最后，我们给出了带尖点头部的翼身组合体的升力公式，这里的 R 和 B 分别是机翼后缘的基本半径和翼展，如前所述：

$$L=\rho_{\infty}U^2\pi\alpha\left(\frac{B^2}{4}-R^2+\frac{4R^4}{B^2}\right) \tag{36}$$

若设 $R=0$，则式（36）简化为单翼结论公式；设 $R=B/2$，则变成了弹身的升力。

4　大攻角导弹

多年以来，普遍的设计方案是良好的气动设计和避免流动分离，因为流动分离会导致升力损失。这条规则对升力的产生也适用。然而，超声速战斗机的发展需要结合大后掠角机翼，也就是这种需求导致人们认为三角翼或者双三角翼的前缘流动分离形成了高度组织化的涡流场，该涡流场可以增加升力。

大攻角下的三角翼的流动分离沿着整个机翼的前缘，同时翼尖处也有两个很明显的涡。这些涡依次在上翼面诱导产生相对较大的涡，依据伯努利定律，翼面压力减小，并且作用于三角翼上的总升力要比线化理论得到的升力大很多。然而，在一定的攻角下，集中涡的涡核开始爆裂。由于攻角的进一步增大，涡爆裂的位置向上游移动，通常认为该现象就是涡破碎，它伴随着升力的减小。攻角非常大时，涡破碎发生在靠近翼尖的位置。流动分解为不稳定的湍流尾迹，同时不会再有升力产生。流动结构和涡破碎取决于雷诺数和马赫数。大攻角情况下的流动现象将会在“大攻角气体动力学”章节做详细介绍。

大攻角情况下的回转体也有类似的流动现象发生。在该案例中，流动分离线的位置和形状取决于绕流体的几何形状和特定的流动条件。一旦流动分离位置确定，涡面就从扰流体上分离，卷入涡流中，如图 9 所示。随着攻角的增大，图 9 中的对称涡结构变为非对称结构。当然，流动的非对称性一开始就产生了明显的侧向力，该侧向力可以影响导弹的飞行稳定性。再进一步增加攻角会造成涡开始分解为非定常的、混乱的湍流结构。

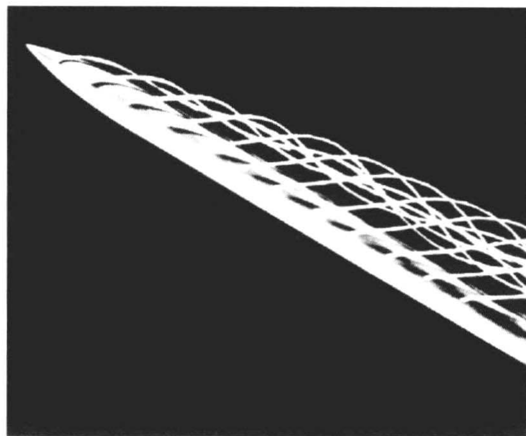


图 9　回转体在大攻角时的流动现象

［引自 Van Dyke（1982）© The Parabolic Press］

对于大攻角流动的简要讨论说明可以归结为：简单的三角翼或者圆柱绕流，其流动现象和结构极其复杂。显然，当考虑紧密耦合的鸭翼形状与翼身的相互作用时，流动会变得更加复杂，如“响尾蛇”导弹的外形，如图 10 所示。导弹在适当攻角时产生的气动力和力矩关键取决于弹身、鸭翼和垂尾上涡脱落的出现和稳定性，显然用前文讨论的细长翼体理论来预测现代导弹发射需要的气动力特征



是非常不充分的。

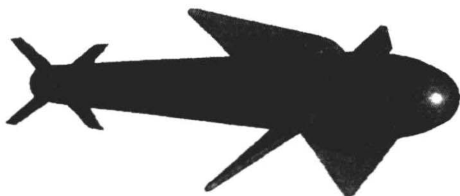


图 10 "响尾蛇"导弹外形

现代计算流体力学程序可以用来预测典型导弹的气动力特征。在 Tuncer、Platzer 和 Van Dyken（1998）的研究中可以找到这种算例，该算例用 NASA-Ames 研究中心的 N-S 方程程序 OVERFLOW 来预测图 10 中所示的"响尾蛇"导弹的法向力和俯仰力矩。在图 11 中可以看到计算结果和风洞实验，攻角在 20°以内时法向力相互吻合，攻角在 15°以内时俯仰力矩相互吻合，但是在大攻角时吻合度不好。这并不惊奇，因为即使所选的涡的位置只有很小的差别，也会导致俯仰力矩的计算结果和实验结果产生明显的差异。出于这个原因，导弹气动力学家经常不得不去借助于风洞和飞行实验数据。Moore（2000）汇编了可用

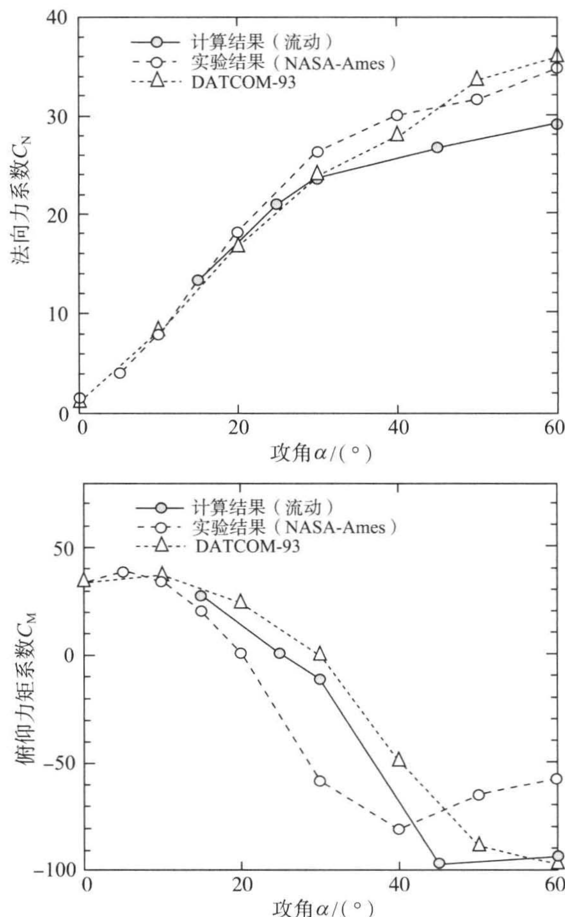


图 11　*M*=0.3 时的法向力系数和俯仰力矩系数

的经验或者半经验的气动力数据。此外，在 Hemsch（1992）、Mendenhall（1992）和 Rom（1992）的研究中可以找到详细的信息。

5 总　　结

在本章中，细长型导弹在零攻角或者小攻角条件下飞行时的气动力可以用相对简单的无黏流动理论来描述，称为细长体理论。在零攻角时，流动由两部分构成：平面内垂直于飞行方向的流动，也称为交叉流；取决于飞行方向上导弹截面变化的平面流动。这个认识形成了等效理论或者面积理论，它表明具有相同截面分布的导弹的跨声速/超声速波阻相同。同样地，细长体理论认为小攻角飞行条件下的导弹的升力只取决于交叉流。相比之下，因为弹身和弹翼上高强度涡的脱落，致使大攻角飞行时产生的流动很复杂，需要三维黏性流动方程才可求解。

参考文献

Ashley, H. and Landahl, M. (1965) *Aerodynamics of Wings and Bodies*, Addison-Wesley Publishing Company.

Haack, W. (1947) Geschossformen kleinsten Widerstandes, Lilienthal-Gesellschaft. *Report* 139.

Hemsch, M. J. (ed.) (1992) *Tactical Missile Aerodynamics: General Topics*, vol. 141, Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Jones, R. T. (1946) Properties of low-aspect ratio pointed wings at speeds below and above the speed of sound. *NACA Report* 835.

Keune, F. (1952) Low aspect ratio wings with small thickness at zero lift in subsonic and supersonic flow. KTH-AERO TN 21, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, June 1952.

Keune, F. and Oswatitsch, K. (1953) Nicht angestellte Koerper kleiner Spannweite in Unter-and Ueberschallstroemung. *Z. Flugwissensch.*, 1 (6), 137－145.

Mendenhall, M. R. (ed.) (1992) Tactical Missile Aerodynamics: Prediction Methodology, vol. 142, *Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Aeronautics and Astronautics*.

Moore, F. G. (2000) *Approximate Methods for Weapon Aerodynamics*, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 186, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Munk, M. M. (1924) The aerodynamic forces on airship hulls. *NACA Report* 184.

Oswatitsch, K. (1952) The theoretical investigations on transonic flow in the Aeronautics Department of the Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden. Proceedings of 8th International Congress on Theoretical and Applied Mechanics (1952), vol. 1, pp. 261 - 262, Istanbul.

Oswatitsch, K. and Keune, F. (1955) Ein Aequivalenzsatz fuer nicht angestellte Fluegel kleiner Spannweite in schallnaher Stroemung. *Z. Flugwissensch*, 3 (2), 29 - 46.

Rom, J. (1992) *High Angle of Attack Aerodynamics*, Springer Verlag.

Sears, W. R. (1947) On projectiles of minimum drag. *Quart. Appl. Math.*, 4 (4), 361 - 366.

Tuncer, I. H., Platzer, M. F. and van Dyken, R. D. (1998) Navier-Stokes analysis of subsonic flowfields over a missile configuration. J. *Spacecraft Rockets*, 35 (2), 127 - 131.

Van Dyke, M. (1982) *An Album of Fluid Motion*, The Parabolic Press.

von Kármán, T. (1936) The problems of resistance in compressible fluids. *Proceedings of* 5th *Volta Congress*, *R. Accad. d'Italia*, *Rome* 222 - 283.

Whitcomb, R. T. (1956) A Study of zero-lift drag rise characteristics of wing-body combinations near the speed of sound. *NACA Report* 1273.

本章译者：吴小胜，张巧，李正东
（北京理工大学宇航学院）

第 14 章

旋翼飞行器空气动力学

J. Gordon Leishman
马里兰大学帕克分校航空航天工程系，马里兰，美国

1 引 言

利用一套或多套旋翼提供飞行气动力的飞行器叫旋翼飞行器。这些旋翼是提供升力、推进力和控制的主要手段，而对于其他类型的飞行器，这些功能分别由不同的结构实现。旋翼飞行器包括直升机、旋翼飞机和混合动力飞机，其中混合动力飞机同时拥有旋转翼和固定翼，并将直升机和固定翼飞机的飞行特性相结合。直升机是旋翼飞行器最纯粹的形式，在之前的半个世纪中，直升机在航空领域已经展现了其独特的能力，其最明显的特性是垂直升降以及在低气流速度下的盘旋飞行能力，这种能力在许多民用和军用任务中都很重要。然而，直升机独特的垂直飞行和盘旋能力也有相应的代价，它有更高级的气动、动态和结构复杂性，同时对前进速度也有所限制，比固定翼飞机需要更大的功率（Leishman，2007）。

虽然直升机的概念可以追溯到几个世纪之前，但是直到 20 世纪 30 年代中期，才出现了真正实用的直升机（Taylor，1984；Spenser，1999）。直升机的先驱是旋翼飞机，旋翼飞机拥有无动力的旋翼，飞机前进时旋翼会随着气流运动，这一现象被称为自转动。源于旋翼飞机的铰接式旋翼系统，叶片是铰链式的，可以自由地上下拍动，因而可以进行补偿调整，否则当叶片绕转轴转动时会有明显的负载变化。我们发现，旋翼飞机直接对旋翼提供动力。将转动叶片间距并入铰链式旋翼系统，为飞行员提供了精确的飞行控制，这些技术促成了直升机的发展，20 世纪 30 年代末期第一架直升机成功试飞。接下来的 20 年间，直升机的性能有了大幅进步，特别是在应用涡轮轴发动机之后。从那时起，直升机出现在许多军事与商业应用中，并且成为航空领域不可缺少的一部分。现代直升机都极为重视先进技术的应用，如创新的气动设计、先进的轻质组合结构、电传操纵控制系统、颤振主动控制设备、轻质大扭矩变速器、高性能涡轮轴发动机、健康与使用监测以及自适应结构。

2 气动环境

通常，直升机周围的流场要比固定翼飞机的复杂。直升机可以采用不同的旋翼结构（如带尾翼的单主旋翼、前后重叠翼、同轴翼、并排式翼等），其气动复杂性如图 1 所示。这种复杂性某种程度上来源于旋翼周围独特的气动环境。旋翼叶片遭遇的流速沿翼梢方向增加，翼梢处产生大部分气动力。因此，每个叶片尖端的尾迹中都会出现强涡旋，这些涡旋始终靠近旋翼，产生复杂的三维诱导流场，从而影响旋翼的气动载荷、性能、振动水平、气动弹性和声学性能。叶片可以与涡旋相互作用而产生时间相应的气动载荷，由此导致高强度的旋翼振动和脉冲噪声。旋翼的尾流同样会影响机身绕流，而且翼梢涡旋对机身的气动冲击是振动的重要来源。在向前飞行时，叶片遇到非对称的速度场，严重地偏向旋翼桨盘的前进侧。这种情况下，叶片的气动载荷变得更加不稳定并且更加具有三维效应，尾迹涡旋路径变得更加复杂并且难以预测。



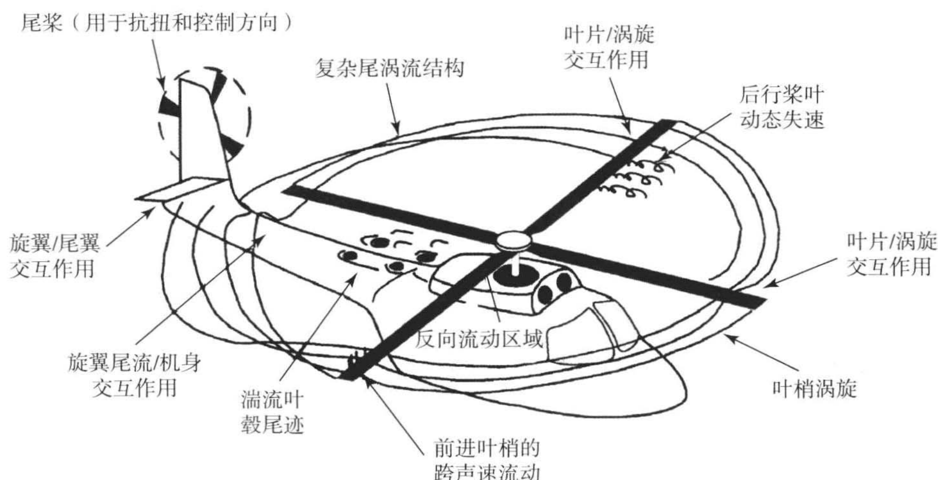


图 1　前行直升机的空气动力

当直升机快速前进时，旋翼桨盘前进侧叶梢处变为跨声速，因而产生更大的阻力，所以需要更强的动力带动旋翼。周期性的激波也是噪声的来源之一。在桨盘的后退侧，相对流速较低，叶片需要更大的攻角来维持旋翼的拉力、推进力和控制，叶片最终发生流动分离。由于前进飞行中旋翼流动的非定常本质，叶片会遭遇严重的动态失速问题，而这是产生叶片高负载的原因，总之直升机的最大前进速度会受到限制。直升机面临的另一个问题是，非流线外形和外置的旋翼轴、叶毂和叶片附件会产生很大的寄生阻力，导致动力需求的增长并同时限制前进速度。

为了扩大直升机的飞行包线，之前提到的所有气动问题都已成为热门研究课题。最活跃的研究领域包括预测三维跨声速叶梢流动，优化叶梢外形减少压缩性损失，设计高性能翼型，了解叶梢涡旋结构，了解旋翼涡旋对旋翼性能和叶片负载的作用，预测非定常气动效应并抑制动态失速，以及将寄生阻力的来源最小化（Leishman，2007）。此外，流场与主旋翼、尾翼和机身间的相互影响都使得直升机空气动力学性质更加复杂，这些现象已经被广泛地研究以减轻负面影响，包括振动和操纵反效。对减少直升机噪声级的强调产生了旋翼声学的基本知识。所有这些研究产出的结果都被用于改进设计方法，为的就是减少各种空气动力学问题并且日益提高直升机和其他旋翼飞行器的性能。

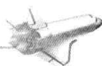
3　旋翼分析的总体理论

旋翼飞行器空气动力学的首要目的就是准确评估叶片负载和旋翼性能。评估中可以利用很多方法，涵盖了从动量定理到计算流体力学的各种方法。最基本的方法就是，将旋翼视为驱动盘，流体力学中的守恒定律都以积分形式应用。这种方法通常被称为简单动量方法，来源于 Rankine（1865）、Froude（1878）和 Glauert（1935）的工作，运用了理想的一维无黏不可压缩流的质量、动量和能量守恒定律。

动量理论的实际应用需要针对相应的飞行条件做出正确的流动模型和控制体的定义，包括盘旋飞行、前进飞行、爬升、下降等（Gessow 和 Myers，1952；Johnson，1980；Leishman，2006）。对多旋翼系统的气动分析必须采用不同的流动模型，来解释旋翼间的气动干扰效应。尽管有诸多的假设和简化，简单动量理论还是能够对旋翼性能做出很好的评估，但并没有深入研究叶片局部的细节。另一个主要优点是，这个理论可以预测理想的或最大性能，由此可以确定实际旋翼产生推力的效率。

3.1　盘旋飞行

由于旋翼叶片在空气中运动，离心器产生垂直方向的力（推力），能量通过转轴以扭矩的形式传递。尽管流动可视化实验表明在盘旋时旋翼气动力也很复杂，从叶梢会产生交织的螺旋状涡旋尾迹，在内侧会有嵌入式的湍流涡旋尾迹（图 2），适当的控制体还是很容易定义的。利用质量守恒定律，质量流率 $\dot{m}$ 在旋翼尾迹边界内为常量，盘旋飞行在已有的假设下，$\dot{m}=\rho A v_{\mathrm{i}}=\rho A_{\infty} w$，这里 A 是桨盘面积，A_{∞} 是后背气流区面积。由动量守恒定律



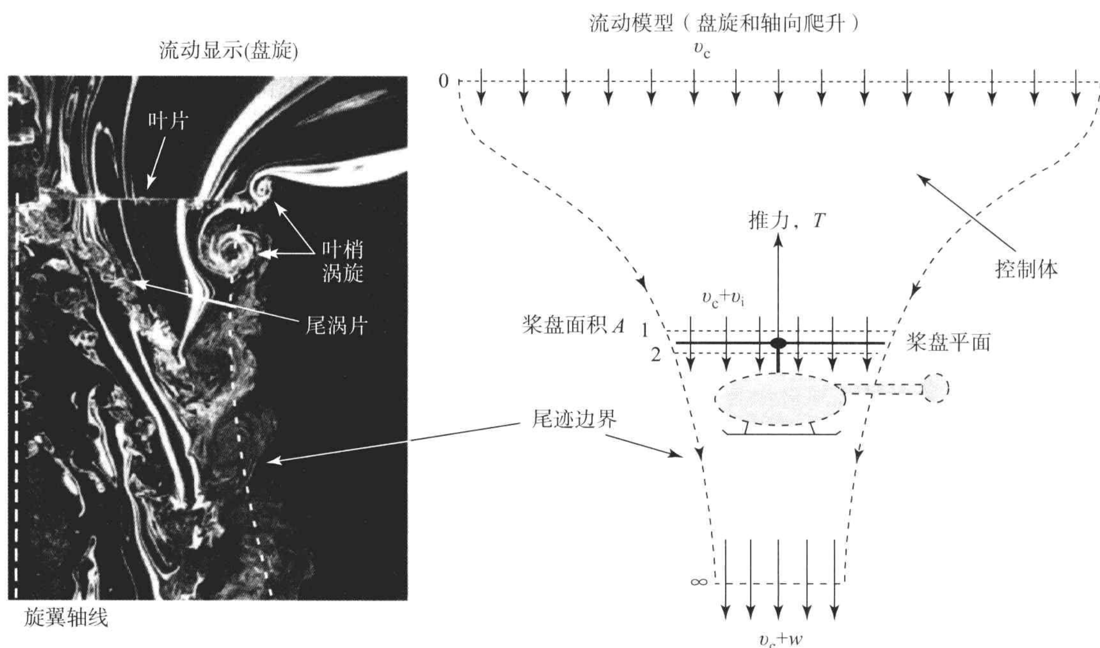


图 2　盘旋翼的流动显示及环绕流场的理想控制体

可知，旋翼推力 T 等同于流出控制体的流体的动量变化率 $\dot{m}w$。由能量守能定律可知，对旋翼做的功 Tv_i 等于流体单位时间内的能量增加 $\frac{1}{2}\dot{m}w^2$。处理上述方程得到 $w=2v_i$（与垂直爬升时相同），并由质量守恒可知，后背气流区面积变为 $A_\infty=A/2$。实验表明，由于黏性效应和“非理想”损失，获得给定的推力需要更大的功率，尾迹收缩并达不到这种程度。桨盘上下部的压力变化可以通过伯努利方程得到，桨盘上下的压力突变 Δp 等于 T/A，称为桨盘负载 DL。

动量理论表明，盘旋时桨盘平面处的诱导速度为

$$v_i=\sqrt{\frac{T}{2\rho A}}=\sqrt{\frac{\mathrm{DL}}{2\rho}}=v_h \tag{1}$$

这里 v_h 将作为爬升、下降和前行飞行时的参考。所需功率为

$$P_i=Tv_h=T\sqrt{\frac{T}{2\rho A}}=\frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} \tag{2}$$

旋翼的效率可以由功率负载 PL 定义，即产生的推力与所需功率的比值。盘旋时所需的诱导功率由 $P_{理想}=P_i=Tv_i$ 给出，因此功率负载与桨盘面的诱导速度成反比，即

$$\mathrm{PL}=\frac{T}{P_i}=\sqrt{\frac{2\rho A}{T}}=\sqrt{\frac{2\rho}{\mathrm{DL}}}=v_h^{-1} \tag{3}$$

如图 3 所示，功率负载（盘旋效率）随桨盘负载（注意对数刻度）的增加快速减小。因此，桨盘负载必须被设计得尽可能低。这一目标显然需要相对大的旋翼直径，而这正是直升机的体型特征。可倾斜旋翼机，由于其混合型设计，即使较小的旋翼也能在较高的桨盘载荷下工作。

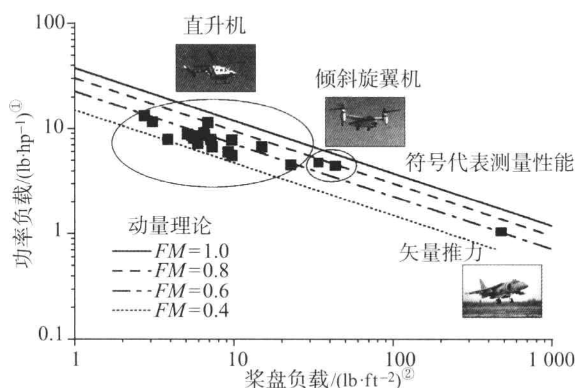


图 3　品质因数为常量时旋翼功率负载与桨盘负载的对比

同固定翼飞机一样，在旋翼飞行器分析中引入量纲为 1 的系数。所有速度通常用盘旋叶梢速度 ΩR 量纲为 1，所有长度用旋翼半径 R 使量纲为 1。推力系数被定义为 $C_T=T/[\rho A(\Omega R)^2]$。因此，诱导流速比为

$$\lambda_i=\frac{v_i}{\Omega R}=\frac{1}{\Omega R}\sqrt{\frac{T}{2\rho A}}=\sqrt{\frac{C_T}{2}}=\lambda_h \tag{4}$$

① 1 lb（磅）=0.453 6 kg；1 hp（英制马力）=746 W。
② 1 ft（英尺）=0.304 8 m。

相应的旋翼功率系数 $C_P=P/\rho A(\Omega R)^3$，所以对于盘旋翼，有

$$C_P=C_T\lambda_h=C_T\sqrt{\frac{C_T}{2}}=\frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

在旋翼设计中，另一种常用的效率参数被称为品质因数 FM，以之前的动量理论为基础来计算这个量。FM 的值由盘旋时转轴理想功率和实际提供功率之比决定，因此这是给定的运行条件下旋翼效率的度量。在实际中，FM 的测量值为 0.6～0.75 都表示直升机旋翼运行良好，实际尺寸的旋翼测量值如图 3 所示。旋翼消耗的功率由诱导部分和形面部分组成，因此 FM 可以写为

$$\text{FM}=\frac{P_{\text{理想}}}{P_{\text{实际}}}=\frac{P_{\text{理想}}}{P_{\text{诱导}}+P_{\text{形面}}}=\frac{Tv_h}{\kappa Tv_h+P_0} \tag{6}$$

这里 P_0 被称为外形功率，主要作用是克服作用在叶片表面的黏性剪切力。叶型损失要通过叶素分析来计算。对于精心设计的旋翼，系数 κ 通常为 1.1～1.2，由于非均匀流、叶梢损失、尾迹盘绕等气动现象，导致了平均流速高于理想情形。由此，功率负载 PL 取决于旋翼的 FM 和桨盘负载，可以写为

$$\text{PL}=\frac{\sqrt{2\rho}\text{FM}}{\sqrt{\text{DL}}} \tag{7}$$

可以清楚地看出，当桨盘负载最小且 FM 最大时，可以获得最有效的盘旋性能（图 3）。事实上，FM 本身对于设计方式不同的各种旋翼在相同桨盘负载下的对比研究更加有用，在其他因素相同的情况下，拥有较高桨盘负载的旋翼会有更高的 FM 值。

对于不同的旋翼强度 σ，FM 和旋翼推力（以叶片负载系数的形式，C_T/σ）的关系如图 4 所示。这里，σ 被定义为总的叶片面积与桨盘面积的比值，即 $\sigma=N_bc/\pi R$，其中 N_b 是叶片数量，尽管可能会用到加权强度（Leishman，2006）。C_T/σ 与旋翼的平均操纵升力系数成比例。根据叶片设计和翼型，FM 曲线会在到达最大之后逐渐减小，之所以减小是因为流动分离和叶片部分失速，导致了更高的翼型阻力和升力的损失。

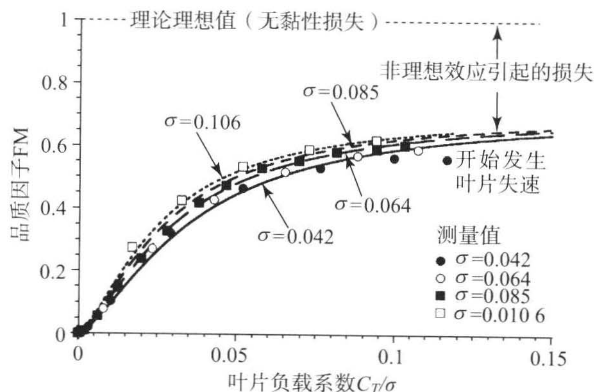


图 4　作为叶片负载系数函数的旋翼 FM 的变化

3.2　垂直升降

爬升情况有一个非零上行速度 v_c（图 2）。如果以盘旋时的诱导速度 v_h 作为参考，那么对于低爬升率的飞行，旋翼诱导速度为

$$\frac{v_i}{v_h}=\frac{v_c}{2v_h}+\sqrt{\frac{v_c}{2v_h}^2+1}\approx 1-\frac{v_c}{2v_h} \tag{8}$$

相应的爬升功率 P 与盘旋功率 P_h 的比为

$$\frac{P}{P_h}=\frac{T(v_c+v_i)}{Tv_h}=\left(\frac{v_c}{v_h}\right)_{\text{旋翼}}+\left(\frac{v_i}{v_h}\right)_{\text{诱导}} \tag{9}$$

上述方程的右侧两项分别由增加直升机高度（增加势能）时作用在旋翼的功以及旋翼对空气做的功（不能避免的诱导损失）组成。将方程（8）代入方程（9）并整理得到

$$\frac{P}{P_h}=\frac{v_c}{2v_h}+\sqrt{\left(\frac{v_c}{2v_h}\right)^2+1}\approx\left(\frac{v_c}{2v_h}\right)+1 \tag{10}$$

注意到爬升功率总是大于盘旋功率，但诱导功率在总功率中占的比重却越来越小。实际中，旋翼飞行器的垂直爬升率相对较低，通常有 $v_c/v_h<1$。

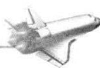
在下降时，$v_c<0$ 且需要采用稍微不同的模型。这种情况中，旋翼处的流动变得更加复杂。如果 $|v_c|$ 至少为 $2v_h$，那么流动总是向上通过旋翼并且滑流定义良好。然而，对于下行速度低于 $2v_h$ 的情况，控制体内的流动速度可以向上或向下，不能明确定义可以应用守恒定律的控制体，此时得不到 v_i 的精确解。如果 $|v_c|>2v_h$，则有

$$\frac{v_i}{v_h}=-\frac{v_c}{2v_h}-\sqrt{\left(\frac{v_c}{2v_h}\right)^2-1} \tag{11}$$

所需功率为

$$\frac{P}{P_h}=\frac{v_c}{2v_h}-\sqrt{\left(\frac{v_c}{2v_h}\right)^2-1} \tag{12}$$

图 5 总结了上述结论。延长的虚线同样是解，但它们是假想的解，因为其与假定的流动模型矛盾。注意到旋翼流动可以被细分为四种状态：①正常工作状态；②涡环状态；③湍流尾迹状态；④风车式制动状态（旋翼从空气中吸收能量）。v_c+v_i 和 v_c+2v_i 两条线划分了这四种状态。当旋翼开始反向运动时，明确的后背气流区不再存在，而是产



生流动循环和湍流流动，最终出现不稳定的涡环状态。这里，诱导速度曲线可以通过实验测量近似定义，尽管会有明显波动，但还是可以用曲线拟合来满足实际用途。

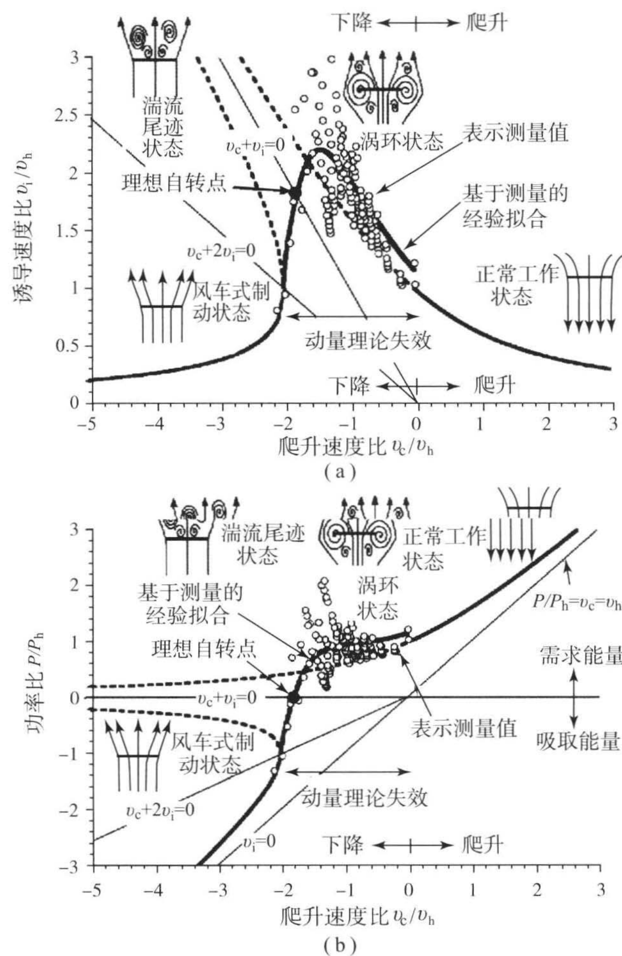


图 5

(a) 诱导速度；(b) 轴向飞行时旋翼功率曲线

图 5 中 $v_c+v_i=0$ 曲线上方的工作条件，需要发动机对转轴做功；在曲线下方，旋翼从气流中获取能量。轴向飞行在 $v_c/v_h \approx -1.8$ 时不需要净功率，即 $P=T(v_c+v_i)=0$ 或 $P/P_h=0$，被称为理想的垂直自转。因为要克服非理想诱导损失和型面损失，实际中的自转发生在比此略高的下降速率时。实际上，自转是当飞行器功率损耗或其他机械故障阻碍能量传递给旋翼时，飞行员可以使飞行器着陆的一种策略。飞行员必须给予飞行器足够的下降速率，通过高度的降低来获得驱动旋翼的能量。因此，飞行员利用对旋翼的叶片控制输入来获得飞机下降速率并减小前行速度，这需要超高的技术，因为这只有一次机会。当功率损耗发生在离地面很近时，直升机的净能量状态过低而不允许垂直自转。然而有一定的前行速度时，驱动旋翼所需的功率要小于盘旋时的功率（见下一节），所以自转下降速率也会降低。

3.3　前行

前行时旋翼分析的动量理论最早由 Glauert（1928，1935）正式提出，模型的变化如图 6 所示。这种情况下，通过旋翼的质量流率 $\dot{m}=\rho AU$，其中 U 是桨盘处的和速度，即

$$U=\sqrt{V_\infty^2+2V_\infty v_i \sin\alpha_D+v_i^2} \tag{13}$$

式中，α_D 是桨盘攻角。应用守恒定律有 $T=\dot{m}(w+V_\infty \sin\alpha_D)-\dot{m}V_\infty\sin\alpha_D=\dot{m}w$ 以及 $P=\dfrac{1}{2}\dot{m}(2V_\infty w\sin\alpha_D+w^2)$。如之前一样 $w=2v_i$。旋翼拉力变为

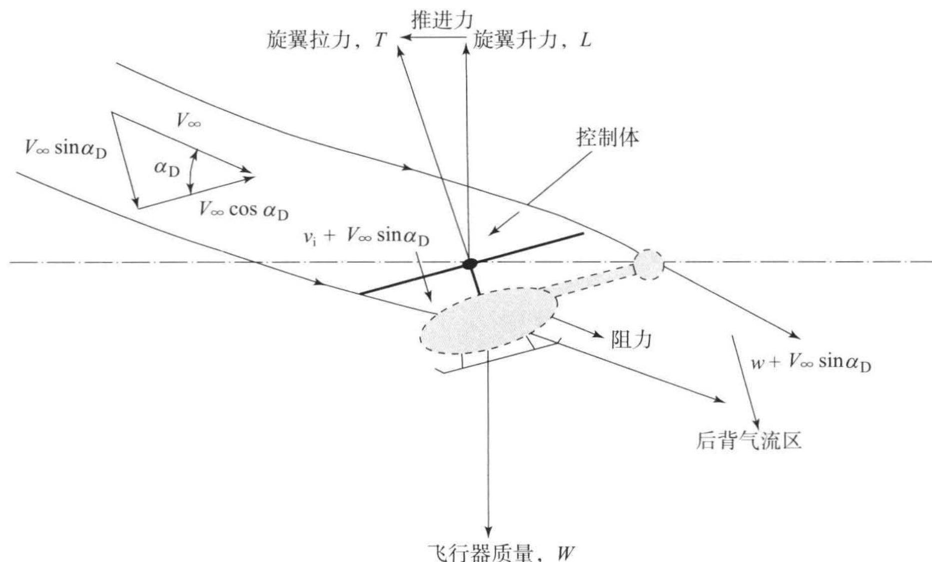


图 6　前行时旋翼分析的动量理论流动模型

$$T = 2\dot{m}v_i = 2\rho A v_i\sqrt{V_\infty^2 + 2V_\infty v_i \sin\alpha_D + v_i^2} \quad (14)$$

盘旋时，$V_\infty=0$，所以方程（14）退化为正确形式。此外，在高速前行时 $V_\infty \gg v_i$，所以 $T \rightarrow 2\rho A v_i V_\infty$，这就是半径为 R 的圆形机翼的升力。定义旋翼的前进率 $\mu = V_\infty \cos\alpha_D / (\Omega R)$，内流比 $\lambda = (V_\infty \sin\alpha_D + v_i)/(\Omega R) = \lambda_c + \lambda_i$，由此内流方程为

$$\lambda = \mu \tan\alpha_D + \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2+\lambda^2}} \quad (15)$$

产生推进力需要圆盘安装攻角 α_D，但这个角度并不能预先知道且必须通过力的平衡过程来估计。在小角度假设下，由纵向平衡有 $T=W$，横向平衡有 $\alpha_D = v_c/V_\infty + D/T$，这里 D 是直升机阻力。尽管可以得到方程（15）的解析解，但选择适当的根还存在问题，而且诸如定点迭代和牛顿-拉弗森迭代的简单迭代过程都是用于平衡状态的内流方程。

前行时所需的功率 $P = T(V_\infty \sin\alpha_D + v_i) = TV_\infty \sin\alpha_D + Tv_i$，其中第一项是推进或爬升功率，第二项为诱导功率损耗。此时，

$$\frac{P}{P_h} = \frac{T}{T}\frac{\lambda}{\lambda_h} = \frac{\mu}{\lambda_h}\tan\alpha_D + \frac{\lambda}{\sqrt{\mu^2+\lambda^2}} \quad (16)$$

直升机前行时的总功率 P 可以被估计为

$$P = P_i + P_0 + P_p + P_c = \rho A(\Omega R)^3 \cdot (C_{P_i} + C_{P_0} + C_{P_p} + C_{P_c}) \quad (17)$$

式中，P_i 为诱导功率，P_0 为克服叶片形阻的功率，P_p 为寄生功率，P_c 为直升机爬升功率，诱导功率系数为

$$C_{P_i} = \frac{\kappa C_T^2}{2\sqrt{\lambda^2+\mu^2}} \approx \frac{\kappa C_T^2}{2\mu}\ （对较大的前行率） \quad (18)$$

其中 κ 是经验值，用于解释前述的由于黏性造成的众多非理想气动现象。盘旋时 κ 的值可能有所不同，同时随着 μ 而变化，但对于初始性能估测，假设 κ=1.15 对于初始性能估测就足够了。旋翼的形面功率必须通过叶素分析来估计（见第5节），利用一定的假设与近似，如 $C_d = C_{d_0}$ = 常数，由此，这一项变为

$$C_{P_0} = \frac{\sigma C_{d_0}}{8}(1 + K_1\mu^2 + K_2\mu^4) \quad (19)$$

尽管 K_1 和 K_2 能取很多值，但对于初步的旋翼性能估计可以取 $K_1=4.65$ 和 $K_2=0$。寄生功率可以被表示为

$$C_{P_p} = \frac{1}{2}\frac{f}{A}\mu^3 \quad (20)$$

这里 f 是等价的机身寄生阻力面积。f 的值取决于直升机设计，可以从机身模型风洞测试（带旋翼毂但不要叶片）或者从飞行性能测试中导出。因此，前行时总的功率系数可以写为

$$C_P = \frac{\kappa C_T^2}{2\sqrt{\lambda^2+\mu^2}} + \frac{\sigma C_{d_0}}{8}(1+4.65\mu^2) + \frac{1}{2}\frac{f}{A}\mu^3 + \lambda_c C_T \quad (21)$$

其中最后一项表示直升机爬升需要的额外功率。

水平前行时直升机的动力故障如图7所示。诱导损失随前行速度迅速减小，但是当前行速度增加时又会有增加的趋势，因为旋翼必须在较高的 C_T 下运行来获得推进力并保持垂直力平衡。同时，需要额外的功率来带动尾桨，由尾翼推力估计而来的功率用来保持偏航平衡。

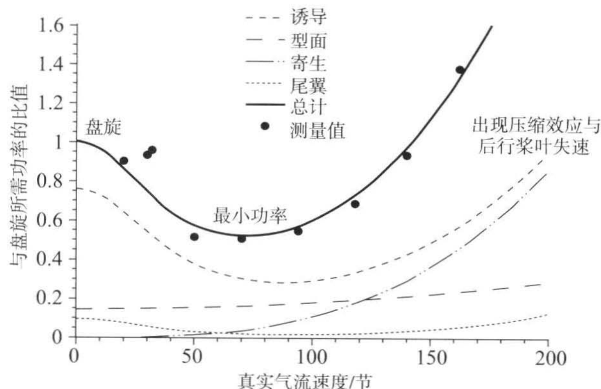
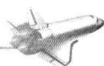


图7　水平前行时直升机的功率成分

功率是飞行器质量和操纵密度的函数，通过功率曲线可以推出直升机的性能特征。例如，最小功率对应的速度下会达到最大爬升率，即最大剩余功率产生的爬升速度。这对于飞行员来说也是获得最小下降自转率的最优速度。同时，从方程（21）可以看出，高速前行时功率迅速增加，可以通过流线化来提高前行速度。通过对发动机燃油消耗率的了解还可以估计飞行航程与航时（在一定燃料下）。

4　旋翼分析的叶素方法

叶素理论（BET）可以用来计算旋翼叶片上的气动力分布。我们也可以用它来分析螺旋桨，Tokaty（1971）已经有所讨论。叶素理论是很多现代旋翼性能分析方法的基础，它只需要适当的计算量就可以预测翼展方向的力的分布。叶素理论的基本假设是，每个叶片剖面都作为产生气动力的二



维机翼，并结合着各种各样的对于三维效应的修正方法（既有理论总结又有经验总结）。认为旋翼尾涡的影响（以及其他所有的气动影响）包含在流入角为 ϕ 的每个叶片剖面中（图 8）。这个角度包含诱导速度流场的影响，诱导速度流场由旋翼尾涡、叶片运动（特别是摇摆运动）、弹性弯曲和扭转变形效应以及来自机身组件的扰动效应引起。叶素理论允许检验旋翼设计参数的影响，如叶片扭转、俯视图形貌、翼剖面等。

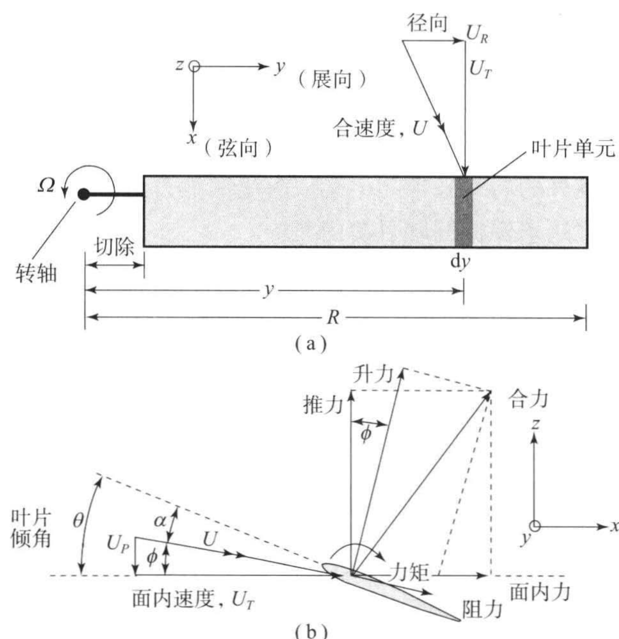


图 8　典型叶片的气动环境

(a) 俯视叶片；(b) 叶片平面

注意：面外速度 U_P 包括入流和其他来源。

应用叶素方法，旋翼推力系数可以写成

$$C_T = \frac{1}{2\pi}\int_{\psi_b=0}^{\psi_b=2\pi}\int_{r=0}^{r=1} dC_T \tag{22}$$

此式将单个叶素贡献的推力增量在翼展方向（r）和方位角方向（ψ_b）上积分。对应的旋翼的功率系数为

$$C_P = \frac{1}{2\pi}\int_{\psi_b=0}^{\psi_b=2\pi}\int_{r=0}^{r=1} dC_P \tag{23}$$

这些方程同时适用于盘旋和前行时，但是它们的复杂性意味着除了特殊情况外，必须使用数值方法来解决。

利用方程（22）和方程（23）来计算 C_T 和 C_P 的最大困难是有必要预测局部截面速度和每一个叶素的攻角，它们随 r 和 ψ_b 变化。对攻角有显著影响的是来流 λ，它在旋翼桨盘上是不均匀的。即使已经得到攻角，局部的气动系数仍需计算。在一些应用中，局部升力和阻力系数可以由平板测量得到（马赫数和雷诺数适合每个叶素），尽管也必须对三维效应和非定常空气动力以某种方式做出解释。然而，有了既定的假设和近似，我们有可能得到封闭的解析解。例如，假定叶片各个部分的升力系数是一个定值（即 $C_l=\overline{C}_L$）并且叶片从俯视角度看是一个矩形［即 $c(r)=$常数］，那么对于盘旋飞行的情况，方程（22）就变成了 $C_T=\sigma\overline{C}_L/6$，或者平均升力系数写为 $\overline{C}_L=6C_T/\sigma$，其中 C_T/σ 就是旋翼桨叶载荷系数。此外，用一个恒定的局部阻力系数（即 $C_d=C_{d_0}$），以及大小为 $\kappa\lambda$ 的均匀来流来近似，那么对于盘旋飞行，方程（23）积分得到

$$C_P=\frac{\kappa C_T^{3/2}}{\sqrt{2}}+\frac{\sigma C_{d_0}}{8} \tag{24}$$

其中第一项被认为来自简单动量理论。在这种情况下，关于 FM 的方程就写为

$$\mathrm{FM}=\frac{P_{理想}}{P_{诱导}+P_{形面}}=\frac{\dfrac{C_T^{3/2}}{\sqrt{2}}}{\dfrac{\kappa C_T^{3/2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sigma C_{d_0}}{8}} \tag{25}$$

为使 FM 的值最大化，很明显必须使诱导耗损较低，这必须通过叶片设计来完成，此外，采用的机翼必须具有最低的阻力系数，另一种方法是尽可能地使 σ 保持较低。然而，在减少体积时必须谨慎，因为这会导致 C_T/σ（叶片平均升力系数也一样）变大，最终导致失速裕度减小。所有的旋翼设计必须保留足够的失速界限，来为前行性能和正常飞行演习给予足够的推力。

盘旋飞行中旋翼桨盘上的来流可以用叶素/动量混合分析方法来预测，在这个方法中，旋翼被理想化为一系列的环状物，并且动量和升力环量理论之间的基本等价被调用（Gessow 和 Myers，1952；Leishman，2006）。这个方法的主要优势在于可以解析地预测整个叶片跨度上的负载，而这对于优化叶片的形状以获得最高旋翼性能是非常重要的。

理论结果表明，特殊的双曲线或理想的叶片扭转，使得来流均匀并且诱导耗损最小，即 $\theta(r)=\theta_{tip}/r$，其中 θ_{tip} 表示叶片尖端倾斜的角度。显然叶片根部不可能出现理想扭转，但是叶片附件和变桨轴承的需要使得这个问题变得没有意义。而另外一个结论是叶片必须是锥形的，以提供最佳的气动效应，对于这种情况，翼弦需按双曲线变化，即 $c(r)=c_{tip}/r$，由此叶片以某一攻角运转时能达到

最佳升阻比。所以，要想获得最大的盘旋性能，通常需要叶片是扭转的并且是锥形的；对于实际的设计，两者的线性分布会得到最佳的旋翼性能。

前行时，旋翼的空气动力学变得更加复杂，而且对于所有的叶片剖面，其局部截面速度都会遇到周期性的变化（动压和马赫数也会如此）。这些影响会导致显著的非定常效应、压缩效应、由流动分离和失速产生的非线性气动问题、逆流（出现在轮盘的后退侧叶片后缘的根部）和来自尾迹的非均匀诱导速度（图 1），所有的这些效应，在不依靠更多的、更复杂的旋翼空气动力学表达式的情况下是很难表示出来的。然而，通过合理的近似，描述旋翼上气动力的主要障碍还是能够解决的，如通过利用模型来描述旋翼桨盘上的入流分布并结合更精确的模型来分析截面空气动力学问题。

在前行中旋翼性能的预测，还需考虑叶片运动的影响。与螺旋桨不同，直升机的旋翼是铰接的，而且每个叶片的根部是通过一个挥舞铰（类似一个销连接）合并在一起的，这些铰链允许每个叶片在旋转平面内在各向异性的气动力、离心力和其他惯性负载的作用下自由拍动，铰链同时也会消除周期性的弯曲负载和减轻不利的陀螺效应。桨叶挥舞响应在找到气动解决方案的同时必须得到解决。没有铰链和轴承的转子使用的是弯曲或虚拟的铰链，但目的是一致的。旋翼叶片的运动会改变气动力，所以当叶片运动引起攻角的局部变化抵消了前行速度和入流分布改变造成的空气动力学响应，叶片就会达到一定的平衡。另外一个铰链（实际的或虚拟的）允许每个叶片在旋转平面内超前或滞后，来减轻由于 Coriolis 加速度引起的面内弯曲负载。旋翼方向（即桨叶挥舞形成的盘面）的控制是通过叶片间距循环变化来实现的，而这种循环变化是由飞行员通过一种称之为滑盘的机制施加的。

4.1　诱导速度场

前行中首要的空气动力学问题是旋翼桨盘上不均匀分布的诱导速度（入流）的确定以及它对飞机截面气动载荷的影响。最简单的入流模型有以下线性分布的形式：$\lambda_i(r,\ \psi_b)=\lambda_o(1+k_x r\cos\psi_b+k_y r\sin\psi_b)$，这里 λ_o 是由动量理论给出的旋翼中心处的入流，加权因子 k_x 和 k_y 代表入流的空间畸变，当叶片指向下游时其方位角 $\psi_b=0$，指向上游时 $\psi_b=\pi/2$。在一些近似条件下，k_x 和 k_y 可以建立为前进比或尾迹倾斜角的函数（Johnson，1980），k_x 和 k_y 的正负通常是根据以下方法判断的：在水平飞行时，最大入流偏向桨盘后侧和后退侧，这一结果已被实验证实。这种入流模型很容易就被纳入分析旋翼性能的方程以及求解旋翼负载的数值模拟方法中。这种预测结果一般要比使用均匀入流假设得出的结果好，但是对于很多形式的分析来说还是不够准确。

为了更详细地分析这种随时间变化的气动载荷，必须考虑翼尖涡流和其他涡流诱导的流速。这种尾迹涡流对流到的位置取决于当地的流速场，而这些速度一部分取决于旋翼的设计以及飞机飞行条件。在这个过程中，翼尖涡流可能会跟其他涡流或其他叶片相互作用，造成相当大的尾迹畸变。为了预测这些影响，有多种方法来使涡旋理论形象化。例如，旋翼尾迹被建模成一系列倾斜涡环，视作离散涡格系统或涡点集合（Leishman，2006），从近似的涡场的位置和强度来看，旋翼桨盘上的入流分布可以通过 Biot-Savart 定理计算。这种涡流模型可以与旋翼叶片的升力线或升力面模型耦合，它将尾涡的初始强度和位置定义为边界条件。

为了减少计算量，复杂的尾迹可以简化为仅处理翼尖涡旋，由实验验证和经验得知这种近似是合理的，但是它可能不适用于所有的飞行条件。在涡环模型中，根据简单动量理论基础可以空间定位所有的环（每个叶片转一周时一个环对应一个翼尖涡流），从而给出一个入流的确切的解析解（虽然是近似的）。在其他涡流模型中，自然弯曲的涡流被离散为短的连续的直线，它们之间通过配置点相互连接，然后通过沿着直线细丝数值积分得到净诱导速度场。不同涡流尾迹模型的主要区别是求解细丝传递过程所采用的数值方法，而尾迹高度离散化的情况下，计算量会很大。

在指定的尾迹模型中，数值计算量可以通过指定尾迹细丝的位置或预定义一个速度场来减少（如线性入流假设）。利用后一种方法，控制微分方程可以解耦（即涡流细丝之间没有自激或相互作用），从而得到尾迹位移的解析解，本例中，求解结果表现为倾斜的螺旋体。这种刚性尾迹求解过程不存在尾迹收缩或卷起假定。作为简单的扩展，根据确定的半经验规则，尾迹的垂直位置可以扭曲。根据使用流动显示测得的尾迹几何图，就旋翼几何和操作



参数而言，这些模型已经被推广使用。利用规定的尾迹模型预测的尾迹几何图永远都不能完全首尾一致。

一个更好但计算量更大的途径是使用自由涡方法，常见的数值方法有两种：①时步法；②弛豫法。在时步法中，尾迹的一些初始位置必须指定（如一个规定的尾迹），并且随着整合及时地进行，初始瞬值减少后，会得到名义上的稳态尾迹解。然而，得到一个周期解可能需要较多转数，所以会导致较高的计算量。在弛豫法中，尾迹的周期性被强制作为一个边界条件，在一次又一次的迭代过程中，如果在低于规定的公差范围内尾迹的几何形状发生改变，就会收敛。尽管这种基于弛豫的自由涡流尾迹模型计算较快，但它们并不适用于所有的模型，如那些依赖时间的飞行或机动飞行。图 9 所示的是自由涡流尾迹模型得到的结果，并且与风洞中得到的测量结果进行了对比。

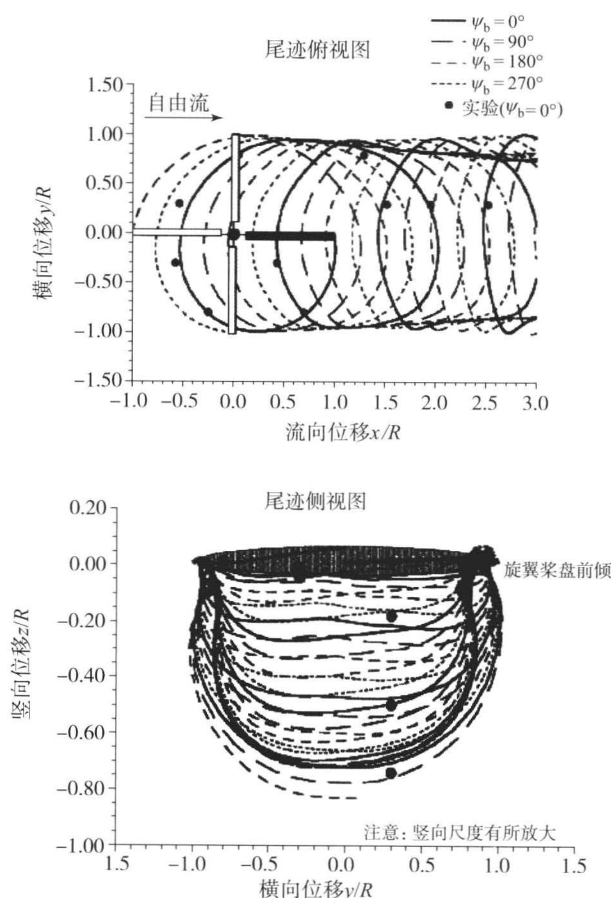


图 9　由自由涡流尾迹模型得到的翼尖涡旋几何图

（阴影部分为参考叶片，同时有实验测量）

5　非定常空气动力学

除了需要利用尾迹模型来预测旋翼桨盘入流的不均匀空间变化，叶片的气动载荷还与攻角的变化有关，造成攻角变化的原因有沿叶片时变的流速、叶片摇摆运动、叶片间距控制输入和叶片弹性响应。此外，如果叶片贯穿尖端涡旋，那么叶片会遇到较大的速度梯度，这种现象称为叶涡相互作用或 BVI（图 1），这会加大当地非定常气动载荷。相应的非定常气动效应表现为较大的振幅和相位差，这与在计算过程中假定为准稳定条件得到的结果相同。某种程度上，这些非定常效应（部分来源于尾涡诱导效应）可以用离散涡方法预测，但在这种情况下，需要利用昂贵的列阵模型进行数值模拟。

在 BET 中应用的大多数非定常气动模型都是类似的，它们都是固定翼飞机理论截断模型的扩展。尽管直升机旋翼尾迹和固定翼尾迹有明显的差别，但通过简化假设仍然可以得到精确解。经典的非定常气动解包括 Loewy 理论（Loewy，1957），它是 Theodorsen 对振荡翼的经典频域理论（Theodorsen，1935）的扩展，用来解释叶片下的对流尾迹涡旋。压缩性使得这一问题更加复杂，从后行叶片的低亚声速到前行叶片尖端的跨声速，直升机旋翼叶片会遇到范围很广的马赫数流动。非定常流动中的压缩效应很难模拟，因为它们不能像不可压缩情况那样用普朗特-格劳厄脱缩放来解释，因此常常需要半经验建模方法。跨声速流动需要非线性气动模型，这不可避免地会使问题更加复杂（Leishman，2006）。如果当地马赫数足够大，可能会出现激波诱导流动分离和失速，必须准确预测其影响，这关乎更大的旋翼功率和脉冲噪声的产生。然而，大部分叶片都在亚临界马赫数内运行，利用亚声速线性理论就可以。

如果叶片上出现流动分离，那么气动载荷变为时间和空间的高度非线性的函数。严重的流动分离为动态失速（图 1 和图 10），其特点是叶片剖面前缘产生涡旋并脱落（McAlister 和 McCroskey，1977）。如果旋翼叶片上出现动态失速，会产生很高的瞬态升力和俯仰力矩，表现为振荡负载和严重的振动。同样重要的是，非定常负载的定相会导致俯仰方向的负阻尼和被称为失速颤振的气动弹性问题。由动态失速产生的非线性气动负载在多数叶素分析中通过半经验模型呈现（Leishman，2006）。

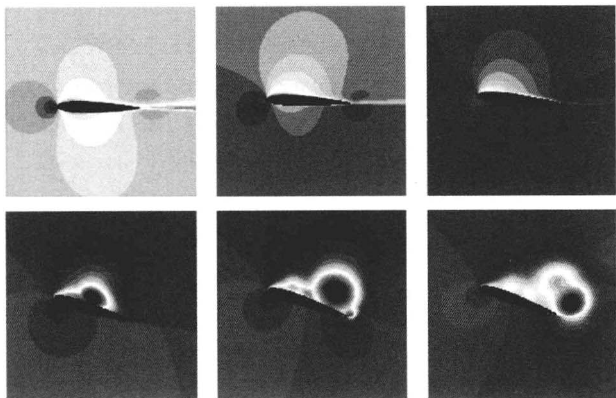


图 10　利用 N－S 方程预测倾斜翼剖面的动态失速和前缘涡旋脱落
（由 G. Barakos 和 D. Drikakis 提供）

6　综合分析

预测现代旋翼飞行器的空气动力学问题，意味着我们需要建立模型来模拟复杂物理问题以及问题之间的相互依赖关系。设计是这样实现的：通过分析把旋翼飞行器划分为一系列简单的子问题，针对这些子问题分析并建模，然后将子模型组装成总体来代表整个结构。这就是所谓的综合模型的前提，已被证实对于设计和其他应用具有相当大的价值。耦合过程是通过一个被认为最好的可用的子组件模型的整合器进行的，这样得到一个大的数学模型，它可以近似整个旋翼飞行器的全部行为。现代综合方法中较著名的是 CAMRAD（综合分析和旋翼空气动力学及动力学建模）（Johnson，1981a、1981b、1994）。

如今使用的综合的旋翼飞行器模型有很大的价值，但也有其局限性，一个重要的问题就是要平衡其复杂性和计算量与预测能力。此外，由于子组件模型不能总是具有相同的数学基础，在一个严格的数值构造模型中，它们并不是很容易就能配合在一起。很明显，建模的总体水平只能用最弱的子组件模型的水平来衡量，对于旋翼而言，最弱的部分通常集中于空气动力学模型之中。通常情况下，这些模型包括表示旋翼尾迹的模型以及各种类型的预测非定常气动力和动态失速后果的模型。毋庸置疑，能代表运行各种各样飞行配置的不同类型旋翼飞机的综合模型非常复杂并且计算量很大，但至少目前而言，它们为设计目标提供了最佳水平的建模保真度。

7　进阶的分析方法

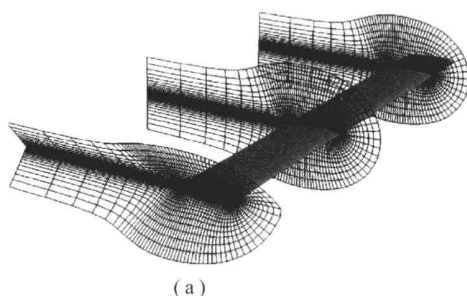
叶素理论的分析方法（特别是实证模型修正分层时）长久的应用，表明对直升机气动性能设计的能力有限。为此，要发展先进的实验方法和计算模型来进一步了解旋翼飞行器空气动力学问题，并进一步解决问题。例如，现今测量旋翼叶片附近的流动已经成为可能，并有更高的准度和精度。计算机性能的空前进步同样加速了旋翼飞行器计算技术的发展。这些方法的验证连同新的实验数据都提高了分析的精度，同样提高了设计信心。

过去 20 年计算机技术的飞速发展使计算流体力学（CFD）有了巨大的发展。有限差分法和有限体积法被用于控制方程来模拟流动。广泛的 CFD 技术用来分析旋翼飞行器问题，从无旋无黏势流近似法，到全位势方程，到欧拉方程，到 N-S 方程。原则上，只有 N-S 方程能够解决黏性效应、压缩效应和湍流问题，它们在直升机气动问题中都有重要作用。然而，CFD 的每个层次预测能力都有提高，但同时也增加了计算花费。

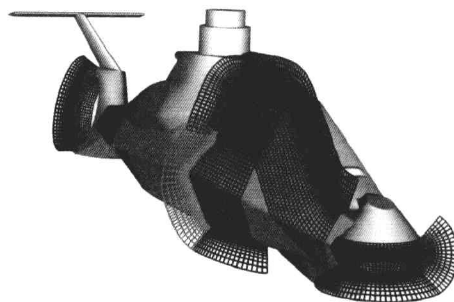
在实际应用中，N-S 方程通常写为守恒形式，进而可以简化为雷诺时均（RANS）方程。RANS 方程同样是一系列耦合的非线性偏微分方程，数值求解很不容易。数值解法基于有限差分法或有限体积法用于适当的网格。为此，近几十年来人们在数值方法和网格技术上做了大量工作。有限差分方法利用在网格节点的泰勒级数来近似方程中的空间导数，而有限体积法利用积分形式的方程来拼接单元。有限体积法的优点在于，对结构网格和非结构网格均适用。

应用 CFD 处理旋翼飞行器的一个难题是，在旋转部分和非旋转部分定义计算网格。有多种类型的网格可以被应用，如 O、C 和 H 网格。当旋翼与叶片形状近似时应用 O 和 C 网格（图 11）。网格可以结合应用，局部精确的网格叠加在 H 网格上可以减少总网格点数。CFD 已经可以解决有相对运动的网格上的流动（如旋翼叶片相对于机身运动），同时插值技术也被用于传递流动信息。单元无规则形状的非结构网格，正越来越多地被用于旋翼飞行器空气动力学的研究，因为其对复杂的几何表面有很好的适应性。然而，定义旋翼飞行器外形所需的大量网格点，对计算机来说仍是巨大挑战。其他包括流动中的湍流建模，特别是旋翼尾迹和非流线机身绕





(a)



(b)

图 11 用来求解 N-S 方程的直升机网格划分示例

(a) 叶片网格（由 Karthikeyan Duraisamy 提供）；(b) 机身网格（由 NASA Ames 和 Robert Meakin 提供）

流尾迹中的湍流建模，需要更精细的网格和强大的计算能力。

拥有各种假设和近似的 CFD 模型都建立在飞行器空气动力学的许多复杂问题之上。这些问题包括（但不局限于）叶/涡相互作用，旋翼尾迹/机身相互作用，机动飞行中的尾迹动力学和气动负载，以及涡环状态。尽管关于这些现象的详细讨论超出了本书范围，但简短的讨论还是很有帮助的。

例如，图 10 为动态失速问题的 RANS 计算，它预测了前缘涡旋脱落的特点。然而，定量地预测动态失速和相应的非定常气动载荷与实际测量相比还是有不足之处，部分原因在于涡旋流动和湍流的建模与解析的难度。此外，利用有限数量的网格点模拟偏微分方程总会导致涡旋的数值扩散，这就会使流动结果出错。由于此类原因，准确地建立旋翼尾迹模型仍是旋翼飞行器空气动力学最前沿的课题。

旋翼尾迹的例子如图 12 所示（Strawn 和 Djomehri，2002）。尽管这个 RANS 解得到了旋翼

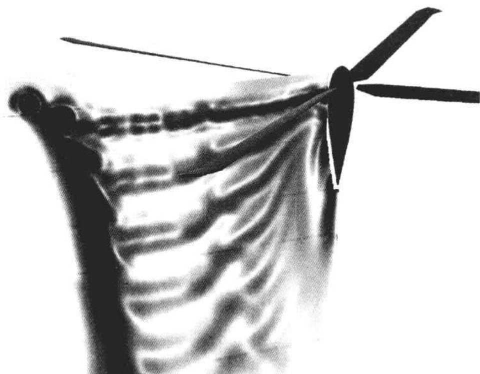


图 12 直升机盘旋时旋翼尾迹的 RANS 解

包括一个叶片下的涡旋强度剖面

（由 NASA 和 Roger Strawn 提供）

尾迹结构的关键特征，但翼尖涡旋只能持续 1～2 个转数，比实验中的时间短（通常为四转或更高转数）。这一重大缺陷促进了自适应网格、嵌套网格的发展，以及其他能够更好地捕捉并保持对流涡旋特性的方案的发展。然而，因为许多 CFD 方法给予了旋翼飞行器空气动力学问题新的理解，它们很大程度上影响了旋翼飞行器的设计进程。

8 总　　结

本章简要论述了一些直升机空气动力学领域中发现的问题，强调了动量理论、BET 等基本方法在预测旋翼性能中的重要作用，这些方法有助于揭示控制旋翼系统性能的各种依赖关系，以及帮助确定针对旋翼设计测量性能的最大气动能力。同时也强调了现代计算流体力学特别是 N-S 方程对于更好地理解直升机空气动力学中的问题的重要性。虽然最佳数值方法和最佳网络系统的发展仍需要进一步的研究，这种先进的空气动力学方法对于理解旋翼飞行器中发现的各种具有挑战性的空气动力学问题始终是非常重要的，进而限制直升机及其他类型旋翼飞行器性能的空气动力学问题才会减少甚至到最终解决。

参考文献

Carr，L. W.，McAlister，K. W. and McCroskey，W. J. (1977) Analysis of the development of dynamic stall based on oscillating airfoil measurements. *NASA TN D*-8382.

Froude，W. (1878) On the elementary relation between pitch，slip and propulsive efficiency. *Trans. Inst. Naval Archit.*，19，47-57.

Glauert，H. (1928) On the horizontal flight of a helicopter. *British ARC R & M* 1157. Glauert，H. (1935) Air-

plane propellers, in *Division L of Aerodynamic Theory* (ed. W. F. Durand), Springer Verlag, Berlin, Germany. Reprinted by Peter Smith, Glouster, MA, 1976.

Gessow, A. and Myers, G. C. (1952) *Aerodynamics of the Helicopter*, Macmillan Co., New York.

Johnson, W. (1980) *Helicopter Theory*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Johnson, W. (1981a) Development of a comprehensive analysis for rotorcraft: I-rotor model and wake analysis. *Vertica*, 5 (2), 90 - 130.

Johnson, W. (1981b) Development of a comprehensive analysis for rotorcraft: Ⅱ-aircraft model, solution procedure and applications. *Vertica*, 5 (3), 285 - 216.

Johnson, W. (1994) Technology drivers in the development of CAMRAD Ⅱ. American Helicopter Society 3rd Decennial Specialists' Conference on Aeromechanics, San Francisco, CA, January 19 - 21.

Leishman, J. G. (2006). *Principles of Helicopter Aerodynamics*, 2nd edn, Cambridge University Press, New York.

Leishman, J. G. (2007) *The Helicopter: Thinking Forward, Looking Back*, College Park Press, College Park, MD.

Loewy, R. G. (1957) A two-dimensional approximation to the unsteady aerodynamics of rotary wings. *J. Am. Helicopter Soc.*, 24 (2), 81 - 92.

Rankine, W. J. M. (1865) On the mechanical principles of the action of propellers. *Trans. Inst. Naval Archit.*, 6, 13 - 39.

Spenser, J. P. (1999) *Whirlybirds: A History of the US Helicopter Pioneers*, University of Washington Press, Seattle & London.

Strawn, R. C. and Djomehri, M. J. (2002) Computational modeling of hovering rotor and wake aerodynamics. *J. Aircraft*, 39 (5), 786 - 793.

Taylor, M. J. (1984) *History of the Helicopter*, Hamlyn Publishing, London.

Theodorsen, T. (1935) General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. *NACA Report* 496.

Tokaty, G. A. (1971) *A History and Philosophy of Fluid Mechanics*, Foulis & Co., Henley-on-Thames, England.

本章译者：雷娟棉，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 15 章

气动流控制

David Greenblatt[1], Israel J. Wygnanski[2], Christopher L. Rumsey[3]
1 以色列理工学院机械工程系，海法，以色列
2 亚利桑那大学航空航天和机械工程系，图森，美国
3 NASA 兰利研究中心计算航空航天科学分支，汉普敦，弗吉尼亚，美国

1 引　　言

流动分离及控制在普朗特的边界层理论中占主导地位（Tollmien，1955）。在阐述基本理论的同时，他论证了流动分离会延时出现，即由圆柱表面的翼缝吸气会产生延时。尽管对吸气槽道的研究促进了流体力学未来的发展，但为了增加升力而对吸气槽道进行的研究却在衰落，因为对于高速飞行的追求需要薄翼剖面。然而，表面气孔吸气对边界层的稳定和湍流转换的延时是非常有价值的（Bussmann 和 Muenz，1942）。边界层控制（BLC）的可能性已由实验证明，即通过直径相对较小的管道鼓入高压空气（Baumann，1921）。20 世纪 50 年代中期，喷气推进的出现和高速军机增大升力的需要使得鼓风成为 BLC 的前沿。Lockheed 公司的 F－104 和 Mikoyan 的 Mig－21 在着陆时应用了襟翼表面鼓风。尽管气动推进的一体化仍停留在实验室阶段，但它促使了超循环和喷气襟翼等新概念的产生。在“Sputnik 人造卫星”出现之前，现代 BLC 研究达到了最高点，于是太空研究的焦点发生了转变。前半个世纪的国际研究都总结在 Lachmann（1961）编辑的经典著作中。

在短暂间断之后，对边界层控制或者通常称为主动流动控制的研究重新出现，并且广泛地应用到空气动力学中。重新研究有两个主要因素：物理因素和科技因素。物理的驱动因素是，通过周期性的零质量流量（ZMF）扰动，实现控制分离流附着于表面并增加升力，其输入动量是稳定鼓风的一小部分（Nishri 和 Wygnanski，1998；Seifert、Darabi 和 Wygnanski，1996）。扰动可以通过翼缝或其他设备产生振荡的动量源。这种方法的功效由以下事实说明：濒临分离的边界层流动有曲折的速度剖面；速度对周期性的扰动很敏感并会放大扰动。这就创造出一排沿翼展方向的涡旋，涡旋周期性地扫过翼表面，将流动方向的动量从外部流动传给表面，由此边界层保持附着并且能够克服较大的逆压梯度（Darabi，2002）。这与传统的 BLC 形成对比，传统的 BLC 中吸气除去了边界层中低动量的流体，而鼓风重新激发了边界层。翼展方向的均匀周期性激励利用边界层的不稳定性来放大效果。

随着 AFC 的发展而产生的科技驱动力和挑战是，配置在气动面内或者表面的自主致动器和传感器。有时被称为微电子机械系统（MEMS），最常见的长度尺度为 $O(10^{-3})$ 和 $O(10^{-1})$ m。两种最常见的致动器是部署在翼缝后方来产生振荡扰动的喷流致动器（ZMF、Nagib 等，2006），以及表面机械振荡器（Viets、Piatt 和 Ball，1987；Neuburger 和 Wygnanski，1987；Bar-Sever，1989）。近几十年零或非零质量流量设备的发展，包括压电的（Chen 等，2000；Glezer 和 Amitay，2002）和电子管式的（Seifert、Darabi 和 Wygnanski，1996；Bachar，2001；Seifert 和 Pack，1999）以及脉动燃烧或爆炸驱动的（Seifert 等，1998）装置。表面机械振荡器包括压电的（Seifert

等，1998）、基于等离子体的（Sosa 等，2006；Post 和 Corke，2004）、电弧丝的（Samimy 等，2004）、形状记忆合金的（Wlezien 等，1998）和洛伦兹力（Weier 和 Gerbeth，2004）致动器。致动器产生的扰动相对于特征速度或飞行器尺寸较小，因而可以利用边界层不稳定性；但扰动同样可能会很大并"推动"流动，如高频变换吸气和鼓风。现代主动流动控制包括稳定方法、周期方法以及两者的结合。

我们从基本原理来认识并分析流动的能力受到了限制，有以下两点原因。第一，由不稳定机制产生的周期不稳定性使已经存在的湍流更加复杂。第二，上述的各种各样的致动装置对相同的基本流场会产生不同的影响。因此，理论方法（Gaster、Kit 和 Wygnanski，1985；Reau 和 Tumin，2002）最多能够描述定性趋势，并拥有限制性较强的预测能力。迄今为止，主要依靠经验或者半经验，这些就是我们认识的基础。然而，分离控制参数的实验仍是我们拓展知识的必不可少的手段。另一方面，随着计算能力的稳步提升，计算流体力学（CFD）正在逐渐成为预测不稳定湍流的强力工具（Rumsey 等，2006）。

这一章提供了现代主动控制流动的概述，并没有提及被动流动控制技术如涡流发生器和扰流器（Chang，1970）、凸肋（Walsh 和 Anders，1989）、翼板扰流装置（van Dam、Yen 和 Vijgen，1999）。第 2 节主要是基本假设和经验主义的标度律，第 3 节为一些典型实例，第 4 节讲述 CFD 方法以及 AFC 的应用，第 5 节为结论。这一章并没有关于自由剪切层、喷流和尾迹控制的详细讨论，关于这些问题完整的论述见 Joslin 和 Miller（2009）。

2　度量参数

流动激励或受迫流动是主动控制由实验室转向实际应用的关键。一方面，需要开发有足够功能的致动器来产生系统净效益；另一方面，需要确定致动器的正确位置、频率、方向、种类等，理论学习只能起到部分作用。

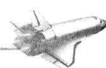
2.1　稳定吸气和吹气

引入吸气或吹气时，都可以用质量流量评估分离控制的功效。在鼓风时将此参数替换为 C_μ，吹气消除了升力对翼缝（吹气口）宽度的依赖性（Poisson-Quinton 和 Lepage，1961）。人们对 C_μ 大的变化进行了研究（$0<C_\mu<1$），但对于翼缝宽度或位置却没有系统地分析。当 $C_\mu<0.1$ 且喷流和气流速度相当时，要求使用质量流来改进数据的相关性（Attinello，1961）。忽略当地压力梯度和压缩效应有组合参数 $C_\mu[1-(U_\infty/U_j)]=C_\mu-2C_Q$，其中 C_Q 是翼缝吸气系数。上述修正使得从基于喷流动量的矢量（C_μ）中减去基于质量流的标量（C_Q）成为可能，如果喷流与来流的倾角可以忽略则结果就非常相称。因为飞行应用专注于降低着陆速度，鼓风对阻力的影响并不重要且并没有被研究。对于升力的关注让很多研究人员建立了"喷气襟翼"模型，通过假设流动无黏并预测完整的推力恢复，推力恢复与喷气离开机翼后缘的倾角无关（Woods，1958）。Davidson（1956）通过实验验证了其独立性，随后有人证实了喷流与自由流线几乎正交（Hynes，1968）。

先前的研究是依靠力平衡的结果，其表明由吹气获得的升力增量包含两个依赖于 C_μ 的效应。在低水平的 C_μ，通过激励边界层（提供 BLC）阻止流动分离并产生升力增量 $\Delta C_L \propto C_\mu$（Attinello，1961；Poisson-Quinton 和 Lepage，1961）。这种情况下，喷流动量的产生流场可以用环绕机翼的势流解近似（Williams，1961）。对于超过临界值 $C_{\mu,\mathrm{crit}}$ 的 C_μ，升力增量较小，由于超循环（Spence，1956），$\Delta C_L \propto \sqrt{C_\mu}$。$C_{\mu,\mathrm{crit}}$ 由襟翼偏转和襟翼尺寸划分为两个流动状态，但其同样对翼攻角、厚度、形状、轨迹和展弦比很敏感。对于典型的 25％的襟翼，$C_{\mu,\mathrm{crit}}\approx 0.015\tan\delta_f$，这里 δ_f 为襟翼偏转，并有 $\alpha=0°$（Poisson-Quinton 和 Lepage，1961）。近期的观察（Cerchie 等，2006）表明，对于 $C_{\mu,\mathrm{crit}}$ 的假设可能不正确，因为机翼升力会由上游的喷流激励而增加，如吹气、吸气或 ZMF 受迫，并不依附翼缝下游的流动。

2.2　周期摄动

引入频率作为参数，不管对稳定质量流量还是非稳定质量流量组分，都使恰当的振幅度量变得更加困难。此外，随着激励方法的不断扩展，关键任务是建立通用的"输出"参数，从而可以比较流动参数或性能参数的相对影响。归纳包含周期性成分（Seifert、Darabi 和 Wygnanski，



1996）的稳定鼓风参数是常见的方法，得到组合动量系数：

$$C_{\mu,\mathrm{tot}}=C_{\mu}+\langle C_{\mu}\rangle=\frac{J}{q_{\infty}L}+\frac{\langle J\rangle}{q_{\infty}L} \tag{1}$$

这里 J 和 $\langle J\rangle$ 分别表示定常和非定常动量附加项（Seifert、Darabi 和 Wygnanski，1996；Greenblatt 和 Wygnanski，2000）。多数情况下，动量分量不能用基本原理预测——即便使用了集总参数或降阶建模（Gallas 等，2002）。致动器必须通过直接测量速度场及动量分量校准，但有一个例外——洛伦兹力致动器（Weier 和 Gerbeth，2004）。

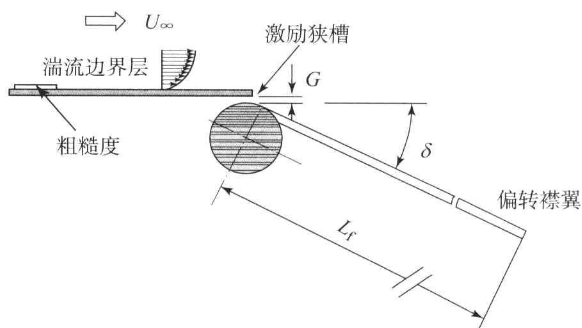
尽管以上定义很容易被扩展到所有产生振荡动量的设备，但 $\langle C_{\mu}\rangle$ 并不是没有局限性。例如，振荡周期的吸引相并不直接增加动量，静止条件下（$U_{\infty}=0$）的校准不一定适用于测试条件（$U_{\infty}\neq 0$）。至今，已经有许多实验证明这个参数并不是普适的，人们提出了许多不同的形式（见 2.4 节）。

脉冲控制的优先方法是，在零质量流量设备上叠加或正或负的稳定质量流量。脉冲阀的缺点是不能改变动量的相对比例。一些致动器在共振频率下工作，这比产生有用的不稳定激励的频率高得多。在这种情况下，引入了低频调制，除了 $\langle C_{\mu}\rangle$，工作周期也有重要作用。

2.3 频率度量

当在振荡流动中引入动量源时，相应的频率度量参数只有通过经验公式提前给出。通常，不同的目标会导致所选参数具有不同的数值，如使分离流再附着，避免附着流分离，或者使 $C_{L,\max}$ 或 L/D 最大化。初始分离的剪切层通过小幅摄动法附着到固体表面，这一过程与剪切层对于摄动和振幅的容忍性直接相关。图 1 中强劲的再附着流表明，由于不稳定性而放大的涡流使得本应由于分离而脱落的漩涡得到了强化和调整，从而在表面附近产生混合层（Darabi，2002）。

Nishri 和 Wygnanski（1998）得到，对于通用襟翼湍流上行边界层分离（如斜面）且不考虑表面曲率，最佳简约频率即最小需要动量 $\langle C_{\mu}\rangle_{\min}$，为 $F^{+}\approx 1.3$，这里 $F^{+}\equiv f_{\mathrm{e}}X_{\mathrm{TE}}/U_{\infty}$（图 2），然而，为了避免初始附着流分离，最佳的 F^{+} 稍高，为 $2\leqslant F^{+}\leqslant 4$。



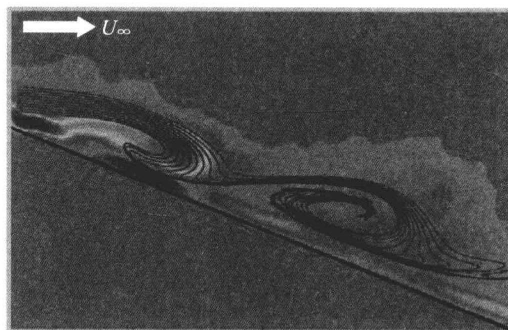


图 1　源于翼缝周期性激励的强力复位边界层相均 PIV 快照（任意相位）

阴影区表示展向涡旋轮廓，黑色曲线为脉线。[转载自 Darabi（2002）]

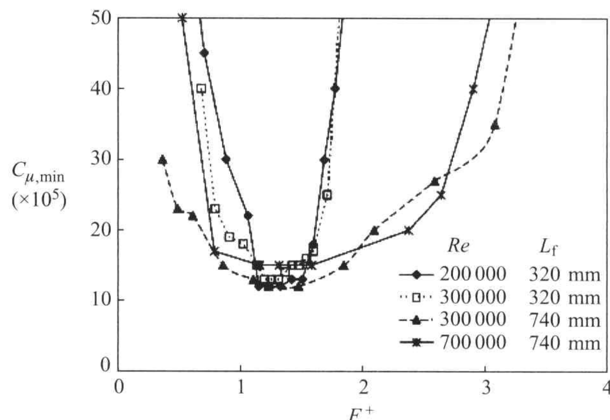


图 2　使剪切层附着在偏转表面的作为简约频率函数的最小动量系数

[经 Nishri 和 Wygnanski（1998）的允许转载© A. Darabi，1998]

2.4 扩展参数范围与技术比较

对机翼性能的描述有许多参数，通常情况为升力系数。Nagib 等（2006）对高度倾斜的简单襟翼进行了实验，认为速度比是更加合适的参数。他们将此与斯特劳哈尔数结合得到新参数 $H=(U_{\mathrm{j}}/U_{\infty})/\sqrt{fL/U_{\infty}}$。Stalnov 和 Seifert（2008）对于高频控制和脉冲控制考虑了 5 个不同的尺度参数，认为雷诺数标度的动量系数能够更好地度量数据集。

Cerchie 等（2006）对厚椭圆翼进行了测试，翼缝厚度与位置变化范围较大，并且前缘和后缘都应

用了 AFC（图 3）。尾段控制结果（图 4）表明，ΔC_L 与鼓风速度比和 $\alpha=0°$ 时给定位置的翼缝宽度（h）相关。当指数 $\beta=1$ 时，横坐标 $(U_j/U_\infty)^2(h/c)^\beta$ 等价于 C_μ。指数 β 依赖于 h/c 并且可以被近似为多项式函数。对于 $h/c<0.005$，参数约等于 C_μ，当 $h/c>0.005$ 时，翼缝的宽度就变得非常重要。流动与雷诺数无关，ΔC_L 与鼓风参数相关，尽管在 $(U_j/U_\infty)^2(h/c)^\beta>0.03$ 时有相当大的分散。$(U_j/U_\infty)^2\cdot(h/c)^\beta<0.03$ 时鼓风对于升力的负面效应也需要注意（图 4）。俯仰力矩有很好的相关性（未展示），阻力数据对翼缝宽度有很强的依赖性。对低水平的质量流，稳定吸气产生升力，没有鼓风时的负面效应，而且升力系数与经验参数 $C_Q(h/c)^\gamma Re^{0.4}$ 有很好的相关性，这里 $\gamma=f(h/R)$。当引入零质量流量受迫时，可以看出升力系数和经验参数 $\langle C_\mu\rangle(\theta F^+)^{0.5}$ 之间的相关性。同样考虑了前缘稳定鼓风和吸气。鼓风需要较大的动量系数（$C_\mu\approx0.1\%$）才能有效，而吸气通常是有益的。例如，当 $C_\mu\approx0.018\%$ 时，直到 $\alpha=25°$ 且 $C_{L,\max}$ 超过 2 都没有观察到失速。

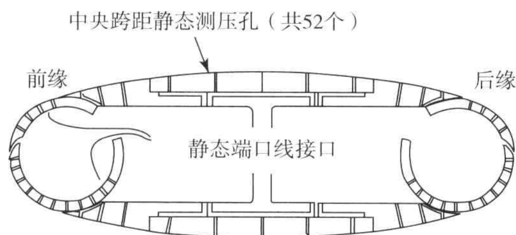


图 3　测试流动分离和环流控制中各种参数效应的椭圆翼

[经 Cerchie 等（2006）的允许转载© AIAA]

3　AFC 的应用领域

人们极其重视二维机翼的研究，目的是获得“简易大升力”（如应用简单襟翼或前缘缝翼运用 AFC，而非富勒襟翼/板条）。利用参数 F^+，在低雷诺数时（$Re<10^6$），绝大多数的研究表明有效控制对应有 $0.3\leqslant F^+\leqslant4$，同时提供了相对于 $\langle C_\mu\rangle$ 的振幅，超出了 0.1%（Greenblatt 和 Wygnanski，2000）。我们一般认为机翼可获得的最大升力取决于对初始附着边界层分离的阻碍，如边界层状态和曲率的额外参数都很重要。大多数翼型数据表明，最大的升力增加通常出现在较低的简约频率下，通常为 $0.5<F^+<1$（图 5）。

顺气流方向的曲率对控制效力、最佳频率和振幅有很大的影响。曲面上的摄动会被开尔文-亥姆霍兹和 Görtler 机制同时放大，由此产生沿翼展方向的波状的涡旋结构（Neuendorf 和 Wygnanski，1999）。机翼上，前缘半径会限制控制策略，并对前缘参数有重要影响（Greenblatt 和 Wygnanski，2003）。相对简单的圆柱绕流问题引入了附加参数，因为没有精确地找到分离线，它同时依赖于流动状态及众多不稳定因素（Naim 等，2007）。

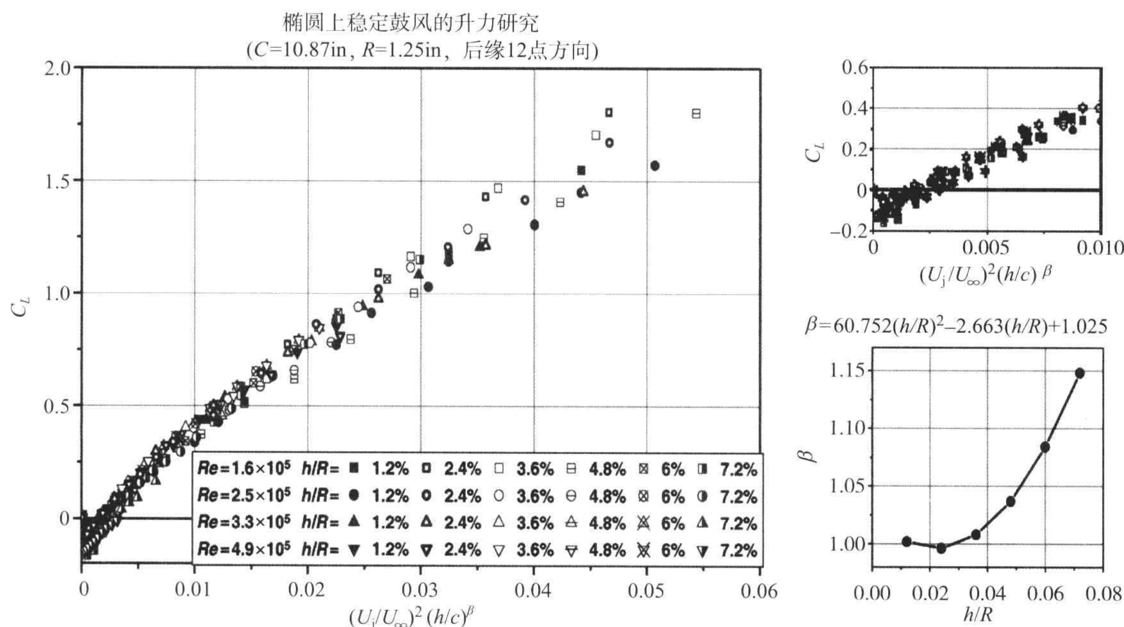
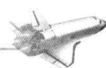


图 4　$\alpha=0°$ 时后缘稳定鼓风产生升力的经验关系

Re 和翼缝宽度不断变化［经 Cerchie 等（2006）的允许转载© AIAA］



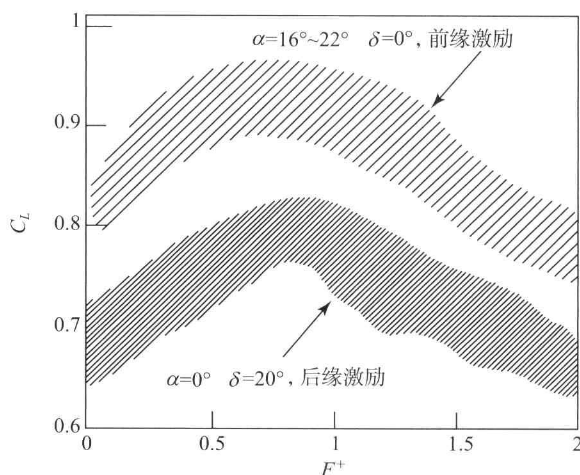


图 5 NACA0015 机翼，拥有 ZMF 翼缝，在倾角为 δ 的 75%翼弦处，升力系数作为简约频率的函数

(300 000≤Re≤600 000)

[由 Seifert、Darabi 和 Wygnanski (1996) 修改]

AFC 的应用已经涵盖了较大的雷诺数范围，即 $3\times10^3\leqslant Re\leqslant4\times10^7$，在 $Ma\geqslant0.55$，即压缩性很重要时，以及在飞行测试中都有应用。雷诺数低于 5×10^5 时，转捩不会自然地发生，被动控制失效，主动分离控制是延时分离和产生升力的唯一途径。介质阻隔面放电等离子体激励在雷诺数为 3×10^3 时已经展示过（Greenblatt 等，2008）。在尺度的另一端，直到雷诺数达到 4×10^7，周期摄动有效，事实上在 $Re>8\times10^6$ 时就不再与雷诺数有关（见图 6，Seifert 和 Pack，1999）。在没有冲击的情况下压缩效应的影响不大，伴随着分离产生的不良现象可以被极大地减弱甚至完全消除，如涡旋脱落和抖振（Seifert 和 Pack，2001）。由于激波和边界层相互作用导致的分离可以被改善，需要在分离的上游引入激励。

在三维流动同样进行了重要的工作，标准后掠法适用于无限大后掠圆柱（Naveh 等，1998）。有限后掠翼，控制功效沿展向均匀，但当攻角较大时只有在翼尖有效。当引入后掠角时，内侧会出现一个重要的效应，但是这个效应沿展向退化，在翼尖没有产生有效的升力增加，且与翼尖的外形无关（Greenblatt 和 Washburn，2008）。之前的例子中，控制加强了翼尖涡旋；之后的例子，利用基于摄动轨迹或"流线"的简单半经验模型，来解释观测结果。无后掠角时，有限翼展襟翼在襟翼边缘更有效（Greenblatt 和 Washburn，2008；Kiedaisch、Nagib 和 Demanett，2006）。大倾角（40°）的尖端襟翼会产生较大的载荷和环绕襟翼边缘的强力涡旋。这一效应结合襟翼上游的微小载荷变化，会造成偏航力矩的显著增加或者空气动力制动（Greenblatt，2009）。

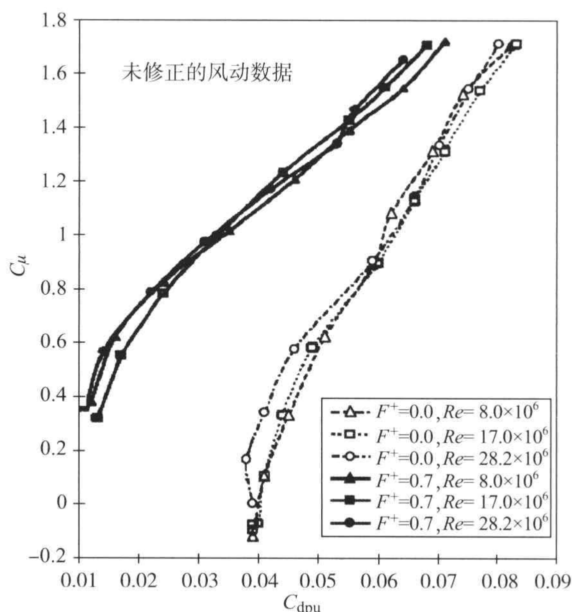


图 6 NACA0015 机翼在 $Ma=0.2$ 且 $\langle C_\mu\rangle=0.05\%$ 时的控制效果

未修正（下标 μ）的风动数据

[经 Seifert 和 Pack (1999) 的允许转载© AIAA]

大攻角三角翼前缘涡旋是一个重要的研究领域，因为这是低速飞行时升力产生的基础（Mitchell 和 Delery，2001）。随着安装角的增加，涡旋"崩解"，即涡旋扩展为高度波动结构，中心区域流动停滞，同时会损失升力并伴有不稳定载荷。大量的研究已经阐述了周期摄动对涡旋崩解的影响，如导致三角翼载荷的增加（Margalit 等，2005）。通常，数据与无限大后掠圆柱相一致，但是仍没有说明控制机制。

以上讨论涉及"非时变"主动控制，从时间平均的意义来说，流动保持附着。当应用周期激励 $O(X_{sep}/U_\infty)$ 来控制一个过程，如果特征时间比涡流迁移周期大得多，流动从表面分离或者附着到表面的过程很重要（Darabi 和 Wygnanski，2004a、2004b）。典型的例子包括车辆操纵面流动（Amitay 等，2004），动态失速控制（Greenblatt、Neuburger 和 Wignanski，2001）以及尾迹涡控制（Greenblatt 等，2005）。

4 AFC 的计算方法

过去的 20 年中，人们在 AFC 领域中做了大量的计算工作，有很多已经通过数值求解 N-S 方程而完成。

这里对主要的方法做一概述，并讲述几个应用实例。

4.1　CFD 方法

直接数值模拟（DNS）中，N-S 方程被直接求解：流动被完整地求解且没有湍流建模。DNS 要求网格足够好，从而可以求解近似于 Kdmogorov 耗散长度尺度 $\eta=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ 的特征，同时要求步时足够好，来求解时间尺度近似为 $\tau=(\nu/\varepsilon)^{1/2}$ 的运动。模拟必须进行足够长的时间，以至于时均和相均特性能够暂时地收敛，数值也必须足够地精确（如高阶，假谱法或谱法），以保证过度的耗散不会破坏小尺度特性。对于较高的雷诺数流动，即便是利用现在的计算机，也不可能完成求解，特别是对于复杂几何外形。然而，我们通常使用"次解"或"疏网格"DNS，理由是较大的分解尺度在流动控制中起主要作用。这种方法的缺点是不能评估求解更加精细的尺度的影响。

至今，DNS 或疏网格 DNS 在 AFC 中的应用有限（如 Barwolff、Wengle 和 Geggle，1996；Wengle 等，2001；Postl 和 Fasel，2006；Kotapati、Mittal 和 Cattafesta，2007）。用 DNS 进行流动控制计算时，大多数研究人员将问题沿翼展方向简化，来求解有限薄片，同时有周期性边界条件。入流边界条件或初始条件（保证湍流流动）仍是悬而未决的，有时通过在方程中添加源项来解决，或者通过插入几何特征，或者鼓风/吸气。

大涡模拟（LES）中，低通滤波被用于 N-S 方程。因此，有两个需要模拟的未知量：亚网格尺度应力 τ_{ik} 和亚网格尺度热通量 Q_k。常用的显式亚网格模型是 Smagorinsky 模型（Smagorinsky，1963），计算 τ_{ik} 和 Q_k 用到的湍流黏性为 $\nu_t=(c_s\overline{\Delta})^2|\overline{S}|$，这里 $|\overline{S}|=\sqrt{2\overline{S}_{ik}\overline{S}_{ik}}$，$\overline{S}_{ik}=(\partial u_i/\partial x_k+\partial u_k/\partial x_i)/2$，$\overline{\Delta}$ 由局部网格间距的平均值定义。因为最佳滤波宽度已证明和流动相关，这个所谓的动力学方法就被应用，其中 c_s 是变量而非常量（Germano 等，1991）。尽管亚网格尺度效应的显式模型很常见，近几年出现的隐式模型——LES 或 ILES，也变得非常流行。ILES 中没有引入任何显式模型。而且所用的数值方法使得数值误差满足所需要的属性，因而成为一种有效的亚网格模型（Grinstein 和 Fureby，2007）。

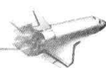
LES 方法已被成功用于 AFC 应用程序（Dandois、Garnier 和 Sagaut，2006a、2006b；Dejoan 和 Leschziner，2004；Chang、Collis 和 Ramakrishnan，2002；Rizzetta 和 Visbal，2003；You、Wang 和 Moin，2006）。最常用的形式为动态亚网格模型或 ILES。和 DNS 相比，LES 需要用低耗散数值方案以保证不会过分地破坏所要求解的流动特性。LES 对网格的要求稍微宽松。与 DNS 相比，在计算区域保证湍流状态可能会有问题。

尽管由于计算机内存和速度的增加，DNS 和 LES 很快发展为 CFD 的有力工具，但雷诺时均 N-S（RANS）方法到目前为止仍是计算流动控制问题最常用的方法。RANS 中，N-S 方程中的流动变量先被分解为平均量和波动量，再对时间取平均。结果是 RANS 方程与 LES 中的空间滤波方程在形式上相同。对于 LES，必须模拟 τ_{ik} 和 Q_k。湍流应力可用很多方法模拟，包括二阶矩封闭建模，这里求解了关于湍流耗散率和 6 个应力分量的输运方程。最常用的方法还是线性或非线性涡黏性模型（Gatski 和 Rumsey，2002）。

RANS 和 LES 的导出方法不同并且变量含义不同，但从编程角度来看，除了获得湍流黏度的模型不同之外，其余都是一样的。RANS 湍流模型不涉及滤波宽度并且总是影响能量场。尽管非定常运动可以用 RANS 对时间求解得到（有时称为非定常 RANS 或 URANS），但小尺度的湍流流动特性即便是用精细的网格也无法得到，因为湍流黏度不会消失。雷诺时均就是尝试用额外的湍流黏度项表示湍流平均效应。

将 RANS 应用于 AFC 是因为其捕捉非定常流动的能力。平均的过程可能会出现问题，但是如果非定常运动的时间尺度比引入的物理步时小得多，就没有关系，非定常运动的时间尺度反过来又比湍流时间尺度大得多，这样，RANS 的应用就被调整好了（Anderson、Tanehill 和 Pletcher，1984）。除了这个问题之外，给定网格和步时精确合理的二阶数值方案，湍流建模总是会成为 CFD 和实验结果有所差异的原因。正如之前提到的，有许多种 RANS 建模选择，过去的 15 年中，预测气动流最常用的模型当属 Spalart 和 Allmaras（1994）的单方程 SA 模型和 Menter（1994）的双方程 $k-\omega$ 剪应力输运（SST）湍流模型。其他考虑的因素就是实现试验边界条件，以及几何特征或不规则性的难度。

混合 RANS/LES 模型的优点在于，LES 和 RANS 实现的区别仅在于如何处理 τ_{ik}。在 CFD 编码中混合两种类型的模型相对比较简单，近壁面用 RANS 模拟，尾迹和分离区域用 LES 模拟。例如，



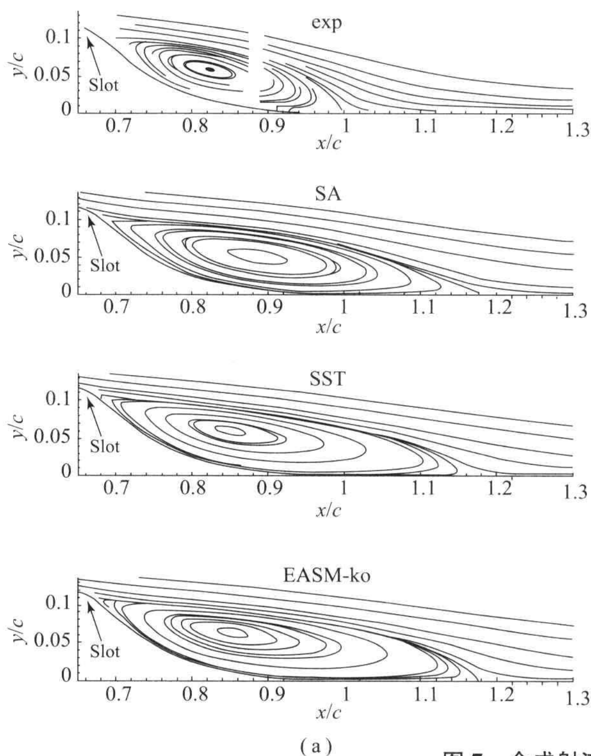
在分离涡模拟（DES）方法（Spalart 等，1997）中，基线 Spalart-Allmaras（SA）单方程 RANS 模型（Spalart 和 Allmaras，1994）仅将破坏项中的距离变量修改为 $\min(d, c_{des}\Delta)$，这里 $\Delta=\max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$。当 $c_{des}\Delta$ 被调用时，SA 方程与 Smagorinsky 模型类似，即 ν_t 与 $\Delta^2|\bar{S}|$ 成比例。尽管在许多应用中都取得了成功，混合 RANS/LES 模型在边界层区域，网格划分和壁面建模中仍有许多问题没有解决，这些都是讨论和研究的热点（Piomelli 等，2002；Spalart，2009）。

对所有方法——DNS、LES、RANS 和混合 RANS/LES——振荡鼓风和吸气控制最常用的实现方式为，将蒸腾边界条件应用于壁面，壁面直接位于气动表面或位于包含在计算几何形体内的管道和翼缝。已经完成了少许关于移动或扭曲壁面的 CFD 工作（如 Xia 和 Qin，2006）。

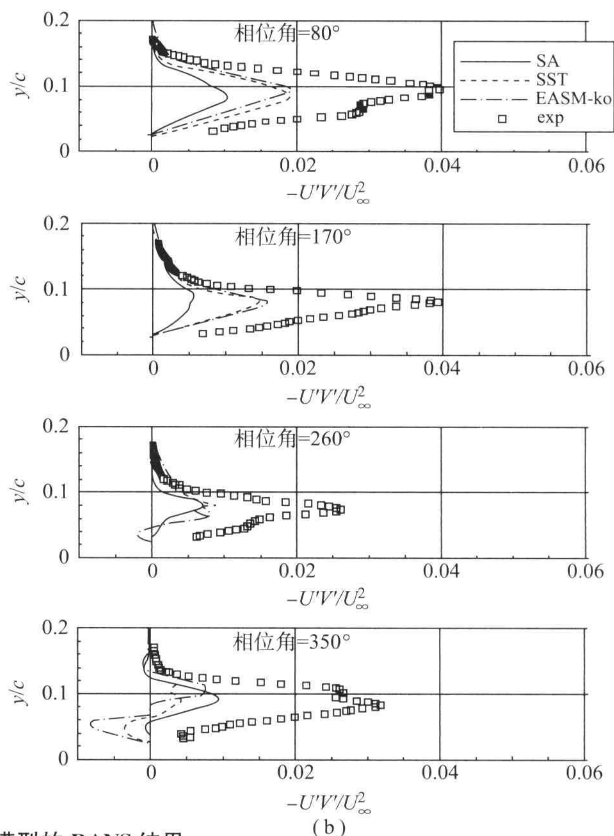
4.2　主动流动控制的 CFD 验证

2004 年进行了一场名为 CFDVAL2004 的流动控制研讨会，其中涉及三个例子：二维合成射流进入静流，三维环形合成射流进入湍流边界层横流，壁挂式空气动力驼峰形状上的二维分离流动控制。Rumsey 等（2006）发表了研讨会的总结和初期成果，对会上例子的后续跟踪研究结果由 Rumsey（2009）给出。会上以及后续的研究主要针对分离控制，其简要的总结如下。

对二维和三维环形合成射流，翼缝处的边界条件起到了关键作用。膜和内部孔口的正确建模对捕获复杂流场的性质很有必要。在壁挂式驼峰的例子中，RANS 预测的分离区域的尾迹涡旋总是偏小，因而导致气流分离涡太长。图 7 中展示了合成射流在驼峰上的例子（翼缝内外的振荡流控制）。图 7（a）为驼峰模型背部的时均流线。利用三种不同的 RANS 湍流模型做出了结果，包括一个非线性显示代数应力（EASM－ko）模型（Rumsey 和 Gatski，2001）。所有模型得到了相似的结果，相对实验而言气流分离涡太长。图 7（b）中，模型对分离区域湍流剪应力大小（$-U'V'$）在鼓风/吸气周期的预测是很清晰的（展示了四个典型阶段）。RANS 模型的这个问题同样出现在其他情况的流动分离中，成为这种方法的关键障碍。如果能够找到基于物理学的修正，那么能够极大地提升 RANS 的能力，不仅可以处理涉及分离的 AFC 实例，还能处理偏离气动外形设计条件下的实例。



(a)



(b)

图 7　合成射流驼峰模型的 RANS 结果

（a）时均流线；（b）$x/c=0.8$ 处分离区域的湍流剪应力剖面

［经 Rumsey（2007）的允许转载］

如 Rumsey（2009）所述，利用混合 RANS/LES，LES 或 DNS 求解大尺度湍流特征，可以得到较好的结果。值得注意的是，混合 RANS/LES 模型在预测较小的结构时会出现问题，因为从 RANS 模式转变为 LES 模式时很难产生足够的涡容量。现在的问题是，这些昂贵的模拟是否能够帮助改进在分离区域的 RANS 湍流模型。

考虑 RANS 不能正确预测驼峰外形的分离度，Rumsey 和 Greenblatt（2007）进行了一项关于控制幅度、控制频率和雷诺数变化时的流动趋势的研究。对于稳定吸气控制，CFD 能够预测由雷诺数和吸气强度引起的变化，并达到合理的精度，但不能很好地预测振荡控制趋势。

5　结论与展望

主动流动控制再度成为空气动力学中热门的研究领域，大的相干结构的控制以及为了实现控制而产生的机械装置成为发展的核心。因此，在大范围的雷诺数和马赫数范围内，有效控制有着很大的潜力。简易高扬程系统、三维造型和涡主导的流动是存在较大潜在收益的研究领域。应优先考虑阐述新方法或独立控制参数的实验，同时发展有效和高效的制动方法仍然是 AFC 成功道路上的主要挑战。

CFD 已经成为预测流动的基本方法，并且仍在不断发展，因为常用的 RANS 方法通常不能够预测出实验趋势。预计像 DNS、LES 和混合 RANS/LES 等方法还会继续进步。然而这些方法的花费巨大，所以还应致力于改进 RANS 预测，关于 CFD 验证的实验对于未来进步的价值是不可估量的。

符 号 表

c	机翼弦长
C_Q	翼缝吸气系数，$h\,U_s/(cU_\infty)$
C_μ	翼缝平均动量系数，$J/(cq_\infty)$
$\langle C_\mu \rangle$	翼缝振荡动量系数
f_e	分离控制激励频率
F^+	激励简约频率
h	翼缝宽度
J	时均翼缝动量
$\langle J \rangle$	时均翼缝动量
L	襟翼长度
Ma	马赫数
X_{TE}	翼缝到后缘的距离
q_∞	自由流动压
R	曲率半径
Re	基于弦长的雷诺数
U_j	喷气翼缝鼓风速度
U_s	翼缝吸气速度
U_∞	自由流速度
u_i	平均速度分量
$\boldsymbol{x}_i$	位置矢量
β	经验指数
γ	经验指数
ν	分子运动黏度
ε	耗散率
θ	动量厚度

参考文献

Amitay, M., Washburn, A. E., Anders, S. G. and Parekh, D. E. (2004) Active flow control on the stingray uninhabited air vehicle: transient behavior. *AIAA J.*, 42 (11), 2205-2215.

Anderson, D. A., Tanehill, J. C. and Pletcher, R. H. (1984) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing, Washington.

Attinello, J. S. (1961) Design and engineering features of flap blowing installations, in *Boundary layer and Flow Control. Its Principles and Application*, vol. 1 (ed. G. V. Lachmann), Pergamon Press, New York, pp. 463-515.

Bachar, T. (2001) Generating dynamically controllable oscillatory fluid flow. US Patent 6, 186, 412, 13 Feb..

Bar-Sever, A. (1989) Separation control on an airfoil by periodic forcing. *AIAA J.*, 27 (6), 820-821.

Barwolff, G., Wengle, H. and Geggle, H. (1996) Direct numerical simulation of transitional backward-facing step flow manipulated by oscillating blowing/suction, in *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* 3 (eds W. Rodi and G. Bergeles), Elsevier Science, Amsterdam, pp. 219-228.

Baumann, A. (1921) Tragflugel fur Flugzeugemit Luftraustrittsoffnungen in der Ausenhaut. Deutsches Reichs Patent 400806.

Bussmann, K. and Muenz, H. (1942) Die stabilitaet der laminaren reibungsschicht mit absaugung. *Jb. dt. Luftfahrtforschung I*. 36-39.

Chang, P. K. (1970) *Separation of Flow by Paul*, Pergamon Press.



Chang, Y., Collis, S. S. and Ramakrishnan, S. (2002) Viscous effects in control of near-wall turbulence. *Phys. Fluid.*, 14 (11), 4069 - 4080.

Chen, C., Zakharin, B. and Wygnanski, I. (2008) On the parameters governing fluidic control of separation and circulaton, AIAA Paper 2008 - 629, 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, January 7 - 10.

Chen, F.-J., Yao, C., Beeler, G. B., Bryant, R. G. and Fox, R. L. (2000) Development of synthetic jet actuators for active flow control at NASA Langley. AIAA Paper 2000 - 2405, Fluids 2000, 19 - 22 June 2000, Denver, CO..

Cerchie, D., Halfon, E., Hammerich, A., Han, G., Taubert, L., Trouve, L., Varghese, P. and Wygnanski, I. (2006) Some circulation and separation control experiments, in *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 214 (eds R. Joslin and G. Jones), AIAA, Reston, pp. 113 - 166.

Crittenden, T., Glezer, A., Funk, R. and Parekh, D. (2001) Combustion-driven jet actuators for flow control. AIAA Paper 2001 - 2768, 31st AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibit, 11 - 14 June 2001, Anaheim, CA.

Dandois, J., Garnier, E. and Sagaut, P. (2006a) Unsteady simulation of synthetic jet in a crossflow. *AIAA J.*, 44 (2), 225 - 238.

Dandois, J., Garnier, E. and Sagaut, P. (2006b) DNS/LES of active separation control by synthetic jets. AIAA Paper 2006 - 3026, 3rd AIAA Fow Control Conference, 5 - 8 June 2006, San Francisco, CA.

Darabi, A. (2002) On the mechanisms of forced flow reattachment. PhD Thesis. Tel-Aviv University.

Darabi, A. and Wygnanski, I. (2004a) Active management of naturally separated flow over a solid surface. Part 1: The forced reattachment process. *J. Fluid Mech.*, 510, 105 - 129.

Darabi, A. and Wygnanski, I. (2004b) Active management of naturally separated flow over a solid surface. Part 2. The separation process. *J. Fluid Mech.*, 510, 131 - 144.

Davidson, I. M. (1956) The jet flap. *J. Roy. Aer. Soc.*, 60 (541).

Dejoan, A. and Leschziner, M. A. (2004) Large eddy simulation of periodically perturbed separated flow over a backward-facing step. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25, 581 - 592.

Gallas, Q., Mathew, J., Kaysap, A., Holman, R., Nishida, T., Carroll, B., Sheplak, M. and Cattafesta, L. (2002) Lumped element modeling of piezoelectric-driven synthetic jet actuators. AIAA Paper 2002 - 125, 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 14 - 17 Jan. 2002, Reno, NV.

Gaster, M., Kit, E. and Wygnanski, I. (1985) Large-scale structures in a forced turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech.*, 150, 23 - 39.

Gatski, T. B. and Rumsey, C. L. (2002) Linear and nonlinear eddy viscosity models, in *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows* (eds B. E. Launder and N. D. Sandham), Cambridge University Press, Cambridge, pp. 9 - 46.

Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H. (1991) A dynamic subgrid-scale eddy-viscosity model. *Phys. Fluid. A.*, 3 (7), 1760 - 1765.

Glezer, A. and Amitay, M. (2002) Synthetic jets. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 34, 503 - 529.

Greenblatt, D. and Wygnanski, I. (2000) Control of separation by periodic excitation. *Progr. Aerosp. Sci.*, 37 (7), 487 - 545.

Greenblatt, D., Neuburger, D. and Wygnanski, I. (2001) Dynamic stall control by intermittent periodic excitation. *J. Aircraft*, 38 (1), 188 - 190.

Greenblatt, D. and Wygnanski, I. (2003) Effect of leadingedge curvature on airfoil separation control. *J. Aircraft*, 40 (3), 473 - 481.

Greenblatt, D., Melton, L., Yao, C. and Harris, J. (2005) Active control of a wing tip vortex. AIAA Paper 2005 - 4851, 23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference, Westin Harbour Castle, 6 - 9 June 2005, Toronto, Ontario.

Greenblatt, D., Goksel, B., Rechenberg, I., Schule, C., Romann, D. and Paschereit, C. O. (2008) Dielectric barrier discharge flow control at very low flight Reynolds numbers. *AIAA J.*, 46 (6), 1528 - 1541.

Greenblatt, D. and Washburn, A. E. (2008) Influence of finite span and sweep on active flow control efficacy. *AIAA J.*, 46 (7), 1675 - 1694.

Greenblatt, D. (2009) Active control of tip-flap loads. *AIAA J.*, 47 (3), 783 - 788.

Grinstein, F. F. and Fureby, C. (2007) Onflux-limiting-based implicit large eddy simulation. *J. Fluid. Eng.*, 129 (12), 1483 - 1492.

Hynes, C. S. (1968) The lift, stalling and wake characteristics of a jet flapped airfoil in a two dimensional channel. *Stanford University report*, SUDAAR No. 363.

Joslin, R. D. and Miller, D. N. (2009) Fundamentals and applications of modern flow control. *Progr. Astronaut. Aeronaut.*, 231, AIAA Press ISBN 978 - 1 - 56347 - 983 - 0.

Kiedaisch, J., Nagib, H. and Demanett, B. (2006) Active flow control applied to high-lift airfoils utilizing simple flaps. AIAA Paper 2006 - 2856, 3rd AIAA Flow Control

Conference, 5 - 8 June 2006, San Francisco, CA..

Kotapati, R. B., Mittal, R. and Cattafesta, L. N. Ⅲ. (2007) Numerical study of a transitional synthetic jet in quiescent external flow. *J. Fluid Mech.*, 581, 287 - 321.

Lachmann, G. V. (1961) *Boundary Layer and Flow Control. Its Principles and Application*, vols 1 and 2, Pergamon Press, New York.

Margalit, S., Greenblatt, D., Seifert, A. and Wygnanski, I. (2005) Delta wing stall and roll control using segmented piezoelectric fluidic actuators. *J. Aircraft*, 42 (3), 698 - 709.

Menter, F. R. (1994) Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 32 (8), 1598 - 1605.

Mitchell, M. A. and Delery, J. (2001) Research into vortex breakdown control. *Progr. Aerosp. Sci.*, 37 (4), 385 - 418.

Nagib, H., Kiedaisch, J., Reinhard, P. and Demanett, B. (2006) Control techniques for flows with large separated regions: a new look at scaling parameters. AIAA Paper 2006 - 2857, 3rd AIAA Flow Control Conference, 5 - 8 June 2006, San Francisco, CA.

Naim, A., Greenblatt, D., Seifert, A. and Wygnanski, I. (2007) Active control of a circular cylinder flow at transitional Reynolds numbers. *Flow Turbul. Combust.*, 78 (3-4), 383 - 407.

Naveh, T., Seifert, A., Tumin, A. and Wygnanski, I. (1998) Sweep effect on parameters governing control of separation by periodic excitation. *AIAA J.*, 35 (3), 510-512.

Neuburger, D. and Wygnanski, I. (1987) The use of a vibrating ribbon to delay separation on two-dimensional airfoils: some preliminary observations. Presented at the Workshop on Unsteady Separated Flow, Air Force Academy, July 1987.

Neuendorf, R. and Wygnanski, I. (1999) On a turbulent wall jet flowing over a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 381, 1 - 25.

Nishri, B. and Wygnanski, I. (1998) Effects of periodic excitation on turbulent separation from a flap. *AIAA J.*, 36 (4), 547 - 556.

Piomelli, U., Balaras, E., Squires, KD. and Spalart, P. R. (2002) Interaction of the inner and outer layers in large-eddy simulations with wall-layer models, in *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* - 5 (eds W. Rodi and N. Fueyo), Elsevier Science, Amsterdam, pp. 307 - 316.

Poisson-Quinton, P. and Lepage, L. (1961) Survey of French research on the control of boundary layer and circulation, in *Boundary Layer and Flow Control. Its Principles and Application*, *vol.* 1 (ed. G. V. Lachmann), Pergamon Press, New York, pp. 21 - 73.

Post, M. L. and Corke, T. C. (2004) Separation control on high angle of attack airfoil using plasma actuators. *AIAA J.*, 42 (11), 2177 - 2184.

Postl, D. and Fasel, H. F. (2006) Direct numerical simulation of turbulent flow separation from a wall-mounted hump. *AIAA J.*, 44 (2), 263 - 272.

Reau, N. and Tumin, A. (2002) On harmonic perturbations in a turbulent mixing layer. *Eur. J. Mech. B/Fluid.*, 21 (2), 143 - 155.

Rizzetta, D. P. and Visbal, M. R. (2003) Large-eddy simulation of supersonic cavity flowfields including flow control. *AIAA J.*, 41 (8), 1452 - 1462.

Rumsey, C. L. (2007) Reynolds-averaged Navier-Stokes analysis of zero efflux flow control over a hump model. *J. Aircraft*, 44 (2), 444 - 452.

Rumsey, C. L. (2009) Successes and Challenges for Flow Control Simulations, *International Journal of Flow Control*, 1 (1), March 2009, 1 - 27 (ISSN 1756 - 8250). Also AIAA 2008 - 4311, 4th AIAA Flow Control Conference, 23 - 26 June 2008, Seattle, WA..

Rumsey, C. L. and Gatski, T. B. (2001) Recent turbulence model advances applied to multielement airfoil computations. *J. Aircraft*, 38 (5), 904 - 910.

Rumsey, C. L., Gatski, T. B., Sellers, W. L. Ⅲ, Vatsa, V. N. and Viken, S. A. (2006) Summary of the 2004 computational fluid dynamics validation workshop on synthetic jets. *AIAA J.*, 44 (2), 194 - 207.

Rumsey, C. L. and Greenblatt, D. (2007) Parametric study of flow control over a hump model using an unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes code. *NASA/TM* - 2007 - 214897, September.

Samimy, M., Adamovich, Kim, J. H., Webb, B., Keshav, S. and Utkin, Y. (2004) Active control of high speed jest using localized arc filament plasma actuators. AIAA Paper 2004 - 2130, 2nd AIAA Flow Control Conference, 28 June - 1 July 2004, Portland, OR..

Seifert, A., Darabi, A. and Wygnanski, I. (1996) Delay of airfoil stall by periodic excitation. *J. Aircraft*, 33 (4), 691 - 698.

Seifert, A., Eliahu, S., Greenblatt, D. and Wygnanski, I. (1998) Use of piezoelectric actuators for airfoil separation control. *AIAA J.*, 36 (8), 1535 - 1537.

Seifert, A. and Pack, L. G. (1999) Oscillatory control of separation at high Reynolds numbers. *AIAA J.*, 37 (9), 1062 - 1071.

Seifert, A. and Pack, L. G. (2001) Oscillatory control of shock-



induced separation. *J. Aircraft*, 38 (3), 464 - 472.

Smagorinsky, J. (1963) General circulation experiments with the primitive equations: part Ⅰ, the basic experiment. *Mon. Wea. Rev.*, 91, 99 - 164.

Sosa, R., Artana, G., Moreau, E. and Touchard, G. (2006) Flow control with EHD actuators in middle post stall regime. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 28 (2), 200 - 207.

Spalart, P. R. and Allmaras, S. R. (1994) A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Rech. Aerospatiale*, 1, 5 - 21.

Spalart, P. R., Jou, W-H., Strelets, M. and Allmaras, S. R. (1997) Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach, in *Advances in DNS/LES, First AFOSR International Conference on DNS/LES* (eds C. Liu, Z. Liu, L. Sakell), Greyden Press, Columbus, pp. 137 - 147.

Spalart, P. R. (2009) Detached-eddy simulation. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 41, 181 - 202.

Spence, D. A. (1956) The lift coefficient of a thin, jet-flapped wing. *Proc. Roy. Soc.*, A 238 (1212), 46 - 68.

Stalnov, O. and Seifert, A. (2008) On amplitude scaling options of active separation control. 2nd International Conference on Jets, Wakes and Separated Flows, Berlin, Germany.

Tollmien, W. (1955) 50 Jahre Grenzschichtforschung, ihre Entwicklung and Problematik. Henry Görtler/Walter Tollmien (Hg.): 50 Jahre Grenzschichtforschung, Braunschweig, S. 1 - 12.

Van Dam, C. P., Yen, D. T. and Vijgen, P. M. H. W. (1999) Gurney flap experiments on airfoil and wings. *J. Aircraft*, 36 (2), 484 - 486.

Viets, H., Piatt, M. and Ball, M. (1987) Boundary layer control by unsteady vortex generation. *J. Wind Eng. Ind. Aerod.*, 7, 135 - 144.

Walsh, M. J. and Anders, J. B. Jr. (1989) Riblet/LEBU research at NASA Langley, 46 (3), 255 - 262.

Weier, T. and Gerbeth, G. (2004) Control of separated flows by time periodic Lorentz forces. *Eur. J. Mech. B/Fluid.*, 23, 835 - 849.

Wengle, H., Huppertz, A., Barwolff, G. and Janke, G. (2001) The manipulated transitional backward-facing step flow: an experimental and direct numerical simulation investigation. *Eur. J. Mech. B*, 20, 25 - 46.

Williams, J. (1961) A brief history on British research on boundary layer control for high lift, in *Boundary Layer and Flow Control. Its Principles and Application*. vol. 1 (ed. G. V. Lachmann), Pergamon Press, New York, pp. 21 - 73.

Wlezien, R. W., Horner, G. C., McGowan, A. R., Padula, S. L., Scott, M. A., Silcox, R. J. and Simpson, J. O. (1998) The aircraft morphing program. AIAA Paper 1998 - 1927, 39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, and AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Forum, 20 - 23 April 1998, Long Beach, CA.

Woods, L. C. (1958) Some contributions to jet-flap theory and to the theory of source flow from aerofoils. A. R. C. Current Paper 388.

Xia, H. and Qin, N. (2006) Comparison of unsteady laminar and DES solutions of synthetic jet flow. AIAA Paper 2006 - 3161, 24th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 5 - 8 June 2006, San Francisco, CA.

You, D., Wang, M. and Moin, P. (2006) Large-eddy simulation of flow over a wall-mounted hump with separation control. *AIAA J.*, 44 (11), 2571 - 2577.

本章译者：雷娟棉，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 16 章

低雷诺数固定翼飞行器空气动力学

Thomas J. Mueller[1]，Alain Pelletier[2]

1　圣母大学航空航天和机械工程系，印第安纳，美国

2　西门子能源有限公司，燃气轮机工程学院，奥兰多，佛罗里达，美国

1　引　　言

尽管在 1903 年莱特兄弟进行飞行实验之前，航空先驱者们已经开始利用飞机模型来研究飞机的空气动力学，但直到 20 世纪 30 年代，人们才开始利用飞机模型进行早期的低雷诺数空气动力学实验研究。这些实验研究主要是测量机翼的升力和阻力，其中有相对较厚的翼型，也有薄翼、平翼和有弯度的机翼。1936 年和 1937 年无线电控制（R/C）飞机模型的发展引起了人们改进 R/C 模型性能的兴趣（Mueller，2007）。1939 年，F. W. Schmitz 在德国完成了大量的空气动力学研究，但研究成果直到 1942 年才发表并于 1967 年被翻译成英文（Schmitz，1967）。

在过去的 30 年，翼型设计有所发展，翼型在翼弦雷诺数 $60\ 000 \leqslant Re \leqslant 200\ 000$ 时都表现出良好的性能。主要研究方向为小型无人飞行器的设计和发展。1996 年开始，人们对微型飞行器（MAV）的兴趣重燃（Davis 等，1996），其最初的目标是设计一个飞行器，最大尺寸为 15 cm，总质量小于 90 g，有效负载 18 g，速度在 24～64 km/h，飞行时间持续 30 min。MAV 和其他飞行器的总质量与翼弦雷诺数的关系如图 1 所示，翼展与所选飞行器质量的关系如图 2 所示。几年之内，就出现了刚性和柔性固定翼 MAVs。

这就增加了低展弦比（LAR）机翼在低雷诺数时的信息需要。第一代 MAV 是刚性固定翼飞行器，如美国海军研究实验室的 Mite 系列（Ailinger，1997）和发展为黑寡妇Ⅰ（Grasmeyer 和 Keennon，2001）的 Aero Vironment 系列。柔性翼 MAV 由 1999 年始于佛罗里达大学的早期版本进化而来（Ifju，2005）。

1.1　低雷诺数翼型流动问题

Carmichael（1981）关于低雷诺数翼型的调查研究是在所关心的雷诺数范围内描述机翼绕流特性的起点。以下关于 $1\ 000 \leqslant Re_c \leqslant 200\ 000$ 的流动区域的讨论是基于 Carmichael 工作的改进版。

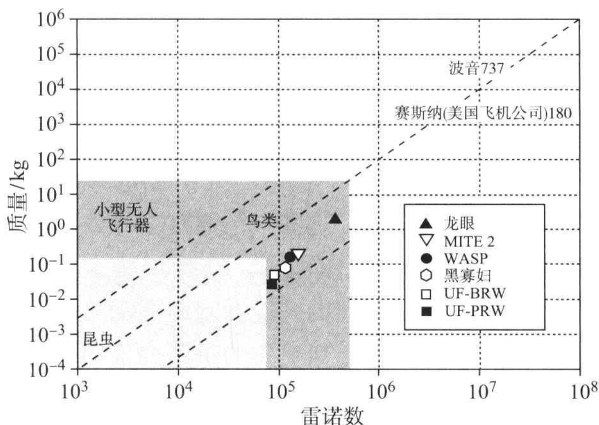


图 1　翼弦雷诺数与所选飞行器质量的关系

［改编自 Mueller（2007）］

（1）雷诺数在 1 000～10 000 时，边界层流动为层流且不转化为湍流。蜻蜓和苍蝇的飞行就在这一区域。

（2）雷诺数在 10 000～50 000 时，边界层为层流。手掷滑翔机模型的经验表明，边界层分离后不会重新附着。



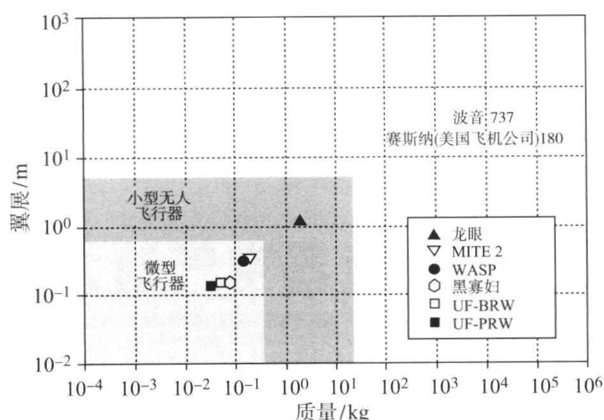


图2 翼展与所选飞行器质量的关系

[经 Mueller (2007) 的允许转载© AIAA]

(3) 雷诺数为50 000～70 000时，翼型的选择非常重要，因为厚翼型（相对厚度6%及以上）升力和阻力会有明显的迟滞效应，这种效应是由于层流分离并向湍流转变引起的。由于机翼的设计（Selig，2003），顺时针和逆时针的迟滞都可能出现。接近范围右端时，临界雷诺数可以通过边界层激流降低。薄翼型（相对厚度低于6%）在区域上游会表现出良好的性能。

(4) 雷诺数高于70 000且低于200 000时，可以得到广泛的层流，机翼性能提升，但层流分离涡对于特定机翼会造成问题。小型无线电控制飞机模型和MAVs在这个范围。

(5) 雷诺数高于200 000，机翼性能迅速提升，相关经验来源于体形较大的飞鸟、较大的无线电模型飞机、有人驾驶的飞机和小型无人飞行器。

1.2 分离泡

当雷诺数高于50 000时，大多数机翼的上表面出现层流分离气泡。这些气泡通常会导致性能的快速退化，即 L/D 快速减小。蜻蜓翅膀为单面锯齿翼。据推测，锯齿间的涡旋会阻碍流动分离。苍蝇的翅膀表面有大量类似毛发的垂直突出物，据推测这些结构可促进涡流诱导能量的转移，从而避免流动分离。室内的云母薄膜飞机模型就在这一区域飞行。人们发现，钝的前缘和后缘都会提升气动性能。原则上，层流分离气泡和转换可以通过在机翼上特定位置施加特定类型的扰动进行人为控制。机翼表面的金属丝、磁带条、细槽、断阶、砂砾或穿孔，都对此临界雷诺数区域内的边界层有积极的影响，但并没有关于这些所谓的“扰流器”的类型和位置以及它们对机翼边界层影响的说明。此外，扰流器的添加并不总是能够提升机翼性能。事实上，人们还没有完全理解给定类型的扰流器产生的扰动如何影响流动的转换（Carmichael，1981）。

层流边界层分离后导致阻力增加、升力减小。在这个流动区域，机翼边界层在最小压力点之后仍为层流，接着形成自由剪切层。假定逆压梯度不是很大，在转换为湍流之后，流动以获得足够的能量并重新附着到机翼表面。在时间平均的基础上，形成了回流区域，如图3所示（改编自Mueller和DeLaurier，2003）。因为分离泡就像边界层阻碍物，这种现象通常被称为分离过渡泡。在低雷诺数时，过渡泡占了机翼表面的15%～40%，被称为长分离泡。分离泡对机翼失速特性有重要的影响（如升力的急剧下降和阻力的急剧上升）。在高雷诺数时，当短分离泡出现时，升力关于攻角线性增加直到失速，被称为短泡破裂。通常在低雷诺数时，如果表面形成长分离泡，当其扩展至后缘时就会出现失速。对一些翼型，分离泡也是产生时滞的原因之一（Mueller，1985）。流动显示和热线研究已被用于论证最大垂直位移的上游为相对稳定的流动，如图3中的 T，这里被认为是向湍流转换的起始点（Brendel和Mueller，1990）。在分离泡最大垂直位移下游，机翼绕流是不稳定的。因此，分离泡的存在和范围的精确预测以及风洞验证，对高效低速翼型甚至飞行器的设计都是必要的。

1.3 翼型设计

许多刚性翼的设计者利用Eppler翼型设计和分析程序（Eppler和Somers，1980；Eppler，1990）、Drela XFOIL代码（Drela和Giles，1987；Drela，1989）或Selig方法（Selig和Maughmer，1992）来获得二维机翼横截面，接着选择平面形状并结合实验得到最终的三维翼型。

M. S. Selig和他的同事在20世纪80年代末期开始了翼型设计和测试工作（Donovan和Selig，1989；Selig、Donovan和Fraser，1989）。从那时以来，他们测试了大量的翼型，其中有许多是Selig自己设计的，大都在雷诺数60 000～500 000（Selig等，1995，1996，2001）。这些结果和其他一些发表的数据，对许多无人飞行器的设计非常有用（UAVs）。然而大多数第二代小型UAVs都采用了针对其用途而专门设计的翼型。尽管在低雷诺数下，大展弦比二维机翼的实验数据对MAVs的设计没有帮助，但对认识LAR机翼边界层特性和测量技术提供了宝贵经验。

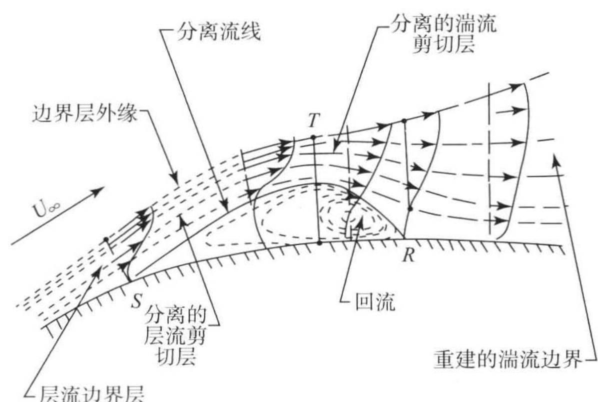


图3　分离过渡泡的时均草图

[经 Mueller 和 DeLaurier (2003) 的允许转载© Annual Reviews]

2　风洞验证

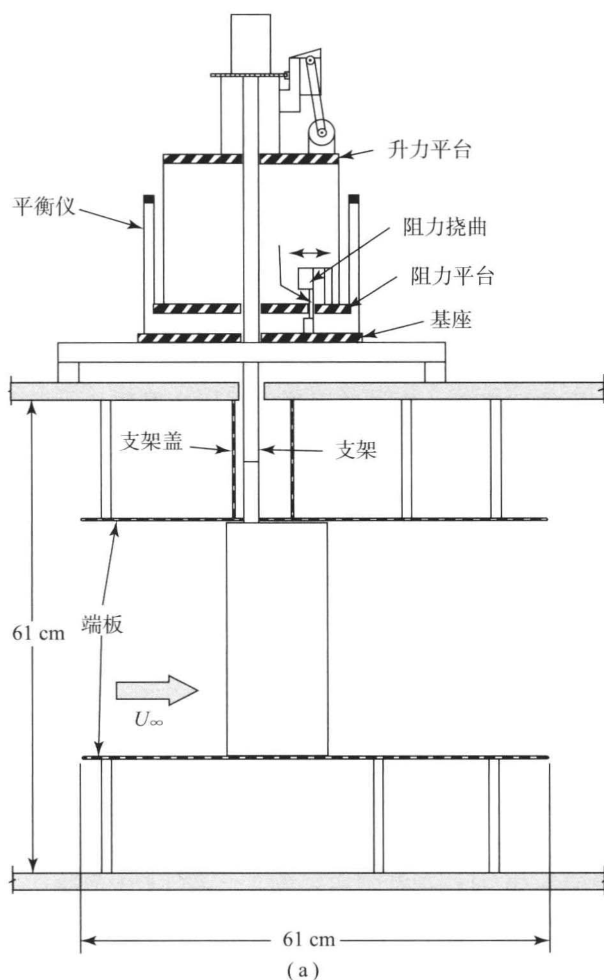
正如之前所述，低雷诺数翼型设计需要风洞或水洞实验的验证，以确保良好的性能，同时也需要精确地测量出升力和阻力。所要用到的工具如力平衡仪和风洞/水洞，对低雷诺数下的物理量的测量需要足够的敏感，这样才能得到较好的流动特性。Notre Dame 大学在过去的 30 年间对不同形状的翼型进行了实验研究，力平衡仪、风洞和水洞是提供可靠数据的有力工具（Pelletier 和 Mueller，2000）。

2.1　风洞

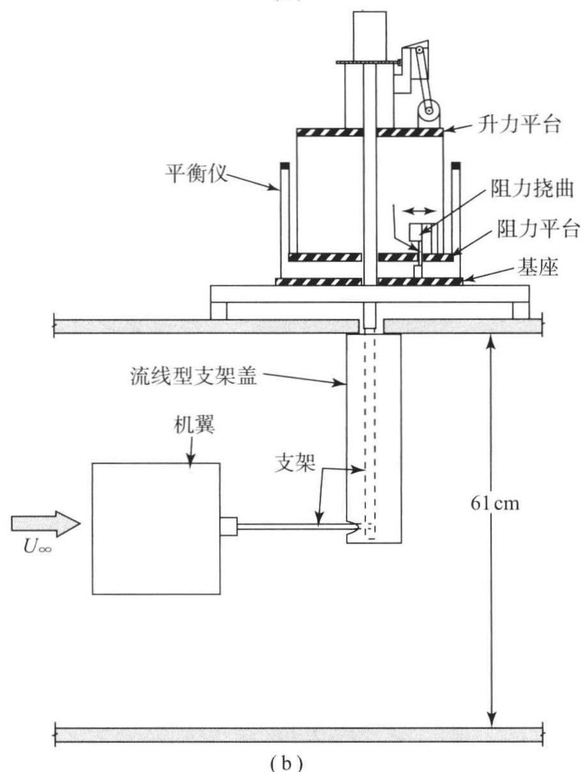
低雷诺数时，二维阻力的精确测量很困难。由于模型与端板或侧壁的相互作用，力平衡的结果可能会过度预测（阻力）或预测不足（升力）。然而，对于无端板的 LAR 机翼的测试，相互作用被排除，力平衡是非常有用的工具。尾迹移测法同样受到流动的三维本质和低雷诺数大翼展变化时模型尾迹的不稳定性的影响。

这里，实验用到了测试区横截面为 61 cm×61 cm 的低湍流度风洞（Re_c 在 60 000～200 000 时，自由流湍流强度<0.05%）。测试区的顶部安装了一个敏感的三分量的外部力平衡仪，两种合理的排布分布如图 4 所示。力平衡仪用来测量升力、阻力和俯仰力矩。端板被安装在测试区以进行二维测试。模型和端板的间隔调整为 0.8 mm 左右。这个间隔小于 Rae 和 Pope 建议的最大翼尖间隔，对应的翼展应为 1.5 mm。Mueller 和 Burns (1982) 也证明了间隔小于 1.4 mm 时并不影响结果。

当利用力平衡仪测量气动力时，了解影响测量结果的因素是非常重要的。两个重要的影响因素为端板（或管道侧壁）和湍流强度。



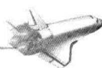
(a)



(b)

图4　力平衡仪在风洞测试区的排布

(a) 二维测试；(b) 三维测试



2.2　端板的影响

众所周知，端板和模型的相互作用（如拐角流）会导致20%的$C_{d,min}$增加（Mueller和Jansen，1982）。人们利用Eppler 61机翼研究了端板对气动测量的影响（Eppler，1990）。机翼相对厚度为5.63%，相对弧高为6.3%。此机翼最初是为飞机模型而研制。对弦长为12.5 cm，翼展为30.5 cm的两个模型进行了测试。第一个模型为一个整体，第二个模型分为三块（沿展向）且只有中间的一块与力平衡仪相连。这有助于消除端板边界层和机翼的相互作用。图5展示了测试区中的整体Eppler模型和分块翼型。机翼的厚度允许在上端板处加一支架。支架与力平衡仪相连。孔洞足够大，测试时，支架和上端板不会接触。

因为在不停止风洞的情况下，不能改变分块模型左右两块的攻角，所以研究端板的影响是在固定的攻角和不同的雷诺数之下。

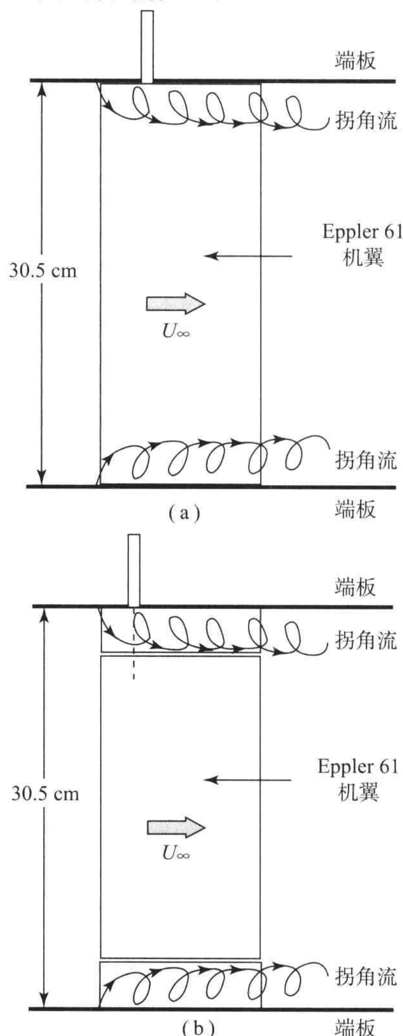


图5　在测试区的Eppler 61机翼

（a）整体机翼；（b）分块机翼

攻角为0°时升力系数和阻力系数与雷诺数的关系如图6所示。受到端板边界层的影响，分块机翼与整体机翼相比，升力系数较高而阻力系数较低。分块机翼的气动特性更加接近于实际的二维空气动力学。C_l和C_d与雷诺数的关系和预期一样。阻力系数随雷诺数的减小关系与零厚度平板阻力的Blasius解（$C_d=2.656\times Re_c^{-0.5}$）一致，但由于厚度和弯度，导致数量级较大。$C_l$和$C_d$的不确定度为6%～7%。所有的结果已对固体阻塞、尾迹阻塞、流线曲率和纵向浮力做了修正。

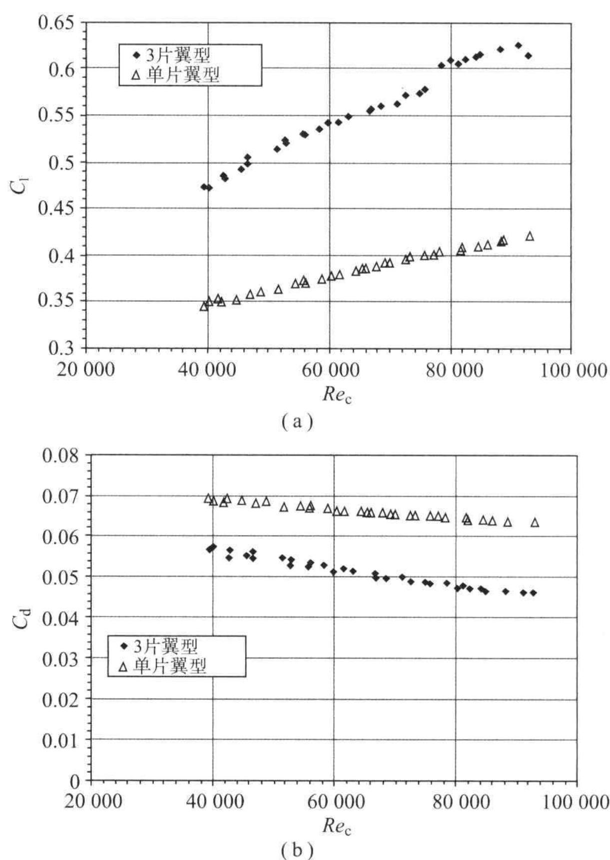


图6　零攻角时端板对二维Eppler 61机翼升力和阻力的影响与雷诺数的关系

（a）升力系数；（b）阻力系数

［经Pelletier和Mueller（2001）的允许转载© AIAA］

Selig等（1995）同样证明，在低雷诺数下，二维机翼空气动力可能会受到源于端板的三维效应的影响。他们展示了SD6060机翼的升阻系数曲线，阻力由四倍翼展处的尾迹倾斜度和动量技术测量。升力由应变计力平衡仪测量。雷诺数较低时（如60 000），阻力作为翼展位置的函数变化明显，然而，在较高的雷诺数时（如200 000）变化最小。

2.3　湍流强度的影响

风洞中的自由流湍流对流动分离和重新附着有着重要的影响，特别是对在低雷诺数时的厚机翼。Laitone（1997）报告了雷诺数低于 70 000 时，无论机翼是否弯曲，湍流强度对厚机翼有重要影响，但对于薄板则没有那么重要。攻角较小时，分离泡较短，湍流会产生较早的转换并重新附着，因此 C_l 增加、C_d 减小。攻角较大时，在流动即将分离之处，增加湍流强度对 C_l 起相反的作用并增加阻力。增加湍流强度还有助于减小 C_l 和 C_d 的时滞（Mueller 等，1983）。

然而，对于较薄的机翼，自由流湍流强度可能产生的影响不同，特别是对于分离后不会重新附着的流动。对半翼展展弦比为 1.5（测试中只有一个端板，因此取半翼展展弦比）的薄平板翼的研究表明，无论是在风洞还是在水洞中，湍流效应都可以忽略（Pelletier 和 Mueller，2000）。测试时的雷诺数范围是 39 000～150 000。

2.4　机翼弯度的影响

为了研究低雷诺数时的弯度效应，我们研究了两种薄板机翼，一种是平板，另一种是有弯度的。两种模型相对厚度均为 1.93%。模型拥有 5 至 1 的椭圆前缘和后缘角为 3°的锥形后缘（一部分模型为椭圆后缘）。有弯度的模型相对弯度为 4%（Pelletier 和 Mueller，2000）。模型弦长为 20.3 cm，翼展为 30.5 cm。后缘的几何形状，无论是椭圆形还是锥形，对平板或弯曲机翼卓越气动力都有最小的影响。Laitone（1996，1997）同时指出，低雷诺数时，尖锐后缘并不像对高雷诺数时那么重要。

图 7 比较了在雷诺数为 140 000 时平板机翼和弯曲机翼的气动力系数。图中仅为攻角增加时的数据，因此并没有表示时滞。考虑到没有数据表示急剧的失速（升力系数突然减小），没有时滞并非意外。二维测量存在端板，因此它们的影响不能被忽略。图 7 显示了弯曲机翼卓越的气动特性。最大升力对应的攻角要稍大几度。这个最大升力至少比平板机翼高 40%。水洞中利用氢气泡进行的定量流动显示表明，气流在弯曲机翼上比在平板机翼上附着的时间长，这与其拥有更好的升力系数相一致。

比较二维弯曲和非弯曲机翼的阻力，弯曲机翼的最小阻力有所增加。然而，在弯曲机翼最大升力对应的攻角，阻力相对较低。这与增加的升力相结合，一起构成了二维弯曲机翼良好的气动性能。

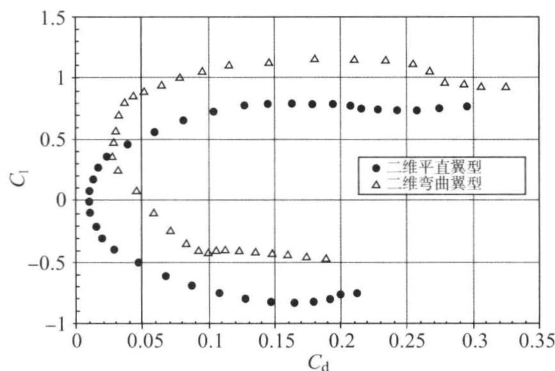


图 7　Re_c＝140 000 时平板机翼和弯曲机翼的升阻系数曲线

2.5　低展弦比机翼空气动力学

对于 MAVs，考虑展弦比为 2 及以下的机翼。Torres 和 Mueller(2004)着眼于几种展弦比在 0.5～2 的 LAR 机翼的气动特性。考虑四种外形：矩形机翼、椭圆形机翼、Zimmerman 机翼(1/4 弦处的两个椭圆)和反转 Zimmerman 机翼(3/4 弦处的两个椭圆)。图 8 展示了对几种展弦比在 0.5～2 的矩形平板翼的气动力，其模型弦长为 20.3 cm（AR＝0.5、0.75、1）和 15.2 cm(AR＝1.25、1.50、1.75、2)。所有模型厚度为 4 mm。

结果表明，升力曲线斜率随展弦比的增加而增加，并且对于较高的展弦比，C_L 随攻角的变化更加线性化。这表明 LAR 机翼倾向于非线性升力，特别是对于展弦比小于 1.25 的机翼。这个非线性升力与对应于最大升力的较大攻角相关，如图 8 所示。非线性升力由机翼上的翼尖涡旋(侧缘涡旋)引起。这些涡旋回转并拖延分离的发生，在机翼上创造出吸力峰值并产生额外升力。这些涡旋在三角翼空气动力学中也起着重要作用(见第 12 章第 1 节)。

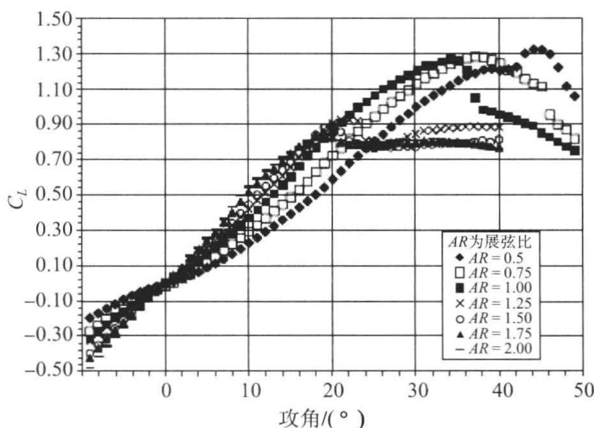
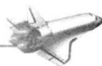


图 8　7 种展弦比不同的矩形平板机翼在
Re_c＝100 000 时升力系数与攻角的关系

［经 Mueller、Torres 和 Srull（2007）的允许转载© AIAA］



由于渐强的涡旋，非线性升力随着攻角的增大而增大。这就解释了图8中，LAR机翼的升力曲线斜率有随攻角增加的趋势，特别是对于展弦比较小的机翼来说。此外，随着翼展变短，翼尖涡旋逐渐靠近，对升力的非线性贡献不断增加。

非矩形机翼的结果表明，低雷诺数LAR机翼的展弦比对其性能的影响最大，其次是机翼形状和雷诺数。对于展弦比小于1.5的机翼，其形状的影响更为重要。展弦比高于1.5时，差距就不是很明显，椭圆形机翼稍微高效一些，这与经典空气动力学理论相一致。

LAR机翼令人关注的特性是升力中心(Torres和Mueller,2004)。低攻角时，升力主要由环量产生，升力中心接近1/4弦处。然而，随着攻角的增加，翼尖涡旋强度增加，并导致了更大的非线性升力，从而将升力中心推向下游。这给利用此种翼型的飞行器在平飞时的纵向稳定性带来了挑战。

4%的相对弯度对于LAR机翼的影响如图9所示。对于二维机翼，弯曲机翼上的升力较大。此外，在大攻角时，对于给定的升力，弯曲机翼上的阻力比平板机翼上的阻力小。但最小阻力还是出现在平板机翼上。

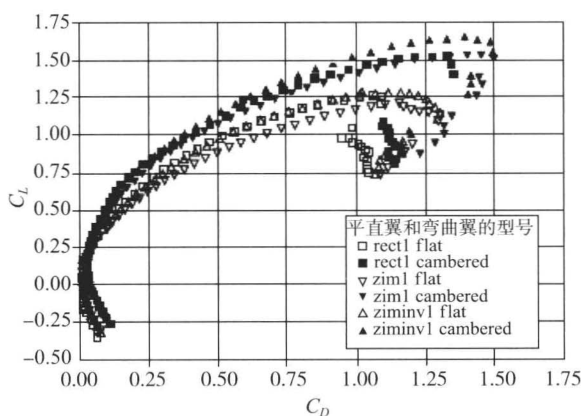


图9 Re_c=100 000时弯曲效应下的C_L和C_D关系

[经Mueller、Torres和Srull(2007)的允许转载© AIAA]

3 微型飞行器

第一代的MAVs是刚性固定翼飞行器，如美国海军研究实验室(USNRL)的MITE系列(Kellogg等，2001)和演化为"黑寡妇"(Black Widow)的Aero Vironment系列(Grasmeyer和Keennon，2001)，其设计过程中解决了15.4 cm的飞行器在翼弦雷诺数为100 000时的气动特性问题。MITE飞行器在原型设计时应用了CFD来决定其气动特性，而Aero Vironment飞行器在原型设计时利用了滑翔和风洞实验。

因为对如此小的飞行器没有什么实验数据或经验，USNRL开始对翼展为15.4 cm、弦长为13 cm(微型战术消耗品)的MITE原型机的气动特性进行一系列的数值研究(Ramamurti和Sandberg，2001)。这些研究导致了2.5倍于原型机的MITE 2的出现，它拥有36.83 cm的翼展和25.4 cm的弦长。MITE 2有5.2%的反翘翼型，所以俯仰力矩较低，有很好的纵向稳定性。MITE 2成功试飞，其草图如图10所示。通过对6种设计的实验研究得到了MITE 3，实验中有双发动机电力推进系统和不同的有效负载。这一系列的较大的飞行器发展为"龙眼"，它拥有机身和方向舵，在机翼上有两个电动机，翼展1.14 m，质量2.0 kg，有效负载0.37 kg，航程10 km，并能持续飞行60 min，从远处看它更像一只鸟(Kellogg，2007)。"龙眼"由Aero Vironment公司制造(见Aero Vironment网站)。

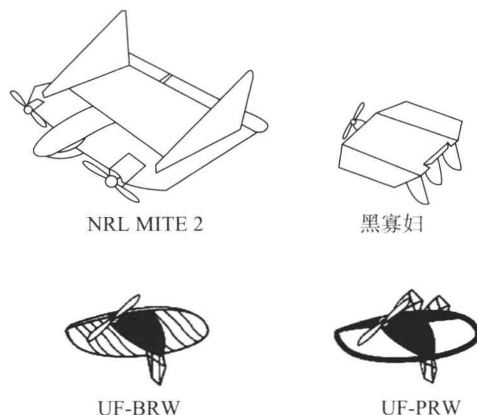


图10 刚性翼和柔性翼微型飞行器草图

当原型确定15.4 cm的飞行器可行时，多学科的优化设计(MDO)方法被用于使MAV性能的最优化。这些研究形成了最终的"黑寡妇"MAV构型，它有15.4 cm的翼展，质量80 g，能够携带彩色录像机飞行1.8 km并持续30 min(Grasmeyer和Keennon，2001)。这种MAV的草图如图10所示。为了增加有效负载和飞行时间，最初版本的Wasp出现并且体积增大(如Wasp Ⅲ，见Aero Vironment网站)。

佛罗里达大学(UF)开发了一系列的柔性翼MAVs，这一概念将源于生物的灵感和现代复合材料相结合。与小鸟、蝙蝠相似，机翼很薄且弯度不大。研究表明，薄的小弯度翼型比厚翼型更加有效(Ifju，2005)。UF MAVs由碳纤维骨架以及很薄的可伸长膜材料构成(类比于蝙蝠翅膀的骨头和外皮)。它们有明显的机

身和翅膀，相比于传统的飞行翼设计，如"黑寡妇"，它们更像鸟和蝙蝠。

这些设计由追溯到1999年早期的版本发展而来。柔性翼最初的灵感来源于观看早期的MAVs飞行和Ifju对帆板运动认识的结合。对柔性帆的认识激励了机翼的发展，不会再像刚性翼那样受到阵风的影响。自那时起，UF开始了柔性领域的探索，柔性在飞行器设计时一般要极力避免。目标是创造在任何天气状况下都易于控制的飞行器。

机翼由碳纤维骨架和可伸长橡胶表面制成，因此对气流有很好的适应性，能保证平稳飞行。这通过机翼的被动自适应负扭转机制实现。在帆船上，自适应负扭转通过帆的扭转实现。这极大地扩展了风帆，产生更大的推力（升力），即便在阵风条件下也是如此。对于这种类型的机翼，形状是气流速度和攻角的函数。自适应负扭转通过膜的伸展和骨架的扭转产生，导致了沿翼展方向攻角的变化。最终结果是即使在阵风条件下飞行也非常平稳。自适应负扭转机制非常巧妙，必须被用于机翼来使其更有效地工作。为了研究碳纤维骨架的形状如何影响飞行性能，设计者们建立了大量的机翼原型。骨架不同部位的相对刚度不同，并且每种模型都在流场中进行观测，以将其性能排序。选出性能最好的结构，随后用更严密的飞行测试和风洞测试来检验（Ifju，2007）。

与几何形状相同的刚性翼相比，两种结构的性能有了极大的提升。板条加固翼（BRW）和边缘加固翼（PRW）的草图如图10所示。BRW由相对刚硬的前缘和被称为板条的细翼肋组成。PRW由相对刚硬的前缘和柔性碳纤维边缘组成。BRW已经被广泛地研究（如Ifju等，2002）并被专门设计用于缓和阵风。就增加失速阻力、提升升力和增加静态纵向稳定性而言，PRW相比于刚性翼和BRWs有明显的优势。边缘加固MAV的显著特征是质量为40 g，翼弦和翼展都为10 cm，速度为11.5 m/s（巡航雷诺数为100 000左右），展弦比为1.28，机翼负载3.0 kg/m²。Ifju等（2007）给出了MAVs设计、制造、测试、柔性影响以及气动性能的完整描述。Shyy等（2008）完整地介绍了低雷诺数固定翼、柔性翼和扑翼飞行器空气动力学。*International Journal of Micro Air Vehicles*杂志致力于出版各个方面的MAVs，它的主编为Mark Reeder，2009年3月由Multi-Science出版公司发表第一篇文章。

致　谢

作者感谢Aero Vironment公司的Gabriel E. Torres博士提供平板机翼和弯曲机翼的数据，以及Engineering Graphics部门绘制图表。作者还要感谢Notre Dame大学的R. C. Nelson和T. Apker教授对最终文稿的评述。

符号表

AR	展弦比
C_d	二维机翼阻力系数
C_l	二维机翼升力系数
C_D	机翼阻力系数
C_L	机翼升力系数
L/D	升阻比
Re_c	根弦雷诺数
U_∞	自由流速度

参考文献

Aero Vironment website, www.aerovironment.com.

Ailinger, K. (1997) *Micro Air Vehicle (MAV) Development at NRL*. Association of Unmanned Vehicle Systems International Conference (AUVSI'97), Arlington, VA..

Brendel, M. and Mueller, T. J. (1990) Transition phenomenon on airfoils operating at low chord Reynolds numbers in steady and unsteady flows, in *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows* Ⅳ, (ed. T. Cebeci), Springer-Verlag, Berlin, pp. 333 - 344.

Carmichael, B. H. (1981) Low Reynolds number airfoil survey, vol. 1, *NASA CR* 165803.

Davis, W. R., Jr., Kosicki, B. B., Boroson, D. M. and Kostishock, K. F. (1996) Micro Air Vehicles for Optical Surveillance. *Lincoln Lab. J.*, 9 (2), 197 - 213.

Donovan, J. F. and Selig, M. S. (1989) Low Reynolds number airfoil design and wind tunnel testing at Princeton University, in *Lecture Notes in Engineering*, vol. 54 (ed. T. J. Mueller), Springer-Verlag, Berlin, pp. 39 - 57.

Drela, M. and Giles, M. B. (1987) ISES: a two-dimensional viscous aerodynamic design and analysis code. *AIAA* 87 - 90424.

Drela, M. (1989) XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils, in *Lecture Notes in Engineering: Low Reynolds Number Aerodynamics*, no. 54 (ed. T. J. Mueller), Springer-Verlag, Berlin, pp. 1 - 12.

Eppler, R. and Somers, D. M. (1980) A computer program for the design and analysis of low-speed airfoils. *NASA TM* - 80210.



Eppler, R. (1990) *Airfoil Design and Data*, Springer-Verlag, Berlin.

Grasmeyer, J. M. and Keennon, M. T. (2001) Development of the Black Widow micro air vehicle, in *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications*, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 195 (ed. T. J. Mueller), AIAA, Reston, VA, also *AIAA Paper* 2001 - 0127.

Ifju, P. G., Jenkins, D. A., Abdulrahim, M. and Olipra, S. (2002) Flexible-Wing-Based Micro Air Vehicles. *AIAA* 2002 - 0705.

Ifju, P. G. (2005) Flexible-wing-based micro air vehicles, in *Compliant Structures in Nature and Engineering*, ch. 8 (ed. C. H. Jenkins), Wit Press, pp. 171 - 192.

Ifju, P. G., Albertani, R., Stanford, B. K., Claxton, D. J. and Sytsma. (2007) Flexible-wing micro air vehicles, in *Introduction to The Design of Fixed-Wing Micro Air Vehicles Including Three Case Studies*, ch. 5 (ed. J. A. Schetz), AIAA Education Series, Reston, VA, pp. 185 - 240.

Kellogg, J., Bovais, C., Dahlburg, J., Foch, R., Gardner, J., Gordon, D., Heartlu, R., Kamgar-Parsi, B., McFarlane, H., Pipitone, F., Ramamuri, R., Sciambi, A., Spears, W., Shrull, D. and Sullivan, C. (2001) *The NRL mite air vehicle*. Proceedings of the 16th International Conference on Unmanned Air Vehicle Systems, University of Bristol, Bristol, UK, pp. 25. 1 - 25. 14.

Kellogg, J. C. (2007) Case study: micro tactical expendable rigidwing micro air vehicle, in *Introduction to The Design of Fixed-Wing Micro Air Vehicles Including Three Case Studies*, ch. 4 (ed. J. A. Schetz), AIAA Education Series, Reston, VA, pp. 151 - 184.

Laitone, E. V. (1996) Aerodynamic lift at Reynolds numbers below 7×104. *AIAA J.*, 34 (9), 1941 - 1942.

Laitone, E. V. (1997) Wind tunnel tests of wings at Reynolds numbers below 70 000. *Exp. Fluid.*, 23 (5), 405 - 409.

Mueller, T. J. and Jansen, B. J., Jr. (1982) Aerodynamic Measurements at Low Reynolds Numbers, *AIAA* 82 - 0598.

Mueller, T. J. and Burns, T. F. (1982) Experimental Studies of the Eppler 61 Airfoil at Low Reynolds Numbers. *AIAA* 82 - 0345.

Mueller, T. J., Pohlen, L. J., Conigliaro, P. E. and Jansen, B. J., Jr. (1983) The influence of freestream disturbances on low Reynolds number airfoil experiments. *Exp. Fluid.*, 1 (1), 3 - 14.

Mueller, T. J. (1985) Low Reynolds number vehicles, in *AGARDAG* - 288 (ed. E. Reshotko), SPS, Ltd., Loughton, Essex, U. K..

Mueller, T. J. (2007) Overview of micro air vehicle development, in *Introduction to The Design of Fixed-Wing Micro Air Vehicles Including Three Case Studies*, ch. 1 (ed. J. A. Schetz). AIAA Education Series, Reston, VA, pp. 1 - 38.

Mueller, T. J., Torres, G. E. and Srull, D. W. (2007) Elements of aerodynamics, propulsion and design, in *Introduction to The Design of Fixed-Wing Micro Air Vehicles Including Three Case Studies*, ch. 2 (ed. J. A. Schetz), AIAA Education Series, Reston, VA, pp. 39 - 108.

Mueller, T. J. and DeLaurier, J. D. (2003) Aerodynamics of small vehicles. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35, 89 - 111.

Pelletier, A. and Mueller, T. J. (2000) Low Reynolds number aerodynamics of low-aspect-ratio, thin/flat/cambered-plate wings. *J. Aircraft*, 37 (5), 825 - 832.

Pelletier, A. and Mueller, T. J. (2001) Effect of endplates on two dimensional airfoil testing at low Reynolds number. *J. Aircraft*, 38 (6), 1056 - 1059.

Rae, W. H. Jr. and Pope, A. (1984) *Low-Speed Wind Tunnel Testing*. 2nd edn., John Wiley & Sons, New York, pp. 344 - 444, 176.

Ramamurti, R. and Sandberg, W. (2001) Computation of aerodynamic characteristics of a micro air vehicle, in *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Application*, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, ch. 25, vol. 195 (ed. T. J. Mueller), AIAA, Reston, VA.

Schmitz, F. W. (1967) *Aerodynamics of the Model Airplane*, *Part 1*, *Airfoil Measurements*. Originally published in Germany in March 1942 [Redstone Scientific Information Center, Research and Development Directorate, U. S. Army Missile Command, Redstone Arsenal, AL, November 22, 1967].

Selig, M. S. and Maughmer, M. D. (1992) Generalized multipoint inverse airfoil design. *AIAA J.*, 30 (11), 2618 - 2625.

Selig, M. S., Guglielmo, J. J., Broeren, A. P. and Giguere, P. (1995) *Summary of Low-Speed Airfoil Data*, vol. 1, Soar Tech Aero Publications, Virginia Beach, VA.

Selig, M. S., Lyon, C. A., Giguere, P., Ninham, C. P. and Guglielmo. (1996) *Summary of Low-Speed Airfoil Data*, vol. 2, Soar Tech Aero Publications, Virginia Beach, VA.

Selig, M. S., Gopalarathnam, A., Giguere, P. and Lyon, C. A. (2001) Systematic airfoil design studies at low Reynolds numbers, in *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications*, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 195 (ed. T. J. Mueller), AIAA, Reston, VA, pp. 143 - 167.

Selig, M. S. (2003) *Low Reynolds number airfoil design*. VKI Lecture Series, von Karman Institute for Fluid Dynamics,

1640 Rhode-St-Genese, Belgium.

Shyy, W., Lian, Y., Tang, J., Viieru, D. and Liu, H. (2008) *Aerodynamics of Low Reynolds Number Flyers*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Torres, G. E. and Mueller, T. J. (2004) Low-aspect-ratio wing aerodynamics at low Reynolds numbers. *AIAA J.*, 42 (5), 865 - 873.

本章译者：雷娟棉，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 17 章

扑翼空气动力学

Wei Shyy[1]，Hikaru Aono[1]，Hao Liu[2]
1　密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国
2　千叶大学工学研究院，千叶，日本

1　引　　言

鸟类、蝙蝠和昆虫的飞行引起人们长达数个世纪的关注。世界上大约有 100 万种飞行昆虫，有 13 000 种恒温脊椎物种（如鸟类和哺乳动物），其中有 10 000 种能够在天空中飞翔（9 000 种鸟和1 000 种蝙蝠）。就在空中进行有效的姿态控制而言，鸟类代表着自然界中最出色的运动机器。虽然航空技术在过去的 100 年有着快速的发展，但自然界中有着 150 万年进化史的飞行机器仍然令人敬佩。人类最快的运动速度是每秒 3～4 倍的身体长度，竞赛马约为 7 倍的身体长度，猎豹每秒跑 18 倍的身体长度，超声速飞行器如 SR－71，运动马赫数为 3，即每秒 32 倍的体长。令人吃惊的是，一只普通的鸽子通常能够达到 80 km/h 的速度，也就是每秒 75 倍的体长。欧洲椋鸟能够以每秒 120 倍体长的速度飞行，各种燕子的飞行速度更快，超过了每秒 140 倍的体长。特技飞行器（如 A－4 空中之鹰）的滚转角速度大约为每秒 720°，而家燕的滚转角速度超过每秒 5 000°。通用航空飞机所允许的最大正重力为 $4g$～$5g$，军用飞机可承受 $8g$～$10g$。然而，许多鸟类能够承受的重力超过 10 g，甚至达到 14 g。拥有这样优秀的操纵性和飞行特性的主要原因包括关于运载器尺寸的“标度律”，以及凭直觉但是高度发达的感知、航行和控制能力。

正如 Shyy 等（2008a、2008b）的总结，与生物飞行相关的空气动力学现象在弦雷诺数为 $O(10^4)$ 到 $O(10^1)$ 时有明显的非定常运动特性，其特点是非定常大尺度涡结构、复杂的扑翼运动学特性、某些机翼形状和柔性机翼结构。通过使用各种各样的非定常气动机理，这些天生的飞行体可以在空中停留，其机理已经远远超出了固定翼失速攻角的范围。实验研究（Ellington 等，1996；Dickinson、Lehmann 和 Sane，1999）在明确非定常气动机理方面做出了重要贡献，包括前缘涡旋（LEV）、机翼旋转和尾迹捕捉机制。昆虫（Srygley 和 Thomas，2002）、蝙蝠（Muijres 等，2008）和鸟类（Warrick、Tobalske 和 Powers，2005）周围涡结构的直接可视化进一步表明扑翼飞行中的涡运动学特性。

从航空航天工程的角度来看，这些飞行动物为我们学习微型飞行器（MAV）提供了重要的机会（图 1）。天生的飞行物：①能够随时随地进行形状控制以适应流动结构；②适应阵风并利用不同的运动学特性保持位置；③利用多种非定常气动机理增大升力和推力；④弦向和展向的结构特性各向异性；⑤结合感知、控制和机翼操纵来保持升力和飞行稳定性。首先我们要了解这些生物飞行系统，然后建立可取的特征，最终将其用于 MAV 设计（Platzer 等，2008；Shyy 等，2008a、2008b；第 7 卷，第 3 部分）。研发团体在这一领域做出了很大的努力，对大量扑翼构型在前行和盘旋飞行条件下进行了研究，重点在于扑翼模式、振幅、频率和机翼形状对推力、升力和推进效率的影响。同时对空气动力学现象，以及扑翼与串联机翼和双翼构型的

相互作用进行了研究，这种相互作用发生在类似蜻蜓的昆虫和 MAV 上。

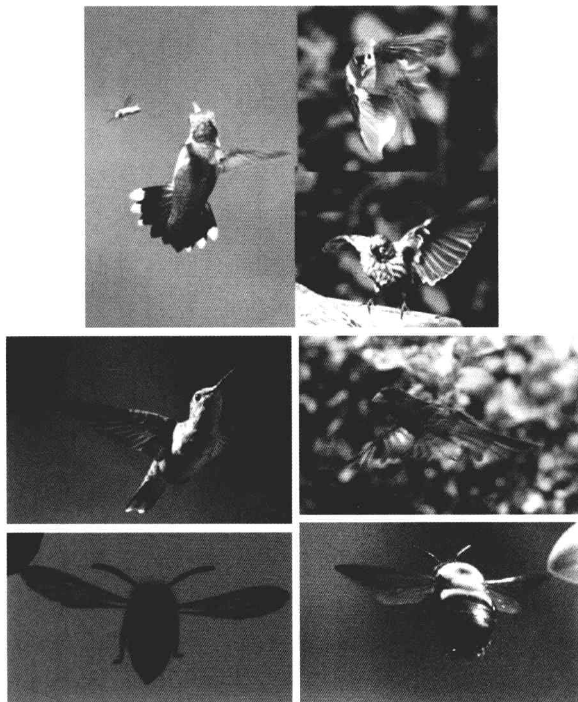


图 1 扑翼飞行生物图片

MAV 开发的一个巨大挑战是存在众多的度量参数，如表 1 和表 2 所示。容易看出，先开发实验室模型再开发实际飞行器而不改变一些参数，这几乎是不可能的。用飞行器/机翼长度 R 度量飞行器必要的升力为 R^3（几何相似）。此外，面对或躲避障碍时，需要增加或减小升力来调整姿态，这需要增加控制能力，另外要尽可能使功耗最小。在给定的定常自由流情况下，进行基于单点设计的优化是不够的，需要对基于扑翼的 MAV 设计开发综合的指导方针，以适用于大范围的阵风、飞行速度和时间尺度，由此飞行器在飞行包线内能够进行令人满意的飞行（Shyy 等，2008b）。

为了更好地理解扑翼空气动力学，本章首先描述了扑翼飞行的运动学特性和重要的量纲为 1 参数，如雷诺数、简约频率和斯特劳哈尔数。其次，我们总结了产生升力的物理原理，包括以下现象：

（1）振动；

（2）上仰旋转；

（3）尾迹捕捉；

（4）前缘涡；

（5）翼尖涡。

最后，我们讨论了机翼柔性在扑翼空气动力学中的应用。

表 1 扑翼空气动力学中的量纲为 1 参数和尺度相关性

量纲为 1 参数	盘旋（无自由流）基于扑翼速度		前行 基于巡航速度	
	长度	频率	长度	频率
雷诺数：$Re=U_{\mathrm{ref}}c_{\mathrm{m}}/\nu$	R^2	f	R	独立的
斯特劳哈尔数：$Sr=\omega h_{\mathrm{a}}/(\pi U_{\mathrm{ref}})$	独立的	独立的	R	f
简约频率：$k=\omega c_{\mathrm{m}}/(2U_{\mathrm{ref}})$	独立的	独立的	R	f
弹性参数①：$\prod_1\approx D/(\rho_{\mathrm{f}}U_{\mathrm{ref}}^2c_{\mathrm{m}}^3)$	R^{-2}	f^{-2}	独立的	独立的
惯性参数②：$\prod_2=I_{\mathrm{B}}/(\rho_{\mathrm{f}}c_{\mathrm{m}}^5)$	R^{-1}	独立的	R^{-1}	独立的
频率比：$\prod_3=\omega_{\mathrm{B}}/\omega$	R^{-1}	f^{-1}	R^{-1}	f

①弹性力和空气动力之比。Π_1 给出了在一定气动载荷下的弹性变形的度量，这是结构非线性的重要度量。

②惯性力和空气动力气动合力之比。Π_2 包含质量比，表示机翼及其周围流体的相对密度。

表 2 所选飞行生物的形态和飞行参数

参数	果蝇	天蛾	蜂鸟
平均弦长：c_{m}/cm	0.078	1.8	2.0
半翼展长：R/cm	0.24	5.0	8.5
总质量/g	0.96×10^{-3}	1.6	8.4
扑动频率：f/Hz	218	26.1	23.3
扑动振幅：Φ/rad	2.44	2.0	2.63
展弦比：AR	6.12	5.3	8.2
雷诺数：Re	100～200	5 000～7 000	10 000～15 000
简约频率：k	0.21	0.3	0.15

2 量纲为 1 量、运动学特性和控制方程

扑翼飞行空气动力学可以在非定常纳维尔-斯托克斯（N-S）方程的框架内模拟。带有多个参数（速度、压力）的非线性物理现象和时变的几何形状是研究人员最感兴趣的方面。因此，扑翼运动学特性对全面理解生物飞行至关重要。

量纲分析可以帮助识别流动现象，并为建立预测生物飞行气动特性的模型提供指导方针。这里，扑翼飞行中的三个主要量纲为 1 参数为：①雷诺数



(Re)，表示惯性力与黏性力之比；②前行时的斯特劳哈尔数（Sr），描述了向前飞行与扑翼速度的相对影响；③简约频率（k），描述扑翼运动过程中的旋转与平移的关系。结合几何相似与动力学相似，雷诺数、斯特劳哈尔数和简约频率就足够定义刚性翼的气动力相似性（表 1)。需要注意的是，对于柔性翼，需要引入额外的量纲为 1 参数来度量扑翼空气动力。这将会在第 4 节中讨论。

2.1 扑翼飞行的运动学特性

扑翼飞行由机身和机翼的运动组成。如图 2 所示，假定机翼和机身是刚性的，那么机身的运动可以用相对于水平面（如地面）的机身角（机身倾角）表示。扑翼飞行运动可以用三个基本的位置角表示：①关于机翼固连坐标系中 x 轴的扑动，由位置角或扑动角 ϕ 描述；②机翼绕与机翼固连坐标系的 z 轴旋转，由俯仰角或偏向角 θ 描述；③机翼绕与机翼固连坐标系的 y 轴旋转，由攻角 α 描述。摇动平面由具有最大和最小扫动位置的翼根和翼尖定义。此外，前行时，可以定义几何攻角（α_g）和有效攻角（α_e)，如图 2 所示。而且按照飞行速度和生物物种的不同，机身角度和摇动角也不相同（Shyy 等，2008a)。要注意的是，飞行生物的翅膀由于流体和结构力的相互作用而自然地变形，不同的结构（如翅脉、膜、羽毛和翅鳞）变形程度不同。

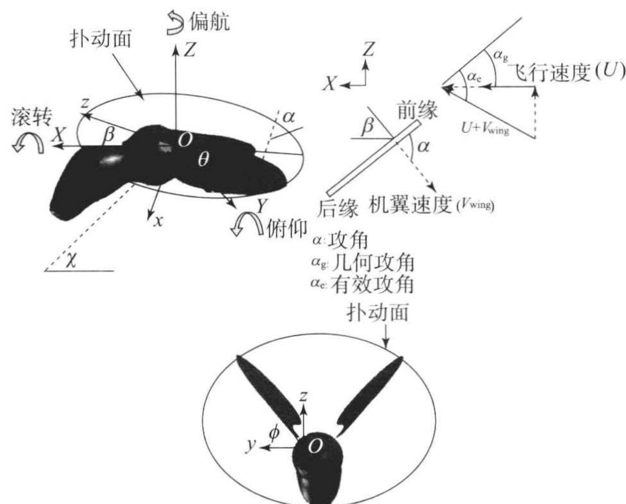


图 2 坐标系、扑翼运动学特性和机身运动原理图

局部与机翼固连的坐标系和与整体空间固连的坐标系。与机翼固连的坐标系（x，y，z）固定在扑动面中心（原点在翼根），x 方向与扑动面垂直，y 方向与体轴垂直，z 方向平行于扑动面。图中给出了位置角或扑动角 ϕ、相对于扑动面的攻角 α、几何攻角 α_g、有效攻角 α_e、俯仰角或偏向角 θ、机身角 χ 和扑动面角 β。

2.2 雷诺数

给定参考长度（L_{ref}）和参考速度（U_{ref}），雷诺数（Re）定义如下：

$$Re=\frac{L_{ref}U_{ref}}{\nu} \tag{1}$$

式中，ν 是运动黏度系数。在生物飞行中，由于升力和推力由扑翼提供，所以平均弦长 c_m 被视为 L_{ref}。参考速度 U_{ref} 在盘旋和前行时有所不同。

在盘旋飞行时，平均翼尖速度可以用来当作参考速度，记为 $U_{ref}=\omega R$，其中 ω 为机翼的平均角速度（$\omega=2\Phi f$，Φ 为机翼扑动振幅，以弧度度量，f 是扑动频率），R 是半翼展长度。因此，盘旋时的雷诺数可以写为

$$Re=\frac{L_{ref}U_{ref}}{\nu}=\frac{c_m(2\Phi fR)}{\nu}=\frac{\Phi fR^2}{\nu}\left(\frac{4}{AR}\right) \tag{2}$$

其中展弦比 $AR=b^2/S$，翼面积（S）由翼展（b）与平均弦长（c_m）的乘积得到。要注意雷诺数与机翼扑动振幅（Φ)、扑动频率（f）和半翼展长度（R）的平方成正比，但与机翼的展弦比成反比。大多数昆虫、一些鸟类和蝙蝠都能够盘旋飞行，通常雷诺数为 $O(10^4)\sim O(10^1)$。

在前行飞行中，前行速度（U）是参考速度（U_{ref})。因此，前行时的雷诺数可以表示为

$$Re=\frac{L_{ref}U_{ref}}{\nu}=\frac{c_mU}{\nu}=\frac{UR}{\nu}\left(\frac{4}{AR}\right) \tag{3}$$

与盘旋飞行时的雷诺数相比，前行雷诺数与 R^2 成正比，并且与扑动频率和扑动振幅无关。

2.3 斯特劳哈尔数和简约频率

斯特劳哈尔数（Sr）被用于描述自由流中倾伏机翼的涡动力学特性和涡脱落行为。对于生物飞行，斯特劳哈尔数的定义基于扑动频率（f)、总扑动振幅［$2h_a=180(2\Phi)/\pi$］和前行速度（U），即

$$Sr=\frac{fL_{ref}}{U_{ref}}=\frac{2fh_a}{U} \tag{4}$$

此定义描述了扑动速度与前行或巡航飞行速度的比值，这个比值是推力效率的度量。对于一些前行中的昆虫、蝙蝠和鸟类，斯特劳哈尔数有大幅的下降，在 $0.2<Sr<0.4$ 范围内，以获得较高的推进效率。

简约频率的定义基于角速度（$2\pi f$)、半平均弦长（$c_m/2$）和空气中的参考飞行速度。

$$k=\frac{2\pi f L_{\text{ref}}}{2U_{\text{ref}}}=\frac{\pi f c_{\text{m}}}{U_{\text{ref}}} \tag{5}$$

在盘旋飞行时，参考速度定义为平均翼尖速度（$U_{\text{ref}}=2\Phi fR$），所以简约频率可以写为

$$k=\frac{\pi f c_{\text{m}}}{U_{\text{ref}}}=\frac{\pi c_{\text{m}}}{2\Phi R}=\frac{\pi}{\Phi AR} \tag{6}$$

AR 为展弦比。在前行中，如果选择前行或巡航速度（U）作为参考速度，那么简约频率可以写为

$$k=\frac{2\pi f L_{\text{ref}}}{2U_{\text{ref}}}=\frac{\pi f c_{\text{m}}}{U}=\frac{2\pi fR}{UAR} \tag{7}$$

2.4　控制方程

控制方程为非定常不可压缩三维 N-S 方程和连续性方程，写为指标形式：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial(u_j u_i)}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho_{\text{f}}}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\mu_{\text{f}}}{\rho_{\text{f}}}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2},$$
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \tag{8}$$

式中，ρ_{f} 为流体密度；μ_{f} 为动力黏度系数，u_{i} 为速度矢量，t 为时间，x_i 是位置矢量，p 是压力。如果使用前行速度为速度尺度，那么得到的量纲为 1 形式的 N－S 方程显式地包含雷诺数和斯特劳哈尔数：

$$Sr\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial \overline{t}}+\frac{\partial(\overline{u}_j\overline{u}_i)}{\partial \overline{x}_j}=-\frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}_i}+\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial \overline{x}_j^2} \tag{9}$$

其中上划线表示量纲为 1 的变量。另一方面，如果选择扑翼速度作为速度尺度，那么 N－S 方程显式地包含雷诺数和简约频率：

$$\frac{k}{\pi}\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial \overline{t}}+\frac{\partial(\overline{u}_j\overline{u}_i)}{\partial \overline{x}_j}=-\frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}_i}+\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial \overline{x}_j^2} \tag{10}$$

其中上划线表示量纲为 1 的变量。这种形式的方程将简约频率和雷诺数分开，使得研究这些参数的影响变得容易，更详细的讨论见（Shyy 等，2008a）。表 2 展示了两种昆虫和一种鸟类的相关参数。这些飞行物的扑动频率为 20～250 Hz，得到的雷诺数为 $O(10^4)\sim O(10^2)$，雷诺数基于平均弦长和平均翼尖速度。在这一飞行区域，非定常效应、惯性、压力和黏性效应都非常显著。

3　扑翼飞行器非定常空气动力学

涡动力学特性和涡-机翼或涡-涡之间的相互作用对扑翼空气动力学有重要的影响。如果能适当地利用涡的形成和脱落，就可以获得额外的升力。研究涡动力学特性及其对升力产生的影响对于认识扑翼空气动力学非常重要。

3.1　扑动机制［Re:$O(10^1)\sim O(10^4)$］

Weis-Fogh（1973）发现盘旋飞行的黄蜂幼虫（翼弦约为 0.2 mm）将双翼接触，然后在水平线展开来填补与空气间的间距。在展开运动中，翅膀周围的空气会沿适当的方向流动以产生额外的升力。图 3 描述了这一过程的原理。如图 3 的下半部分所示，Lehmann、Sane 和 Dickinson（2005）给出了这种现象的流动可视化图像。通过引入果蝇的电动机械模型，Lehmann 和 Pick（2007）系统地研究了扑翼动力学特性的敏感性。研究结果表明：①扑动机制可以使垂直力增加 17%；②展开翅膀过程中的升降运动占升力增加变化的 58%；③扑动机制对产生较低的平均垂直力系数很有帮助。很多的飞行生物，如天蛾、蝴蝶、果蝇、黄蜂、牧草虫、蝙蝠和鸟类，都通过扑动机制提高其气动力（Weis-Fogh，1973；Ellington 等，1996；Srygley 和 Thomas，2002；Dickinson、Lehmann 和 Sane，1999；Wang，2005；Lehmann、Sane 和 Dickinson，2005；Lehmann 和 Pick，2007；Shyy 等，2008a）。

3.2　上仰旋转［Re:$O(10^2)\sim O(10^3)$］

扑翼在每一次行程末端都会经历快速的翼旋转过程，从而增加升力（Dickinson、Lehmann 和 Sane，1999）。人们发现在翼改变平移方向之前，当前缘相对于平移向后旋转时，翼的升力峰值会出现翻转。翼快速地上仰旋转使涡量快速增加并因此增加了升力（Shyy 等，2008b）。

3.3　尾迹捕捉［Re:$O(10^2)\sim O(10^4)$］

通常在翼-尾迹相互作用的过程中观察到尾迹捕捉机理，它出现在每一次翼的运动方向反转并绕展向轴旋转开始时（Dickinson、Lehmann 和 Sane，1999）。在反转运动方向之后，翼与前一次展开时产生的涡相遇，因此有效流速增加并产生额外的气动力峰值。图 4 阐述了尾涡捕捉机理。Wang（2005）和 Shyy 等（2008a）利用高保真度的数值模拟进一步阐明尾迹捕捉机理和瞬时的升力增加。需要注意的是，尾迹捕捉机制的有效性是机翼运动学特性和扑翼流动结构的函数（Dickinson、Lehmann 和 Sane，1999；Shyy 等，2008a）。



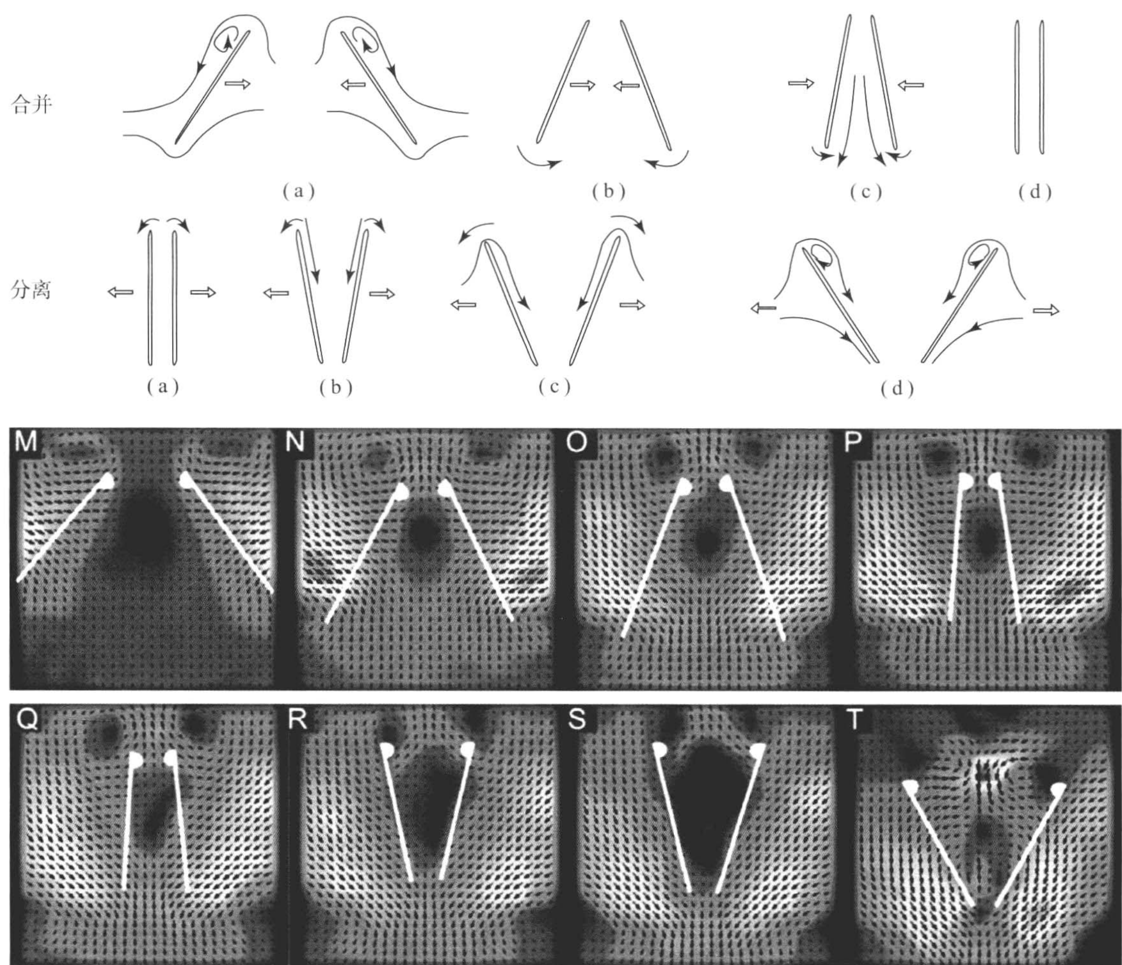


图 3　扑动机制的解释

上半部分：合并的机翼截面［上半部分的（a）～（d）］和分离的机翼截面［下半部分的（a）～（d）］。

下半部分：机械果蝇翅膀的粒子图像测速（PIV）结果（Re=60～200）。轮廓线表示流速的大小；深色和浅色区域表示较小和较大的涡量。［转载自 Lehmann、Sane 和 Dickinson（2005）© The Company of Biologists Ltd］

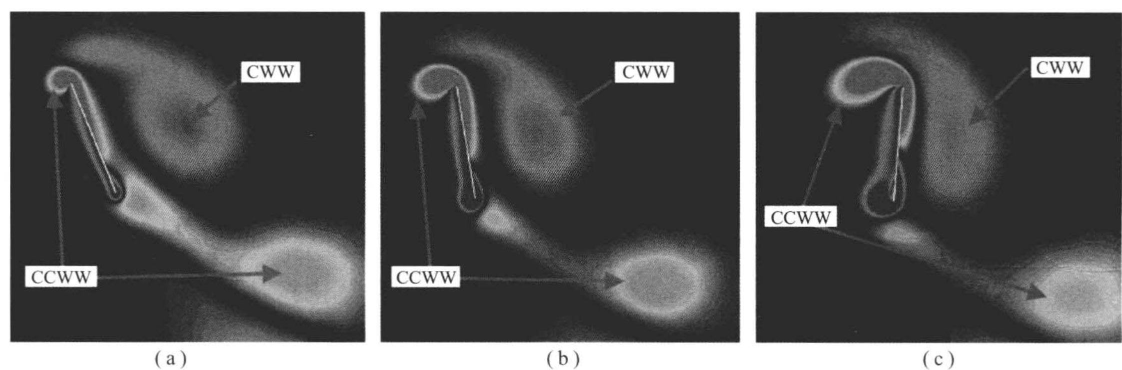


图 4　展开旋转阶段的翼展涡量等值线

（a）在展开结束时翼开始绕展向轴旋转；（b）翼从左向右平移，观测到了初始和后缘涡（TEV）；（c）翼与诱导速度场相遇，流体动量被转移到翼上，因而产生气动力的峰值。（CWW 和 CCWW 分别表示顺时针和逆时针涡）

3.4　前缘涡［Re:$O(10^2)$～$O(10^4)$］

当扑翼运动了数个弦长的距离时，前缘、后缘和翼尖出现流动分离，形成一系列大涡，称为 LEV（前缘涡）、后缘涡（TEV）和翼尖涡（TiV）。在生物的飞行中，LEV 对延缓失速和增加平移过程中的气动力至关重要。从根本上说，LEV 是由 N-S 方程中的压力梯度、离心力和科氏

力相平衡所产生的。LEV 产生低压区域，导致上表面的吸力增加。使用三维 N-S 方程计算，结果表明（Shyy 等，2008a）在雷诺数为 $O(10^4)$ 或者更小时，LEV 在扑翼中很普遍，这是昆虫的飞行区域。然而，LEV 的主要特征和增升的影响随着雷诺数的变化（翼尺寸、扑动频率）而变化。

对于盘旋的蜂鸟［Re：$O(10^3)$～$O(10^4)$］，仅在下行程产生的尾迹中观察到 LEV（Warrick、Tobalske 和 Powers，2005）。对于缓慢前行中的小蝙蝠［Re：$O(10^3)$］，附着的 LEV 可以使升力增加 40%，流动通过 LEV 重新附着到翼面上，但这需要瞬时增大攻角和翼面弧度（Muijres 等，2008）。对于盘旋飞行的昆虫，如天蛾［Re：$O(10^5)$，Ellington 等，1996；Shyy 和 Liu，2007］、自由飞行的蝴蝶［Re：$O(10^3)$，Srygley 和 Thomas，2002］、盘旋飞行的果蝇［Re：$O(10^3)$，Dickinson、Lehmann 和 Sane，1999；Wang，2005］，观察到了随时间变化的 LEV 的发展和分离。此外，Wang（2005）和 Shyy 等（2008a、2008b）证明了，二维扑翼飞行中的增升效果可以维持 3～4 倍弦长的飞行距离，然后才会出现动态失速［Re：$O(10^2)$～$O(10^3)$］。另一方面，Ellington 等（1996）证明了三维盘旋天蛾翅膀上的附着 LEV 不会破坏［Re：$O(10^3)$］。他们认为沿 LEV 核的展向流动会移除涡量，从而维持 LEV。

当飞行物的尺寸和雷诺数变化时，黏性、对流和压力项的重要性也随之改变，这对 LEV 的结构有着明显的影响。图 5 突出了在两个典型雷诺数下，

图 5　下行中段翼面流线和扑翼盘旋时的运动特性

(a) 天蛾盘旋（Re=5 000～7 000）；(b) 果蝇盘旋（Re=100～200）

LEV 和 TiV 分别表示前缘涡和翼尖涡



下行中段（最大扑翼速度）的流线。图 5（a）为盘旋的天蛾，雷诺数为 6 000，图 5（b）为盘旋的果蝇，雷诺数为 120。在雷诺数为 6 000 时，正如之前的研究发现（Ellington 等，1996；Shyy 和 Liu，2007），观察到了圆锥形的 LEV 结构以及沿展向在涡核内的维持此结构的流动，LEV 结构在朝向翼尖大约 3/4 翼展处破坏。雷诺数为 120 时，LEV 不被破坏且翼尖涡相连。此外，在涡核中的展向流动随着雷诺数减小而变弱。人们发现，雷诺数为 120 时的 LEV 结构更像是圆柱形而不是圆锥形。通过 N-S 方程可以看出，压力梯度、离心力和 Coriolis 力都对 LEV 的稳定性有影响（Shyy 和 Liu，2007）。

3.5　翼尖涡 [Re:$O(10^2)$～$O(10^4)$]

传统上认为与固定有限翼相关的 TiV 会降低升力并产生诱导阻力。然而，对于低展弦比的扑翼 [低雷诺数 Re：$O(10^2)$]，TiV 通过在翼尖产生低压区和固定 LEV 以延迟或防止其脱落以增加升力，如图 6 所示（Shyy 等，2009）。此外，对于特定的扑翼运动，LEV 保持沿翼展方向的附着，TiV 的影响就不再显著。这种情况下，空气动力学性质受机翼展弦比的影响较小，如图 6 所示（Shyy 等，2009）。根据具体的运动特性，TiV 既可以提升又可以几乎不影响低展弦比扑翼的气动特性（Shyy 等，2009）。因此，低雷诺数下扑翼空气动力学与固定翼相比应该做出定性的修正。

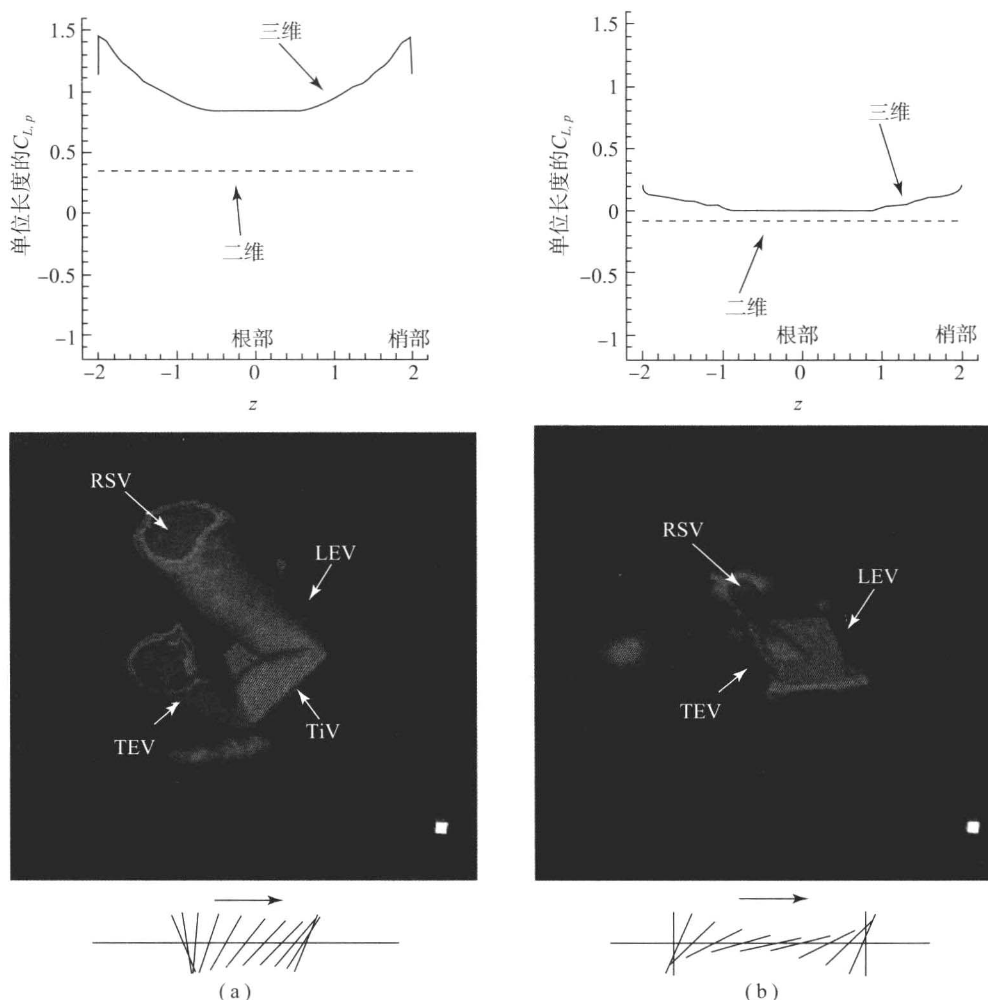


图 6　二维和三维翼型/机翼单位翼展的升力以及 Re=65 时翼周围的 Iso-Q 表面（Q=0.75）

（a）扑动振幅（$2h_a/c_m=2.0$）以及翼平移和旋转之间较小的相位滞后，TiV 使升力增加并固定了旋转涡（RSV），时均的升力系数对于二维为 0.13，三维为 0.22；（b）扑动振幅（$2h_a/c_m=3.0$），同时有较大的角振幅。翼展方向的变化受限。时均的升力系数对于二维为 0.14，三维为 0.17，$\boldsymbol{Q}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{R}_{ij}\boldsymbol{R}_{ij}-\boldsymbol{S}_{ij}\boldsymbol{S}_{ij})$，其中 $\boldsymbol{R}_{ij}$ 为角位移张量，$\boldsymbol{S}_{ij}$ 为应变率张量，由此速度梯度张量为 $\partial \boldsymbol{u}_i/\partial \boldsymbol{x}_j=\boldsymbol{S}_{ij}+\boldsymbol{R}_{ij}$。较高的 Q 值意味着更清晰的涡流结构（LEV、TEV、TiV 和 RSV 分别表示前缘涡、后缘涡、翼尖涡和旋转涡）

4　结构翼的柔性

4.1　标度律

飞行生物拥有柔性翼。结构翼的柔性对扑翼升力和推力的增强作用是当前热门的研究主题（Heathcote和Gursul，2007；Heathcote、Wang和Gursul，2008；Aono等，2009）。结构柔性、流体物理现象和扑翼运动特性之间的相互作用十分复杂，与流体动力学和结构动力学的度量参数相关。气动参数已经在前文中展示。对于结构动力学参数，要考虑平均弦长 c_m、扑翼平均角速度 ω（弧度）、扑动幅度 h_a、参考速度 U_{ref}、流体密度 ρ_f、弯曲刚度 D（与材料杨氏模量和翼厚的立方成正比）、惯性矩 I_B 和机翼弯曲线性固有频率 ω_B。假定保持了几何相似，那么柔性扑翼在前行和盘旋时的标度律如表1所示。

4.2　翼结构的柔性对扑翼空气动力学的影响

近年来，人们利用数值和实验方法对翼柔性（展向和弦向）对扑翼空气动力学特性的影响和作用进行了详细的分析。例如，Heathcote和Gursul（2007）通过实验研究了低雷诺数下，机翼弦向柔性对抬升过程的影响［Re：$O(10^5)\sim O(10^4)$］。他们展示的尾迹结构相比于刚性翼是较强的喷射涡结构，因此，弦向柔性会增强效益。特别是为了响应由扑动、飞行速度和环境效应（如阵风）所产生的气动载荷，机翼会发生变形，实际上是修正了俯仰角。这样的自适应调节能够产生更加有利的升力和推力。关于展向的柔性对扑翼气动特性的影响，Heathcote、Wang和Gursul（2008）以及Aono等（2009）对低雷诺数做倾伏运动的矩形翼进行了实验和计算研究。他们研究和总结的一些结论如下：

（1）在所选的适当展向柔性范围内，由于机翼的变形，倾伏翼的平均推力和瞬时推力都有了增强（图7）。

（2）由于形变，展向和弦向柔性都会改变有效攻角。自适应调整的攻角，在最大值和最小值之间存在更多的变化，通常会提供更高的升力和推力。特别地，对于弦向柔性，尽管有效攻角和净气动力由于弦向形变而减小，但平均和瞬时推力都有所增强。

（3）翼尖对于给定运动的响应的相位滞后是产生推力的关键因素之一。例如，当翼尖的相位滞后小于90°时，展向柔性对推力的产生有积极的影响。

（4）尽管翼尖的有效攻角对气动特性有着重要影响，但只有当机翼变形和扑动的方向一致时才会产生有利的影响。总之，只有当机翼的同相运动和翼尖有效攻角增大同时满足时，才会达到最大平均推力。另一方面，即便翼尖的有效攻角增加了，当翼尖运动与翼根运动不同相时推力还是会下降，因此会得到较低的平均速度（图7）。

要注意的是，飞行生物的翅膀有着各向异性的力学性质，同时展向的弯曲刚度比弦向刚度大1～2个数量级（Shyy等，2008a）。这种有着复杂扑翼运动特性的各向异性翼对扑翼空气动力学的影响还需要进一步的研究。

5　总　　结

本章中，我们就标度律、机翼的运动特性、非定常气动机理和机翼柔性的影响讲述了扑翼空气动力学特性。尽管科学家和工程师从生物学和航空航天科学的角度对扑翼气动特性进行了积极的研究，但我们现在的认识仍是不完整的。然而，大量与扑翼气动特性相关的特征已经有了合理的解释：

（1）存在许多非定常增升机制，包括LEV的失速延时、俯仰旋转、尾迹捕捉、扑动和翼尖涡。

（2）飞行生物有不同的扑翼运动特性、翼扑动方式和自身的振幅。雷诺数、斯特劳哈尔数和简约频率都对增升机制有所贡献，它们依赖于飞行物尺寸、形状、飞行环境和翼的结构。

（3）扑翼运动特性对气动特性有强烈的影响，导致了一系列的流动特性和机翼结构。

（4）展向和弦向的适当范围内的柔性可以增加气动力的产生。

飞行生物和MAV在低雷诺数下的气动特性在物理研究和工程应用中都十分宝贵。相关的主题，可以参考Mueller和Pelletier在第1卷第2部分的第12章和第7卷第3部分的许多章节。



图7　三种具有不同展向柔性的机翼在一个倾伏循环内的瞬时翼尖竖直位移（a）和推力系数（b），$Re=30\,000$，$k=1.82$，$Sr=0.20$

平均推力系数与展向刚度（c）在三种具有不同展向柔性的机翼做倾伏运动时的对比，$Re=30\,000$，$k=1.82$，$Sr=0.20$

符 号 表

符号	含义
AR	展弦比
b	翼展
c_{m}	平均弦长
C_{T}	推力系数
D	平板弯曲刚度
f	扑动频率
h_{a}	扑动幅度
I_{B}	惯性矩
k	简约频率
L_{ref}	参考长度
p	压力
U_{ref}	参考速度
R	半翼展长度
Re	雷诺数
$\boldsymbol{R}_{ij}$	角位移张量
S	机翼平面面积
Sr	斯特劳哈尔数
$\boldsymbol{S}_{ij}$	应变率张量
t	时间
u_i	速度矢量
U	前行或巡航速度
V_{wing}	扑翼速度
x_i	位置矢量
(x, y, z)	与机翼固连的坐标系

(X, Y, Z)	全局坐标系
α	相对于扑动面的攻角
α_e	前行时的有效攻角
α_g	相对于前行速度的几何攻角
β	扑动面角
θ	机翼的俯仰角或偏向角
μ_f	动力黏度系数
ν	运动黏度系数
$\prod_1$	弹性参数
$\prod_2$	惯性参数
$\prod_3$	频率比
ρ_f	流体密度
ϕ	位置角
Φ	扑动振幅（弧度）
χ	机身角
ω_B	机翼弯曲线性固有频率

致　谢

这里的工作是由空军科学研究处赞助的一项多学科大学研究（MURI）项目，同时与美国空军研究实验室协同合作。我们感谢密歇根大学的 Chang-kwon Kang、Wenbo Du 和 Pat Trizila 提供的富有成果的讨论和具有建设性的成果。

参考文献

Aono, H., Chimakurthi, S. K., Cesnik, C. E. S., Liu, H. and Shyy, W. (2009) Computational modeling of spanwise flexibility effects on flapping wing aerodynamics. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Orlando, Florida, January 2009. AIAA Paper 2009-1270.

Dickinson, M. H., Lehmann, F.-O. and Sane, S. (1999) Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight. *Science*, 284, 1954-1960.

Ellington, C. P., Van den, B. C., Willmott, A. P. and Thomas, A. L. R. (1996) Leading-edge vortices in insect flight. *Nature*, 384, 626-630.

Heathcote, S. and Gursul, I. (2007) Flexible flapping airfoil propulsion at low Reynolds numbers. *AIAA J.*, 45 (5), 1066-1079.

Heathcote, S., Wang, Z. and Gursul, I. (2008) Effect of spanwise flexibility on flapping wing propulsion. *J. Fluids Struct.*, 24 (2), 183-199.

Lehmann, F.-O. and Pick, S. (2007) The aerodynamic benefit of wing-wing interaction depends on stroke trajectory in flapping insect wings. *J. Exp. Biol.*, 210, 1362-1377.

Lehmann, F.-O., Sane, S. P. and Dickinson, M. H. (2005) The aerodynamic effects of wing-wing interaction in flapping insect wings. *J. Exp. Biol*, 208, 3075-3092.

Muijres, F. T., Johansson, L. C., Barfield, R., Wolf, M., Spedding, G. R. and Hedenström, A. (2008) Leading-edge vortex improves lift in slow-flying bats. *Science*, 319, 1250-1253.

Platzer, M. F., Jones, K. D., Young, J. and Lai, J. C. S. (2008) Flapping wing aerodynamics: progress and challenges. *AIAA J.*, 46 (9), 2136-2149.

Shyy, W. and Liu, H. (2007) Flapping wings and aerodynamic lift: the role of leading-edge vortices. *AIAA J.*, 45 (12), 1-3.

Shyy, W., Lian, Y., Tang, J., Viieru, D. and Liu, H. (2008a) *Aerodynamics of Low Reynolds Number Flyers*, Cambridge University Press, New York.

Shyy, W., Lian, Y., Tang, J., Liu, H., Trizila, P., Stanford, B., Bernal, L., Cesnik, C. E. S., Friedmann, P. and Ifju, P. (2008b) Computational aerodynamics of low Reynolds number plunging, pitching and flexible wings for MAV applications. *Acta Mech. Sinica*, 24, 351-373.

Shyy, W., Trizila, P., Kang, C. and Aono, H. (2009) Can tip vortices enhance lift of a flapping wing? *AIAA J.*, 47 (2), 289-293.

Srygley, R. B. and Thomas, A. L. R. (2002) Unconventional lift generating mechanisms in free-flying butterflies. *Nature*, 420, 660-664.

Wang, Z. J. (2005) Dissecting insect flight. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 37, 183-210.

Warrick, D. R., Tobalske, B. W. and Powers, D. R. (2005) Aerodynamics of the hovering hummingbird. *Nature*, 435, 1094-1097.

Weis-Fogh, T. (1973) Quick estimate of flight fitness in hovering animals, including novel mechanisms for lift production. *J. Exp. Biol.*, 59, 169-230.

本章译者：雷娟棉，吴小胜，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 18 章

地面效应空气动力学

Erjie Cui[1], Xin Zhang[2]
1 中国航天空气动力技术研究院，北京，中国
2 南安普顿大学工程科学学院，南安普顿，英国

1 引 言

1.1 定义

“地面效应”是指当飞行器接近地面时，相对于自由流结果，升力面的受力性能明显提升。地面效应的空气动力学研究主要关注由地平面引起的三维流场的变化以及对整体性能的影响，其显著的特征就是升阻比较大地增加。关于飞行器地面效应的综述可以在 Rozhdestvensky（2006）和 Cui（1998）找到。对赛车地面效应的空气动力学主要关注近地面处低压的产生，同时阻力增加最小，详情见 Zhang、Toet 和 Zerihan（2006）的综述。

根据效应设计了地效（WIG）飞行器，它比传统的飞行器更加高效。攻角（α）和离地高度（h）决定了 WIG 飞行器的几何构型（图 1）。对于 WIG 飞行器，升力向上并离开地面。对于地效汽车，我们约定“升力”向下并指向地面，将其称为“下压力”。

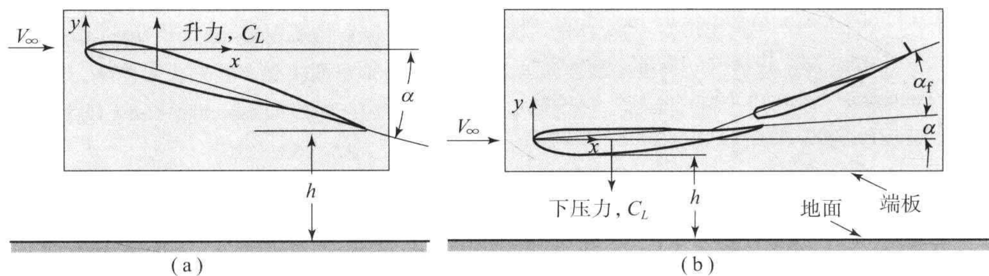


图 1 翼地效应示意图

(a) 地效飞行器机翼；(b) 赛车前定风翼板

1.2 历史背景：地效飞行器

对于接近地球表面的飞行器，不管是地面或水面，当飞行器与地表间距小于一个翼展长度时，地面效应将非常明显。地平面改变了绕翼流场，导致诱导阻力的减小和升力的增大。直升机的升阻比（C_L/C_D）为 3，水上飞机为 8，轻型飞机为 12。与此相比，如果离地净高小于或等于 1/5 翼弦，那么地效飞行器升阻比可以高达 20 甚至更高。利用此种特性，WIG 飞行器成为一种独特的高速、低空运输器。

地面效应的研究开始于 1920 年左右。Wiesesberger（1921）将此问题视为兰彻斯特-普朗特理论的拓展，并利用多翼飞机诱导阻力的基本

概念。Tsiolkovsky（1927）描述了地面效应，并在他的《空气阻力和特快列车》一文中给出了气垫船的理论解。自那之后，人们进行了大量相关的研究，渐渐地对此现象有了更多的理解，也制造了多种类型的地效飞行器。

充气冲翼（PAR）的应用对于地效飞行器的起飞很重要。喷气发动机排出的气体或者螺旋桨扰动的气体都是定向的或在管道中的，它们通过机翼下方，增强了气垫效应并产生了额外的升力。美国人Stewart Warner在他1928年设计的“压缩机”飞机中应用了PAR，之后许多地效飞行器都采用了这一概念。

1932年，德国人Claude Dornier的DO－X水上飞机在近海面横穿大西洋时，人们发现了地面效应的经济效益和实际应用。20世纪30年代中期，芬兰工程师Toivio Kaairo成功地设计了“Aerosedge No. 8”，成为利用地面效应设计飞行器的第一人。

NACA于1939年开始了对开裂或开缝襟翼地面效应空气动力学的研究。这有助于将地效飞行器的研究工作向实际应用转变。复合翼由小展弦比的内翼和大展弦比的外翼组成，将复合翼的概念引入地效飞行器的设计有着重要的影响。关于地效飞行器及其历史的综述见Rozhdestvensky（2006）。

20世纪60年代早期，人们开始了地效飞行器的研发工作。最著名的是苏联的Ekranoplan，也被称为“里海怪物”。含有复杂几何形状和组件飞行器构型的气动特性的数值和实验研究取得了快速进展。图2展示了在水面飞行的地效飞行器，并展现了主要的设计特点，如小展弦比主翼、凸起的水平尾翼（稳定器）、端板（浮筒）以及将船体和滑行曲面相结合的机身。



图2　飞过水面的地效飞行器
（由中国科技开发院地效飞行器中心提供）

1.3　历史背景：地效赛车

20世纪20年代，人们开始研究倒置的机翼在靠近壁面时产生的效应。在风洞研究中，Zahm和Bear（1921）说道：

“来源于上表面为平面、下表面为曲面的机翼的数据显示，其最显著的特征是升力的极大增加以及地平面附近阻力的增加。”

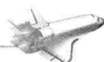
第二次世界大战之后，开轮式赛车在废弃军用机场上的逐渐流行见证了现代闭路式赛车文化的开端。其竞争优势在于高速机动性和控制的优化，获得了更大的横向加速度和转弯性能。轮胎和地面的接触形成了推进力、制动力和转向力，这些摩擦力的大小与轮胎所受的垂直力成比例。由倒置的机翼提供的气动下压力可以被用于补充轻质车辆较低的机械下压力，同时可以在不导致质量损失的情况下提升轮胎负载，因为质量损失会影响横向和纵向性能。赛车纵向加速度可以用从牛顿第二定律导出的表达式近似：

$$a = g \times \mu_{max} + \frac{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 A C_L \mu_{max}}{m} \tag{1}$$

式中，a为加速度，ρ_∞为密度，V_∞为速度，A为参考面积，C_L为下压力系数，g为重力加速度，m为赛车质量，μ_{max}为轮胎与地面的摩擦系数。下压力系数与翼性能相关并且可以通过地面效应提升。

1966年以前，空气动力学仅考虑提供使阻力最小化的流线型设计，但在这一年，下压力生成翼出现在“Chaparral Can-Am”车上，它们最初被安装在支板上。1967年，它们出现在一级方程式赛车上。到1970年，相关构型包括位于赛车后部的定风翼（它在后轮之后且高于后轮）以及前轮之前的定风翼，会在地面效应中起作用。

然而，地面效应的空气动力学潜力直到1977年Lotus发布具有革命性的78赛车时才被真正认识到。车辆拥有带侧密封裙板的底面，通过文丘里效应产生低（负）压来使车下方的流动加速。这使得汽车在高速行驶时被“吸”向地面，进一步提升了下压力和抓地力。之后裙板被运动主管部门FIA禁止，并引入了平底。另一个重要的地效装置底部扩散器，于20世纪80年代被引入。



2　理论解释

2.1　飞行器地效空气动力学

为了解释地面效应，首先要定义机翼上的气动力。气动力可以被分解为两个分量：与自由流垂直的升力和与自由流平行的阻力。机翼在空气中运动产生升力是由于压力面（下）和吸力面（上）之间的压力差。在翼尖，机翼下部的高压气流尝试绕过翼尖向机翼上部的低压区流动，导致了翼尖尾涡的形成。涡旋的主要影响是产生沿翼展方向分布的“下洗”，使绕翼自由流向下偏转，导致局部流率的减小，因此机翼产生的总升力减小。此外，由于升力矢量仍与自由流垂直，阻力会增大，增大值等于升力和偏转角的乘积。由于偏转本身就是升力的函数，额外的阻力就与升力的平方成正比。这个额外阻力被称为诱导阻力。图 3（a）为翼尖涡旋和诱导下洗原理图。

气动变化与地面效应相关的两个方面：①诱导阻力的减小；②有效气垫的存在。当飞行器在距地面一个翼展长度内飞行时，飞行器产生的诱导阻力会减小，因为环绕翼尖气流的垂直分量一定，且翼尖尾涡被地面破坏［图 3（b）］。下洗强度因此减弱，对升力和阻力都产生了有益的影响。如果飞行器非常接近地面，约小于 1/4 翼展，那么机翼和地面之间的气流被压缩，称为气垫。机翼下表面的压强增大并产生额外升力。这两种效应都会使升阻比增大（图 4）。

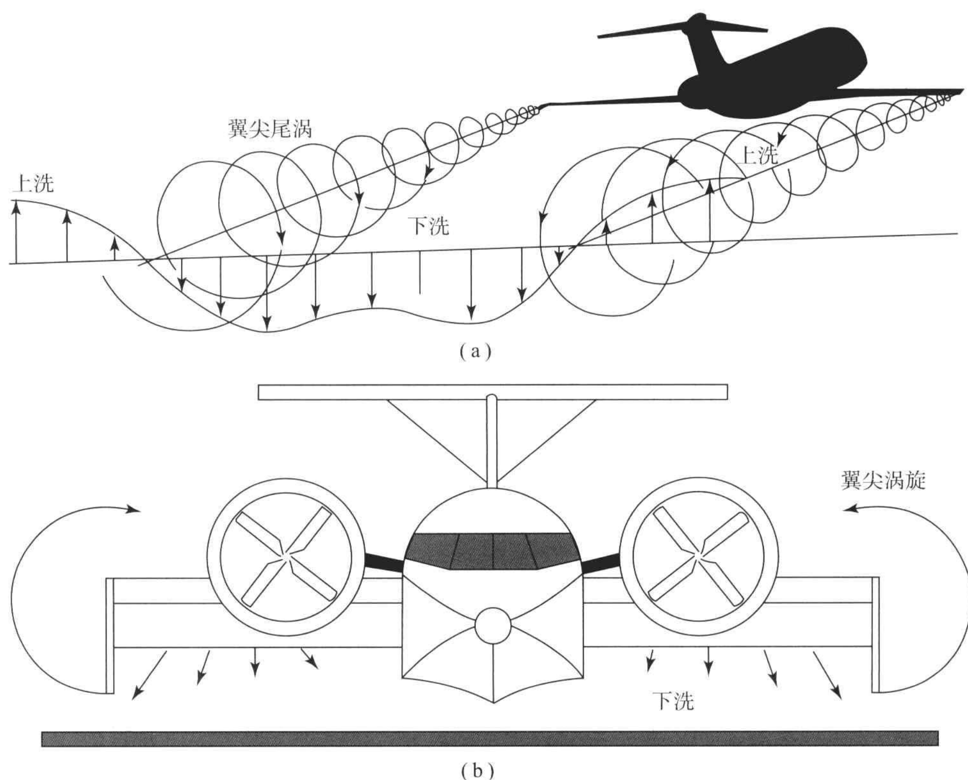


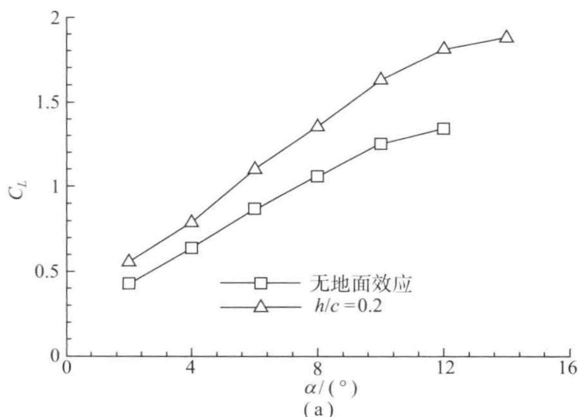
图 3　地效飞行器翼尖涡旋和诱导下洗图解

（a）翼尖涡旋和诱导下洗原理图；（b）下洗对地面效应的减弱

在地面效应中，升力曲线斜率增大。翼尖涡旋下洗的减弱使有效攻角增大，因此升力增大。两种效应有时被分为翼展为主（由于诱导阻力的损失）和翼弦为主（由于升力的增加）。

机翼越接近地面，地面效应就越明显。机翼在地面效应下的性能取决于很多因素（图 5），如翼展、弦长、攻角、速度和机翼负载因数（单位翼面的飞行器质量）。对于外形复杂的飞行器，机翼、机身、尾翼和方向舵的相互作用不能忽略（Han、Cui 和 Yu，1999）。现在对地面效应空气动力学的研究中，优化构型以获得最佳稳定性和控制性的最大升阻比变得愈加流行。





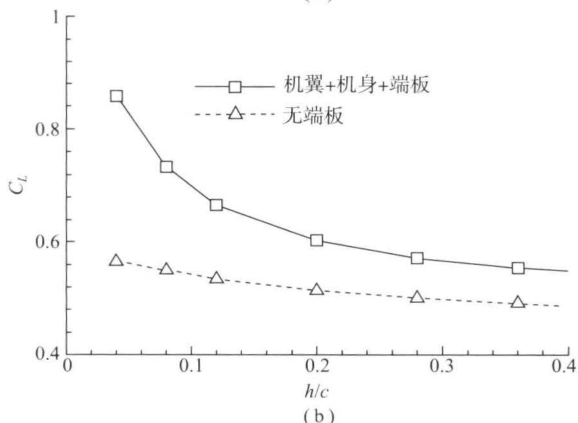
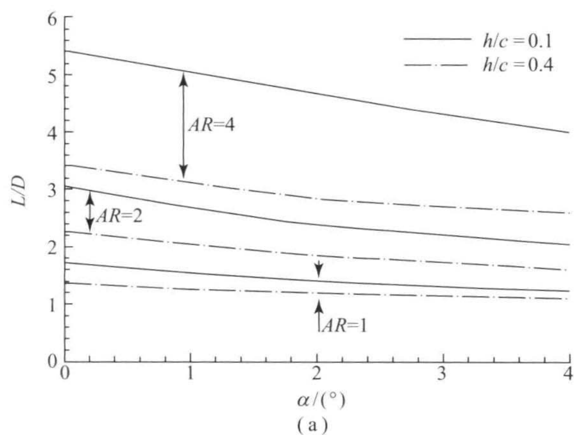


图 4　地效飞行器机翼和各组件的升力系数

(a) 升力系数随攻角的变化；(b) 各组件升力系数随 h/c（c 为翼弦长度）的变化



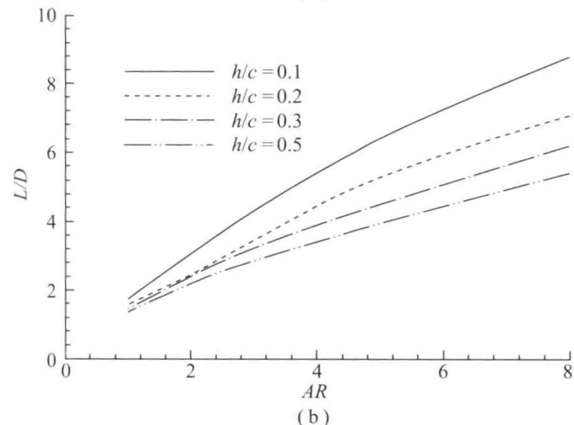


图 5　展弦比、离地净高和攻角对矩形翼升阻比的影响

(a) 升阻比随攻角的变化；(b) 各组件升阻比随展弦比的变化

2.2　赛车地效空气动力学

对于开轮式赛车这样的高速汽车，许多组件包括前定风翼、扩散器和车轮的绕流都直接受到地面效应的影响。空气动力学响应的增强会对整体的受力性能产生巨大的影响。例如，整体的下压力相当于 3 倍车重，其中 1/3 来源于前定风翼，1/3 来源于底板和扩散器，其余来源于后定风翼。后定风翼不受地面效应的影响，但其性能直接受到扩散器气流的影响，所以它间接地受地面效应的影响。有很多明显的流动现象。包括：

(1) 离地净高减小产生的文丘里式下压力增强机制。

(2) 附着于机翼和扩散器端板的下压力增强涡旋。

(3) 作为正常流动特性的流动分离。

(4) 悬架运动导致的非定常流动。

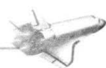
(5) 湍流尾迹与地面边界层的相互作用。

(6) 壁面射流、剪切层不稳定性、涡旋蜿蜒和涡旋崩解。

(7) 压缩效应。

典型的弹翼组件包括多元构型的倒置机翼、端板和增升装置，如格尼扰流板（图 1）。当定风翼置于正攻角时，吸力面（下侧）和地面之间的间隙形成气流加速通道。由此产生负压，正如文丘里管中的那样。区域后缘通道扩张时，压力逐渐恢复，与扩散器流动相似（Zhang 和 Zerihan，2003a，2003b）。装上端板时，端板下侧在流动分离时产生边缘涡旋。边缘涡旋的存在有利于受力性能，与飞行器上的翼尖涡旋形成对比。边缘涡旋在定风翼和端板连接处产生了额外的吸力。它们同样产生了上洗，会减小有效攻角，导致定风翼表面后缘分离的延迟。

受力性能由很多因素影响，如翼型、翼平面形状、几何设定、离地高度和端板设计。其中离地高度（h）有着显著的影响，如图 6（a）所示。力响应曲线可以被分为三段：力增加、力平缓和力减小。力增加段开始于离地大约一个弦长，随着离地高度减小，C_L 非线性增长。文丘里效应加强，边缘涡旋加强。指数型的响应应归因于边缘涡旋产生的吸力。在一定的离地高度，由于定风翼和地面间逆压梯度很大，边缘涡旋瓦解，力的增长率减小直到获得最大的下压力。随着力的减小，定风翼失速。



对于地面效应中的扩散器，上述机制仍然适用。由于扩散器跨度较窄，边缘涡旋会更强，力响应曲线如图 6 所示。图中凸显了力响应的时滞现象，出现在最大下压力和吸力面边界层分离导致的力减小段之间。当装置非常接近地面时，空气供应受到了阻碍，下压力损失。

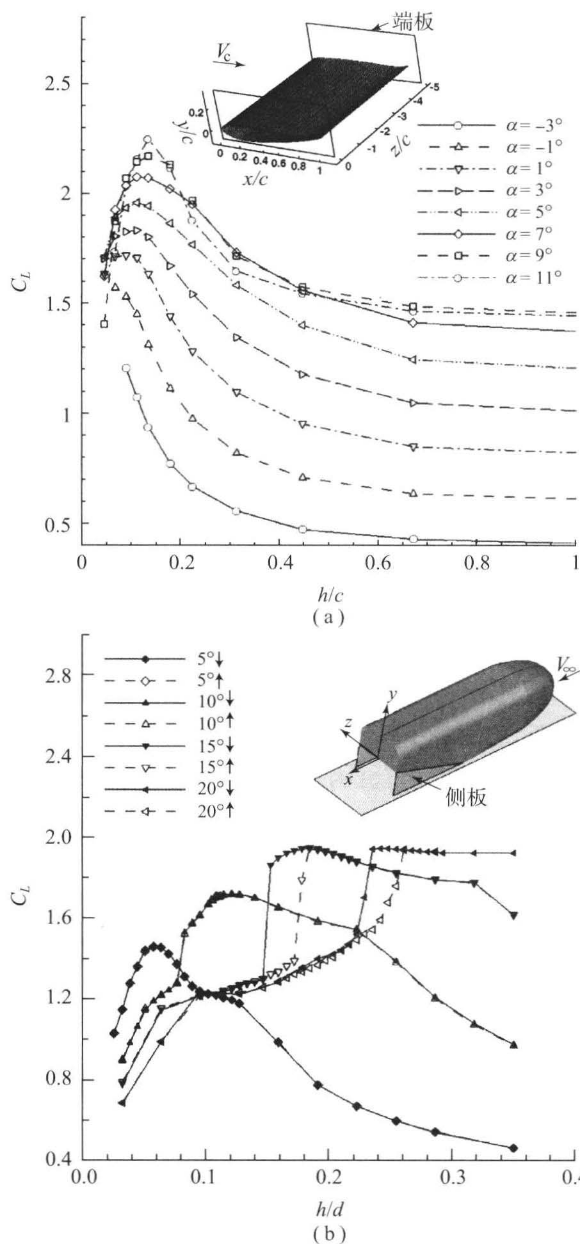


图 6 赛车下压力在地面效应中的表现

(a) 攻角对下压力的影响（c 为翼弦长度）；(b) 扩散角对下压力的影响（d 为模型半宽）

3 地面效应预测

有一些方法可以用来评估利用地面效应的汽车性能，它们包括用于初步估计的经验近似、渐近方法、分析方法、数值模拟和实验测试。关于这一主题相关的讨论见文献（Cui，1998；Rozhdestvensky，2006；Zhang、Toet 和 Zerihan，2006）。

飞行器和高性能汽车的结构包括翼、身、水平尾翼、端板和控制面，通常十分复杂，对直接数值模拟和分析带来极大的挑战。多年来，性能分析和设计主要依靠简化理论，如二维模型或带有经验修正的实验数据。当今，随着空气动力学理论以及大型计算机支持的算法的发展，数值模拟有了极大的进步。

3.1 二维流动简化的计算方法

薄板翼无地面效应时，升力曲线斜率为 2π。在二维流动理论的基础上，薄板翼在地面效应下近似的升力系数 C_L 由 Barrow、Mangoubi 和 Curtiss（1995）给出：

$$C_L=(1+\delta^2)(1-2\zeta)\times 2\pi\alpha \tag{2}$$

这里 α 为攻角，δ 和 ζ 为量纲为 1 的参数，定义为

$$\zeta=\frac{\sin\alpha}{4(h/c)}$$
$$\delta=\frac{\cos\alpha}{4(h/c)} \tag{3}$$

这里 h 为机翼离地高度，c 为翼弦长度。

Barrow、Mangoubi 和 Curtiss（1995）导出了另一个升力系数：

$$\frac{C_L}{C_{L|\mathrm{OGE}}}=\frac{1}{2\pi(h/c)}\left(\frac{1}{1+2\zeta}\right)+\frac{1+2ln(\pi\sqrt{h})}{\pi^2} \tag{4}$$

这里下标 OGE 表示离开地面效应区域。这个方程适用于机翼更加接近地面的情况。

3.2 解析方法

对于二维机翼，不管有无襟翼和副翼，有许多基于位势理论的分析方法可供使用。回顾之前的工作，利用分析方法研究地面效应空气动力学，见文献（Cui，1998；Rozhdestvensky，2006）。

早期对地面效应的分析处理应用普朗特的升力线理论和图像模型来满足地表切向流动边界条件（Wiesesberger，1921）。在 Wiesesberger 的模型中，机翼距地面的距离和翼展在一个数量级上，对于大展弦比飞行器，翼弦被当作较小的参数。这个理论仅在大展弦比机翼攻角较小且离地相对较高时适用（Tomotika、Nagamiya 和 Takenouti，1933）。

渐近展开法（MAE）已成功用于地面效应空

气动力学的研究。此法是寻找问题较准确近似值的通用方法，特别是求解奇异摄动微分方程时。所研究的物理问题可以具有特性不同的多个区域。分析时，问题领域会被分为两个子域：一个子域当成正则摄动，它的解由摄动参数的渐近级数近似；另一个子域包含小的内部区域的子域，其解并不精确，因为摄动项不能忽略。只有将这些小区域当成独立摄动问题才能得到渐近级数，这样的近似被称为"内解"。另一个子域的解被称为"外解"。整个区域的解只能通过两种解的结合得到。对于机翼涉及地面效应的问题，整个流场在机翼边缘被分为机翼上方和机翼下方两部分。对于不同的问题，不同的小摄动参数，如量纲为1的飞行高度 h/c（c 为翼弦长度）或其倒数 c/h，以及其他结合参数，都被用于获得不同形式的展开式。Widnall 和 Barrows（1970）首先引入了 MAE 方法来研究二维和三维平直翼的地面效应空气动力学。Plotkin 和 Dodbele（1988）利用 MAE 方法求解大翼展机翼绕流地面效应空气动力学。他们的方法中，相对高度（飞行高度/弦长）被认为是小参数。Rozhdestvensky（1992）将 MAE 方法扩展到拥有襟翼的线性非定常绕流，同时考虑了压缩效应。

解析方法已被成功地用于地效空气动力学的研究。应用此种方法研究复杂问题时一定要注意，由于只有在简单几何构型和小攻角的情况下才存在解析解，因而解析法最适用于初步设计和性能优化。

3.3 计算流体动力学（CFD）

除了模型实验之外，另一种重要的工具是计算机建模，它被广泛地用于地效空气动力学的研究。计算流体动力学方法被用于包括地效汽车模拟的各种问题。控制方程包含从位势方程到欧拉方程和 N-S 方程的各种形式。

在各种模拟方法中，板块法和涡格法应用广泛（Cui，1998；Hiemcke，1997；Rozhdestvensky，2006）。这些方法都用于求解线性无黏不可压缩势流。通过边界层修正，黏性效应和表面摩擦可以被预测。众所周知，线性微分方程的解可以由基本解的线性组合表示，如点源、点汇、偶极子和涡旋。在涡格法中，翼面被分为许多小片（二维形状）或翼段（三维形状），其上可以布置涡旋。涡旋通常布置在每个翼段的1/4弦点上，3/4弦点为下洗速度控制点，应满足流动条件。也应满足地面的非穿透边界条件和机翼后缘的库塔条件，以保证上部和下部流动沿同一方向离开后缘。在决定涡旋强度之后，可以得到机翼环量和升力。这些方法已经被用于解决带襟翼或喷气襟翼机翼的地效气动问题，由大攻角或大襟翼角引起的非线性效应，与三维飞行器相关的复杂状态，以及尾迹变形和尾迹涡旋脱落引起的非定常效应。

基于欧拉或雷诺时均纳维尔-斯托克斯方程（RANS）解的模拟方法，如有限元法（FEM）、有限差分方法（FDM）和有限体积法（FVM），已被用于研究二维机翼、三维机翼以及车辆综合构型的气动性能，目的是得到是否具有地面效应的不同结果。在非定常地效气动场中，这些模拟方法主要被用于预测机翼绕流尾迹、涡系的干扰效应和波浪对近海面飞行器气动效应的影响。近些年，大涡模拟（LES）和分离涡模拟（DES）在研究地效空气动力学中取得了进步。

关于流场的详细信息，如速度、压力分布及涡流图都可以通过模拟方法得到，这对地效空气动力学和参数变化效应的研究非常重要。由于计算资源的限制，需要对研究对象的几何构型、运动学和动力学特性做出限制。对于给定的 CFD 方法，其应用成功与否取决于是否对物理系统正确地应用简化流动模型，特别是合适的湍流模型，解的精度决定于计算域的分辨率和边界条件。

3.4 机翼飞过平静和波动的水面

飞过波动水面和飞过静水面的飞行器的气动特性有着极大不同。由于表面波动和波动的无规则本质，气动力是非定常的。人们已经进行了许多关于二维正弦波的研究（Cui，1998）。线性理论运用基于流动不可压缩和扰动足够小。结果表明，机翼上的作用力不仅取决于攻角和距水面的高度，还取决于波长和水面变化的幅度。波浪和机翼运动的相位角对作用在机翼上的力也有重要影响。

在随机波条件下，除了与波形边界的直接碰撞，风-波相互作用诱导的气流也会影响气动力。可以用统计学方法解决这个问题（Cui，1998）。

当下还没有对于飞过波浪的三维机翼或飞行器综合构型的计算方法。大多数情况下，机翼设计取决于水槽中模型实验得到的数据。模型实验（图7）表明，对于典型的飞行器构型，总阻力在水面波动时要比静水面大得多（Han、Cui 和 Yu，



1999；Rozhdestvensky，2006)。对于许多复杂海面条件的实际问题，并没有令人满意的解决方案。需要进一步的研究来了解波向效应、近海面时的非定常和非线性气动效应，以及高升力条件下的变化。

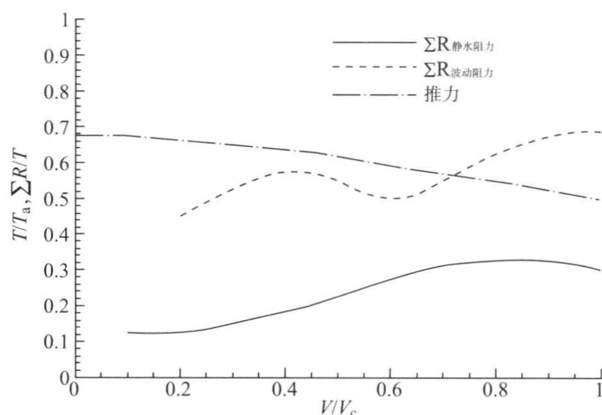


图 7　飞过静水面和波动水面的地效飞行器的总阻力$\sum R$

T 是发动机推力；V 是飞行速度；

V_c 是巡航速度；T_a 是设计允许的推力

3.5　极近地效区域的非线性现象

风洞模型实验和数值模拟的结果都表明，机翼在非常接近地面时，其气动特性将会变为非线性，直接导致随着机翼接近地面升阻比减小。人们相信这是由于机翼下方边界层和机翼地面之间狭窄通道中气流的相互作用引起的。在一些情况下，涡旋的分离和崩解也会促成非线性现象的产生。

4　实验方法

风洞实验和水洞实验广泛地用于地效飞行器地面效应空气动力学的研究。关于风洞和水洞实验的综述见 Hooker (1989)。有四种常见的地面效应研究方法，即镜像模型方法、接地平板方法、运动带方法和拖曳模型方法。当地效飞行器近地或近水面飞行时，对风洞实验提出了一些特殊的挑战。平面和端板可能会在水里。图 8 展示了安装支架的地效风洞模型，端板和船身在水中的模型也可以用此测试。

用来评估表面流动、脱离表面流动和模型数据的测试技术有了极大的进步，来获得压力分布、气动力、力矩和动导数。通过复杂的流动显示技术可以帮助进行分析，这些技术包括粒子图像风速测定法（PIV)、激光多普勒风速测定法（LDA）和表面油流可视化。

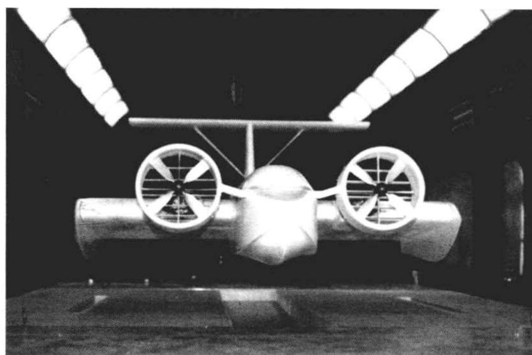


图 8　地效飞行器的风洞实验

(由中国科技开发院地效飞行器中心提供)

4.1　镜像模型方法

镜像模型方法利用一对安装在风洞内的镜像模型（真实模型和陪衬模型)，虚拟镜像面在两者之间。虚拟镜像平面强化了地面条件，由于几何对称性，镜面处的法向速度为零。这个方法有其局限性，因为它不能保证满足虚拟平面切向流动条件。另外，在实际风洞中建立一对完美的镜像模型很困难。此外，模型的建立很昂贵，所以这种方法应用得很少。

4.2　拥有边界层吸气功能的接地平板

利用固定的接地平板的方法虽然简单但很直接。固定的接地平板通常高于风洞底面，被用于模拟地面效应。实验中模型和接地平板之间没有相对运动。接地平板形成边界层。边界层的位移厚度改变着模型和接地平板间的有效间隔，因此，模型的气动特性也受到影响。利用带有边界层控制（如吸气或鼓风）或流动修正的接地平板可以使边界层的影响最小化。

4.3　运动带方法

运动带方法是物理上模拟运动地面效应唯一正确的方法。运动带是一种机械装置，其运动速度与风洞中的自由流相同。实际上，在运动带前方吸气来获得完整的系统。吸气箱排除了接近运动带的迟钝的气体，保证了物理上正确的地面流动条件。图 9 展示了典型的三辊运动带系统，包括带动运动带的前辊和驱动辊以及辅助对准的张力辊和支重辊。吸气系统从下方将运动带吸附在一个平面上，实验模型产生的负压场不会使运动带上升。这就使得消

除测试生热的冷却系统成为必需。如今钢带技术已发展为一种昂贵的替代品，主要用于赛车行业。

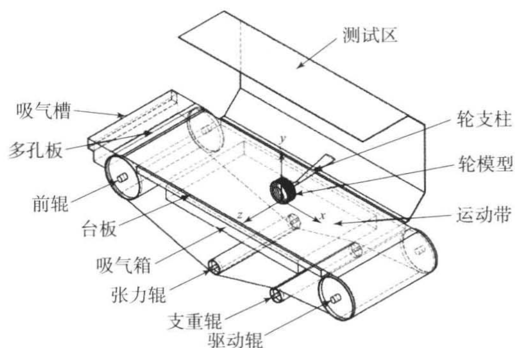


图9　运动带系统示意图

4.4　拖曳模型方法

另一种研究地效空气动力学的方法是拖曳模型方法。在拖曳设备中，模型在空气静止的条件下在封闭式建筑内的拖板上运动，该方法正确地模拟了地面边界条件。测量仪器被安装在拖板上，随模型运动来记录各种物理量，如力、力矩、流场等。Curtiss等（1983）利用这种方法来研究近地直升机旋翼产生的地面涡旋现象。

5　地面效应对气动性能的影响

地面效应空气动力学被广泛地用于各种交通工具的研制和开发。深入地了解和应用地效空气动力学可以使交通工具气动效率最大化，同时可以提高其在行驶中的安全性。

5.1　飞行器的起飞和着陆

地面效应对飞行器的起飞和着陆有重要的影响。对于恒定的俯仰姿态，在地面效应的影响下，升力面会有很大的攻角。对于缩短跑道上的重载飞行器，需要用到大攻角。当其爬升离开地效区域时，倾角的减小会导致“下沉”，如果飞行员调整俯仰姿态时速度不足还会存在失速的潜在危险。这被认为是许多空中事故的原因。相反，当飞行器向地面着陆时，离地高度小于一个弦长，减小的诱导阻力会使飞行器“漂流”，阻碍飞行器减速。超速将会强化漂流效应，增加着陆距离和由过度控制引起的潜在俯仰振荡。

起飞和着陆时，速度和高度随时间快速变化，导致非定常流体动。所以，必须考虑地效空气动力学的响应，需要认识到飞行行为的突变并准确预测，以避免坠毁的危险。

5.2　近地直升机旋翼构型

旋翼飞行器，如直升机，当其在离地一个叶片高度以内盘旋时，同样会受到地面效应的影响。本质上是由旋翼产生的气垫效应导致旋翼桨盘升力增加。因此，受到地面效应的影响，盘旋时需要功率较小。

当直升机近地盘旋时，直升机前方会出现地面涡旋。这个涡旋会改变绕翼流场，产生非常大的力矩，进而有失控和坠毁的潜在危险。

5.3　地效运载工具

20世纪中叶，许多研究人员发现地面效应可以被用于开发新型的高效飞行器，这就是我们熟知的地效飞行器，它比一般的飞行器阻力小30%～50%，燃料用量相同情况下航程更大。

自20世纪60年代以来，苏联和其他国家成功地建造了大量的地效飞行器。例如，苏联制造的重400 t的Lun和140 t的Orlyonok（Rozhdestvensky，2006）以及我国的能够搭载15名乘客的TY-1（Cui，2003）。地效飞行器的实际应用还存在一些问题，如经济性、风阻和波阻抗性、适航性、在地效区和非地效区的稳定性及操纵性。这些成为限制地效飞行器发展和进入商业市场的主要障碍（Cui，2003）。

5.4　近地飞行器稳定性

对于在重要时段低空和近地飞行的地效飞行器，地面效应会对其稳定性产生极大影响。这个时段包括起飞、巡航以及两个阶段的过渡期。如果问题不能得到正确的处理，不稳定性将会造成灾难性的影响。大量的实验结果已经揭示了地效飞行器在地效区和非地效区的不同性能，同时证实了近地飞行时存在两个不同的气动中心。传统的气动中心Xf_α，随攻角的变化而变化，另一个气动中心Xf_h，随离地高度的变化而变化。

影响地效飞行器稳定性的因素有很多，包括飞行高度h、升力系数C_L和俯仰力矩系数C_M对攻角α的导数（$C_{L_\alpha}=\partial C_L/\partial\alpha$，$C_{M_\alpha}=\partial C_M/\partial\alpha$）和量纲为1的飞行高度$h/c$的导数［$C_{L_h}=\partial C_L/\partial(h/c)$，$C_{M_h}=\partial C_M/\partial(h/c)$］，以及两个气动中心（$Xf_\alpha$，$Xf_h$）。由起飞向巡航过渡的过程中，需要考虑纵



向和横向的耦合，会导致更复杂的问题。

在地效飞行器的设计和操纵中，在俯仰方向和高度方向都需要维持静稳定性，这就意味着必须满足以下条件：

$$C_{M_\alpha}<0 \\ C_{L_h}<0 \tag{5}$$

关于两个气动中心的重心（X_T）位置与运载工具的稳定性直接相关。Irodov（1970）的理论分析表明，为了获得纵向稳定性，必须满足以下准则：

非周期稳定性：

$$Xf_h - Xf_\alpha < 0 \tag{6a}$$

振荡稳定性：

$$X_T < A_1 \times Xf_h + A_2 \tag{6b}$$

这里 A_1 和 A_2 是运载工具气动参数和结构参数的已知函数。条件（6a）要求 Xf_h 在 Xf_α 之前，条件（6b）给出了确定重心位置的依据。

另一个问题是在起飞和巡航过渡阶段的纵向倾斜。如果攻角、襟翼和升降舵构的参数没有被正确地控制，地效飞行器就无法平稳地运行。飞行模拟以及水槽和开阔水面上的模型实验表明，起飞阶段如果违反了条件（5）和条件（6a），会出现快速爬升或无法起飞的情况。在其他情况下，如果没有给定两个合适的气动中心，并违反了条件（6b），地效飞行器将不能保持纵向稳定，会导致振荡发散或不时地接触水面，如图 10 所示。

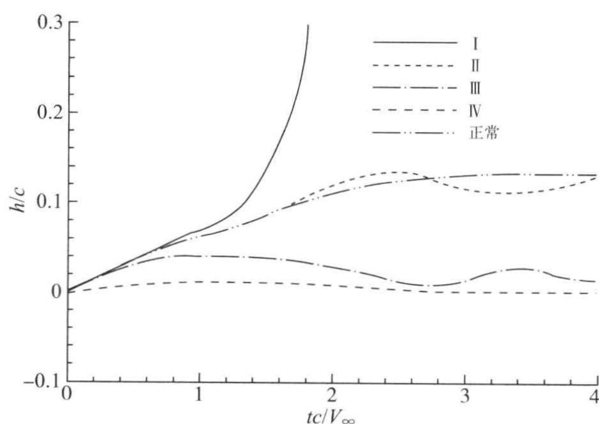


图 10 起飞过程异常的飞行状态

Ⅰ—快速爬升；Ⅱ—振荡发散；Ⅲ—间歇的表面接触；Ⅳ—起飞失败

为了保证地效区和非地效区的飞行稳定性，维持较大的静稳定界限应成为首要目标。另一个维持纵向稳定性的方法是，使气动中心（Xf_h）接近重心（X_τ），同时使用高于地效边界层的大水平尾翼。

6 结　论

地面效应空气动力学在飞行器起飞和着陆阶段以及水上飞机、高速火车和赛车性能的研究中起着重要作用。它同样是研究和发展 WIG 飞行器的基础。地面效应是由于近地时流动限制增强，而导致升力面受力性能的提升。

地效空气动力学的研究包括理论分析和实验观察。对于理论分析，在过去主要以工程近似法和线性位势理论为主要手段。20 世纪 70—80 年代，人们在获得各种形式的欧拉方程和 N－S 方程的数值解上取得了显著进步。从此，计算方法被成功地用于模拟机翼和拥有复杂外形的飞行器的响应，并研究它们在近地面和近水面时，由于波动引起的定常及非定常气动性能。此外，研究使人们认识了运载工具飞行力学、稳定性与控制、气动弹性现象、综合构型及设计优化。

我们已经得到了利用风洞实验研究地效空气动力学的方法，如运动带法和拖曳模型法。用于评估间断的表面流和模型数据的测量技术同样取得了巨大的进步，得到了压力分布、气动力、气动力矩和动导数。分析通过复杂的流动显示技术得以强化，包括粒子图像测速、激光多普勒风速测定法和表面油流可视化。

现代工程设计追求高效率和高性能。地效空气动力学明显的好处在于，地面效应将在运载工具的未来优化和发展中扮演主要角色。地面效应研究的范围将被扩展并深化。压缩效应和控制系统的互动可能会受到更多的关注。

参考文献

Barrow, T. M., Mangoubi, R. S. and Curtiss, H. C. (1995) A hybrid wing in ground effect using a peripheral jet during takeoff. *CSDLR*-2701, The Charles Stark Draper Laboratory.

Barrow, T. M., Widnall, S. E. and Richardson, H. H. (1970) Patent No. PB 197242, USA.

Cui, E. J. (1998) Surface effect aero-hydrodynamics and its applications. *Sadhana*, 23 (5), 569－577.

Cui, E. J. (2003) Advance and problems in WIG vehicle research and application. Proceedings of the High Performance Marine Vehicles Conference, 1 (15), pp. 1－6, Shanghai, China.

Curtiss, H. C., Sun, M., Putmann, W. F. and Hanker, E. J. (1983) Rotor aerodynamics in ground effect at low advance ratios. *J. Am. Helicopt. Soc.*, 29 (1), 48 - 55.

Han, G. W., Cui, E. J. and Yu, X. T. (1999) Investigation of high lift aerodynamic configuration of WIG vehicle. 8th Asian Congress of Fluid Mechanics, pp. 373 - 376, Shenzhen, China.

Hiemcke, C. (1997) NACA 5312 in ground effect: wind tunnel and panel code studies. *AIAA* 97 - 2320.

Hooker, S. (1989) Review of current technical knowledge necessary to develop large scale wing-in-ground effect aircraft. AIAA paper 89 - 1497.

Irodov, R. D. (1970) Criteria of longitudinal stability of Ekranoplan. *Technical Note*, 1 (4), TsGAI, Russia.

Plotkin, A. and Dodbele, S. S. (1988) Slender wing in ground effect. *AIAA J.*, 26 (4), 493 - 494.

Rozhdestvensky, K. V. (1992) Matched asymptotics in aerodynamics of WIG vehicles. *Proceedings of the intersociety high performance marine vehicle conference and exhibit HMPV* 92, *VA*, *USA*, pp. WS 17 - 27.

Rozhdestvensky, K. V. (2006) Wing-in-ground effect vehicles. *Prog. Aerosp. Sci.*, 42, 211 - 283.

Tsiolkovsky, K. (1927) Air resistance and the express train, in *Air Cushion Vehicle History*, Neptune Hovercraft Shipbuilding Company.

Tomotika, S., Nagamiya, T. and Takenouti, Y. (1933) The lift of a flat plate placed near a wall with special reference to the effect of the ground upon the lift of a monoplane aerofoil. Report No. 97, Aeronautical Research institute, Tokyo Imperial University, Japan.

Widnall, S. E. and Barrows, T. M. (1970) An analytical solution for two and three-dimensional wings in ground effect. J. Fluid Mech., 41 (4), 769 - 792.

Wiesesberger, C. (1921) Wing resistance near the ground. Zeitschrift fur Flugtechnik Motorluftschiffahrt, 10, 145 - 147.

Zahm, A. F. and Bear, R. M. (1921) Ground-plane influence on airplane wings. J. Franklin Inst., 191 (5), 687 - 693.

Zhang, J. and Zerihan, J. (2003a) Off-surface aerodynamic measurements of a wing in ground effect. J. Aircraft, 40 (4), 716 - 725.

Zhang, X. and Zerihan, J. (2003b) Aerodynamics of a double element wing in ground effect. *AIAA J.*, 45 (6), 1007 - 1016.

Zhang, X., Toet, W. and Zerihan, J. (2006) Ground effect aerodynamics of racing cars. *Appl. Mech. Rev.*, 59 (1), 33 - 49.

本章译者：雷娟棉，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 19 章

编队飞行的气动效益

Ashok Gopalarathnam
北卡罗来纳州立大学机械与航空工程系，罗利，北卡罗来纳，美国

1 引　　言

迁徙候鸟以 V 形编队飞行是很常见的现象，如图 1 所示。众所周知，鸟（或飞行器）在大型编队中飞行所需要的功率比单独飞行时少得多。1914 年，Prandtl 的学生 Wieselsberger 第一个给出了编队飞行气动效益的理论解释。当时 Prandtl 正在发展著名的关于有限翼气动预测的升力线模型。Wieselsberger 了解到，产生气动升力的飞鸟，会在翅膀后方形成下洗并在翼尖外侧形成上洗，由此他认为编队飞行的飞鸟利用相邻飞鸟的上洗来减小诱导阻力。自那时起，许多理论分析和数值研究（Schlichting，1942、1944；Lissaman 和 Shollenberger，1970；Hummel，1983、1995、1996；Iglesias 和 Mason，2002；Frazier 和 Gopalarathnam，2003；Sugimoto，2003；King 和 Gopalarathnam，2005；Lissaman，2005；Bramesfeld 和 Maughmer，2008）都证实了这一点，同时还提出了另外的观点。这些对鸟类群集行为的研究和模拟（Filippone，1996；Dimock 和 Selig，2003）还表明，V 形编队会使每一个个体节省均衡的阻力。风洞实验（Gingras、Player 和 Blake，2001；Bangash 等，2006）和飞行测试（Beukenberg 和 Hummel，1990；Wagner 等，2002；Vachon 等，2002；Ray 等，2002）证实了这一结果。最近的一项实验是利用八只受过训练的塘鹅来测量飞行时的能量消耗，结果表明，编队飞行时的能量消耗比单独飞行时少 14.5%。随着高效空运需求的不断增加，以及对飞行器相对位置的精确测量与控制的不断进步，人们对编队飞行节省燃料的潜力产生了兴趣（Kroo，2001；Iannotta，2002；Kroo，2004；Nangia 和 Palmer，2007；Bower、Flanzer 和 Kroo，2009）。

本章首先利用双机编队对编队飞行中诱导阻力的减小做了解释，其中飞行器以机翼为代表。随后的部分将这一想法扩展到多架飞行器上，并展示了 V 形编队的效益。

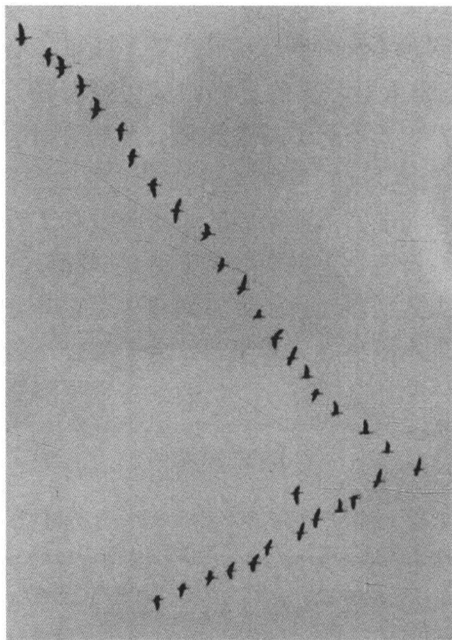


图 1　鸟类 V 形编队

（照片由 Antonio Filippone 提供）

2　双机编队

这一节中主要考虑两个具有相同翼展且距离相近的平面机翼的诱导阻力。假设机翼产生相同的升

力来支持相同的质量，且升力在翼展上呈椭圆形加载；另外假设机翼尾迹是刚性的、二维的、无黏的并且沿自由流方向延伸。

首先考虑简单机翼绕流。机翼上气动升力的产生与机翼附着涡相关。附着涡沿展向的变化与升力沿展向的分布相一致。然而，精确的翼展附着涡变化取决于机翼平面形状和截面特性，众所周知，对于给定升力和翼展的平面机翼，椭圆形加载会产生最小的诱导阻力。另外，一些椭圆加载的机翼可以得到精确解，并用于计算编队飞行的气动特性。按照亥姆霍兹理论，附着涡沿翼展方向的局部变化沿当地速度的方向脱落为自由涡，整个机翼的尾涡形成一层不连续流动，称为涡流层或尾流。通常，假定涡流层是平面刚性的，并向自由流下游无限远处延伸。

机翼附近的流动受到附着涡和尾涡产生的诱导速度的影响。在机翼附近，附着涡在机翼前方产生上升气流或“上洗”，在机翼后方产生下沉气流或“下洗”。无论沿什么方向远离机翼，附着涡诱导的上洗和下洗都会逐渐减弱。涡流层在机翼后方产生下洗并在翼尖外侧产生上洗。因为涡流层向下游无限远处延伸，所以在下游无限远处也会产生诱导速度，但附着涡对无限远处并没有影响。因此，远离机翼后方且垂直于自由流方向的平面被称为“Trefftz 平面”，横流速度场是二维的。正如在之后的部分所述，Trefftz 平面内横向流动的知识对于计算编队总诱导阻力十分有用。图 2 展示了椭圆加载的机翼后方 Trefftz 平面内的流线。可以清楚地看到机翼后方的下洗和翼尖外侧的上洗。下洗强度沿翼展的变化如图 3 所示。可以看出，紧邻翼尖的外侧有很强的上洗。

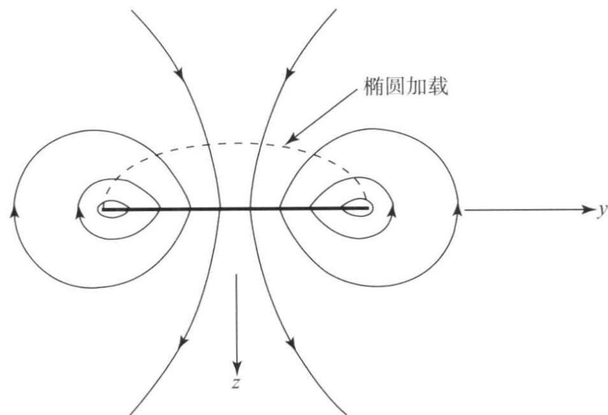


图 2　椭圆加载机翼后方 Trefftz 平面中的横向流动流线

(图片由 Ashok Gopalarathnam 提供)

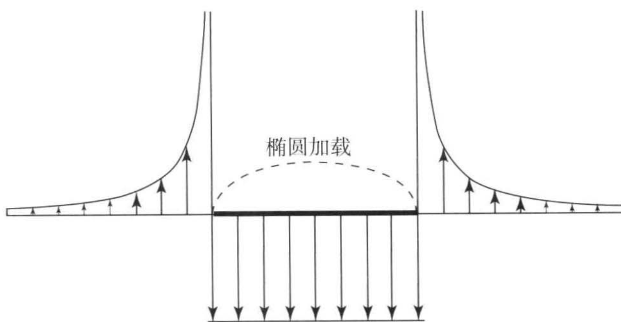


图 3　椭圆加载机翼后方 Trefftz 平面内下洗强度沿翼展的变化

编队飞行的气动效益源于布置每一个机翼，使其在编队中前翼产生的上洗区域内飞行。

2.1　总诱导阻力的计算

为了进一步了解近距离编队中两个机翼的相互作用以及对诱导阻力的影响，编队中机翼系统的总诱导阻力可以通过沿 Trefftz 平面内所有尾迹线的积分得到

$$D_{\mathrm{i}} = \frac{\rho}{2}\int_{\text{尾迹}} \Gamma(y)w(y)\mathrm{d}y \tag{1}$$

式中，$\Gamma(y)$ 为 y 处的附着涡量，$w(y)$ 为系统中所有机翼涡流面在 Trefftz 平面 y 处产生的净下洗。因为 Trefftz 平面在机翼下游很远处，所以附着涡对 $w(y)$ 没有贡献，因此，$w(y)$ 不受流动方向的附着涡分布的影响。

方程 (1) 中 D_{i} 的表达式说明，只要尾迹线形状和机翼 Γ 分布保持不变，总诱导阻力就与载荷的纵向分布无关，因为 $w(y)$ 不受机翼在流动方向的位置影响。这个结论就是著名的 Munk 斜罩理论（Munk，1921）。对于编队飞行的推论是，只要编队中的飞行器保持横向位置和垂直位置，并且保持沿翼展的升力分布，那么编队的总诱导阻力就不受沿流动方向的位置的影响。每个飞行器的诱导阻力不能由 Trefftz 平面确定，它与飞行器沿流动方向的位置相关。

对于拥有两个机翼的系统，记为 A 和 B，方程 (1) 的积分如下：

$$D_{\mathrm{i}} = \frac{\rho}{2}\left[\int_{y_{\mathrm{A}}^{\mathrm{l}}}^{y_{\mathrm{A}}^{\mathrm{r}}} \Gamma_{\mathrm{A}}(y)w(y)\mathrm{d}y + \int_{y_{\mathrm{B}}^{\mathrm{l}}}^{y_{\mathrm{B}}^{\mathrm{r}}} \Gamma_{\mathrm{B}}(y)w(y)\mathrm{d}y\right] \tag{2}$$

式中，y^{l} 和 y^{r} 是机翼左、右翼尖的 y 坐标。

Trefftz 平面的下洗 $w(y)$ 对任意 y 可以写为 $w_{\mathrm{A}}(y)+w_{\mathrm{B}}(y)$，这里 $w_{\mathrm{A}}(y)$ 和 $w_{\mathrm{B}}(y)$ 分别为机翼 A 和 B 的涡流层在 y 处的下洗。因此，双翼系统总诱导阻力可以被写为四项的和：



$$D_i = \frac{\rho}{2}\left[\int_{y_A^l}^{y_A^r} \Gamma_A(y) w_A(y) dy + \int_{y_A^l}^{y_A^r} \Gamma_A(y) w_B(y) dy + \int_{y_B^l}^{y_B^r} \Gamma_B(y) w_A(y) dy + \int_{y_B^l}^{y_B^r} \Gamma_B(y) w_B(y) dy\right] \quad (3)$$

简写为

$$D_i = D_{AA} + D_{AB} + D_{BA} + D_{BB} \quad (4)$$

如果两个椭圆加载的机翼有相同的翼展和相同的升力，那么自诱导阻力项 D_{AA} 和 D_{BB} 与 D_{ell} 相等，即椭圆加载机翼单独飞行的诱导阻力由下式给出：

$$D_{ell} = \frac{2}{\pi \rho V^2}\left(\frac{L}{b}\right)^2 \quad (5)$$

由 Munk 的相互阻力定理（Munk，1921）可知，另外两项彼此相等，可以被表示为 D_{int}，即机翼对另一机翼的干扰阻力。双机编队的总诱导阻力变为

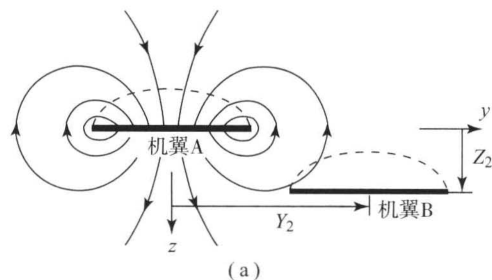
$$D_i = 2D_{ell} + 2D_{int} \quad (6)$$

可以看出，当且仅当干扰阻力有利时，编队飞行才会使总阻力减小，如 D_{int} 为负。D_{int} 为正值时（不良干扰），相比于单独飞行，总诱导阻力会增加。利用离散涡的数值方法计算 D_{int} 十分简单，那些更深内涵的精确解通常较为复杂，如文献（Sugimoto，2003；King 和 Gopalarathnam，2005）。对于尾迹线重叠的情况，翼尖处 $w(y)$ 的奇异性要求评估奇点的主值。现代符号数学计算工具能够得到这一精确解。King 和 Gopalarathnam（2005）利用这一方法确定了 D_{int} 随机翼横向间隔和垂直间隔的准确变化。

图 4 显示了 D_{int}/D_{ell} 轮廓线，它们为中心线横向间隔 Y_2/b 和垂直间隔 Z_2/b 的函数。可以看出，当 Y_2/b 接近 1 时出现有利干扰，即两个机翼在飞行时，翼尖重叠部分较小或相互间隔较小，并且垂直间隔为零。当中心线横向间隔较小时会出现不利干扰。当前后翼几乎重合时，会出现最大不利干扰，此时，总诱导阻力是两机翼单独飞行时的两倍。

2.2 诱导阻力随横向间隔的变化

图 5 展示了横向间隔对零垂直间隔的双机编队总诱导阻力的影响。可以看出，对于较大的横向间隔（$Y/b \gg 1$），阻力比趋于 1，机翼之间几乎没有影响。对于 $Y/b=1$，相当于无横向重叠，阻力比为 0.73，这意味着总诱导阻力比双机单独飞行时减少了 27%。随着横向间隔的减小，阻力比持续减小，直到横向间隔达到 $Y/b=0.91$ 时，即翼尖重叠部分为 9%翼展，阻力比达到最小。对于此最佳横向重叠，阻力比为 0.66，总诱导阻力比双机单独飞行时减少 44%。尽管本章中并未提及，近期的研究（Willis、Peraire 和 Breuer，2007）已经表明扑翼机编队中的尾涡会带来额外的能耗节省。



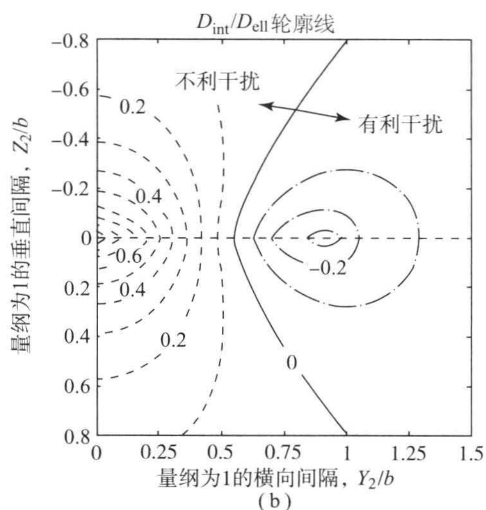


图 4 (a) 一对椭圆加载机翼 A 和 B 的尾迹图，机翼 A 的流线；(b) D_{int}/D_{ell} 轮廓线，是 Y_2/b 和 Z_2/b 的函数

（图片由 Ashok Gopalarathnam 提供）

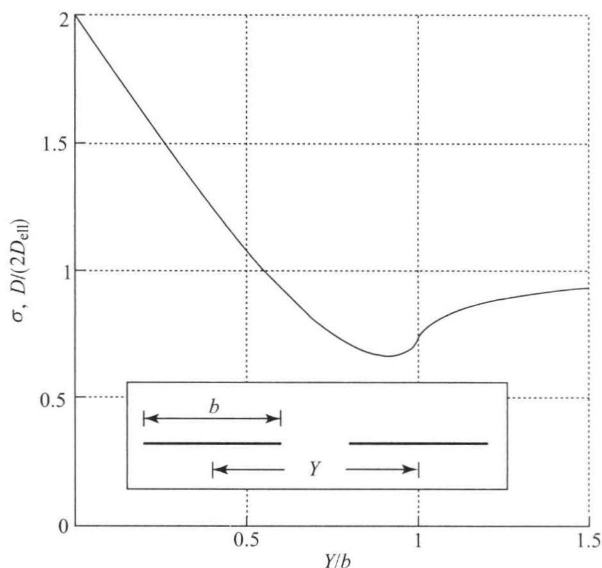


图 5 双机编队阻力比随横向间隔的变化（图中为尾迹线）

（图片由 Ashok Gopalarathnam 提供）

对于椭圆加载的机翼，9%翼展的最佳横向重叠与风洞测试和飞行实验的结果相似。Blake 和 Gingras（2004）得到了两个三角翼飞行器编队的风洞测试结果，并与涡格法预测的结果进行了对比。预测和实验测量都显示，编队中 10%～20%翼展的横向重叠会产生最大的阻力减小。最近 NASA 的 Dryden 飞行研究中心利用两架改进的 F/A-18 进行的实验（Vachon 等，2002；Ray 等，2002），分析了编队飞行带来的性能优化。由实际测试点的计算（Ray 等，2002）得到阻力减小的结果为，当翼尖横向重叠为 8%～18%翼展，垂直间隔为 5%翼展时，诱导阻力减小程度最大。考虑到这一节提出的理论模型不会导致尾迹卷曲而且假设椭圆加载，最佳横向重叠的结果与实验相一致。

3　多机编队

对于拥有多个相同翼展和升力的椭圆加载机翼的编队，总诱导阻力的精确解可以通过双翼编队干扰阻力得到。为了说明双翼干扰阻力的解如何用于确定多翼编队的总诱导阻力，考虑由 N 个椭圆加载机翼组成的编队，将其编号设为 1～N。编队总阻力可以由所有自诱导阻力项和相互诱导阻力项的和表示，记为

$$D=\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}D_{ij} \tag{7}$$

方程中，当 $i=j$ 时，$D_{ij}=D_{\mathrm{ell}}$；当 $i\neq j$ 时，D_{ij} 可以通过双翼干扰阻力的解 $D_{\mathrm{int}}(Y_2,Z_2)$ 计算得到。对于拥有 N 个以相同横向间隔和零垂直间隔飞行的椭圆加载的二维机翼编队，总诱导阻力可以写为

$$D=ND_{\mathrm{ell}}+D_{ff} \tag{8}$$

式中，D_{ff} 为这个编队的干扰阻力，可以写为

$$D_{ff}=\sum_{f=1}^{N-1}2fD_{\mathrm{int}}[(N-f)Y,0] \tag{9}$$

式中，Y 为两个相邻机翼中心线间的横向间隔。

这个公式允许总诱导阻力被分解为不同的项。方程（9）中，$f=N-1$ 表示第 $N-1$ 对相邻机翼（机翼 i 和 $i+1$）对干扰阻力的贡献，$f=N-2$ 表示第 $N-2$ 对机翼（机翼 i 和 $i+2$）对干扰阻力的贡献。如之后所示，这样的分解可以解释阻力随横向间隔变化的一些模式。需要注意的是，这一精确表达式只能提供总诱导阻力，并不能提供编队中个体的阻力。当需要计算个体的阻力时，还要考虑附着涡和尾涡对诱导速度场的影响。

3.1　诱导阻力随横向间隔的变化

本节考虑 25 个椭圆加载的机翼飞行在同一水平面上，以此作为大型编队飞行的例子，编队飞行效益由诱导阻力比 $\sigma=D/ND_{\mathrm{ell}}$ 来量化，诱导阻力比表示编队总诱导阻力与单独飞行总阻力的比值。

图 6 展示了作为相邻机翼横向间隔 Y/b 的函数的诱导阻力比 σ 的变化。对于非常大的 Y/b，可以看出 σ 趋于 1，这表明当机翼相隔较远、彼此之间没有影响时，阻力的减小趋于零。随着横向间隔减小，效益开始变得明显。最佳横向间隔接近双机编队的情况，$Y/b=0.89$。在此最佳横向间隔，即 $\sigma=0.19$ 时，比 25 个机翼单独飞行时的阻力降低 81%。

大型编队有许多不同的局部极小值。本例中，第二和第三局部极小值出现在 $Y/b=0.47$ 和 $Y/b=0.32$ 处。这些横向间距大约为 $Y/b=0.89$ 的 1/2 和 1/3。对于方程（9）中不同 f 项的相对贡献的研究可以用于解释这些局部极小值的出现。第一个阻力极小值出现在 $Y/b=0.89$ 处，是由于机翼和相邻机翼（机翼 i 和 $i+1$）强烈的有利干扰。第二个阻力极小值出现在 $Y/b=0.47$ 处，是因为机翼和相隔机翼（机翼 i 和 $i+2$）强烈的有利干扰。同样，第三个局部极小值是由于机翼 i 和 $i+3$ 之间的有利干扰。

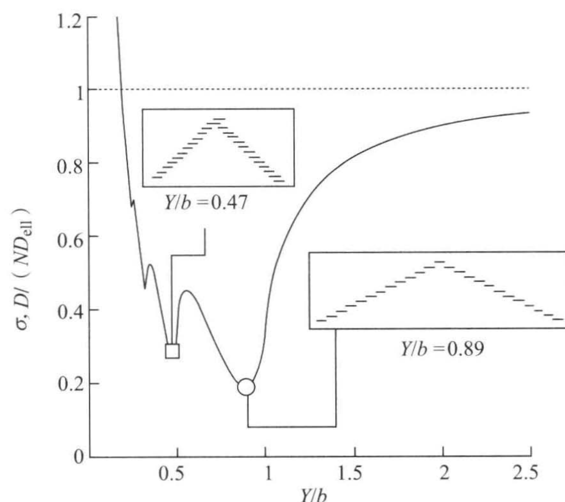


图 6　25 个在同一水平面内飞行的椭圆加载机翼，其横向间隔对阻力比的影响

图中为编队 $Y/b=0.47$ 和 $Y/b=0.89$ 时的几何形状。沿气流方向的间隔不影响编队诱导阻力，设为任意值。$Y/b=0.47$ 时 V 形右翼被置于左翼下游以避免碰撞（图片由 Ashok Gopalarathnam 提供）



尽管第二个局部极小值处的阻力比与第一个相差不大，但第二极小值处的阻力对横向间隔更敏感，第一个极小值 $Y/b=0.89$ 处相对更平稳。图 6 展示的编队设计描绘了第一和第二极小值处的差别，沿气流方向的间隔为任意值。$Y/b=0.47$ 时，V 形编队的右翼被置于左翼下游以避免碰撞。

尽管 $Y/b<1$ 时，25 机翼编队的阻力比变化波动较大，但值得注意的是，Y/b 在 0.3～1.05 范围内，阻力相对于 25 个机翼单独飞行时，至少减小 50%。这一较大的有益横向间隔范围和多个局部极小值能够在一定程度上解释鸟类飞行中横向间隔的不确定性和不断变化，正如 Hainsworth（1988）所记录的。图 7 展示了鸟类 V 形编队角度的变化。对于很小的横向间隔，在 $Y/b=0$ 时阻力比会以较大的幅度增长到 25，这一值与 Munk 相互阻力定理得到的精确值相匹配。一般来说，对于 N 个机翼，在 $Y/b=0$ 且 $Z/b=0$ 时，$\sigma=N$。

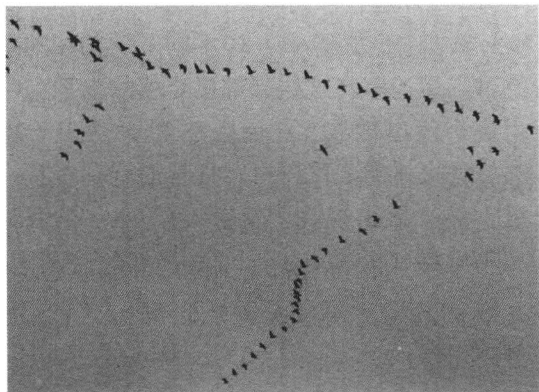


图 7　鸟类 V 形编队角度的变化

（图片由 Antonio Filippone 提供）

4　V 形编队

总诱导阻力和横向间隔影响可以通过考虑 Trefftz 平面流动来确定，编队中单个机翼的诱导阻力只能通过“近场”下洗——由于编队中所有机翼的附着涡和尾涡在每个机翼处产生的——来确定。尽管对于椭圆加载机翼已经有了精确的方法（Sugimoto，2003），但通过离散涡数值方法能够更容易地完成加载。因为纵向间隔并不影响总诱导阻力（只要升力分布保持不变），所以可以利用纵向间隔变化来分配机翼的阻力效益，同时保证总阻力不变。

几项研究表明，V 形编队会为个体带来气动增益（Lissaman 和 Shollenberger，1970；Hummel，1983、1995；Sugimoto，2003；King 和 Gopalarathnam，2005）。本节中，25 机翼编队表明，每个机翼获得了相同的阻力减小。图 8 所示的 V 形编队由牛顿迭代得到（King 和 Gopalarathnam，2005），利用了 $Y/b=0.9$ 的横向间隔和零垂直间隔。可以看出最佳的编队形状并不是标准的“V”，而是顶部圆润、底部更倾斜。图 8 的结果表明，对于阻力均分的情况，接近 V 字形顶端的机翼间隔很近。如此近的间隔在常规飞行中并不现实。因此，为了避免碰撞，只能对阻力均分做出让步。此外，必须注意的是，鸟类飞行编队并非准确的 V 形，翅膀的拍动频率会对纵向间隔造成额外影响。

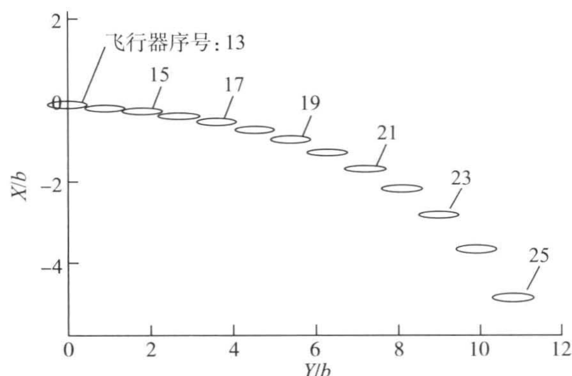


图 8　导致阻力均分的 25 机翼 V 形编队

（图片由 Ashok Gopalarathnam 提供）

要注意的是，V 形会使一个编队范围内的下游位置保持稳定（Lissaman 和 Shollenberger，1970）。如果鸟类在 V 形编队之前运动，需要更多的能量才能获得相同的前进速度，当在编队尾部飞行时，需要的能量较小。无论哪种情况，鸟类都有回到初始位置的趋势。对于在末端飞行的机翼，沿气流方向位置的改变不会导致诱导阻力的较大改变（King 和 Gopalarathnam，2005），结果就是在编队末端的个体会很难保持在编队中的位置。Weimerskirch 等（2001）在对白塘鹅编队进行实验时发现了这一现象，飞行在末端的塘鹅通常很难保持在编队范围内。

5　结　　论

编队飞行对于提高飞行器气动效率极富潜能。这一章中的结果都是在椭圆加载机翼的基础上得到的。然而，椭圆加载时固定翼展二维机翼拥有最小阻力，它并不能使编队中的机翼阻力最小。研究

(Frazier 和 Gopalarathnam，2003）表明，编队中拥有给定升力和零滚转力矩的二维机翼，其最小阻力会导致 Trefftz 平面内沿尾迹线下洗的线性变化。另有研究（King 和 Gopalarathnam，2005）表明，编队中椭圆加载的机翼与最佳加载的机翼性能相近，证明了利用椭圆加载机翼研究编队飞行气动效益的可行性。为了实现编队飞行时的椭圆加载（或其他任何加载方式），机翼必须能够通过扭转或控制变形来调整形状。人们认为鸟类可以通过某些形式的气动传感来调整翅膀形状（Lissaman 和 Shollenberger，1970）。未来拥有自适应机翼的飞行器可以动态地调整机翼形状以获得期望的载荷。Jepson 和 Gopalarathnam（2005）利用分布式传感对编队中的机翼襟翼进行主动控制，以获得椭圆加载。

当今的飞行器可能没有足够的自由度在编队飞行中获得椭圆加载。然而，在编队飞行中，即使利用传统控制面来实现滚转、俯仰和偏航调整，也会获得很大的气动增益。最近一项关于利用现有飞行器和商业线路进行商业编队飞行（Bower、Flanzer 和 Kroo，2009）的研究表明，商用飞机编队飞行会节省大量的燃料。商用飞机编队飞行还需要更多的研究，包括编队空气动力学对飞机结构和质量损失的影响，尾涡对疲劳寿命的不稳定影响，飞机位置的可靠控制，机组人员的需求、检测和空中交通管理的影响。然而，编队飞行作为一项独特的技术，有望在现有的空中运输基础设施基础上，极大地节省燃料。

致　谢

作者感谢其先前的研究生 James Frazier 和 Rachel King Norris 进行的研究工作，文中引用了他们的一些成果。

相关章节

第 1 卷，第 6 章
第 1 卷，第 7 章
第 1 卷，第 20 章
第 7 卷，第 323 章
第 7 卷，第 337 章

参考文献

Bangash, Z. A., Sanchez, R. P., Ahmed, A. and Khan, M. J. (2006) Aerodynamics of formation flight. *J. Aircraft.* 43 (4), 907 - 912.

Beukenberg, M. and Hummel, D. (1990) Aerodynamics, performance and control of airplanes in formation flight. ICAS 90-5. 9. 3.

Blake, W. B. and Gingras, D. R. (2004) Comparison of predicted and measured formation flight interference effects. *J. Aircraft.* 41 (2), 201 - 207.

Bower, G. C., Flanzer, T. C. and Kroo, I. M. (2009) *Formation Geometries and Route Optimization for Commercial Formation Flight*. AIAA Paper 2009 - 3615.

Bramesfeld, G. and Maughmer, M. D. (2008) Effects of wake rollup on formation-flight aerodynamics. *J. Aircraft.* 45 (4), 1167 - 1173.

Dimock, G. A. and Selig, M. S. (2003) The aerodynamic benefits of self-organization in bird flocks. AIAA Paper 2003-0608.

Filippone, A. (1996) Heuristic optimization applied to an intrinsically difficult problem: Birds formation flight. AIAA Paper 96-0515.

Frazier, J. W. and Gopalarathnam, A. (2003) Optimum downwash behind wings in formation flight. *J. Aircraft.* 40 (4), 799 - 803.

Gingras, D. R., Player, J. L. and Blake, W. B. (2001) Static and dynamic wind tunnel testing of air vehicles in close proximity. AIAA Paper 2001-4137.

Hainsworth, F. R. (1988) Induced drag savings from ground effect and formation flight in brown pelicans. *J. Exp. Biol.* 135, 431 - 444.

Hummel, D. (1983) Aerodynamic aspects of formation flight in birds. *J. Theoret. Biol.* 104, 321 - 347.

Hummel, D. (1995) Formation flight as an energy-saving mechanism. *Israel J. Zool.* 41, 261 - 278.

Hummel, D. (1996) The Use of Aircraft Wakes to Achieve Power Reductions in Formation Flight. AGARD CP-584.

Iannotta, B. (2002) Vortex draws flight research forward. *Aerosp Amer.* 40 (3), 26 - 30.

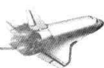
Iglesias, S. and Mason, W. H. (2002) Optimum spanloads in formation flight. AIAA Paper 2002-0258.

Jepson, J. K. and Gopalarathnam, A. (2005) Computational study of automated adaptation of a wing with multiple trailing-edge flaps. AIAA Paper 2005-1035.

King, R. M. and Gopalarathnam, A. (2005) Ideal Aerodynamics of ground-effect and formation flight. *J. Aircraft.* 42 (5), 1188 - 1199.

Kroo, I. (2001) Drag due to lift: concepts for prediction and reduction. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 33, 587 - 617.

Kroo, I. (2004) Innovations in Aeronautics. AIAA Paper 2004-0001. Lissaman, P. (2005) Simplified analytical



methods for formation flight or ground effect. AIAA Paper 2005-851.

Lissaman, P. B. S. and Shollenberger, C. A. (1970) Formation flight of birds. *Science*. 168, 1003 - 1005.

Munk, M. M. (1921) The minimum induced drag of aerofoils. *NACA Report* 121.

Nangia, R. and Palmer, M. E. (2007) Formation flying of commercial aircraft, variations in relative size/spacing—Induced effects and control. AIAA Paper 2007-4163.

Ray, R. J., Cobleigh, B. R., Vachon, M. J. and St. John, C. (2002) Flight test techniques used to evaluate performance benefits during formation flight. AIAA Paper 2002-4492.

Schlichting, H. (1942) Leistungsersparnis in verbandsflug. Bericht Aerodyn. Inst. T. H. Braunschweig 42/6. English translation: TMB Translation 1951 239, US Navy.

Schlichting, H. (1944) Verbandsflug mit hohenstaffelung. Bericht Aerodyn. Inst. T. H. Braunschweig 44/7. English translation: TMB Translation 1950 240, US Navy.

Sugimoto, T. (2003) A theoretical analysis of formation flight as a nonlinear self-organizing phenomenon. *IMA J. Appl. Math.* 68, 441 - 470.

Vachon, M. J., Ray, R. J., Walsh, K. R. and Ennix, K. (2002) F/A-18 aircraft performance benefits measured during the autonomous formation flight project. AIAA Paper 2002-4491.

Wagner, G., Jacques, D., Blake, W. and Pachter, M. (2002) Flight test results of close formation flight for fuel savings. AIAA Paper 2002-4490.

Weimerskirch, H., Martin, J., Clerquin, Y., Alexandre, P. and Jiraskova, S. (2001) Energy saving in flight formation. *Nature* 413, 697 - 698.

Willis, D. J., Peraire J. and Breuer, K. S. (2007) A computational investigation of bio-inspired formation flight and ground effect. AIAA Paper 2007-4182.

本章译者：雷娟棉，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 20 章

飞行器尾涡

Laurent Jacquin
法国航空航天研究院基础与实验空气动力学系，莫顿，法国

1 引　　言

1.1 飞行器产生的涡旋

飞行器由空气支撑，通过不断地向下方推动空气来保持一定的高度。通过反作用力，空气的垂直动量由一个方向相反的向上的力产生，即升力。升力由机翼产生，机翼使来流动量偏转产生垂直分量。通过观察可以看出，流体在飞行器后方形成一对平行涡，这是由升力产生的垂直动量造成的。我们通常看到的高空飞行器后方的白色痕迹就是这种基本流动转换的表现（图 1 和图 2）。它们是由冰晶形成的凝结尾流，这些冰晶由发动机排出的水蒸气在尾涡形成的低压中心凝结而成。在无风的天气条件下，这些痕迹可以保持几分钟，这足以表明这些流体涡的强度，这些凝结痕迹最终分解为卷云并形成云层。



图 1　波音 747－200 在 34 000 ft 高空飞行时的照片

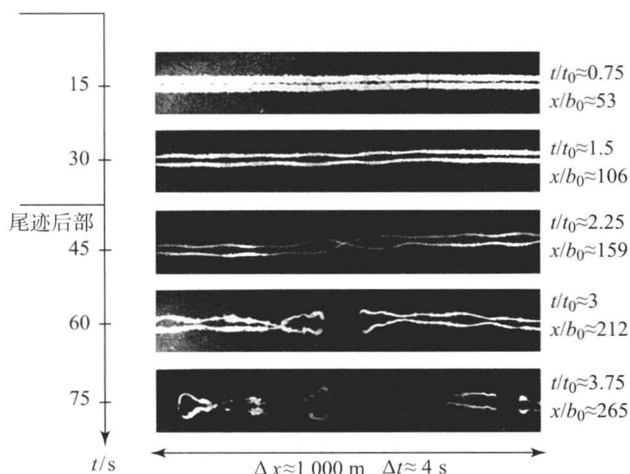


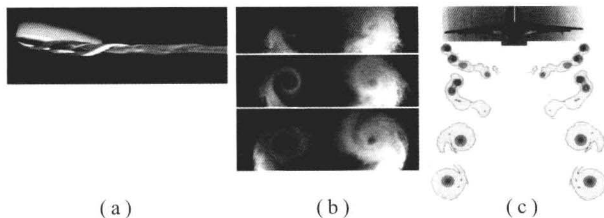
图 2　波音 B－47 的凝结尾迹
［经 Crow（1970）的允许转载］

升力翼后方尾涡的形成是由于流动从压力面溢出向吸力面运动，即从机翼下方向上方运动的结果。流动在翼尖形成圆周运动，并形成两个沿飞机路径的纵向反向涡旋［图 3(a) 和 3(b)］。飞机在起飞和降落时，襟翼边缘形成涡旋。这些涡旋最终合并为一个简单涡系，由升力产生的动量也因此集中。在图 3(c) 中，四个发动机的尾气形成旋转的尾涡（经 Joseph P Williams 的允许转载）。

图 2 中每张照片的间隔是 15 s（见图左侧）。在中部区域，涡旋保持平行，可以用二维流动模型描述。随着波长的增大而引起的不稳定性（Crow 不稳定性）和涡旋耦合后形成的不稳定涡环，使远部区域出现三维变形。距离由翼展 b_0 而标准化（见图右侧），时间由尾迹动力学时间尺度 t_0 标准化（利用波音 B－47 的数据 $W=60\ 340$ kg，$b_0=$



35.4 m，$U_0=250$ m/s，方程（14a）给出 $t_0\approx$ 20 s，见 http://en.wikipedia.org)。



（a）　　（b）　　（c）

图 3　涡旋形成的可视化

（a）翼尖涡旋侧视图（Werlé，1982）；（b）弹射模型穿过烟雾产生的尾涡——模型垂直纸面向内运动（经 Onera 的允许转载）；（c）通过激光多普勒测速仪测量 A300 模型尾迹涡旋——模型下游四个纵向截面处的涡旋，分别在 $x/b=0.5$、1、3.5 处（原点在翼尖后缘）

在起飞过程中，可以清楚地区分翼尖涡旋、襟翼涡旋和二次涡（模型没有安装水平尾翼）。这些涡旋最终相遇并在 $x/b=3$ 处形成一个非常稳定的涡对。[转载自 Fabre 等（2001）]

1.2　尾涡的潜在危险

飞行器尾涡是升力产生的不可避免的结果，后面的飞行器遇到这些涡旋时会产生滚转运动并发生危险，因此，飞行器尾迹会存在潜在危险，我们需要对此进行控制。天气对涡旋有很重要的影响，有风时，涡旋会离开航道，因此危险消除。此外，有风时大气通常为湍流状态，如果湍流足够强，就会使尾涡位置偏离并产生相互作用，如图 2 所示（两个反向涡旋会相互抵消）。因此，大多数情况下，大气扰动会降低危险程度，飞行器经常会遇到这些残留物，而且很难将其与大气湍流区分。但在平静的大气中，尾涡会保持较长时间，这使得尾涡变得危险。

在这里要注意，我们习惯上的表达“机尾湍流”并不正确，因为这恰恰是涡旋结构的非湍流本质带来的问题。确实，“湍流”指大气现象，飞行器在飞行过程中会经常遇到。尾涡并不是由天气引起的，大气湍流甚至能减小尾涡的危害。所以通常不用“尾涡”，而用“尾涡交汇”或“尾涡分离距离”来表达，从下文中就能看出。

为了避免严重的尾涡交汇，后起飞的飞行器必须与前面的飞行器保持一个安全距离。在 20 世纪 70 年代早期，随着波音 747 这种大型喷气式客机的出现，美国联邦航空管理局（FAA）和国际民用航空组织（ICAO）将飞行器分为三个重量级别，并对每个级别限定了安全距离（表 1）。这实际上是对降落频次做了限定，例如跟随属于“重型”飞机的波音 747，安全距离至少要保证 4 Nm（7.4 km），70 m/s 的着陆速度意味着 106 s 的时间间隔。如果是中型飞机跟随重型飞机，那么安全距离需要增加至 5 Nm（9.3 km，132 s），例如空客 A320。

表 1　ICAO 避免降落时尾涡交汇的间隔距离

前机		后机	间隔距离		时间间隔（着陆速度 70 m/s）/s
			/Nm	/km	
标准	重型(>13 600 kg) 中型（7 000～136 000 kg）	重型	4	7.4	106
		中型	5	9.3	132
A380 的暂定值	A380－800	轻型（<7 000 kg）	6	11.1	159
		重型	6	11.1	158
		中型	7	13	186
		轻型	8	14.8	211

目前，在大型机场发生拥堵的情况下（特别是希斯罗、法兰克福和戴高乐机场），有必要改进现用的最小间隔。目标是优化机场交通的同时，保证并提高安全等级。不巧的是，在 20 世纪末，A380 作为最大的客机进入商业服务领域，为这一目标的实现增添了不少压力。A380 与其他重型飞机相比，会产生更大量的涡旋，因而空客公司（Airbus）进行了一项史无前例的飞行测试，并由一支国际专家队伍进行了分析。2008 年发布的指导表明，对于 A380，最小间隔要增加 2 Nm，具体见表 1，其目标是保证接近 A380 的飞行器遇到的尾涡不会比其他重型飞机产生的尾涡强。目前，人们正在对减小安全距离的可行性进行评估。

另外，现在迫切需要新的操作理念和系统，以便更有效和更安全地分配空间。新的空中交通管理系统（ATM）正在建立，激励着世界范围机构的研究工作。尾涡场的研究是达成这一目标的重要组成部分，这一目标对民用航空有着战略性的意义。

下面将解释这一现象的物理原因。第二节将考虑飞行器尾迹流动中的守恒定律，引入涡旋参数。第三节着重描述使涡旋耦合并最终消散的不稳定机制。第四节讨论了尾涡预测，这对运营非常重要。最后我们将讨论其研究前景。

2　中部尾迹

2.1　二维模型

根据图 2 和图 3，可以用单个的涡旋建立尾迹

模型，如图 4 所示。根据普朗特的工作（1919）(Donaldson 和 Bilanin，1975；Saffman，1992)，涡系的特征尺度很容易与飞行器特性相关联，可以通过控制体内流动守恒定律的积分形式以及飞行器下游横截面速度场而得到，速度场为

$$\boldsymbol{u}=U_0\boldsymbol{e}_x+V(y,z)\boldsymbol{e}_y+W(y,z)\boldsymbol{e}_z \tag{1}$$

相当于沿 $\boldsymbol{e}_x$ 方向纵向发展的二维定常流动，初始流动速度为 U_0。如果令 $x=U_0 f$，那么流动随时间演化会转换为非定常流动。

在飞行器与外部控制面构成的控制体上，对质量和动量方程积分得到如下的升力表达式：

$$\boldsymbol{L}=-\rho U_0\boldsymbol{I} \tag{2}$$

这里 $\boldsymbol{I}=I_z\boldsymbol{e}_z$，且

$$I_z=\iint W(y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z=-\iint y\omega(y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{3}$$

$\boldsymbol{I}$ 表示下游截面单位质量尾涡的垂直冲量，它反映升力，下游截面即图 4 中截面 A 或 A'。根据式（1）可得到式（3）的第二个等式，通过分部积分并引入涡量 $\omega=\nabla\times\boldsymbol{u}=\omega\boldsymbol{e}_x$，根据式（1），这里 $\omega=\partial W/\partial y-\partial V/\partial z$ 是 ω 唯一非零分量。这一关系指出了流体流动的涡旋与冲力间的联系。

式（3）可以写为如下形式：

$$I_z=-\Gamma_0 b \tag{4}$$

引入了两个重要的量：涡通量 Γ_0 和涡旋几何中心间隔 b。

涡通量为

$$\Gamma_0=\iint_{y\geqslant 0}\omega(y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\oint_{\partial S}\boldsymbol{u}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{5}$$

式（5）描述了尾涡的强度，并被定义为涡量在半平面$y\geqslant 0$ 内的面积分。根据斯托克斯定理，这相当于速度沿封闭曲线∂S 的线积分，这个封闭曲线位于下游半平面（$y\geqslant 0$）且环绕涡量场，即图 4 中的环线 C 或 C'。需要注意的是，根据涡通量守恒，如果初始时飞行器前方自由流涡量为零，那么在下游仍成立：完整横截面（不仅为半平面）中的通量为零。则

$$b=2y_c=\frac{2}{\Gamma_0}\iint_{y\geqslant 0}y\omega(y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{6}$$

表示右翼和左翼涡旋几何中心间的距离。当尾迹退化为一对涡旋时，如图 4 截面 A 所示，b 为涡间距。这里，y_c 表示右翼涡的横向位置。由

$$z_c=\frac{1}{\Gamma_0}\iint_{y\geqslant 0}z\omega(y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{7}$$

给出了两个涡旋几何中心的平均高度。

对于涡心半径 a（图 4），相关的长度尺度是涡量的二阶矩，称为扩散半径，定义为

$$a_0^2=\frac{1}{\Gamma_0}\iint_{y\geqslant 0}[(y-y_c)^2+(z-z_c)^2]\omega\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{8}$$

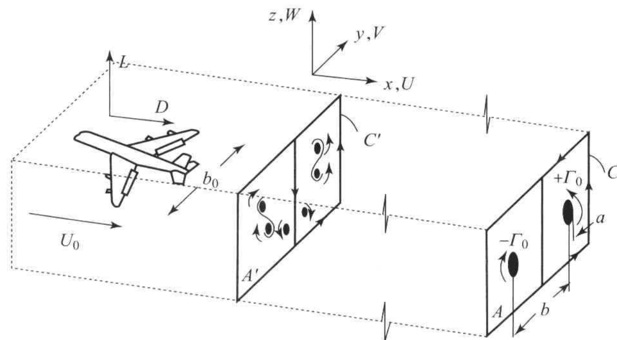


图 4　飞行器连体坐标系中的中部尾迹模型和控制体

在近尾迹区，直到截面 A'（x/b_0 约为 10），由于涡量的合并，涡旋在不同的翼面后缘（翼尖和襟翼翼尖，水平尾翼等）形成。在中部尾迹区末端，截面 A（x/b_0 约为 10）处，尾迹变为一对涡旋。尾涡的特征尺度为涡通量 Γ_0，涡旋几何中心间隔为 b，涡心半径为 a。飞机翼展为 b_0，速度 U_0，升力 L，阻力 D。

2.2　飞行器参数

将上述涡旋参数相关联来表征飞行器的特征。为此，我们用飞行器质量 $M(L=Mg)$ 或升力系数 $C_L\left(L=C_L q S_0,\ q=\frac{1}{2}\rho U_0^2,\ S_0\text{ 为机翼表面积}\right)$来表示升力。同样引入机翼的展弦比 $AR=b_0^2/S_0$，利用式（2）和式（4）得到如下关于通量的方程：

$$\Gamma_0=\frac{1}{s}\frac{Mg}{\rho U_0 b_0} \tag{9a}$$

$$\Gamma_0=\frac{C_L}{2ARs}U_0 b_0 \tag{9b}$$

式中，$s=b/b_0$ 为负载系数。根据式（9a），Γ_0 与飞行器质量成正比，与飞行速度和机翼展弦比成反比。因此，重型飞行器在着陆和起飞时后方的尾涡非常强（低速区域）。

翼展方向的距离 b 取决于翼展负载。根据普朗特升力线理论有

$$\frac{1}{2}b=\int_0^{b_0/2}\gamma(y)\mathrm{d}y \tag{10}$$

式中，$\gamma(y)=\Gamma(y)/\Gamma_0$ 为翼展载荷定理，$\Gamma(y)$ 为沿翼展方向的机翼截面通量，$\Gamma_0=\Gamma(y=0)$ 为根部通量。参考椭圆形负载，对于负载系数 $s=\pi/4=0.785$，有 $\gamma(y)=\sqrt{1-(2y/b_0)^2}$。完成爬升之后，涡旋几何中心之间的间隔小于翼展。参考式（6）就很容易理解：涡旋初始间隔为 b_0，随着尾迹外



部区域（$|y|$较大）ω 增大，涡旋中心必须靠得更近以保证线动量 $\Gamma_0 b$ 不变。

如图 4 所示，下一阶段的建模在于用 N 个单独的集中涡来表示涡量场。根据升力线理论，每个单独的涡旋出现在机翼负载产生最大涡量$|\mathrm{d}\Gamma(y)/\mathrm{d}y|$处。数学上涡旋被定义为

$$\omega(x_0,y,z)=\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\delta(y-y_i)\delta(z-z_i) \quad (11)$$

式中，δ 为狄拉克函数，Γ_i 为（x_0，y_i，z_i）处的涡通量。x_0 表示下游截面位置，即截面 A 或 A'。上述不同参数变为

$$I_z=\sum_{i=1}^{N}I_i, I_i=-y_i\Gamma_i \quad (12a)$$

$$\Gamma_0=\sum_{i=1}^{N/2}\Gamma_i \quad (12b)$$

$$y_c=\frac{1}{2}b=\frac{1}{\Gamma_0}\sum_{i=1}^{N/2}y_i\Gamma_i \quad (12c)$$

$$z_c=\frac{1}{\Gamma_0}\sum_{i=1}^{N/2}z_i\Gamma_i \quad (12d)$$

不同的翼展载荷会产生不同的离散涡系。图 5 对两种四涡系统做一对比。

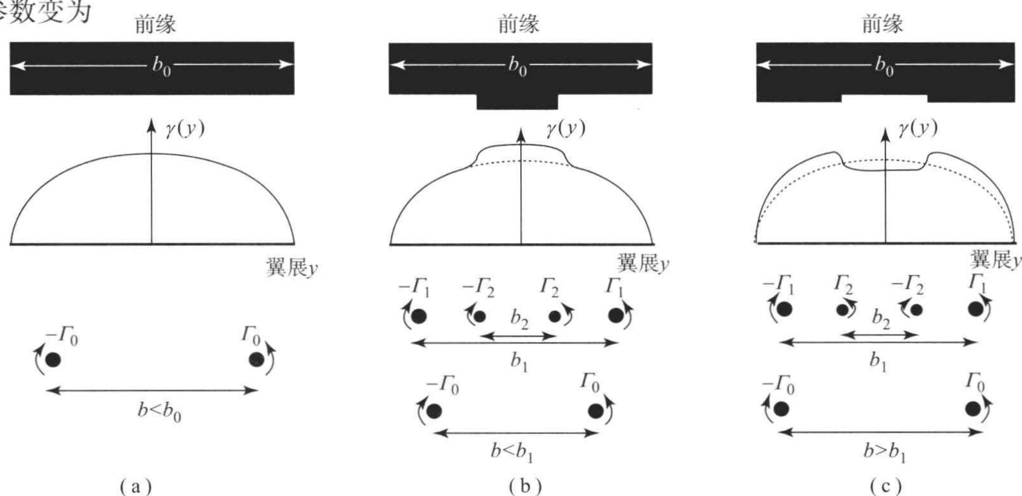


图 5 拥有翼展负载的简单翼型产生不同的中部尾迹涡系

(a) 没有襟翼的矩形机翼产生一对涡旋；(b) 内侧襟翼产生内侧加载型翼展负载；(c) 外侧襟翼产生外侧加载型翼展负载 (b) 和 (c) 的近场区域含有额外的涡对（$\pm\Gamma_2$，b_2），与翼尖处的涡对（$\pm\Gamma_1$，b_1）不同。在半尾迹中，(b) 中的涡旋同向旋转，(c) 中的涡旋反向旋转。最后一行的涡旋相当于偶极子，它们由近场区域的涡旋合并在中场形成（图 7）。给定升力和速度，$\Gamma_0 b$ 为定值，见式 (2)～式 (4)，因此为了保持升力，(b) 中的 Γ_0 要比 (c) 中的大。注意，(b) 和 (c) 中的四个涡旋并不是均衡的，这里是为了简便。它们绕几何中心的盘旋速度为毕奥-萨伐尔诱导速度（图 6）。

如果考虑如图 5 所示的近场尾迹，根据式 (12a)，得到合成冲量 $I_z=I_1+I_2$，其中 $I_1=-\Gamma_1 b_1, I_2=-\Gamma_2 b_2$。由翼尖产生的外部涡对的冲量向下（$I_1<0$）。内部涡对产生的冲量方向取决于襟翼位置，(b) 中向下（$I_2<0$），(c) 中向上（$I_2>0$）。在 (b) 中内外涡对冲量叠加而 (c) 中相互抵消。在后者的情况下，机翼必须增加负载（Γ_1 必须增加）来补偿升力损失。

图 6 给出了更具体的例子，考虑典型飞行器的着陆（Crowder、Watzlavick 和 Krutckoff，1997）。这个例子的特点是具有显著的内侧负载。初始涡旋分布如图 6(b) 所示，它由翼尖、外侧襟翼外缘、内侧襟翼外缘、机身侧面和水平尾翼共同产生，其结构错综复杂。着陆时，尾翼载荷为负并产生反向旋转的涡旋 [由水平涡流层的抬升引起，如图 6 (c) 所示，在 $z/b_0=0.3$，$-0.2\leqslant y/b_0\leqslant 0.2$ 范围内]。图 6 (c) 表明，在 5 倍翼展处，尾涡位于襟翼涡之间。在 $x/b_0=10$ 处，它们相互抵消，见图 6(d)。之后，剩下的内部涡旋继续维持通量并且绕翼尖涡旋运动。在下游较远处出现一个涡对是任何情况下都期望的。这样复杂的涡系是由特定的构型产生的。例如，襟翼系统或水平尾翼负载的微小改变都会影响襟翼涡龄。

为了清晰地说明，图 7 将图 6 构型产生的近场涡旋与减小尾翼和襟翼负载产生的近场涡旋做了对比。基于对雷诺时均 N-S 方程的计算，结果与图 6 的实验结果相一致（Czech 等，2004）。两种情况下，襟翼涡旋和水平尾翼涡旋都向中心面传播，但在图 7(b) 中，两种涡旋混合，在 15 倍翼展之外，只剩下单独的涡对。



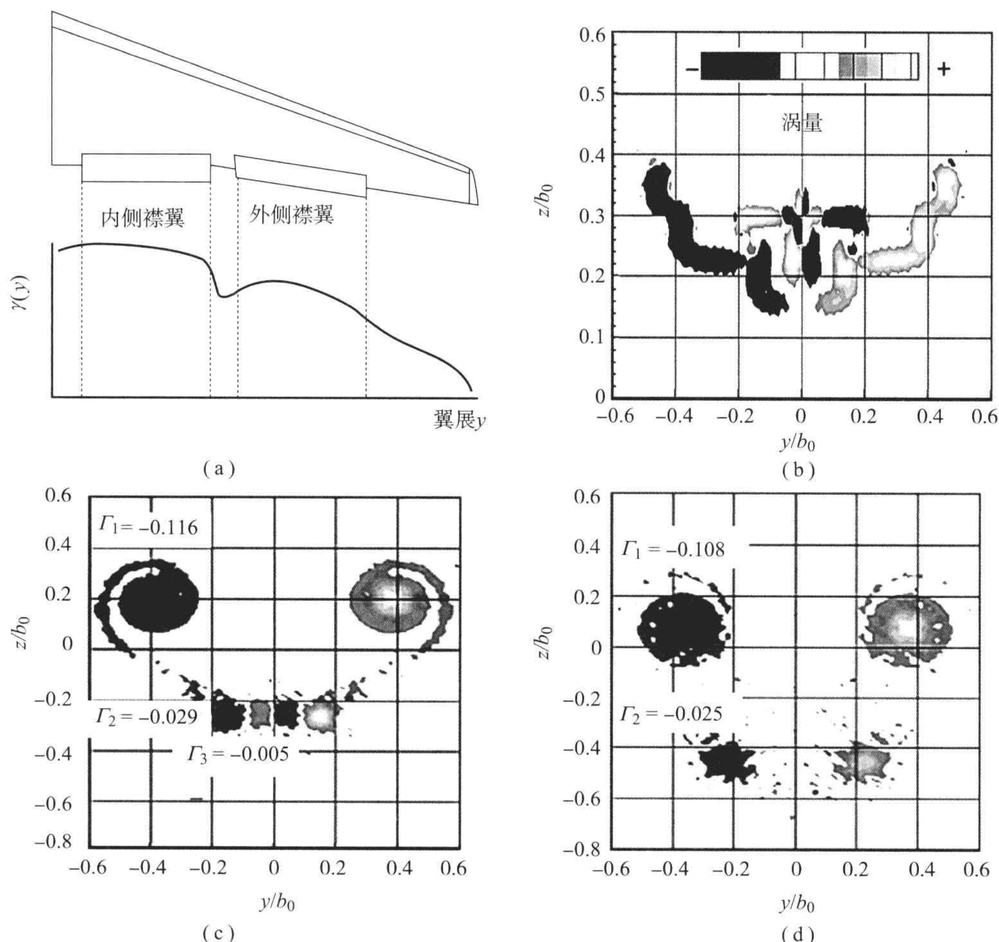


图 6

关于内侧型翼展载荷分布产生的四涡系统的近场尾涡风洞测试如图（a）所示［转载自 Crowder、Watzlavick 和 Krutckoff（1997）］。涡量测试处：(b)$x/b_0=0$，(c)$x/b_0=5.5$，(d)$x/b_0=10$。注意到（b）中，反向涡旋是由于水平尾翼和机身产生的。在 $x/b_0=5.5$ 处，得到涡通量 Γ_3［图（c）］。这些涡旋跨越中心面而相互抵消，在图（d）中并不存在。单个涡旋涡通量单位为 m^2/s。［转载自 Harris 等（2005）© Elsevier］

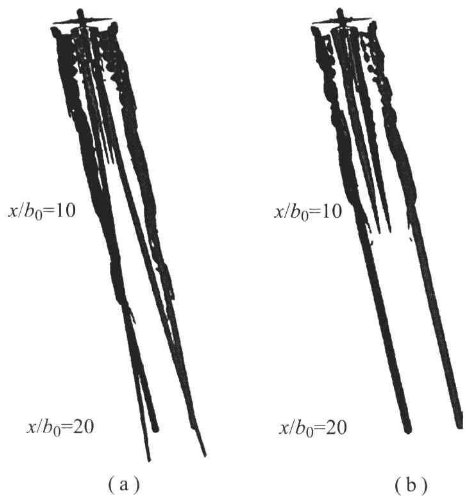


图 7　两种不同襟翼和向下的翼展负载计算得到的近场尾迹

（a）飞机后方 20 倍翼展处有襟翼涡和翼尖涡，相当于图 6 的情况；（b）只有翼尖涡［转载自 Czech 等（2004）© AIAA］

2.3　涡龄

通过 Γ_0 和 b 可以得到尾涡的特征时间，为 $t_0=b/W_0$，这里 $W_0=\Gamma_0/2\pi b$ 是根据毕奥-萨伐尔诱导速度得到的涡系下降速度，因此：

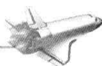
$$t_0=2\pi\frac{b^2}{\Gamma_0}\tag{13}$$

接下来我们将证明式（13）为描述涡旋耦合不稳定性的动态时间尺度。利用飞行器质量或升力系数，式（13）变为

$$t_0=2\pi s^3\frac{\rho U_0 b_0^3}{Mg}\tag{14a}$$

$$t_0=\frac{4\pi s^3 AR}{C_L}\frac{b_0}{U_0}\tag{14b}$$

根据这些关系可以看出，翼展载荷因数 s 对于尾迹动态时间有重要的影响。然而，这一参数很少制成表格，椭圆的值 $s=\pi/4$ 变得很有用。表 2 给出了



三种大型重型飞行器关于 t_0 的典型值。表 2 表明表 1 的间隔标准与动态时间 t_0 不太一致（3 到 5）。如图 2 所示，这正是尾迹发展到充分不稳定区域的时间间隔。如果令 $t=x/U_0$，那么量纲为 1 的时间为 $\bar{t}=t/t_0$，量纲为 1 的距离 $\bar{x}=x/b_0$ 为

$$\bar{x}=4\pi s^3 \frac{AR}{C_L}\bar{t} \tag{15}$$

利用 $s=\pi/4$，得到比例系数（$\pi^4 AR/16C_L$）。现代飞行器的设计会尽量避免这一因数发生较大变化：表 2 中的三个例子的因数都为 33。对于 $\bar{t}=3$，有 $\bar{x}=100$，这是低速流动区域中部尾迹距离的上限。

表 2　对于三种大型运输机的延时 $\bar{t}=t/t_0$ ($s=\pi/4$)

型号	着陆质量/kg	翼展/m	S_0/m²	AR	U_0 /(m·s⁻¹)	Γ_0 /(m²·s⁻¹)	C_L	t_0/s	延时 $\bar{t}=t/t_0$
A380-800	386 000	79.8	845	7.5	75	670	1.33	36	4.1/4.8
B747-400	295 745	64.4	541	7.7	80	595	1.39	27	3.4/4.3
A340-600	259 000	63.45	437	9.2	80	530	1.51	29	3.2/4.0

3　衰退机制

3.1　涡量输运方程

为了了解尾涡最终消散的机制，我们要研究上述参数的速率方程。实际上，涡量 $\boldsymbol{\omega}=\nabla\times\boldsymbol{u}$ 是一个基本量。关于涡量的方程可以由速度方程（N-S 方程）曲线得到。对于不可压缩流动，有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\boldsymbol{\omega}}{\partial t}+\underbrace{\nabla\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{u}}_{\text{传导}}=\underbrace{\underline{\underline{\boldsymbol{d}}}\cdot\boldsymbol{\omega}}_{\text{畸变}}+\underbrace{\nu\Delta\boldsymbol{\omega}}_{\text{扩散}} \tag{16}$$

这是不可压缩形式的亥姆霍兹方程。这里 $\underline{\underline{\boldsymbol{d}}}=\frac{1}{2}(\nabla\boldsymbol{u}+{}^t\nabla\boldsymbol{u})$ 为应变率张量（速度梯度的对称部分），∇ 为拉普拉斯算子，ν 为运动黏度。式（16）右侧的两项分别为流场畸变（流体质点的伸长/收缩）和黏性扩散引起的涡量变化。其中第一个量被称为“涡旋拉伸项”，是用三维动力学来刻画二维动力学。

3.2　二维衰退

当速度梯度与涡量相互正交时，式（16）中的拉伸项 $\underline{\underline{\boldsymbol{d}}}\cdot\boldsymbol{\omega}$ 为零。这点已在二维流场模型式（1）中得到验证，涡量 $\boldsymbol{\omega}=\omega\boldsymbol{e}_x$ 与产生速度变化的平面相垂直。这种情况下，可将式（16）简化为关于标量 ω 的传导-扩散方程：

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}+V\frac{\partial\omega}{\partial y}+W\frac{\partial\omega}{\partial z}=\nu\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial z^2}\right) \tag{17}$$

将 $t=x/U_0$ 代入，将时间的导数 $\partial\omega/\partial t$ 变为纵向输运项 $U_0\partial\omega/\partial x$。将方程（17）代入式（5）得到涡通量的速率方程。对时间求导并利用连续性方程 $\partial V/\partial y+\partial W/\partial z=0$，同时结合边界条件 $\omega(z\to\pm\infty)=\omega(y\to\infty)=0$，得到

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma_0}{\mathrm{d}t}=-\nu\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\omega}{\partial y}(y=0)\mathrm{d}z \tag{18}$$

这个方程表明，通量的减小只能通过涡旋穿过中面 $y=0$ 时的黏性扩散实现。

单个涡旋的扩散可以通过扩散半径式（8）来考察。与得到方程（18）的过程相同，由式（17）和式（8）得到

$$\frac{\mathrm{d}(\Gamma_0 a_0^2)}{\mathrm{d}t}=-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}(z-z_c)W^2(y=0)\mathrm{d}z-4\nu\Gamma_0 \tag{19}$$

如果流动关于水平轴 $z=z_c$ 对称，那么上式右边第一项为零。当尾迹退化为涡对时这一点成立，正如图 4 中的截面 A。由此，式（19）积分得到

$$a_0^2(t)=a_0^2(t_0)+4\nu(t-t_0) \tag{20}$$

所以涡核只能通过黏性而增加。根据方程（18），涡心距离中面 $b/2$ 处的 ω 开始扩散涡时，通量衰减。这一时间为 $\tau_\nu=b^2/4\nu$，比动态时间 t_0 要长 $Re/8\pi$，这里 $Re=\Gamma_0/\nu$ 为流动的特征雷诺数。对于飞行器来说，Re 的值一般为几万，如果流动保持二维和层流状态，那么涡旋就不会松弛。

3.3　湍流的影响

大气中的湍流也存在大量的涡旋，它使飞行器尾涡迅速地变化。然而，为什么在平静的环境流动中，涡旋是如此的持久稳固，为什么它不会产生内部湍流动量输运，就像直线自由剪切流那样？为

此，我们回顾图 2，思考在这些流动序列中涡旋持久稳固的程度。这些涡旋中升力存储的能量需要很长时间才能消散，而且湍流很弱甚至不存在（这幅图中，即使在涡旋交汇后的涡环区域这一点也成立）。流动消散的阻力引起了人们极大的兴趣。

正如 Ash 和 Khorrami（1995）以及 Jacquin（2005）所述，涡旋对湍流扩散的抵抗是由于流动旋转加强了扰动的稳定性。人们认为，涡旋流动模型的线性特性、DNS 和实验的结果是产生稳定效应的基本机制，这是数值计算和流动建模的关键问题（Zeman，1995）。

因此，人们会想涡流极限为什么不会超出层流极限（18）和（20）。出人意料的是，答案是否定的：方程和数值模拟都表明，只要满足准平行流条件$\partial/\partial x \leqslant \partial/\partial y \sim \partial/\partial z$，无论包含怎样的湍流脉动，涡旋的传播都不会比层流快（Govindaraju 和 Saffman，1971；Uberoi，1979）。即使轴向速度U有微小的变化，这一点也成立（Ragab 和 Sreedhar，1995；Jacquin 和 Pantano，2002）。

3.4　三维衰退机制

众所周知，飞行器尾迹是产生升力的结果，因此，要想消除涡旋是不可能的，只可能减小尾涡强度。我们希望只有大规模的三维不稳定性能实现这一目标，并引起快速的尾涡消散和湍流耗散，下面将解释其工作机制。

3.4.1　协同不稳定性

因为孤立的涡旋本质上是层流，它们相互作用时就会变得不稳定。基本的不稳定机制是由另一个涡旋引起的变形。我们将通过一对反向旋转的涡线的例子详细讨论“协同不稳定性”的物理原因（一对涡线相当于限定$a/b \leqslant 1$）。

我们按照 Saffman（1992）的步骤进行分析。以毕奥-萨伐尔定律为出发点，规定在二维平面极限处，$\boldsymbol{e}_x$方向x_0处通量为Γ的直线涡线，在$\boldsymbol{x}$点的诱导速度为

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})=\frac{\Gamma}{2\pi}\frac{\boldsymbol{e}_x\times(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0|^2} \tag{21}$$

考虑图 4 中A截面的涡对，坐标系与右舷涡固连。$\boldsymbol{x}_0=[-b,\ z_c]$处，通量为$-\Gamma_0$的左舷涡诱导的涡旋下降速度为$\boldsymbol{W}_0=[0,\ -\Gamma_0/2\pi b]$。在动系中未扰动的涡旋是稳定的。左舷涡在$\boldsymbol{x}=[y,\ z]$处的诱导速度可以由式（21）得到，$\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0=[b+y,\ z]$，$\boldsymbol{e}_x\times(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0)=[-z,\ b+y]$，$|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0|^2=b^2[1+2y/b+(r/b)^2]$，这里$r^2=y^2+z^2$。利用$r/b\leqslant 1$线性化，系统有如下形式：

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{W}_0=\dot{\boldsymbol{x}}=\mathbf{d}\boldsymbol{x} \tag{22}$$

这里圆点表示对时间求导。应变率张量为

$$\mathbf{d}=\begin{bmatrix}0 & \varepsilon\\ \varepsilon & 0\end{bmatrix},\quad \varepsilon=\frac{\Gamma_0}{2\pi b^2} \tag{23}$$

如图 8(a) 所示，式（23）相当于与水平轴夹角$\theta=45°$时的无旋应变率。式（22）、式（23）的解为与伸缩轴对齐的双曲线轨道。在这样的流动中，右舷线沿伸长轴的任何微小横向位移都会被指数放大，如$e^{\varepsilon t}$。外界湍流和飞行器都产生扰动，式（16）中的涡旋伸展项$\mathbf{d}\cdot\omega$开始起作用，这导致了涡旋动力学的改变。将式（23）代入式（16）得到横向涡旋扰动的指数型扩增。由于对称性，左舷涡受到同样的影响。在动态时间尺度$t_0=\varepsilon^{-1}$时，开始发生涡旋失稳。

如果这个伸展机制是唯一的，那么所有波长的波都会被相同地放大。但很明显，情况并不是这样：图 2 表明会优先选择一个长度。这是由于第二种机制，即自诱导旋转造成的，它趋向于使流动稳定。如图 8(b) 所示，变形涡产生自诱导旋转可能会使其不受伸展的影响。考虑相邻的正弦型涡段的毕奥-萨伐尔诱导速度，容易得到自诱导旋转与图 8(b)中所示的涡旋相反。自诱导涡旋转角速度ω_s取决于波长λ。在三维基础上，有$\omega_s\sim\Gamma_0/2\pi\lambda^2$。$\lambda$的减小会导致波纹状涡段长度的减小，这使得诱导速度增加，因此ω_s增加。ω_s有不同的表达形式，更简洁的形式来源于描述涡旋不同振荡模式（开尔文波）的频散关系的解析度（Saffman，1992）。当λ变小时，要引入涡半径并调整扩展度，这里我们不讨论其调整的详细内容。通过两种机制，即应变和自诱导的叠加，式（22）中的$\mathbf{d}$变为

$$\mathbf{d}=\begin{bmatrix}0 & \varepsilon+\omega_s\\ \varepsilon-\omega_s & 0\end{bmatrix},\quad \varepsilon=\frac{\Gamma_0}{2\pi b^2},\quad \omega_s=\frac{\Gamma_0}{2\pi\lambda^2} \tag{24}$$

当且仅当应变主导自旋转时，流动才保持不稳定，即保持不同的轨迹，如图 8(a) 所示。条件$\varepsilon>\omega_s$，确定了临界波长λ_c，小于这一波长，流动由于自旋转而保持稳定，长波也同样如此。从式（22）到式（24），与水平方向的角度$\Theta=\arctan\sqrt{(\varepsilon+\omega_s)/(\varepsilon-\omega_s)}$时更倾向于发生伸展。扰动放大因子$e^{\sigma t}$，同时放大率$\sigma=\sqrt{\varepsilon^2-\omega_s^2}$。



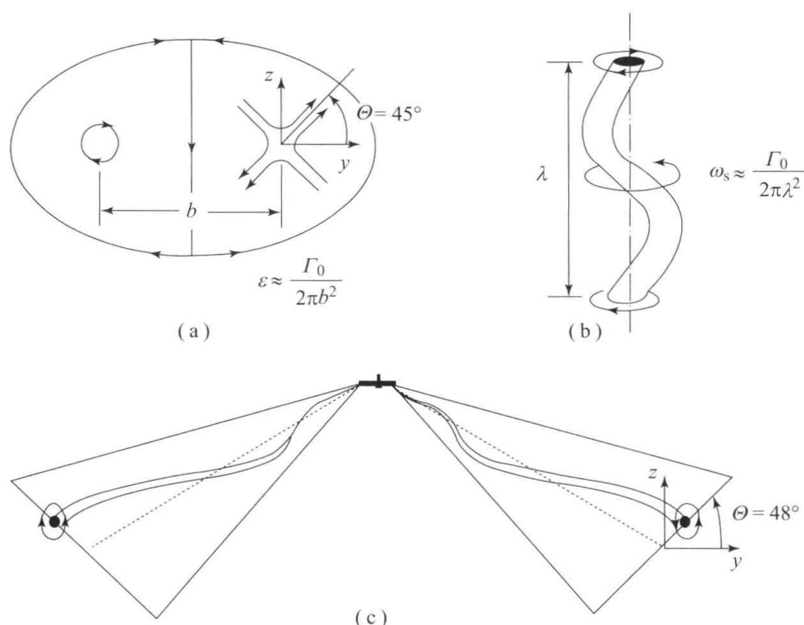


图 8　一对反向旋转涡旋中长波的协同不稳定性

(a) 伸展；(b) 自旋转；(c) 被放大的扰动的典型形状

若要进行完整的分析，还需要说明受到影响后涡旋的变形，这需要引入 **d** 中最后一个元素，这里不做介绍（参考 Crow，1970；Saffman，1992）。通过完整的分析证明，只有对称扰动［图 8（c）］是不稳定的，而且会选择最大化的波长 $\lambda_{\max}$。对于 $a/b=0.1089$，Crow 得出 $\lambda_{\max}\approx 8.3b$ 且 $\sigma_{\max}\approx 0.83\varepsilon$（这里考虑涡心半径为 a 的恒定涡旋）。这些是克劳稳定的已知参数。涡心半径 a 只有轻微的影响。我们得到了与 $a/b=0.01$ 到 $a/b=0.3$ 对应的 $\lambda_{\max}/b\approx 11$，$\sigma_{\max}/\varepsilon\approx 0.87$ 到 $\lambda_{\max}/b\approx 6$，$\sigma_{\max}/\varepsilon\approx 0.79$ 的变化情况（Fabre，2002）。在所有情况下，伸展角保持在 48°左右（$\Theta\approx 48°$），与 $\pi/4$ 相差不大。这证明了长波协同不稳定性确实主要由伸展决定。

3.4.2　四涡系统长波不稳定性

在多极尾迹中存在不同形式的涡线不稳定，如图 5～图 7 所示，人们利用由上述方法总结出的涡线法对稳定性进行了研究（Crouch，1997；Fabret 和 Jacquin，2000；Fabre、Jacquin 和 Loof，2002）。基本的物理成分保持不变，但必须考虑线性化的毕奥-萨伐尔诱导方程，尾迹下降时半平面内相互盘旋的基本涡流随时间变化。线性分析表明，这种情况下，连同以几何形式增长的不稳定性，涡系还可能受到瞬态增长机制的影响，这会扩大瞬时的扰动，比不稳定性的增幅还要大。瞬态增长源于控制扰动演化的线性变换的非常态性（Schmid 和 Henningson，2002）。不稳定性和瞬态增长导致了不同涡旋的重新连接，这比二涡系统克劳不稳定性产生的连接距离更近（因数减小值至少为 2）。图 9 和表 3 展示了三种不同的情况。

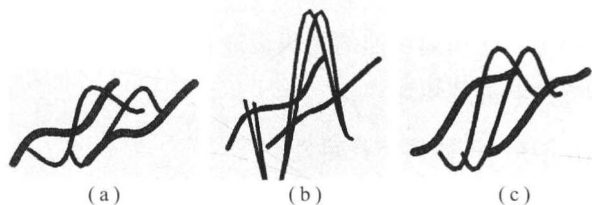


图 9　表 3 中四涡系统一个旋转周期内长波的扰动放大

（同样见图 5）

对于（a）、（b）和（c），初始扰动振幅 $\|x\|(t=0)$ 分别设为 $5\times 10^{-2}b_1$、$10^{-2}b_1$ 和 $10^{-2}b_1$。（b）与图 6（d）和图 7（a）的情况相近。

如我们之前看到的，看似很小的初始涡量分布的改变会导致中场涡系明显不同，这为不同的主动消涡系统提供了设计空间（不同的设计方式见参考文献）。改进这种机制的机翼设计和主动控制程序，是最具前景的消除尾迹危害的方法。

3.4.3　短波不稳定性

Moore 和 Saffman（1972）以及 Tsai 和 Widnall（1976）发现，短波限定中，如果受扰涡旋的波长 λ 与涡核半径 a 相等，同样会存在不稳定

性。为了描述这一现象需要对开尔文波进行详细

表 3　有瞬态增长的四涡系统（4VS）的线性分析

	$\frac{b_2}{b_1}$	$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}$	$\frac{T}{t_0}$	$\frac{\lambda}{b}$	$G_{1,4VS}(T)$	$G_{Crow}(T)$	增益比
Crouch（1997）	0.5	0.5	~0.6	9	~5	1.6	~3
Crouch（2005）	0.128	0.2	~2.7	7.85	~28	8.7	~3.5
Fabre、Jacquin 和 Loof（2002）	0.3	−0.3	~0.5	7.85	~20	1.5	~13

注：$G_{1,4VS}(T)$ 为施加于外部涡对的任意幅值的初始扰动在内涡绕外涡经过一个旋转周期（T）之后的增幅。这一增幅为 $G_{Crow}(T)=e^{0.8T/t_0}$，相当于拥有相同通量 Γ_0 和间隔 b 的二涡系统的克劳不稳定性增幅。表的最后一列是评估效益的增益比。

研究。不稳定性同样受相邻涡旋造成的应变的影响（见 3.4.1 节），这意味着扰动的增长率 ε 与长波中的相同。这一不稳定性是两涡合并的关键机制（Meunier、Le Dizès 和 Leweke，2005）。

4　涡流检测

陆基相干多普勒激光雷达（CDL）被用于探测和描述真实条件下的飞行器涡流（Constant 等，1994）。多普勒激光雷达向大气中发射光束并接收由烟雾和粉尘反射的信号［图 10（a）］。发射和接收信号之间的多普勒频移是气体速度的度量，气体在沿激光光束的方向上包含反射物。因此，CDL 是测量风速、大气湍流以及探测和研究飞行器尾涡的有力手段。现在有两种 CDL：连续波和脉冲波，前者可以进行短距测量（300 m）并能得到非常精细的尾迹图像［图 10（b）］。脉冲激光雷达可以进行长距测量（400 m～2 km），但是位置和速度精度不如连续波。这一点可以通过特定尾涡的信号处理改进（Köpp、Rahm 和 Smalikho，2004），这两种方法已被成功地用于尾涡特性测量（Köpp、Rahm 和 Smalikho，2004）。

尽管根据式（5），涡核外部任意半径的通量都可以利用激光雷达扫描的数据评估，但是仍无法区分涡旋诱导速度和周围环境流场，因此需要过滤掉速度很高的旋涡核心的周围环境的扰动。对于给定半径范围内的数据，其空间平均值能够降低离散度（Holzäpfel 等，2003）。根据这些，激光雷达估测的通量为

$$\Gamma_{雷达}=\frac{1}{\Delta r}\int_{r_{min}}^{r_{max}}\Gamma(r)\mathrm{d}r \tag{25}$$

式中，$\Delta r=r_{max}-r_{min}$，且

$$\Gamma(r)=2\pi rV(r) \tag{26}$$

在中场区域，$\Gamma(r=b/2)=\Gamma_0$。对飞行器平均涡旋有 $r_{min}=0.1b$，$r_{max}=0.2b-0.3b$。图 10（c）描述了这一过程（$r_{max}=0.3b$），其中涡旋切向速度由 Lamb-Oseen 定律得到：

$$\frac{V(r)}{\Gamma_0/(2\pi b)}=\frac{1}{r/b}\left[1-e^{-(r/b)^2/(a/b)^2}\right] \tag{27}$$

这一定律提出了可接受的平均涡旋。图 10（c）相当于$a=a_0=0.1b$ 的情况，这对于中尾迹区是合理的选择。

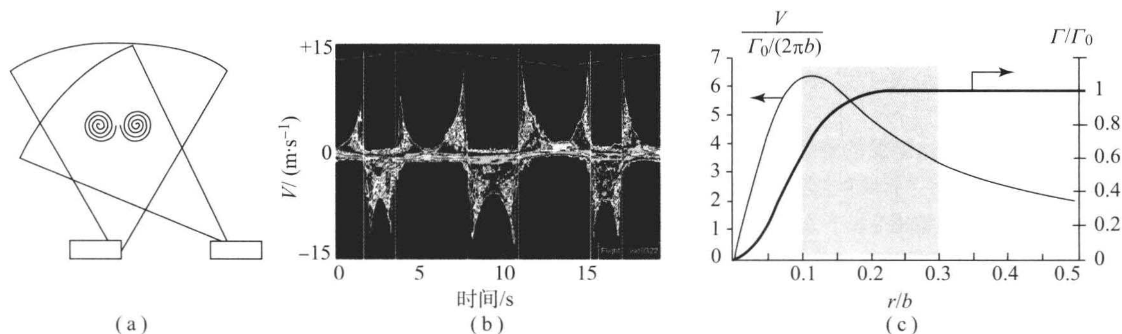


图 10　由激光雷达测量和描述涡旋

（a）激光雷达扫描尾迹；（b）连续波激光雷达测速实例［转载自 Harris 等（2000）］；（c）平均区域（阴影）为 Lamb-Oseen 涡旋提供了 $\Gamma_{雷达}$，并且扩散半径为 $a=0.1b$

图 11（a）显示了空客 A340 基线配置的尾迹测量结果（Köpp、Rahm 和 Smalikho，2004）。随时间的增加，离散度阐明了流动的随机性，在大于 $t/t_0=3$ 的远场区域，情况更是如此。这些不确定



性的主要原因是物理原因，其首要因素是飞机飞行时当地天气条件的变化。图 11（b）展示了在三种不同的大气湍流下的平均结果。湍流分类是基于湍流耗散率ε，并利用涡旋间隔长度 b 和下降速度 $W_0=2\pi\Gamma_0/b$ 进行标准化：$\bar{\varepsilon}=(\varepsilon b)^{1/3}/W_0$。然而，图 11（a）中数据的分散也是由于涡旋的三维解体，在涡旋交汇后的远场尾迹区域占主导地位。如果雷达观测平面从中部切割涡环或穿过无通量交汇区域（图 2），都会引起通量的大幅变化（实际上是在 $\Gamma_0\approx0$）。

在未来的空中交通管理系统中，尾涡控制器将引起人们的兴趣，我们需要根据天气和尾迹监测来制定时间间隔。为了模拟尾迹，我们必须考虑到上述现象复杂的确定性和概率（Gerz 等，2005）。

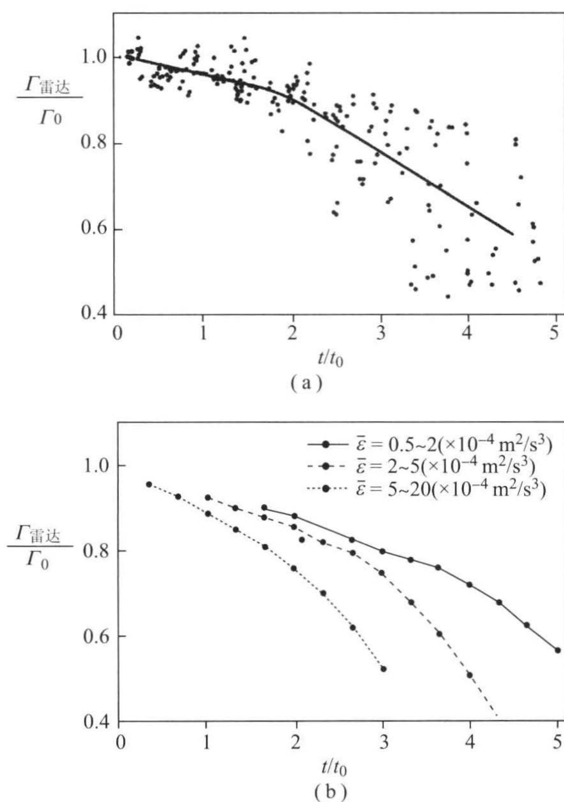


图 11 由雷达测量的旋涡衰退

（a）在不同大气湍流条件下测试的空客 A340 基线配置（实线为平均值）；（b）不同大气湍流等级下 A340 配置的平均尾迹衰退［经 de Bruin 和 Schrauf（2007）的允许转载（国家航空航天实验室 NLR）］

5 结论和展望

这一章介绍了飞行器尾涡的主要问题。从流体力学基本方程入手，逐渐向涡旋动力学深入，跨越了经典稳定流动建模的限制。在研究了单独涡旋的稳定性之后，我们将重点放在导致涡旋相互作用并最终消散的不稳定机制上，并对这一重要的物理机制进行了描述，同时针对典型的例子进行了分析。

现今，为了提高空中旅行的安全性和机场效率，研究飞行器尾涡是非常重要的任务，同时它也是世界范围内研究的目标。人们将大部分精力投入到空中交通管制的技术开发中，现在迫切地需要改进检测工具并修正预测模型。这并不意味着上述的流动物理学就已经足够了（没有物理知识的进步，我们就不能期待预测工具和测量工具的进步）。对诸如涡旋交汇、涡旋弯曲、涡旋瞬态增长、涡旋不稳定性和涡旋湍流抑制等机制的理解是近期才取得的进步，也就是说，还有很大的进步空间。从根本上说，物理学并不排除升力涡的缓和。另一方面，基本结果的实际适用性经常会超出物理预计的标准。例如，在 3.4.2 节中讲到的，通过机翼设计和频繁受迫的方式控制尾涡，尽管波音公司为利用此原理设计的系统申请了专利，但距离将其引入飞机的制造还有很长的路。然而，航空航天业越来越多地意识到飞机对环境和能源的潜在影响，这类研究对于航空业取得突破是必不可少的。因此在这个背景下，就必须追求和支持重点课题，例如预测和控制升力涡的发展，以及关于飞行器凝结尾迹的形成和持续的研究。

参考文献

Ash, R. L. and Khorrami, M. R. (1995) Vortex stability, in *Fluid Vortices*, *Fluid Mechanics and its Applications*, vol. 30 (ed. S. I. Green), Kluwer Academic Publishers, pp. 317 - 372.

Constant, G., Foord, R., Forrester, P. A. and Vaughan, J. M. (1994) Coherent laser radar and the problem of aircraft wake vortices. *J. Mod. Opt.*, 41, 2153 - 2173.

Crouch, J. D. (2005) Airplane trailing vortices and their control. *C. R. Physique*, 6(4 - 5), 487 - 499.

Crouch, J. D. (1997) Instability and transient growth for two trailing vortex pairs. *J. Fluid Mech.*, 350, 311 - 330.

Crow, S. C. (1970) Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA J.*, 8 (12), 2172 - 2179.

Crowder, J. P., Watzlavick, R. L. and Krutckoff, T. K. (1997) *Airplane Flow-Field Measurements*, *AIAA/SAE World Aviation Congress*, vol. 8, pp. 1 - 9.

Czech, M., Miller, G. D., Crouch, J. and Strelets, M. (2004) Nearfield evolution of trailing vortices behind air-

craft with flaps deployed. AIAA Paper No. 2004 - 2149.

Czech, M., Miller, G. D., Crouch, J. and Strelets, M. (2005) Predicting the near-field evolution of airplane trailing vortices. *C. R. Physique*, 6, 451 - 466.

de Bruin, A. C. and Schrauf, G. (2007) Wake Vortex Results From the AWIATOR Project, Report NLR-TP-2007-527, August 2007, and *CEAS Symposium*, Berlin (Germany), 10-13 September 2007.

Donaldson, C. P. and Bilanin, A. J. (1975) Vortex wakes of conventional aircraft, AGAR Dograph no. 204.

Fabre, D. and Jacquin, L. (2000) Stability of a four vortex aircraft wake model, *Phys. Fluids*, 12 (10), 4238 - 4243.

Fabre, D., Jacquin, L. and Loof, A. (2002) Optimal perturbations in a four-vortex aircraft wake in counter-rotating configuration. *J. Fluid Mech.*, 451, 319 - 328.

Fabre, D. (2002) Instabilités et instationnarités dans les tourbillons-Application aux sillages d' avions, Thèse de Doctorat, Université Paris 6, Janvier.

Gerz, T., Holzäpfel, F., Bryant, W., Köpp, F., Frech, M., Tafferner, A. and Winckelmans, G. (2005) Research towards a wake-vortex advisory system for optimal aircraft spacing. *C. R. Physique*, 6, 501 - 523.

Govindaraju, P. and Saffman, P. G. (1971) Flowin a turbulent trailing vortex. *Phys. Fluids*, 14 (10), 2074-2080.

Harris, M., Vaughan, J. M., Huenecke, K. and Huenecke, C. (2000) Aircraft wake vortices: a comparison of wind tunnel data with filed trial measurements by laser radar. Aerosp. Sci. Technol., 4, 363 - 370.

Holzäpfel, F., Gerz, T., Köpp, F., Stumpf, E., Harris, M., Young, RI. and Dolfi-Bouteyre, A. (2003) Strategies for circulation evaluation of aircraftwake vortices measured by lidar. J. Atmos. Oceanic Tech., 20 (8), 1183 - 1195.

Jacquin, L. (2005) On trailing vortices: a short review. Int. J. Heat Fluid Flows, 26, 843 - 854.

Jacquin, L. and Pantano C. (2002) On the persistence of trailing vortices. J. Fluid Mech., 471, 159 - 168.

Jacquin, L., Fabre, D., Geffroy, P. and Coustols, E. (2001) The properties of a transport aircraftwake in the extended near-field, AIAA paper No. 2001 - 1038.

Köpp, F., Rahm, S. and Smalikho, I. (2004) Characterization of aircraft wake vortices by 2-m pulsed Doppler Lidar. J. Atmos. Oceanic Technol., 21, 194 - 206.

Köpp, F., Rahm, S., Smalikho, I., Dolfi, A., Cariou, J-P. and Harris, M. (2005) Comparison of wake-vortex parameters measured by pulsed and continuous wave lidars. J. Aircraft, 42 (4), 916 - 923.

Meunier, P., Le Dizès, S. and Leweke, T. (2005) The physics of vortex merging. C. R. Physique, 6, 431 - 450.

Moore, D. W. and Saffman, P. G. (1972) Motion of a vortex filament with axial flow. Proc. R. Soc. Lond., Ser. A272, 403 - 429.

Prandtl, L. (1919) Tragflugetheorie II. Mitteilungen, Nachrichten, Ges. Wiss. Gottingen, Math-Phys. Kl., pp. 151 - 177.

Ragab, S. and Sreedhar, M. (1995) A Numerical simulations of vortices with axial velocity deficits. Phys. Fluids, 7, 549 - 558.

Saffman, P. G. (1992) Vortex Dynamics, Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, Cambridge University Press.

Schmid, P. J. and Henningson, D. S. (2002) Stability and transition in shear flows. Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag Series, 142.

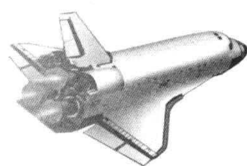
Tsai, C. Y. and Widnall, S. E. (1976) The instability of short waves on a straight vortex filament in a weak externally imposed strain field. J. Fluid Mech., 73, 721 - 733.

Uberoi, M. S. (1979) Mechanisms of decay of laminar and turbulent vortices. J. Fluid Mech., 90, 241 - 253.

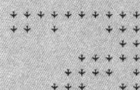
Werlé, H. (1982) Flow visualisation techniques for the study of high incidence aerodynamics, AGARD -VKI Lecture Series 121.

Zeman, O. (1995) The persistence of trailing vortices: a modeling study. Phys. Fluids, 7, 135 - 143.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）



第4部分



可压缩流动

——亚声速到超声速

第 21 章

可压缩流动简介

Dimitris Drikakis
克兰菲尔德大学航空航天科学系，克兰菲尔德，英国

1 可压缩物质状态和流动分区

在分子物理学中，物质是做一定运动的分子的集合体，由于分子间作用力，物质通常保持聚合的状态。在固体中，空间中的原子/分子相对位置固定，热能会引起振动但不会改变位置。液体中的原子和分子没有固定的位置，但由于内聚力，也保持聚合的形态。气体原子做随机运动，容易随温度和压强的变化而压缩或扩张，因此气体密度也会变化。

气体粒子（分子和原子）之间的距离比液体更大，内聚力可以忽略。当粒子流动遇到障碍物或者障碍物穿过流体介质时，距离物体最近的粒子会改变运动方向（图 1）。周围的粒子也会因分子间作用力而偏移。扰动在粒子间传播的速度称为声速。在不可压缩流动中，接近障碍物时，粒子间距保持不变；而在可压缩流动中，粒子会相互靠近。

在空气动力学和气体动力学中，气体速度 u 与声速 a 的比值称为马赫数（$M=u/a$）。当密度变化很小时（马赫数低于 0.3），流动被认为是不可压缩的。

根据马赫数不同，可将流动分为不同的区域（图 2）。在航空学中，马赫数在 0.7～1.2 称为跨声速区。如果障碍物和流体质点的相对速度与声速相同，那么在前缘，流体质点会相互碰撞并积累到一定程度而产生“速度障碍”。这可以被想象为一面“墙”，由速度较慢的高浓度质点组成。在空气动力学中，这一流动区域被称为激波，产生激波的速度被称为声障。激波处相应的当地马赫数为 1。在马赫数不同的区域，扰动的传播如图 3 所示。类似于将鹅卵石扔进平静的池塘，水波（扰动）自接触点产生并呈放射状传播。这与流场中存在障碍物的情况相同。

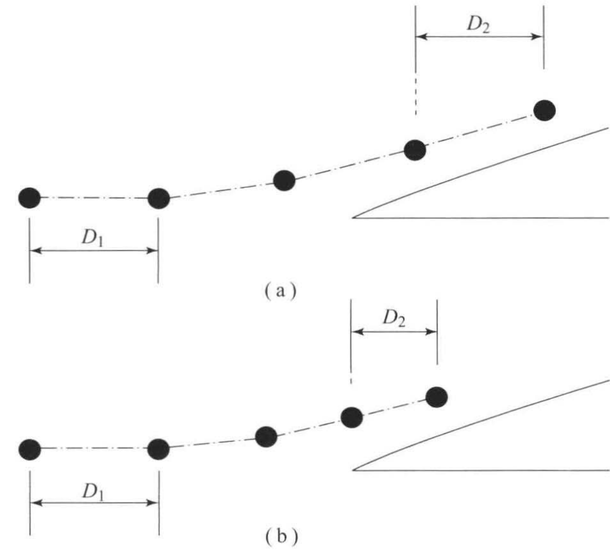


图 1 质点绕障碍物的运动

(a) 不可压缩流动；(b) 可压缩流动

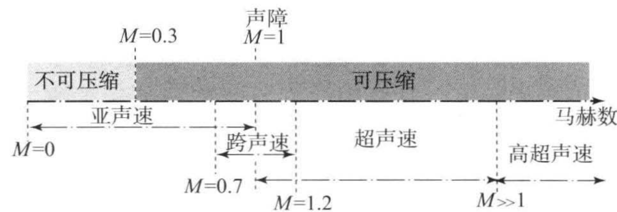


图 2 可压缩流动分区

当比值超过 $M=1$ 时产生新的流动区域，被称为超声速流动和高超声速流动。超声速流动和高超声速流动的区域并没有严格的划分，通常当 $M\gg1$



时认为是高超声速流动。超声速流动和高超声速流动都存在激波。激波的影响表现为：穿越激波速度降低，但压强和温度升高。

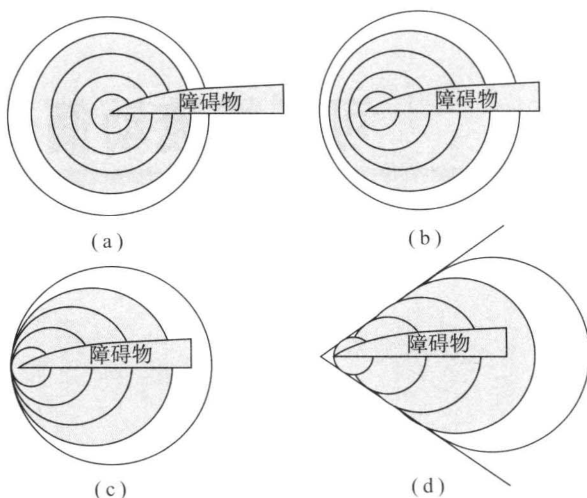


图 3　扰动传播与激波形成

(a) 亚声速不可压缩流动；(b) 亚声速可压缩流动；(c) 低马赫数跨声速流动；(d) 超声速流动

在高超声速区域，随着马赫数继续增加，熵梯度和激波后的密度也会增加，会产生熵层和薄激波层。在高马赫数时，流体质点有非常大的动能，部分动能由于黏性效应转化为内能，因而温度升高。对于边界层而言，密度下降，边界层厚度增加。最终，随着马赫数的增加，强激波会产生非常高的温度和压强，因而导致化学反应（分子离解和电离）、对流和辐射加热。

2　基本的可压缩流动

通过引入热力学和流体力学的基本假设，可压缩流动的研究可以被简化。一个通用的假设就是绝热流动[1]，即气体介质没有热交换。

可压缩流动可简化为等熵流动，流动绝热且可逆。可逆过程中没有能量耗散（损失）。等熵条件是一种理想条件，要求忽略摩擦和湍流效应。

另一种被广泛应用的可压缩流动为无黏流动，即忽略黏性效应。通常在涉及理想附着薄边界层的高雷诺数流动中引入这一假设，同时考虑边界层内部黏性效应的重要影响。如果流动保持附着，那么无黏流动模型就能够被用于预测压力分布，并有合理的精度。例如，小攻角机翼绕流中，不会出现流动分离。尽管实际的流动都是具有黏性的，但无黏假设可以被用于航空几何学初步的设计与研究之中。

在障碍物的高速绕流中，会出现膨胀波和激波。当几何形状压缩或扩展时，会分别出现激波和膨胀波。流动通过斜坡时产生的激波和膨胀波如图 4 所示。高速流动接近扩张角时会产生膨胀扇，是膨胀波的集合。紧接着，流动在第二个角处收缩并产生激波。如果斜坡上有足够大的逆压梯度，流动会在第二个角处发生分离，这将会导致一种新的流动特性的产生，包括激波/边界层相互作用和在分离区域复杂的激波结构，如 λ 波，在这种情况下，激波分裂为三激波结构，像希腊字母 λ。

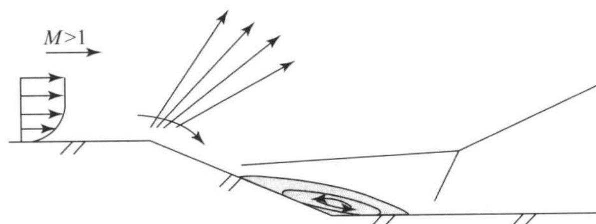


图 4　激波和膨胀波示意图以及出现流动分离的激波/边界层

激波和膨胀扇最主要的区别在于对流动变量的影响。当障碍物周围产生激波时，下游速度减小，温度压强增大。如果形成膨胀扇，则会导致速度增加而温度和压强减小。膨胀扇是占据一定流动区域的一系列膨胀波的集合，激波是厚度相对较小的波。激波出现的过程是不可逆且不等熵的，因此导致激波下游总压下降而熵增加，而膨胀扇的产生是等熵过程。

正激波与流动方向垂直，斜激波与流动成一定角度。通常，正激波强于斜激波，这是因为正激波会造成流速较大的衰减（亚声速流动）。超声速和高超声速流动中，钝头体之前形成的激波被称为弓形激波（图 5）。超声速和高超声速流动在激波后变为亚声速和超声速流动，这取决于来流马赫数、较大的滞止压力和滞止温度。

在已有的可压缩流动中，喷管流动是非常基础的例子。本书中讲述了喷管流动的动力学特性，且这一流动在实际中有大量的应用，包括火箭和航空发动机。火箭和喷气发动机利用喷管加速推进剂反应产生的高温气体来获得升力。由此产生等大反向的作用力，使火箭朝着与推力相反的方向前进。其中有大量的参数会影响发动机的推力性能，包括质量流率、出口速度以及压强。这些变量取决于火箭运行条件与设计，例如大气条件和喷管的几何特性。

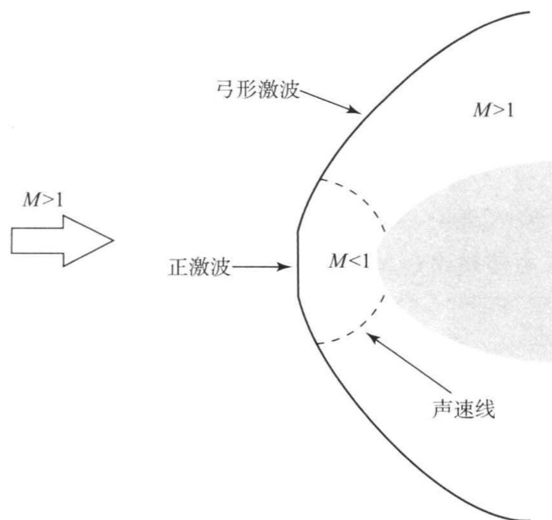


图5　钝头体前的弓形激波

喷管通常由形状独特的管道组成，拥有典型的收缩-扩张截面，通常被称为收缩-扩张（C-D）喷管[2]。喷管截面最小处被称为喉部。喉部面积有独特的设计，对于给定的压强比，此处有最大的质量流率。当达到最大的质量流量时，流动产生壅塞。在适当的条件下，喉部马赫数可以达到1。喉部下游，流动等熵膨胀为超声速流动。流动在什么位置变为超声速取决于出口到喉部的膨胀率。流动膨胀导致静压和静温逐渐减小。除了出口到喉部的膨胀率，出口温度和压强还取决于管外自由流气体性质。例如，当自由流压强低于喉部压强，流动加速，而流动加速的程度取决于喉部压强与自由流压强之比，同时也决定了出口流速。实际上，喷管产生的推力取决于出口速度、压强和通过喷管的质量流量。流动通过C-D喷管的不同情况如图6所示。

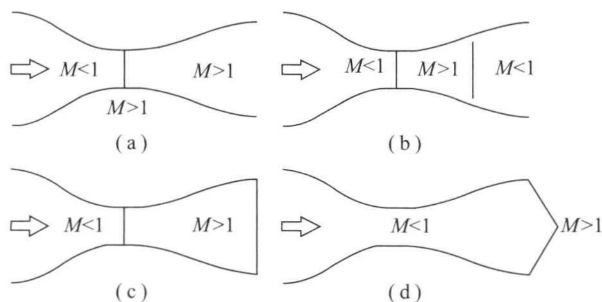


图6　收缩-扩张喷管流动情况：喷管喉部的竖线为声速线，在扩张管段的线条表示激波

对于非常高的马赫数，如高超声速流动区域，另一个非常重要的参数是量纲为1的分子平均自由程（分子连续碰撞的平均距离），用λ表示，对应的特征长度为L。这个比值被称为克努森数，$Kn=\lambda/L$。

空气在标准海平面状态为$\lambda=2.176\times10^{-7}$ ft，这个距离非常小，空气可以被认为是连续的。然而，在海拔342 000 ft，空气密度很低，平均自由程较大，$\lambda=1$ ft。在低密度流动条件下，连续介质假设不再成立，飞行器空气动力学必须采用分子运动论的概念来处理。

连续介质假设，即N-S方程（见第3节），在$Kn<0.1\sim0.2$时成立。$Kn>0.03$时要考虑速度滑移效应（Anderson，1989）。因为克努森数取决于物体的特征长度L，那么连续流动对应的海拔将随特征长度的升高或降低而变化。

此外，如果特征长度被定义为距前缘的距离，克努森数在前缘处会较大，因而这一区域始终受到低密度效应的影响。在许多实际的航空应用中，这一区域被认为很小，因此低密度效应可忽略。

3　控制方程

可压缩N-S方程是可压缩流动的控制方程，包括连续性方程、动量方程和能量方程。连续性方程表明质量既不能被创造，也不能被破坏。根据欧拉描述，微分形式的连续性方程为

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})=0 \tag{1}$$

式中，ρ为密度；$\boldsymbol{u}$为速度矢量；t为时间。

微分形式的动量方程为

$$\frac{\partial(\rho\boldsymbol{u})}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u})=-\nabla p+\boldsymbol{F}_{\mathrm{V}}+\mathrm{div}\boldsymbol{T} \tag{2}$$

式中，$\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u}$为二阶张量；$p$为压力；$\boldsymbol{T}\equiv\tau_{ij}$为黏性应力张量；$\boldsymbol{F}_{\mathrm{V}}$是体力的矢量形式。体力可能为惯性力、引力或电磁力。忽略黏性应力张量可以得到无黏方程（欧拉方程），写为

$$\frac{\partial(\rho\boldsymbol{u})}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u})=-\nabla p+\boldsymbol{F}_{\mathrm{V}} \tag{3}$$

描述可压缩流动的另一个基本方程是能量方程。在本质上为热力学方程，与平衡状态方程直接相关。由热力学第一定律给出的能量守恒方程如下：

$$\mathrm{d}e=p\mathrm{d}\nu+T\mathrm{d}S \tag{4}$$

式中，e为单位质量的内能，$\nu=1/\rho$为比体积，T为温度，S为熵。欧拉形式的能量方程为

$$\frac{\partial\rho E}{\partial t}+\nabla\cdot(\boldsymbol{u}\rho E+p\boldsymbol{u})=\nabla\cdot q+\nabla\cdot(\boldsymbol{T}\boldsymbol{u}) \tag{5}$$



式中，TdS 可以写为热通量的形式 $q=k\nabla T$（k 为热导率）。忽略黏性力方程可以简化为

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t}+\nabla(\rho \boldsymbol{u} e)+p\nabla\cdot\boldsymbol{u}=\nabla\cdot q \tag{6}$$

通过对解的平滑性做出假设，利用状态方程，我们可以得到很多形式的能量方程。

利用温度、对流及传热时最简单的热量输运，得到如下方程：

$$c_v\rho\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}=k\nabla^2 T \tag{7}$$

式中，c_v 为比定容热容。另一种常见的包含压力的热量输运方程为

$$c_p\rho\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}+p\nabla\cdot\boldsymbol{u}=k\nabla^2 T \tag{8}$$

注意到，式（7）用的是 c_v，而式（8）用的是比定压热容 c_p。假定 c_v 和 c_p 都为常数。式（7）两边除以 c_vT_0，可化为量纲为1形式的方程：

$$\frac{\mathrm{D}\theta}{\mathrm{D}t}=\kappa\nabla^2\theta \tag{9}$$

式中，T_0 为特征温度，即 $\theta=T/T_0$；$\kappa=k/\rho c_v$（热扩散系数）。

4　状态方程

为使系统方程封闭，还需要关于内能和体积的压力方程 $p=P(\nu,e)$，即状态方程（EoS）。对于理想气体，$p=(\gamma-1)e/\nu$，其中 $\gamma=\nu/p\ \partial p/\partial\nu/s$ 为绝热系数，对于理想气体也表示为比热容比（$\gamma=c_p/c_v$）。理想气体状态方程为

$$p=\rho RT \tag{10}$$

式中，R 为气体常数。

假设过程绝热，得到动压方程：

$$\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t}+\rho c^2\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \tag{11}$$

式中，c 为声速，$c^2=\gamma p/\rho$，已经忽略了热通量和黏性项。这一方程对低马赫数不可压缩流动的无散度条件和能量方程的关系非常有用（Drikakis 和 Rider，2005）。

将式（11）和式（8）结合，就得到了关于焓的能量方程：

$$\begin{gathered}h=c_vT+p/\rho=e+p/\rho\\ \frac{\mathrm{D}h}{\mathrm{D}t}+\left(c^2+\frac{p}{\rho}\right)\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0\end{gathered} \tag{12}$$

另一个与可压缩流动密切相关的系数为动力黏度 μ。推导可压缩流动系数的假设多为半经验式的，具体的推导由 Schlichting（1979）给出。普朗特数 Pr 定义为上述参数和比定压热容的结合：

$$Pr=\frac{\mu c_p}{k} \tag{13}$$

对于空气来说，动力黏度 μ 对温度的变化关系由萨瑟兰定律给出：

$$\frac{\mu}{\mu_0}=\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\frac{T_0+S_{\mathrm{u}}}{T+S_{\mathrm{u}}} \tag{14}$$

式中，$S_{\mathrm{u}}=110.4\ \mathrm{K}$；$\mu_0$ 为参考温度 T_0 下的黏度，在海平面的标准大气条件下，$\mu_0=1.789\ 4\times10^{-5}\ \mathrm{kg/(m\cdot s)}$；$T_0=288.16\ \mathrm{K}$。

对于特定的气体，比定压热容 c_p 和比定容热容 c_v 的关系如下：

$$c_p-c_v=R \tag{15}$$

式中，气体常数 $R=287.05\ \mathrm{J/(kg\cdot s)}$（对于空气），标准大气条件下 $\gamma=1.4$。内能可以用量热状态方程求解：

$$e=c_vT=\frac{RT}{\gamma-1}=\frac{\rho RT}{\rho(\gamma-1)}=\frac{p}{\rho(\gamma-1)} \tag{16}$$

尽管理想气体状态方程适用于广泛的流动条件，但仍在有些情况下理想气体假设不再成立。在高超声速流动区域，会因高温而出现非平衡的热力学效应。理想气体假设并不考虑分子间作用力，然而真实气体的建模涉及多种气体的流动、高温流动和化学反应流动。对于上述效应，间接的建模方法需要利用压力、温度、焓和内能等数据。

5　结　　论

这一章简要介绍了可压缩流动。可压缩流动与不可压缩流动最根本的区别在于，当流动涉及压缩效应时，热力学的影响就非常重要。此外，可压缩流动存在激波而相关现象不会出现在不可压缩流动中。当速度非常大时，可压缩流动会遇到复杂的多物理场现象，包括化学反应、表面材料的烧蚀以及电离和辐射。可压缩流动出现在所有航空航天领域，包括固定翼飞行器和旋翼飞行器、宇宙飞船和导弹，同时在非航空航天领域，如高速汽车、医学应用、环境和能源领域也有应用。因此，可压缩流动在科学和工程中都是至关重要的。

注　　释

1. 来源于希腊词汇，意思是“不通的”；语源

学上的意思是热量不能通过介质。

2. 见网页 www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/nozzle.html.

参考文献

Anderson, J. (1982) Modern Compressible Flow: With Historical Perspective, McGraw-Hill.

Anderson, J. (1989) Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics, McGraw-Hill. Courant, R. and Friedrichs, K. O. (1976) Supersonic Flow and Shock Waves, Springer-Verlag.

Drikakis, D. and Rider, W. (2005) High-Resolution Methods for Incompressible and Low-Speed Flows, Springer.

Lighthill, J. (1978) Waves in Fluids, Cambridge University Press.

Schlichting, H. (1979) Boundary Layer Theory, McGraw-Hill.

扩展阅读

Liepmann, H. W. and Roshko, A. (2001) Elements of Gas Dynamics, Dover Publications (originally from Wiley, 1957).

Ockendon, H. and Ockendon, J. (1995) Viscous Flows, Cambridge University Press.

Oosthuizen, P. H. and Carscallen, W. E (1997) Compressible Fluid Flow, McGraw-Hill.

Shapiro, A. H. (1953) Compressible Fluid Flow, vols. 1 and 2, Ronald Press.

Thompson, P. A. (1984) Compressible-Fluid Dynamics, Maple Press Co.

Vincenti, W. G. and Kruger, C. H. (1975) Introduction to Physical Gas Dynamics, Krieger.

White, F. M. (2006) Viscous Fluid Flow, 3rd edn, McGraw-Hill.

Zeldovich, Ya. B. and Raizer, Yu. P. (1967) Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena, Dover Publications (originally in two volumes from Academic Press, 1967.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 22 章

复杂内部可压缩流动

Konstantinos Kontis[1], Gopalan Jagadeesh[2], Srisha Rao M. V.[2]
1 曼彻斯特大学机械、航空航天与土木工程系，曼彻斯特，英国
2 印度理工学院航空航天工程系，班加罗尔，印度

1 控制体分析

可压缩内部流动完整的 CFD 分析需要昂贵的计算资源，因为激波、边界层和湍流效应的求解需要划分大量的网格。

工程上对于流动特征的评估通过控制体积法来实现。虽然这种方法没有考虑到所有的流动细节，但如果合理地应用，也能得到系统不同变量的相关性，这对参数研究很有帮助。这是初步设计和预测的首选方法，适用于从简单喷管到复杂的超燃冲压喷气发动机的各种流动系统。

最一般的包括变截面、摩擦、加热和化学反应效应的分析由 Shapiro（1953）给出，利用的是影响系数法。需要写出系统的微分方程，其中一个变量相对另一变量的变化由影响系数给出。由于累积效应，各种影响系数的总和就会给出变量的净变化。然而，系统方程的解还是要通过数值方法得到，但比 CFD 分析要简单得多。通过对摩擦系数、传热和散热系数的建模可以得到封闭的方程。例如，壁面绝热情况下的变截面摩擦问题的微分方程为：

$$\frac{\mathrm{d}M^2}{M^2}=-\frac{2\left[1+\frac{(\gamma-1)}{2}M^2\right]}{1-M^2}\frac{\mathrm{d}A}{A}+\frac{\gamma M^2\left[1+\frac{(\gamma-1)}{2}M^2\right]}{1-M^2}4f\frac{\mathrm{d}x}{D} \tag{1}$$

这种方法可以进一步用来描述喷管、冲压/超燃冲压喷气发动机和喷射器内部的可压缩流动。非定常分析也可用于准一维近似，这需要求解一系列偏微分方程。Petrila 和 Trif（2005）以收缩扩张喷管为例，详细叙述了非定常流动的求解方法。

2 变截面管道定常流动

通常我们观察到收缩管使流动加速而使总压减小，扩张管使流动减速而总压增加，对于不可压缩流动确实是这样，但对变截面管中的可压缩流动，则会产生令人吃惊的现象。无摩擦的传热管道流动可以被认为是等熵流动，控制体方程有封闭解。除非流动马赫数很高而黏性耗散不可忽略，或者有生热或传热的化学反应发生，否则等熵假设均成立。利用经验系数，可以分析真实的流动效应。在等熵条件下，流动变量的变化与截面积相关，即

$$\begin{aligned}\mathrm{d}P&=\rho V^2\left(\frac{1}{1-M^2}\right)\frac{\mathrm{d}A}{A}\\ \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}&=\left(\frac{M^2}{1-M^2}\right)\frac{\mathrm{d}A}{A}\\ \frac{\mathrm{d}V}{V}&=-\left(\frac{1}{1-M^2}\right)\frac{\mathrm{d}A}{A}\end{aligned} \tag{2}$$

马赫数对流动关于截面变化的响应十分重要。亚声速流动中，截面积减小（$\mathrm{d}A/A<0$）使流速或马赫数增加，压力和密度减小；截面积增加时情况相反。在超声速流动中，情况恰恰相反，扩张管段流速增加，收缩管段流速减小。马赫数为 1 时到达临界点。因此，收缩扩张管对流动从亚声速向超声速加速或者等熵地向亚声速加速至关重要。在超声

速流动中，假定保持设计压比，那么通过变截面的流动将只取决于截面积比。非设计工况下，背压较高时，管内会产生激波，这确保了下游压力条件与管外膨胀波的兼容性。变截面管段出现强激波会使喷管和扩散器性能下降，主要是因为强激波会导致流动分离并产生与设计流动特性完全不同的流动。亚声速流动中较强的逆压梯度也会导致流动分离，这就是扩散器较长的原因。通过变截面的等熵流动，可以求解出马赫数、压力和温度随截面积的变化规律，这通常被用于喷管和扩散器的设计。当喉部流速到达声速时，管中的质量流量不再与背压相关，对于给定的来流条件，这就是最大质量流量。

3　加热和摩擦定常流动

对于有加热和摩擦的管段，通过对控制体方程的积分可以得到流动变化规律，当喉部流动达到极限状况时，亚声速和超声速流动有不同的表现。尽管问题被大量地简化了，在设计冲压或超燃冲压喷气发动机的燃烧室时仍能保持重要的结果。加热和摩擦都会引起熵增，因此流动中滞止压力减小。

等截面加热管流也被称为瑞利流动。热量的增加总是引起滞止焓的增加，但对其他参数的影响与流动马赫数有关。超声速流动中，加热使马赫数降低，静压和静温随之增加。亚声速流动中，加热使马赫数增加而静压降低。使流动趋于声速的热量称为最大加热量，超过最大加热量，管内可能出现激波或者来流条件改变。热壅塞是设计和应用冲压和超燃冲压喷气发动机时的重要注意事项。

在法诺流动中考虑摩擦效应。在亚声速流动中，马赫数减小，静压和静温增加，超声速流动恰好相反。摩擦也能引起壅塞，因此对管道的长度有所限制，以防管内出现激波和上游条件的改变。在吸气发动机中，需要对管道设计进行优化，使摩擦和加热产生的损失降到最低，同时要考虑两者可能产生的壅塞现象。

4　喷管启动与壅塞现象

认识超声速喷管的启动对喷管在不同的运行条件下的设计优化以及性能分析十分重要。人们对这一主题已经进行了大量的实验和数值研究（Smith，1966；Amann，1969；1971；Prodromou 和 Hillier，1992；Tocarcik-Polsky 和 Cambier，1994；Igra 等，1998；Saito 和 Takayama，1999；Saito、Sun 和 Takayama，1999）。喷管启动过程非常复杂并且极度不稳定。在最初的透射激波后，形成瞬态流场，包含二次激波，这是此过程的一个重要特性。二次激波和壁面边界层相互作用，导致激波分叉并形成分离泡。图 1 展示了启动过程中段和后段的主要特征。

可压缩流动的流动壅塞十分重要。在这一临界点，管内流动不再与下游流动条件的变化相关，而进一步地改变需要调整上游流动条件或者在管内形成激波。通常流动变为声速时会达到这一临界点。流动到达声速时，压力波不能向各个方向传播从而产生了壅塞条件。壅塞可以由截面积变化、摩擦和加热引起，也可以由它们共同引起。收缩管只能使亚声速流动在临界截面或喉部加速到声速，进一步减小截面积使流动不再加速，除非改变上游流动或质量流量。收缩管只能使超声速流动减速到壅塞点，再减小截面积将会在管内形成激波。摩擦壅塞时，随着边界层的增长（这相当于无黏变截面管道），管道长度成了限制变量，加热时，壅塞限制了加热量。因此，壅塞限制了气体动力学设备的设计与操作。

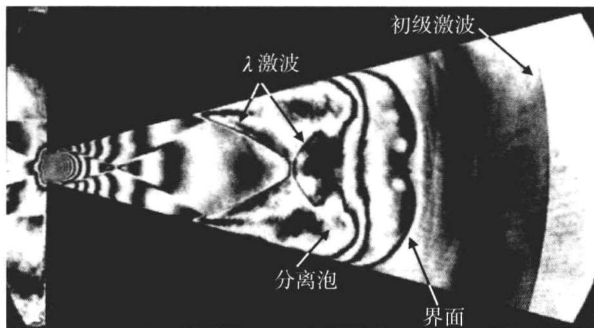


图 1　启动过程中段和后段的主要特征

（空气，$M_s=2.5$，$t=319\ \mu s$）

［经 Saito、Sun 和 Takayama（1999）的允许转载］

5　激波串

当超声速流动不能调节以适应下游条件或者遇到障碍和拐角时，就会产生激波。外表面超声速绕流时，激波存在于物体周围或拐角处，且相互作用很小，而相对反射面的存在会使内部流动相互干扰，使问题非常复杂（图 2）。边界层同时会相互接近，而且激波边界层的相互作用会导致管内流动发生巨大的改变。激波本身受到边界层的影响，边



界层较薄时，中等强度的正激波被认为有弯曲的形状，而理想状态下应该为平面间断。理论上讲，足够强的正激波能够使超声速流动变为亚声速流动，伴有静压和温度的升高，然而边界层的相互作用不会允许只产生一道激波，而是出现激波串。在多种设备中都发现了激波串，如超声速等截面扩散器、喷射器、激波管，这些激波串被称为伪激波。强激波会造成边界层分离，分离边界层的无黏核心会进一步加速，最终被另一道激波终止，这一过程不断持续，形成如图 2 所示的激波串。人们观察到的激波串是不稳定的，系统中会产生不利于工作的振荡（Matsuo、Miyazato 和 Kim，1999）。

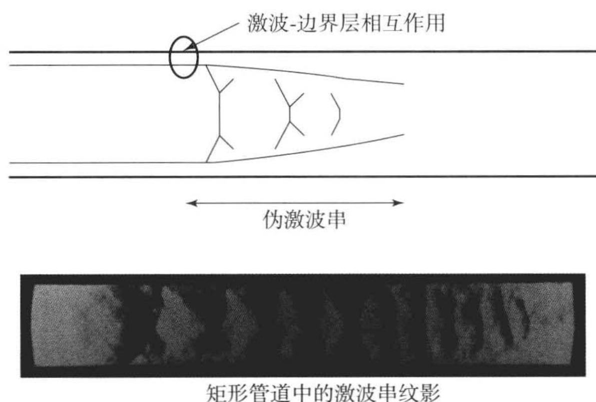


图 2　管内激波边界层相互作用及激波串示意图

［转载自 Matsuo、Miyazato 和 Kim（1999）］

6　激波管

激波管是研究高超声速流动的重要工具，特别是在研究轨道速度流动、高温气体动力学和化学动力学、不同介质中激波和爆炸波效应，以及 CFD 计算的验证等方面。隔膜将驱动部分和被驱动部分分开。被驱动部分的末端按需要可能会封闭、敞开或者连接喷管。隔膜破裂的瞬间，激波进入被驱动部分。激波强度、速度和激波后的质量特性只是激波管在隔膜破裂瞬时条件（驱动与被驱动部分之间的压比、气体组成和气体状态）的函数。被驱动部分的压力和温度升高，激波通过时会引起质量流动波动。压力与速度连续，而密度与温度间断处会产生接触间断。膨胀波从接触间断处运动至驱动部分。激波和接触间断之间具有一致特性的气体可以被用于空气动力学研究，同时允许激波反射使气体壅塞致高温高压，进而研究高温现象或者通过喷管使其膨胀到高超声速并引入带有测试模型的管道。然而，能够进行测试的时间非常短，大约只有几毫秒，这一时间通过接触间断或膨胀波的到达而衡量。对于长时间测试，需要改变激波管的运行工况。图 3 所示为激波管流动示意图。

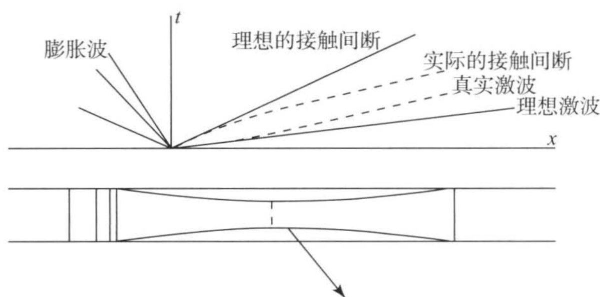


图 3　激波管流动示意图

将激波和接触面看作理想的间断，那么整个激波管动力学系统可以用一维欧拉方程描述（忽略黏性和传热），有必要时可以加入化学不平衡效应。高超声速方程描述的系统可以通过多种描述激波的手段求解（Le Veque，1999）。图 4 是利用 Steger 加热法计算得到的结果。

真实激波管的流动涉及激波后不稳定的边界层，会导致流过截面流动的不均匀性。边界层使接触面加速而使激波减速，同时在管内产生使激波减弱的压力波。最终导致了测试时间的缩短（Mirels，1964）。同时，反射的激波和边界层相互作用会导致边界层分离和激波串的形成，这与端壁反射的波阵面完全不同。

7　有棱弯管

当激波传播到有棱弯管时，可以观察到激波强度和压强迅速衰减。这时，激波强度减弱和弯角衍射的主要机制是由弯折引起的多重激波反射。人们对于激波在弯管和复杂几何形体中的传播很感兴趣，不仅是理论兴趣（如对于激波传播、衍射和反射现象的分析），还包括实际应用，比如矿井爆破、输气管道、排气系统等。平面激波以及它与管壁的相互作用导致了不稳定二维流动的产生（Skews，1967）。

早期关于弯管中激波的相互作用在很大程度上被限制在对 90°弯管的激波模型的建立、其均匀性和透射波强度（Takayama，1977）的研究中，同时也研究其他角度的弯管激波模型的建立以及激波干扰的发展和轨迹（Skews，1971）。Matsuura 等（1997）通过检测 90°的弯管发现带有涡旋的反射激



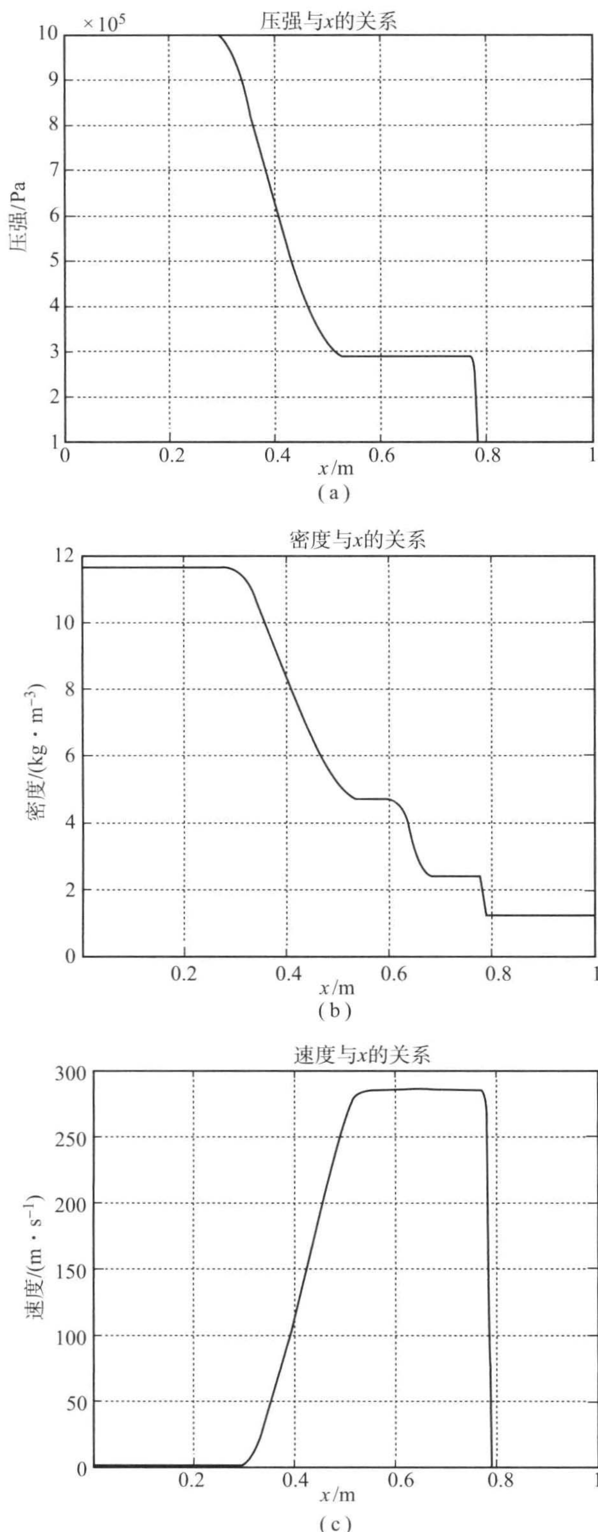


图4　在某一时刻由一维欧拉方程计算得到的激波管流动

(a) 激波管压力分布；(b) 表明接触面的密度分布；(c) 表明激波和波后质量运动以及膨胀扇的速度分布

波的相互作用，并且描述了这一现象与激波和孤立涡相互作用的不同之处。当激波传播到弯管尖角时，由于流动分离，拐角处下游近壁处有涡旋脱落，入射激波在远壁面反射并与这个涡旋发生作用。这一相互作用的许多特征与激波和孤立涡相互作用的特征类似（Ellzey 等，1995）。

滑流和转角膨胀的存在，以及有时在较高马赫数条件下初始激波衍射产生的二次激波的存在都会使相互作用有所缓和。首次通过涡旋时，激波大幅度扭曲而涡旋基本保持完整。与孤立涡旋相互作用的主要附加效应是激波通过滑流时的切变效应，这会导致额外的激波分叉。通过涡旋之后，激波又一次在近壁反射并通过涡旋。第二次经过涡旋时，激波和涡旋都有较大的变化。在很多情况下，特别是对于较高的入射马赫数，涡旋被完全破坏，衰退为湍流。部分反射激波嵌入在湍流中，与湍流相互作用，最终变成扇形结构。图 5 展示了入射激波马赫数为 2.5、折转角为 120°时流动的主要特性。图中要格外注意的是滑流剪切对反射激波的影响。这是激波-涡旋相互作用中十分重要的一方面，因为滑流是由转角处流动分离产生的螺旋涡的基本组成部分，同时也是其他许多流动的主要特征，特别是在尾流和射流中。折转角大于 90°时，第一部分将要从远壁面反射的激波已经由于钝角处的衍射而弯曲；折转角小于 90°时，没有受到转角影响的初始激波在远壁面发生斜反射；折转角为 90°时这一部分恰好为正激波。

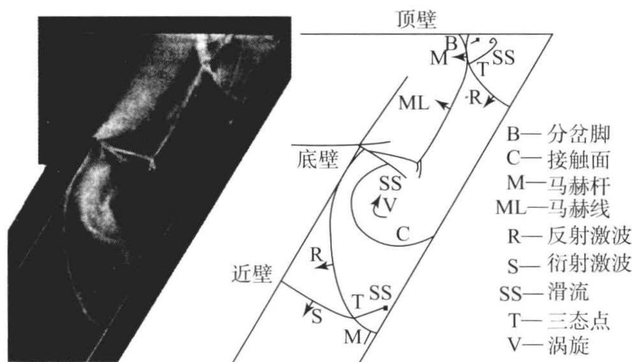
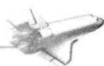


图 5　入射激波马赫数为 2.5、折转角为 120°时流动的主要特征

［转载自 Skews (1967)］

Takayama (1993) 和 Gongora-Orozco (2009) 通过实验和数值方法对管道中的激波衰减以及光壁和槽壁的双弯管道中激波的传播进行了研究。Sasoh 等 (1998) 发现，穿孔管壁和槽壁能够有效地抑制弱激波，并且直观地展示了弱激波的传播以及与涡旋的相互作用。图 6 分别展示了 $M_s=1.2$ 和 $M_s=1.02$ 时，壁面穿孔时弱激波的衰减。



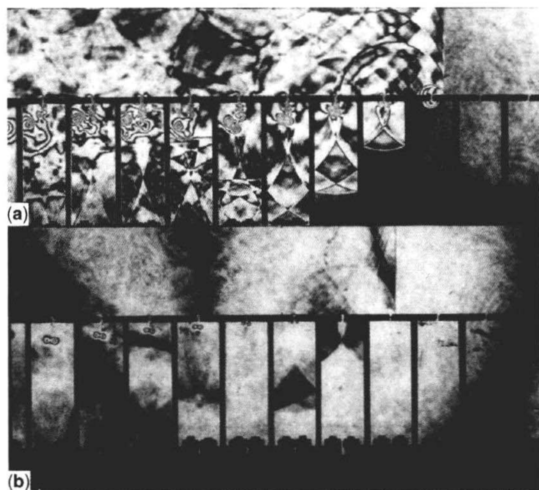


图 6　$M_s=1.2$ 和 $M_s=1.02$ 时壁面穿孔的弱激波衰减

［转载自 Sasoh 等（1998）］

8　冲压/超燃冲压喷气发动机

在高马赫数飞行时，空气利用冲压进入燃烧室，并与复杂的旋转机械协同工作，构成冲压和超燃冲压喷气发动机。除了军事用途外，它们还可用于发展高超声速运输机。尽管机械设计上较为简单，但为了实现发动机的高效运转，仍然需要解决大量的流体动力学难题，这也是现今的重点研究领域。冲压和超燃冲压喷气发动机结构相似，都有吸入并压缩环境大气的进气道，通过动能的交换来工作，并且都有燃烧燃料并加热空气的燃烧室，进气道和燃烧室之间有隔离段，可以通过降低进气道性能来避免上游的影响，高温高压气体通过扩张喷管产生推力。两者之间主要的不同在于：冲压发动机中流动被减速到亚声速并被点燃；而超燃冲压发动机中，流动减速到低超声速并被点燃。根据这一点，冲压发动机的喷管为收缩扩张喷管，而超燃冲压发动机为扩张喷管。冲压发动机和超燃冲压发动机都需要助推，不能直接从静止开始工作，且分别用于不同的飞行速度区域，所以人们正在研究两者的结合，以求能够在全马赫数范围内应用。图 7 为超燃冲压发动机及其流动特性。

进气道处的一串斜激波压缩空气并使空气减速，对于冲压发动机，最终以一道较强的正激波结束，所以流动变为亚声速。而对于超燃冲压发动机，在进气道出口流动仍然保持超声速。流动的损失是由当飞行马赫数增加时，冲压发动机向超燃冲压发动机的需求转变而产生的激波加强造成。设计进气道时，需要考虑边界层厚度，激波-边界层相互作用，高度摩擦，摩擦壅塞，黏性发热和气体离解。燃烧室产生的高温对材料的机械降解提出了要求。

在初始设计、参数研究和优化时，不可能完整地分析发动机内部的复杂流动。常用的做法是将流动分为小控制体，对其应用控制方程。进气口为变截面管段，其中有一串斜激波，出口处为均匀流。燃烧室中，流动为等截面加热和摩擦均匀流，最后喷管为变截面管流。考虑到化学反应和放热率，可以适当地修改方程，表现为流动滞止焓的变化。燃烧室中燃料燃烧释放的热量可以用化学反应能确定，因此知道燃料的比热容和燃烧量，释放的热量就可以通过下式计算：

$$q=m_f Q \tag{3}$$

9　喷射器

喷射器是用来泵送气体的喷射泵。喷射器在 20 世纪初发明，设计之初是为了在蒸汽冷凝器中获得真空。喷射器有多种工业用途，如气体的混合与泵送，交替制冷技术，航空发动机推力增大和降噪，化学激光器压力恢复等。现如今人们重新认识到了喷射器的潜在价值，如在涵盖燃料再循环过程，

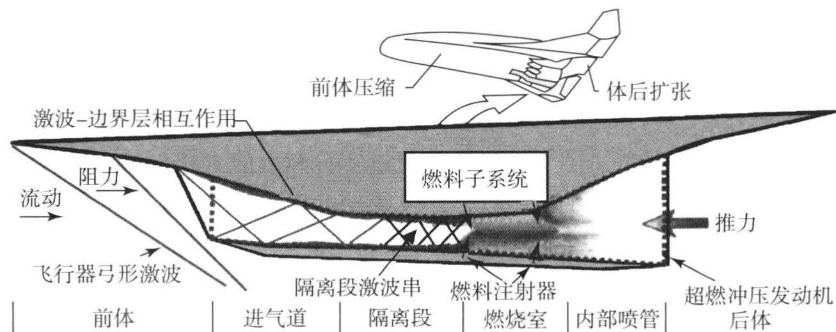


图 7　超燃冲压发动机流动示意图

（转载自 NASA）

超燃冲压发动机的组合工作模式，以及脉冲爆震发动机等方面。喷射器容易制造，它没有旋转部件，只有变截面超声速喷管，作为被动元件，它不需要外部的动力源。然而，喷射器中的流动包含可压缩内流的所有特征，如图 8 所示。高压主流通过超声速喷管膨胀产生的吸力被用于带动二次流，通过混合与增加动量，二次流成为高压气流（Etele、Sislian 和 Parent，2005）。超声速射流和二次流之间的混合层对于喷射器来说至关重要，然而，主要的技术瓶颈在于可压缩剪切层比不可压缩剪切层传播的速度慢得多。因此，对于大容量喷射器，可能需要利用混合放大机制，如多极喷管、环槽式喷管或高混合喷管。通过喷射器的压比也要适度，多级喷射器需要较高的压比。

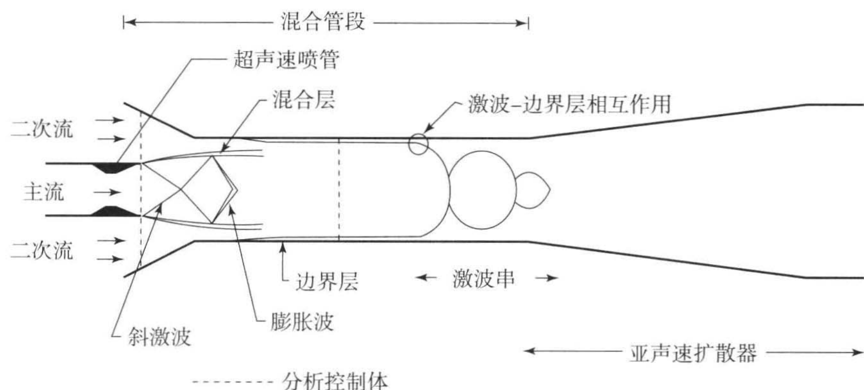


图 8　喷射器流动示意图

在适当的下游压力条件下，管中二次流的加速可能会导致壅塞，此时喷射器中的质量流量不再与背压相关。混合流动经过激波系统时速度下降，静压升高。激波-边界层相互作用会导致管内流动边界层分离、伪激波串的发展甚至喷射器性能的下降，最后流动通过亚声速扩散器，压力恢复。

在一系列的研究中，Alperin 和 Wu（1983a、1983b）研究了简化的等截面喷射器，利用主流带动并混合大气。他们经过研究证实，与主流单独产生的推力相比，这实现了推力水平的可观增长。对于任意给定的飞行特性，喷射器进气道和排气道都有对应的最优形状。当然，只有在对 PDE 喷射系统的气体动力学和流动相互作用足够了解的基础上，才能应用大推力增加。

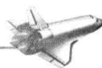
人们已经对定常流动中主流和二次流的相互作用有所研究，可以追溯到 Chow 和 Andy（1964），Robison 和 Nelson（1966），Zare - Behtash 和 Gongora-Orozco（2009）的工作。然而，几乎没有对非定常（脉冲）喷气的研究（Zare-Behtash 和 Kontis，2009；Zare-Behtash，2009），缺少数值和实验结果这样的定量数据。在近期的一项研究中，Zare-Behtash（2009）考察了不同激波管中衍射激波波形与涡环的相互作用，喷射器拥有圆钟形的进气道。研究的焦点在于，利用不同的喷嘴形状（主流）来带动二次流，引起喷射器性能的变化。出口喷管利用不同于轴对称进气口的几何形状可以增加夹带率。然而，高夹带率必须与适当的设计保持平衡，因为这会导致喷射器中的流动壅塞。研究表明，为了使喷射器的性能增强，总体设计时必须考虑喷射器中主流的特性。

若要详细地分析流动结构，完整的数值模拟是必不可少的，然而，如果目标仅仅是评估喷射器的性能及其对于不同操作和几何参数的响应，带有适当假设的控制体方法则更加适当、快速，并且计算压力较小。对喷射器建模非常重要的两点是：①对于管中两个流动混合的建模，假设为等面积或等压混合；②临界工况时的二次流壅塞，这需要求解控制体方程。Keenan、Neumann 和 Lustwerk（1950），Fabri 和 Paulon（1958），Addy、Dutton 和 Mikkelensen（1981），以及 Chunnanond 和 Aphornratana（2004）分别对喷射器分析做了简单介绍。

面积比（AR）为 1.937 的喷射器的主流和二次流性能曲线如图 9 所示。图 9 表明，随着夹带的增加，喷射器传递的压缩比下降。这些曲线是在设计需求给定时，选择喷射器的第一步。

10　结　　论

这一章讨论了一些复杂的内部可压缩流动，可



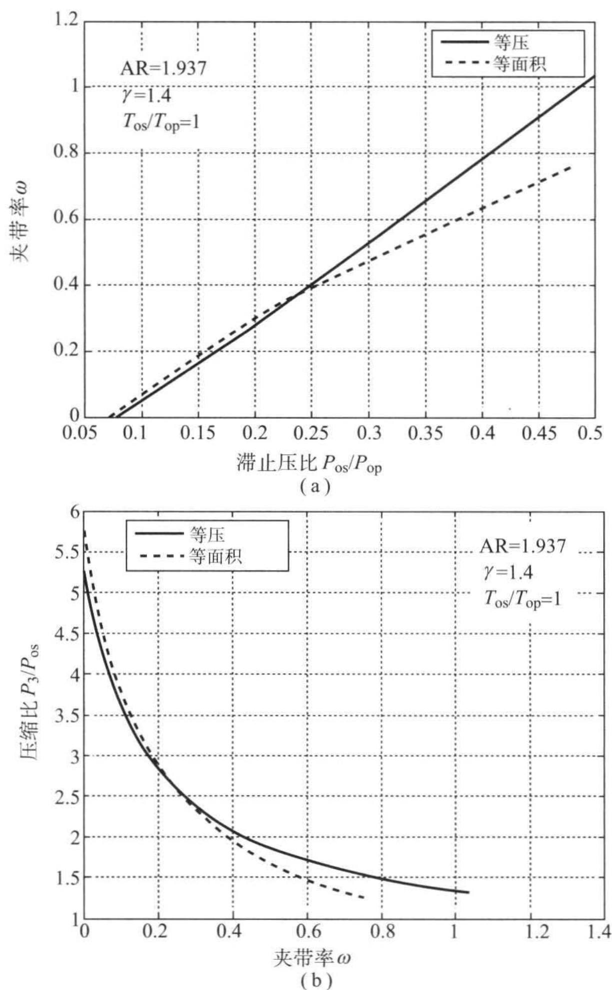


图 9 等压和等面积混合时喷射器的性能曲线

分为以下几类：变截面绝热无黏定常流动、喷管启动和壅塞、激波串、激波管和弯管中的非定常流动；同时还介绍了可压缩流动实例，如冲压、超燃冲压发动机和喷射器。在超声速流动中，假设保持设计压比，流动通过变截面管道将只与截面积比有关。变截面管道中的强激波会导致喷管和扩散器性能下降，主要是由于边界层分离以及出现无法预计的交替流动。当喉部达到声速条件时，管内的质量流量将不再与背压相关，对于给定的来流条件，此时达到最大质量流量。认识超声速喷管的启动，对于新喷管的设计和优化以及不同工况下的性能分析都十分重要。超声速绕流时，激波只出现在物体周围或者拐角处，且相互作用很小，当出现反射壁面时，内部流动的反射会相互影响，使问题非常复杂。激波串本质上是不稳定的，会在系统中产生振荡，不利于系统的工作。激波管流涉及激波后的非定常边界层，流动穿过截面会产生不均匀性。边界层使接触面加速，使激波减速，同时在管内产生使激波减弱的压力波。当激波在尖角弯管传播时，如果折转角足够大，那么由于流动分离，转角处的下游近壁面有涡旋脱落。入射激波在远壁面反射并与涡旋相互作用。这一相互作用的特征和平面激波与单个涡旋的相互作用类似。在初始设计、参数研究和优化时，不可能完整地分析发动机内部的复杂流动。通常的方法是将其分为较小的控制体并应用控制方程，但对于喷射器非定常（脉冲）喷气的研究少之又少，缺乏数值和实验方面的定量数据。对于喷射器建模非常重要的两点是：①管内两个流动混合的建模；②临界工况时二次流壅塞的建模。

符号表

A 面积
f 摩擦力
D 直径
M 马赫数
m 质量流率
P 压力
q 放热
T 温度
V 速度
x 坐标轴方向
γ 比热容比
ρ 密度
ω 喷射器夹带率

参考文献

Addy, A. L., Dutton, J. C. and Mikkelensen, C. D. (1981) *Supersonic Ejector-Diffuser Theory And Experiment*, University of Illinois Urbana Press.

Alperin, M. and Wu, J. J. (1983a) Thrust augmentation ejectors: part I. *AIAA J.*, 21 (10), 1428 - 1436.

Alperin, M. and Wu, J. J. (1983b) Thrust augmentation ejectors: part Ⅱ. *AIAA J.*, 21 (12), 1698 - 1706.

Chow, W. L. and Andy, A. L. (1964) Interaction between primary and secondary streams of supersonic ejector systems and their performance characteristics. *AIAA J.*, 2 (4), 686 - 695.

Chunnanond, K. and Aphornratana, S. (2004) Ejectors: applications in refrigeration technology. *Renew. Sustainable Energy Rev.*, 8 (3), 129 - 155.

Curran, E. T. and Murthy, S. N. B. (2001) Scramjet propulsion. *Prog. Astronaut. Aeronaut. Ser.*, 189.

Ellzey, J. L., Henneke, M. R., Picone, J. M. and Oran,

E. S. (1995) The interaction of a shock with a vortex: shock distortion and the production of acoustic waves. *Phys. Fluids*, 7, 172 - 184.

Etele, J., Sislian, J. P. and Parent, B. (2005) Effect of rocket exhaust configurations on ejector performance in RBCC engines. *J. Propul. Power*, 21 (4), 656 - 666.

Fabri, J. and Paulon, J. (1958) Theory and Experiment on Supersonic Air-to-Air Ejectors. *NACA Technical Memorandum* 1410.

Gongora-Orozco, N. (2009) *Unsteady Compressible Internal Flow Phenomena*, University of Manchester Press.

Igra, O., Wang, L., Falcovitz, J. and Amann, O. (1998) Simulation of the starting flow in a wedge-like nozzle. Shock Waves, 8, 235 - 242.

Keenan, J. H., Neumann, E. P. and Lustwerk, F. (1950) An investigation of ejector design by analysis and experiment. *J. Appl. Mech.*, **5** (9), 299 - 309.

Le Veque, R. J. (1999) Numerical Methods for Conservation Laws, Lectures in mathematics: ETH Zurich.

Matsuo, K., Miyazato, Y. and Kim, H. D. (1999) Shock train and pseudo-shock phenomena in internal gas flows. *Prog. Aerosp. Sci.*, **35** (1), 33 - 100.

Matsuura, K., Fujita, K., Funabiki, K. and Abe, T. (1997) Interaction of a Corner Vortex with a Reflected Shock Wave, 21st ISSW, Australia, Springer.

Mirels, H. and Braun, W. H. (1957) Non Uniformities in Shock Tube Flow Due to Unsteady Boundary Layer Action. NACA Report TN-4021.

Mirels, H. (1964) Shock tube test time limitation due to turbulent wall boundary layer. *AIAA J.*, **2** (1), 84 - 93.

Petrila, T. and Trif, D. (2005) Basics of Fluid Mechanics and Introduction to Computational Fluid Mechanics, Springer.

Prodromou, P. and Hillier, R. (1992) Computation of unsteady nozzle flows, in Shock Waves Proceedings of the 18th ISSW, Sendai, Japan (ed. K. Takayama), Springer, New York.

Robison, W. C. and Nelson, J. R. (1966) Comments on choked-flow: a generalization of the concept and some experimental data. *AIAA J.*, **4** (7), 1309 - 1317.

Saito, T., Sun, M. and Takayama, K. (1999) Numerical simulations of 2-D nozzle starting process. The Memoirs of the IFS, Tohoku University, 10, 79 - 85.

Saito, T. and Takayama, K. (1999) Numerical simulations of nozzle starting process. Shock Waves, 9, 73 - 79.

Sasoh, A., Matsuoka, K., Takayama, K. and Makino, Y. (1998) Attenuation of weak shock waves along pseudo-perforated walls. Shock Waves, 8, 149 - 160.

Shapiro, A. H. (1953) The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, Ronald Press Company.

Skews, BW. (1971) An Experimental Study on the Interaction of Shock Waves with Bends in a Duct, Symposium on Internal Flows. University of Salford Press.

Skews, B. W. (1967) The perturbed region behind a diffracted shock wave. *J. Fluid Mech.*, **29**, 705 - 719.

Smith, C. E. (1966) The starting process in a hypersonic nozzle. *J. Fluid Mech.*, **24** (4), 625 - 640.

Takayama, K. (1993) Optical flow visualization of shock wave phenomena, in Shock Wave Marseille Ⅳ, Proceedings of the 19th ISSW (eds R. Brun and L. Z. Dumitrescu), Ⅳ: 7 - 16.

Takayama, K. (1977) Shock propagation along 90 degree bends, in Shock Tube and Shock Wave Research (eds N. Ahlborn and S. Boye), 11th International Symposium on Shock Waves, Washington University Press.

Tocarcik-Polsky, S. and Cambier, J. L. (1994) Numerical study of transient phenomena in shock tunnels. *AIAA J.*, **32** (7), 971 - 978.

Zare-Behtash, H., Gongora-Orozco, N. and Kontis, K. (2009) PSP visualization studies on a convergent nozzle with an ejector system. *J. Visualisation*, **12** (2), 157 - 163.

Zare-Behtash, H. and Kontis, K. (2009) Compressible flow structures interaction with a 2-D ejector: a cold-flow study. *J. Propul. Power*, **25** (3), 167 - 180.

Zare-Behtash, H. (2009) Experimental Studies on Compressible Vertical Flows, Phenomena And Interactions, University of Manchester Press.

本章译者：吴小胜，尹晋涛，张巧
（北京理工大学宇航学院）

第 23 章

外部跨声速流动

Nicholas J. Lawson
克兰菲尔德大学工程系，克兰菲尔德，英国

1 引　　言

当飞行器来流同时包含亚声速和超声速区域时，将这种流动称为跨声速流动。当飞行速度在 0.2～1.3 倍声速时，就会出现跨声速流动，我们重点考虑飞行速度在 0.4～1.0 倍声速。

大多数民用运输机设计的巡航速度为 0.79～0.87 马赫数，要求设计人员对跨声速外流有基本了解（Jenkinson、Simpkin 和 Rhodes，1999）。现在一些跨声速后掠翼的巡航升力系数可以达到 0.5，最大升阻比能够超过 20。

除了相关的研究论文，关于跨声速流动的介绍比较有限。这些文章既有非常详细的介绍（Nixon，1982；Moulden，1984），包括非定常空气动力学（Landahl，1989；Nixon，1989），也有简短的综述（McCormick，1995；Raymer，1999；Bertin 和 Cummings，2009）。

外部跨声速流动的主要挑战是有限机翼阻力的预测。流场间的相互作用十分复杂，冲击产生的激波（波阻）、表面摩擦、流动分离产生的压阻和升力诱导阻力产生了很多已经被风洞测试验证（Sobieczky 和 Seebass，1984；Argawal，1999；Bushnell，2004）的数值方法。由于跨声速流动雷诺数较高，约为 1×10^6，所以在近期很难完全由数值方法研究。更多三维数值建模和阻力预测的问题可以参阅一些学者的文章（Sobieczky 和 Seebass，1984；Bushnell，2004）。

本章主要介绍了跨声速流动的基本概念，首先介绍了二维机翼跨声速绕流，然后以后掠翼气动设计为重点系统地介绍跨声速气动设计。

2 跨声速流动基础

跨声速流动区域局限于飞机构型。如果飞机低速飞行，那么在飞机表面可能会有局部马赫数较高的区域，其中压缩效应非常重要。

2.1 压力系数

考虑表面绕流，通常会用到量纲为 1 的压力系数。

$$C_p=\frac{p-p_1}{\frac{1}{2}\rho_1 V_1^2} \tag{1}$$

对于任何变量，下标 1 表示上游参考条件，p 为静压。对于真实的可压缩流动，由等熵关系得到的压力系数为

$$C_p=\frac{2}{\gamma M_1^2}\left\{\left[\frac{2+(\gamma-1)M_1^2}{2+(\gamma-1)M^2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}-1\right\} \tag{2}$$

式中，M 为沿流线的当地马赫数。实际应用中对于跨声速流动，即使马赫数很低也常常使用可压缩流动表达式。

随着绕流流动加速，$M>M_1$，压力系数趋于负值。如果当地流动达到声速，即 $M=1.0$，压力系数则被称为临界压力系数（C_p^*）。随着自由流马赫数 M_1 增加，C_p^* 的变化趋势如图 1 所示。这一趋势对跨声速流动有根本性的影响。

C_p 小于和大于 C_p^* 的区域分别被称为次临界和超临界区域。

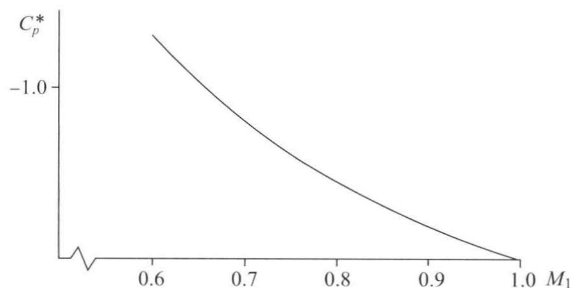


图 1　临界压力系数 C_p^* 与自由流马赫数 M_1 之间的关系

2.2　二维机翼流动

图 2 为典型的二维机翼，拥有弦线相互平行的截面和无后掠的有限翼展，α 定义为自由流速度 V_1 和弦线之间的夹角。机翼通常拥有扁平的前缘、尖锐的后缘以及沿坐标 z_t 方向弧形的厚度分布 z_t。

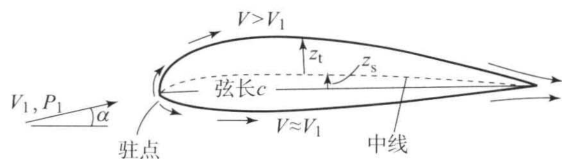


图 2　二维机翼特征

2.3　机翼压缩效应

对于不可压缩无黏定常二维流动，拉普拉斯方程写为

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 \tag{3}$$

这里 $\mathbf{V}$ 是标量函数 ϕ 的梯度，称为速度势，即 $\mathbf{V}=\nabla\phi$，$\mathbf{V}$ 为流场速度矢量。在笛卡儿坐标系中，有 $u=-\partial\phi/\partial x$，$v=-\partial\phi/\partial y$。连续性方程写为

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0 \tag{4}$$

对于亚声速可压缩流动，当地马赫数为 M，线性形式近似的连续性方程为

$$(1-M^2)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 \tag{5}$$

因此，压缩效应可以由沿流线方向的速度分量除以 β 来近似，其中

$$\beta=\sqrt{(1-M^2)} \tag{6}$$

被称为普朗特-格劳厄脱压缩因子。

随着马赫数增加，压缩效应会使表面压力不断减小（图 3）。同时，C_p^* 减小直到流动变为超临界。

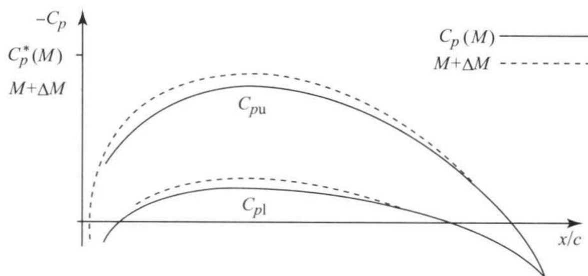
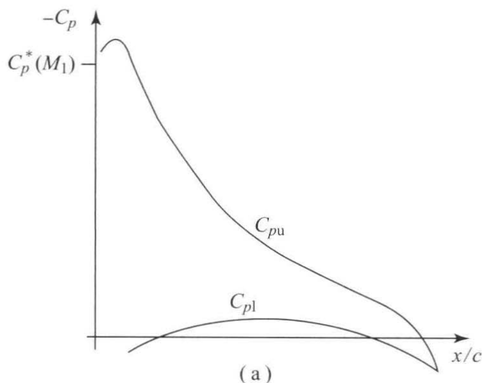


图 3　马赫数对 C_p 分布的影响

压缩性修正的线性化基础意味着，对于自由流马赫数 $M=0.5$，详细的流动预测都非常准确，随着马赫数继续增加，预测准确性会不断下降。

图 4（a）中的压力是低自由流马赫数 $M_1<0.6$ 的典型情况，即此时超临界条件只通过增大攻角而发生在前缘。在较大的马赫数（$M_2=0.7\sim0.8$）时，表面速度和 C_p 与因子 $1/\sqrt{(1-M^2)}$ 高度相关，同时 C_p^* 为负，因此，超临界吸力在较低攻角时出现，压力见图 4（b），且遍布上表面。图 4 中的压力分布是亚声速马赫数流动的代表，并随着马赫数增大向超临界流动扩展。



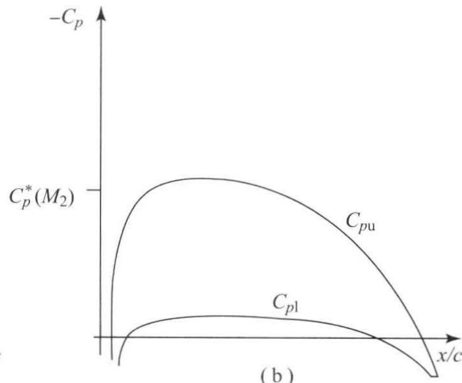


图 4　马赫数对 C_p 分布的影响

(a) $M_1\leqslant0.6$（近似）；(b) $M_2\approx0.7\sim0.8$



2.4 马赫波与激波

跨声速流动中，激波的形成和特性对于机翼的流动特性和性能至关重要。马赫波、膨胀波和压缩激波的形成，以及激波-边界层相互作用(SWBLI)是必须考虑的内容。关于激波更详细的内容可以参阅文献（Shapiro，1953）。

机翼上激波的发展对于机翼性能有极其重要的影响，我们通常用二维机翼流动来认识这一现象。

2.5 二维机翼上的激波

考虑自由流马赫数为 $M=0.7\sim0.8$ 的高亚声速机翼绕流，在这种情况下，机翼上表面为超临界区域。超临界区域以激波结束，如图5（a）中压力的急剧升高。图5（b）中的流场描绘了产生激波的机制。

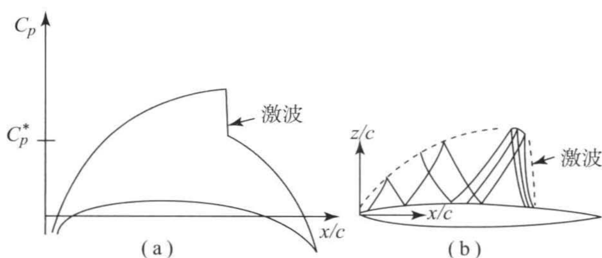


图5 高超声速流动中的机翼 C_p 和马赫波分布

（a）压力；（b）等马赫线

膨胀波由凸状机翼在超临界区域产生，发生在表面 $C_p=C_p^*$ 的点（声速点）。这些波向外传播到超临界区域边界层（声速线），并在那里作为压缩波被反射。很明显，膨胀波不能跨越声速线，因为这种类型的自由边界层不能承受压差。入射波在表面作为膨胀波被反射，依次类推。由声速线反射的压缩波最终合并而产生激波，终止超临界区域，激波几乎与表面垂直。

自由流马赫数为其他值时也会出现类似的效应，只是超临界区域的流动发展和弦向范围不同。在低自由流马赫数，临界区域都会接近前缘。因此，随着自由流马赫数的增加，划分超临界区域的激波将会沿弦线向后移动，即从前缘向后缘移动。

激波强度取决于膨胀程度，即在超临界区域中，从声速点到激波位置的表面曲率。通过翼型设计，可以将激波强度最小化，或者避免压缩波合并而产生激波（Sobieczky 和 Seebass，1984）。

激波使机械能向热能转换，从而产生波阻。可以推出，激波强度取决于激波面上游的马赫数。如果马赫数大于1.3，激波被称为强激波，熵增和波阻会相当大；如果马赫数低于1.3，激波被称为弱激波。波阻会对机翼性能产生不利影响，而通过激波产生的逆压梯度对黏性流动的发展有更严重的影响。

2.6 机翼上的黏性流动效应

跨声速机翼流动的黏性效应是边界层形成和诸如激波边界层相互作用等问题的重要成因（Shapiro，1953；Estruch 等，2008）。对于更详细的内容，可以参看相关流体力学文献（Massey 和 Ward-Smith，1998；Munson、Young 和 Okiishi，2006），其中都给出了边界层重要参数的详细定义，如基于弦长的雷诺数，边界层位移和动量厚度 δ^*（或 δ_1）和 δ^{**}（或 δ_2）。

每个机翼的表面都会产生边界层，从驻点开始直到后缘渐渐消失并形成尾迹。表面边界层外的流线垂直表面向外移动一定的距离，这一距离为边界层位移厚度，会影响 C_p 的分布（图6）。对于跨声速机翼流动，会带来升力的损失和激波的前移，这主要是因为有效曲率的改变。由于有效上翼面的膨胀减弱，激波也会轻微减弱。黏性流动中，由于位移面形状的不同，后缘压力的减小比驻点压力的变化明显。

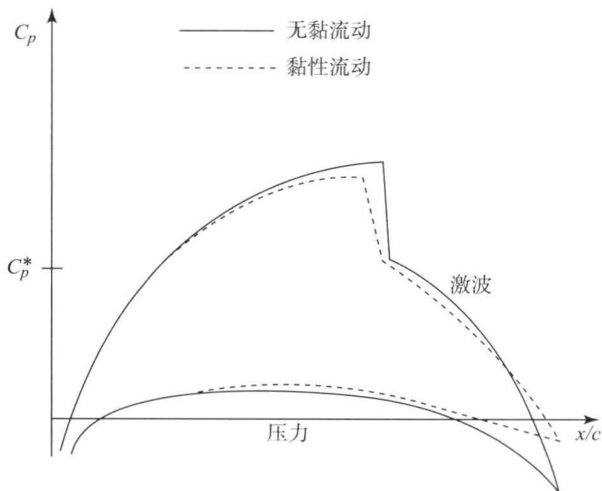


图6 超临界机翼流动与无黏流动的对比

对于给定的攻角，上述趋势是真实的，但是如果增加攻角来匹配无黏升力，那么结果可能导致激波强度的增加。

由于逆压梯度，激波会使边界层局部增厚。如果激波强度足够高，还会出现边界层分离。因此，激波和波阻会导致黏性阻力的增加，甚至可能会使流动分解。

2.7　激波诱导边界层分离

跨声速流动中，激波边界层的相互作用十分复杂（Shapiro，1953；Estruch 等，2008）。至少在湍流情况下，SWBLI 的影响是使作用于边界层的压力急剧上升。

对于二维机翼，假设激波有足够的强度产生湍流边界层分离，那么流动的发展取决于激波沿弦向的位置。对于较低的马赫数（$M<0.6$），超临界区域以及终止超临界区域的激波靠近前缘（图 7）。峰值吸力以及激波强度随攻角变化。攻角大于一定值时，激波诱导边界层分离，初始为局部分离泡，使黏性层增厚，最终导致后缘压力的偏差。随着攻角继续增大，分离最终传播到后缘，导致流动分解，使可获得的最大升力受限以及非定常分离流产生的抖振。

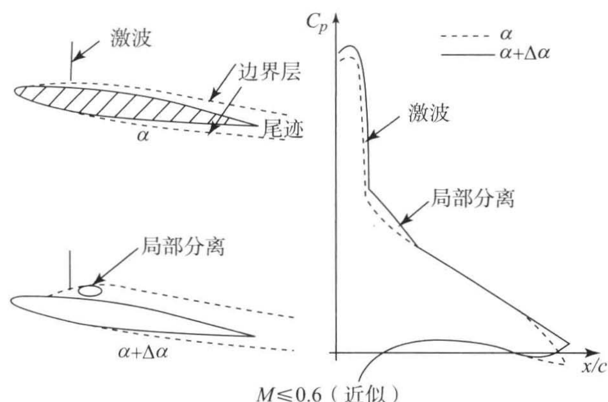


图 7　中等马赫数机翼跨声速激波的发展

在较高的马赫数下（$M=0.7\sim0.8$），激波沿弦向后移，边界层厚度较大（图 8）。随着攻角的增加，激波缓慢地向后移动并加强，直到激波诱导流动分离出现。随着攻角进一步增加，分离快速向后缘传播。激波位置冻结，接着沿弦向前移动。尽管较高的总压头和激波运动会产生较严重的抖振，但此时流动分解还是与低马赫数时类似。

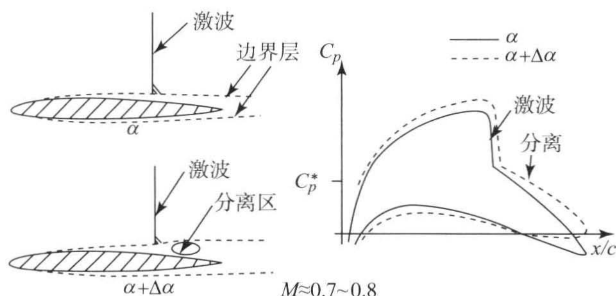


图 8　高马赫数机翼跨声速激波的发展

在高马赫数时，下表面也会产生激波。无论上表面还是下表面，超临界流动的发展和激波的运动都会对俯仰力矩有重要影响。

随着马赫数的继续增加，激波最终到达后缘，机翼弦向重新获得附体流动，并且激波诱导分离产生的问题有所缓和。在超声速马赫数时，激波在无黏流场中会无限传播，而在实际中，激波由于黏性而消散。中间马赫数的流动发展介于上述情况之间。

激波对流动发展的影响以及是否会出现激波诱导分离取决于激波底部边界层的状态和随后后缘的发展，取决于雷诺数和机翼压力分布。同时，保证边界层为湍流边界层十分重要，它与激波相互作用可以避免寄生效应，在风洞实验中常利用前缘附近的转捩装置使边界层保持为湍流。

3　跨声速气动设计

有效载荷、质量、航程和失速特性是飞行器的控制和设计参数。掠翼的设计在优化跨声速巡航性能时起到了重要作用。

3.1　掠翼设计

掠翼的设计需要与机翼平面形状相关的一些参数。图 9 为典型掠翼的俯视平面图和侧视剖面图。参照平面图，我们定义半翼展为 $b/2$，前缘后掠角为 Λ_L，内侧后缘后掠角为 Λ_{T1}，外侧后缘后掠角为 Λ_{T2}，梢根比 c_T/c_R，机身厚度或到翼根的距离 η_B，内曲轴距离 η_c。民用运输机中，内曲轴被用于

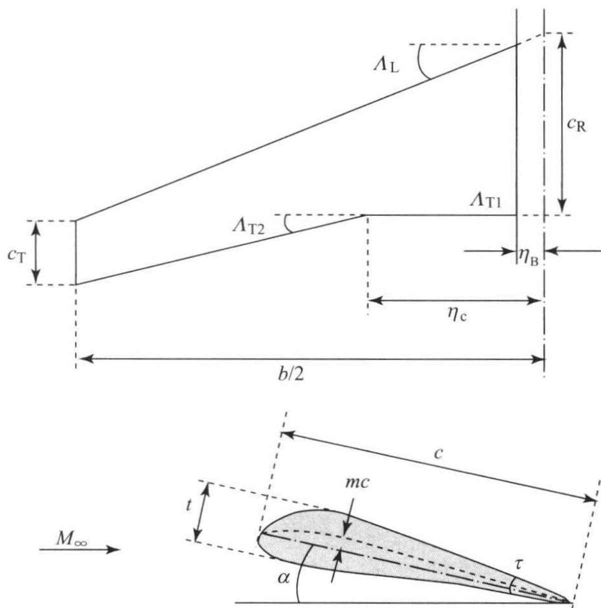
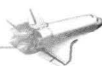


图 9　掠翼平面和剖面几何参数



安置起落架。同样需要考虑翼型，定义弦长 c，翼厚 t，最大弯度 mc，后缘角 τ，攻角 α。

如果站在设计的角度，我们的出发点是机翼的阻力特性，可以表示为

$$C_D = C_{D_0} + \frac{kC_L^2}{\pi A} \tag{7}$$

式中，C_{D_0} 为零升力阻力系数；k 为机翼载荷因数（1.0～1.2）；A 为机翼展弦比。对式（7）取微分，可以得到 L/D 的最大值：

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\max} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi A}{kC_{D_0}}} \tag{8}$$

因此展弦比最大，载荷因数最小（椭圆负载）并且 C_{D_0} 最小时，L/D 得最大值。

即使机翼在最大升阻比的条件下工作，飞行器也不能够获得最大的航程。这是因为，如果 Breguet 航程方程写成与马赫数相关的形式：

$$R = M\frac{L}{D}\frac{a}{g}\frac{1}{sfc}\ln\frac{m_0}{m_b} \tag{9}$$

式中，M 为飞行器巡航马赫数；L/D 为升阻比，sfc 为发动机燃油消耗率；m_0 和 m_b 分别为飞行器初始质量和最终质量。可以看出，空气动力学专家想要通过风洞测试和 CFD 来使 ML/D 最大化。二维机翼 ML/D 随 M 的变化如图 10 所示。可以看出，ML/D 随 M 的增大而增大，主要是表明压力的压缩效应，巡航点在 ML/D 的峰值附近。

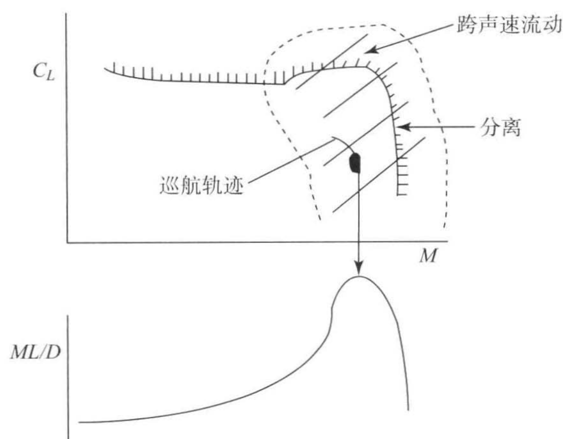


图 10　二维机翼 ML/D 随马赫数的变化

当飞行速度高于巡航马赫数时，ML/D 由于激波波阻 $C_{D_{激波}}$ 而减小。阻力和波阻的增加主要是由于激波诱导产生的边界层分离。将波阻由于压缩效应增大时对应的马赫数定义为临界马赫数（Moulden，1984；Nixon，1982）。对于典型的二维机翼或非掠翼，在自由流马赫数 $M \approx 0.6$ 时，波阻增加，这会限制巡航性能并增加飞行总时间。因此，增加临界马赫数最简单的方法就是利用掠翼。

3.2　掠翼的应用

涡轮喷气飞机是一种独特的运输机，对于给定的航程，它可以不通过增加燃油消耗来增加巡航速度，即一般与巡航马赫数无关（Kuchemann 和 Weber，1968）。因此，通过增加机翼的掠角来提高巡航速度将不会对飞行器推进性能有影响。在结构上，掠翼机比非掠翼机更为复杂。然而，这一点对于航程的影响可以被忽略。

因此，掠翼的临界马赫数 M_{crit} 可以增大 $1/\cos\Lambda$ 倍，假设激波掠角与机翼相同。掠翼可以被认为是普通机翼从翼根的旋转而非剪切，其二维截面与掠角垂直并有相同的结构厚度，然而这是以展弦比的减小为代价的。机翼剖面只关注沿弦向的流动，当机翼有掠角时，弦向的流动分量减少 $\cos\Lambda$。因此，可以增加自由流马赫数来保持临界马赫数。

掠翼不会对航程产生负面影响。如果考虑掠翼对 Breguet 航程方程的影响，假设 C_{D_0} 和 k 不随掠角改变是很合理的，因为 C_{D_0} 主要取决于表面摩擦，k 取决于翼展载荷。因此，考虑 Kuchemann 对掠翼飞行器的简化分析（Kuchemann 和 Weber，1968）：

$$M = \frac{M_0}{\cos\Lambda} \tag{10}$$

$$A = A_0\cos^2\Lambda \tag{11}$$

式中，M_0 为临界马赫数；M 为自由流马赫数（$\Lambda = 0$ 时 $M = M_0$）；A_0 为非掠翼展弦比；C_{D_0} 和 k 与掠角无关。由方程（8）得到

$$\frac{(L/D)_0}{L/D} = \sqrt{\frac{A_0}{A}} \tag{12}$$

由式（10）和式（11）可以得到

$$\sqrt{\frac{A_0}{A}} = \frac{1}{\cos\Lambda} = \frac{M}{M_0} \tag{13}$$

由式（12）得

$$\frac{(L/D)_0}{L/D} = \frac{M}{M_0} \tag{14}$$

因此，对于掠翼或非掠翼，有

$$\frac{ML}{D} = 常数 \tag{15}$$

根据 Breguet 航程方程，如果有

（1）sfc 与马赫数无关；

（2）机翼质量与掠角无关；

（3）飞行器巡航高度一定，

那么对于在一定高度巡航的掠翼飞行器，航程与掠角无关。因此在相同航程下，掠翼可以减小飞行时间。如图 11 所示。

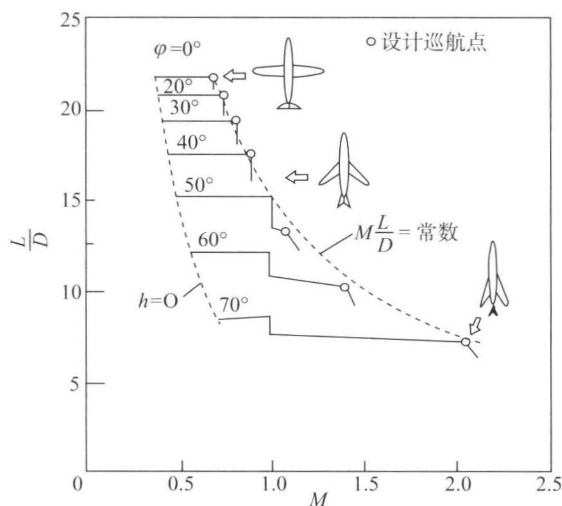


图 11　Kuchemann 简化分析图解

h 为高度，实线为实际设计，验证了 ML/D=常数。

（Kuchemann 和 Weber，1968）

更进一步考虑，实际中的跨声速掠翼绕流十分复杂。临近机翼的机身会导致等压线和激波的偏移（图 12）。非掠翼激波由于上仰力矩而有导致翼尖失速的趋势（Moulden，1984）。复杂的三维效应只能通过精细的翼型设计来处理，需要同时处理机翼扭转，改变截面和根梢载荷以保证相同的掠翼激波模式。这些方法需要风洞实验来验证（Pope 和 Goin，1978），同时 Nixon（1982）和 Moulden（1984）对其进行了更为详尽的讨论。

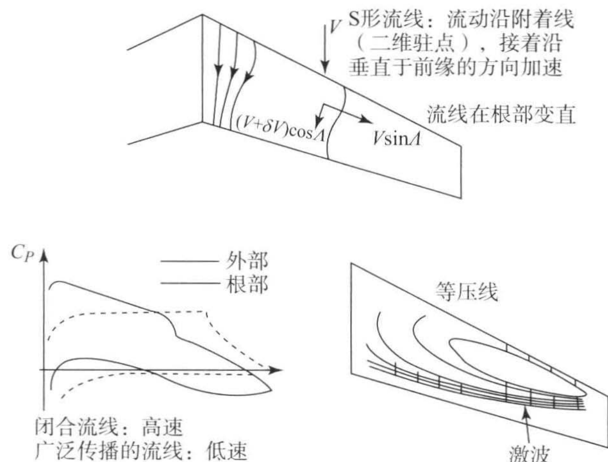


图 12　渐缩掠翼的三维流动特性

4　结　　论

这一章简单介绍了跨声速流动的空气动力学和掠翼设计的基本内容。最初我们利用无黏近似进行分析，紧接着研究二维跨声速机翼黏性绕流。由于民用运输机上掠翼的广泛使用，本章对这一设计的优点做了简要概括，强调了掠翼绕流的三维效应和机翼上激波修正的复杂性。

致　　谢

作者感谢 Alan Bocci 博士的投入和指导。

参考文献

Argawal, R.（1999）Computational fluid dynamics of whole-body aircraft. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 31, 125－169.

Bertin, J. J. and Cummings, R. M.（2009）*Aerodynamics for Engineers*, 5th edn, Pearson Education Ltd, London.

Bushnell, D. M.（2004）Shock wave drag reduction. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 36, 81－96.

Estruch, D., Lawson, N. J., MacManus, D. G., Garry, K. P. and Stollery, J. L.（2008）Measurement of shock wave unsteadiness using a high-speed schlieren system and digital image processing. *Rev. Sci. Instrum.*, 79（12）, 126108－126108－3.

Jenkinson, L. R., Simpkin, P. and Rhodes, D.（1999）*Civil Jet Aircraft Design*, Butterworth Heinemann, Oxford. ISBN：034074152X.

Kuchemann, D. and Weber, J.（1968）An analysis of some performance aspects of various types of aircraft designed to fly over different ranges at different speeds. *Progr. Aerosp. Sci.*, 9, 329－456.

Landahl, M. T.（1989）*Unsteady Transonic Flow*, Cambridge University Press. ISBN：9780521356640.

McCormick, B. W.（1995）*Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*, 2nd edn, John Wiley and Sons, New York. ISBN：0471575062.

Massey, B. and Ward-Smith, J.（1998）*Mechanics of Fluids*, 7th edn, Stanley Thornes Ltd, Cheltenham.

Moulden, T. H.（1984）*Fundamentals of Transonic Flow*, John Wiley and Sons, New York.

Munson, B. R., Young, D. F. and Okiishi, T. H.（2006）*Fundamentals of Fluids Mechanics*, 5th edn, John Wiley and Sons, New York. ISBN：0471675822.

Nixon, D.（ed.）（1982）*Transonic Aerodynamics, Progress in Astronautics and Aeronautics, vol.* 81, AIAA,



New York. ISBN：0915928655.

Nixon, D. (ed.) (1989) *Unsteady Transonic Aerodynamics*, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 120, AIAA, New York. ISBN：0930403525.

Pope, A. and Goin, K. L. (1978) *High Speed Wind Testing*, John Wiley and Sons, New York.

Raymer, D. P. (1999) *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, *AIAA Education Series*, 3rd edn (ed. J. S. Przemieniecki), AIAA. ISBN：1563472813.

Shapiro, A. H. (1953) *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Flow*, vol. 1, John Wiley and Sons, New York. ISBN：0471066915.

Sobieczky, H. and Seebass, A. R. (1984) Supercritical aerofoil and wing design. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 16, 337 - 363.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 24 章

复杂激波现象

William J. Rider
圣地亚国家实验室，阿尔伯克基，新墨西哥，美国

1 引言与实例

激波的复杂性体现在任何产生激波的自然和科技系统中。例如，在航空航天工程中，激波结构对飞行器和动力系统内部结构的设计至关重要。激波是典型的非线性系统，很难进行理论分析。基本的激波现象可以通过将复杂的激波系统分解为简单的几部分来分析研究。对于非常简单的物理系统，可以得到流动的解析结构，但是更为真实的流态要结合实验观测与计算分析。在现代科学和工程应用当中，灵敏度和不确定分析变得越来越重要，所以通常将这些方法结合并用于校核与验证。

首先我们考虑这三个例子：外流空气动力学、高速球体对平板的影响以及星体爆炸。每个例子都展示了激波现象不同方面的复杂性。绕流激波流由于物体几何形状的不同产生复杂性。高速金属球冲击平板展示了真实材料响应的复杂性。最后，星体爆炸涉及多重物理量的复杂性，其中辐射化学以及星体本身的物质组成都增加了流动的复杂性。

1.1 几何复杂性：外流空气动力学

即使是微小的几何外形变化，带激波的流动都会变得更加复杂。分析方法能够分析相关问题，然而实验研究能够提供更加明确的信息，以以下计算研究为例。尽管从几何上来说，楔形结构简单，但激波与其相互作用也会产生美观且复杂的流动。Quirk（1994）对此的数值研究结果如图 1 所示。在 Zoltak 和 Drikakis（1998）进行的关于激波和圆柱相互作用的实验中也得到了类似效应。当激波穿过楔形物表面时发生反射，当激波通过楔形的顶点时，激波反射从简单结构变得更为复杂，且相互作用角度不同。最初激波相互作用是简单形式的激波反射，进而演化为复杂的马赫反射，且伴有相互作用的激波结构，以及通过楔形物后产生的涡结构。激波在固壁反射的情况下，反射的本质以及随之产生的流动都能进行理论分析。类似地，Whitham（1974）给出了激波与圆柱相互作用问题的解析研究和实验结果。下面一节我们将进行进一步研究。

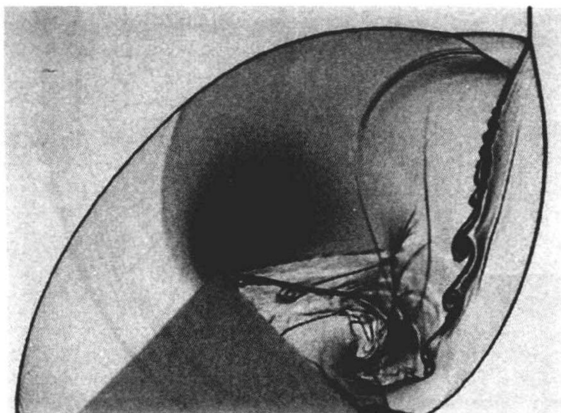


图 1 激波与刚性楔的相互作用，展示了流动冲击楔表面以及通过顶点后流动结构的变化
［经 Quirk（1994）的允许转载］

1.2 物质的复杂性：混合材料的影响

当非气体物质以足够的力（如速度）相互作用时，将会发生流体动力学演化。这些物质在动力学



演化中所涉及的复杂现象甚至连流体动力学专家也并不熟悉。这些效应（包括材料的弹塑性强度和固-固相变）所产生的非标准响应在典型的流体动力学材料中都无法找到（Thompson，1972；Menikoff 和 Plohr，1989）。与这些效应保持一致，这些材料通常能够承受一定的张力（如负压力），张力被突然释放时会导致材料破碎或分离。

卫星和宇宙飞船总是面临来自碎片和陨石的危险。为了避免这些损害，工程上开发出了护罩（Ang，1993）。人们也进行了一系列实验来进一步认识这种威胁。例如，超高速的弹体（由钢材制成）以 4.22 km/s 的速度撞击到钢板，防撞器需要达到有效的阻挡弹体的目的。我们对实验进行了模拟（如图 2所示），最明显的差异在于材料位置的不同，激波结构是次要因素。由于反射激波减小了激波产生的高压，材料并没有崩落，弹片沿波面向外飞出，这些弹片对卫星保护至关重要。周围的空气与碎片分布场相互作用，形成了高度复杂的流动，对数尺度的密度能很好地体现其复杂性。空气反过来会影响碎片的轨迹。正如我们下面将讨论的，这些流动通常由实验数据模拟（对比图 2 和图 4）。确实，这一系统对理论分析和数值模拟提出了难题。

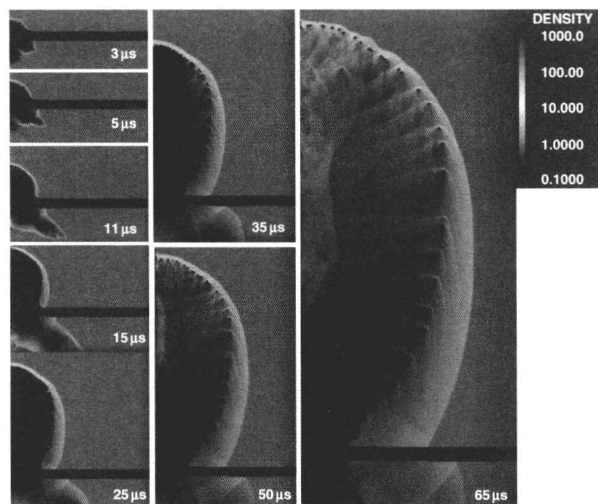


图 2 利用激波流体动力学编码 ALEGRA 进行的惠普尔护罩计算

（展示了复合材料对流动演化的影响）

（见 Robinson 等，2008）

1.3 物理复杂性：超新星爆炸

超新星是宇宙中最亮的物体。这一现象涉及星体以不同的方式爆炸。一种称为类型一的超新星，当条件适宜时，物质聚集到白矮星表面，直到混合物通过热核反应发生爆炸。这些条件如何达到以及爆炸发生方式的细节可以帮助科学家们利用超新星发出的光来揭示宇宙的起源和命运。天体物理学家利用数值模拟来研究超新星。C_{12} 的爆炸模拟如图 3 所示。碳的热核反应导致流动复杂程度升高，同时通过核合成创造硅元素。然而，物理细节与化学反应不同，对于流体动力学的影响与地球燃烧相似。这里利用了自适应网格编码 FLASH（Fryxell 等，2000）。高保真度方法、超级计算机和自适应网格的结合，使模拟能够在实验中观察到爆炸特性，复杂的波形如图 3（b）所示。实验中，高压区中爆炸产物沉积在壁面，形成了与模拟中类似的模式。早些年前，模拟得不出这样的结果。爆炸冲击波如同之前讨论的激波-楔形物相互作用产生的复杂激波一样，以类似的方式相互作用。

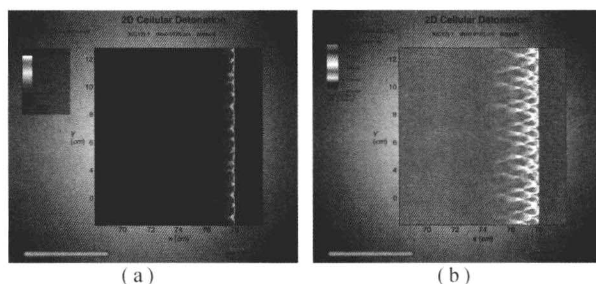


图 3 二维自适应加密网格模型的 C_{12} 爆炸快照

最大分辨率为 0.012 5 cm，爆炸前方有 1 024 个区域，爆炸宽度有 80 个区域。类似的爆炸在白矮星热核爆炸时也会出现。图中展示了密度、压力、核能产生率、碳（燃料）和硅（灰烬）的含量。

2 基本分析

通常情况下，认识问题的第一种方法是尝试求解析解。对于激波流动，这一过程始于黎曼问题（Menikoff 和 Plohr，1989），通过无黏流体动力学定义了两个最基本的物理状态之间的相互作用。黎曼问题的解对更多复杂问题的解提供了基本构件，包括带有激波的流动、接触和不连续流动，以及稀薄气体流动。人们可以精确地求解很多实例，但是结果仅限于简单流动。人们可以进一步认识二维流动，它给出了激波相互作用的解的最简单形式。涉及激波和有一定倾角的斜面间的相互作用。由此产生的流动结构是激波强度、流体类型和斜面倾角的函数（Hornung，1986）。任何改变都会导致复杂

程度的改变而不利于理论解析。例如，激波反射会产生剪切流动。剪切流动的存在会产生湍流，进而失去求解析解的可能。

黎曼问题涉及两个恒定的半无限状态的解。解关于空间和时间的比值具有自相似性。正常流体（如拥有凸状态方程的理想气体）的解包含三种类型的波：激波、接触间断和稀薄状态。值得注意的是，解可以拥有两道激波或稀薄状态。特殊流体可以产生其他更为复杂的结构，如 Menikoff 和 Plohr (1989)。所描述的复合波或膨胀激波，如冷却到临界点的流体和惠普尔防撞器那样有流体动力学性质的固体就是这样的例子。通常，黎曼问题只能利用数值方法求解，尽管对于凸流体，解有很好的性质。有个别简单的例子可以完全通过解析求解，例如，如果两种状态产生接触间断，那么要求两种状态压力和速度相同，其解不重要并且以初始速度运动时包含接触间断。

一个更有趣的情况是在两种状态之间产生激波，最简单的是对称的激波反射或者单激波。考虑初始为跳跃条件（通常被称为兰金-于戈尼奥关系）的解：

$$
\begin{gathered}
[e_*-e_0]=\frac{1}{2}(p_0+p_*)\left[\frac{1}{\rho_*}-\frac{1}{\rho_0}\right] \\
W[u_*-u_0]=\left[\frac{1}{\rho_*}-\frac{1}{\rho_0}\right] \qquad (1)\\
W\left[\frac{1}{\rho_*}-\frac{1}{\rho_0}\right]=[u_*-u_0]
\end{gathered}
$$

并有状态方程 $p=(\gamma-1)\rho e$，其中 [　] 表示通过激波数值的阶跃；ρ_0 为密度；e_0 为能量；p_0 为压力；u_0 为理想气体速度；γ 为等熵系数；W 为拉格朗日波速，单位是单位面积和时间内的质量；$*$ 表示激波前的状态。这一问题的解可以写为

$$
\begin{gathered}
p_*=p_0[M^2(1+\mu^2)-\mu^2] \\
u_*=u_0+c_0(1-\mu^2)\left(\frac{U-u_0}{c_0}-\frac{c_0}{U-u_0}\right) \qquad (2)\\
\rho_*=\rho_0\left[1+\frac{1}{1/2(\gamma-1)+\gamma p_0/(p_*-p_0)}\right]
\end{gathered}
$$

式中，马赫数 $M=U/c_0$，为激波速度 U 与波前声速 c_0 的比；$\mu=\sqrt{(\gamma-1)(\gamma+1)}$。另一种情况为激波在倾角为 α 的斜面上的反射。对于一些受限的情况，即使系统不封闭也能求解。Hornung (1986) 给出了解与气体常数和马赫数的关系。

这些简单的例子不仅反映出何种解析解是能够得到的，同时也强调了这种解的局限性。对于简介中提到的例子，解析解只涉及了现象的皮毛。一旦多个激波相互作用，分析将变得非常复杂甚至难以完成。任何数据的复杂性都会给分析研究带来问题，其中最简单的是几何复杂性，物理复杂性通常使得分析研究难以完成。几乎任何问题都是多维度的。最终，大多数包含剪切的问题都会导致不稳定流动和湍流。这些情况大多数是利用实验和数值计算来研究。

3　实验与观察研究

认识到实验和数值模拟在定性和定量分析复杂激波现象时的作用是非常重要的。控制方程的非线性本质意味着对计算工具和方法有更高要求。最好能同时利用实验和数值计算来研究问题。实验观察得到了许多难以理解的现象，给我们的解析认识和数值计算认识带来了强有力的悖论。通过校核与验证来对比，能够更好地认识和理解上述内容。

图 4 为惠普尔防护罩的撞击实验，将其与图 2 的计算结果相对照。对激波载荷下的复合材料，实验数据对保证模型的可靠性至关重要。依据实验结果来建模，通过计算可以校核物理模型的可靠性。但即使有了实验数据，实验测量的可靠性还是很难确定。这一过程在随后的校核部分有详细的讨论。在本例中，重要参数有防护罩的破坏程度、弹体撞击前的速度以及撞击后弹片的数量、轨迹和速度。例如，弹体打穿防护罩，那么穿孔容易测量并与模拟对照。我们需要知道有关材料响应的更多细节，如材料内部破碎和分离的位置。同样，数值模拟解

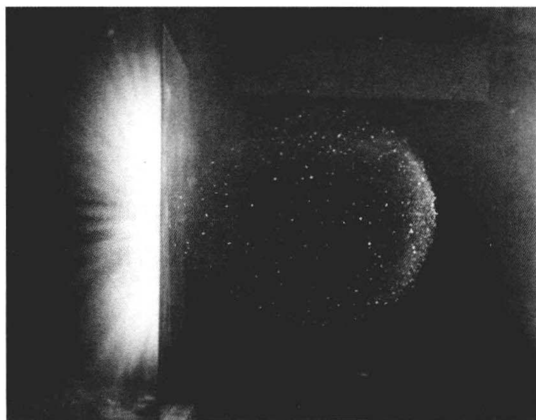


图 4　超高速弹体撞击平板的全息图像

（被称为惠普尔问题）

［转载自 Ang (1993)］



决这些悖论的能力强调了其可靠性。最后，复杂激波现象的模拟取决于所有研究工具的结合，并促使彼此进步。科学的实验能够驱动计算工具的发展，反之亦然。

4 数值模拟

现代科学的关键之处就是利用计算技术，来补充传统分析研究和实验观察。在第二次世界大战后的几十年内，计算系统的出现极大地改变了人们的传统认知方式，计算分析不断发展并逐渐成熟。计算分析最重要的一点是其处理复杂非线性系统的能力。数值技术中的近似使处理一般非线性问题成为可能，但同样也会出现限制计算分析发展的副作用，下面我们主要讨论这些负面影响。

计算分析发展的出发点是微分算子的近似。这样的近似有多种方式，包括有限差分法、有限元法、有限体积法或谱方法。每种方法都被用于特定的情况，例如，复杂几何问题更容易通过有限元方法处理，但也可以应用有限体积法。谱方法有较高的精度，但只适用于简单的几何外形。一些方法是几种方法的结合，如谱元法，它将谱方法的精确度和有限元方法的几何灵活性相结合。

计算激波流动最常用的方法是利用“人工黏性”来模仿激波的物理效应，即穿过激波能量耗散。最早的求解激波的方程中含有黏性近似项。从物理上来讲，能量通过激波转化为热。利用数值模拟这一过程，激波能够被可靠地计算（LeVeque，1992）。不再增加黏性项，而是利用偏向流动方向的数值模板，换句话说，有限差分的方向与实体流动同向。这就是 Toro（1997）提出的著名的迎风差分格式，与直接添加黏性项形成对照，迎风差分格式的截断误差中包含黏性项。

考虑简单的波动方程，$\partial\phi/\partial t+a\partial\phi/\partial x=0$，$a>0$，只对空间项 $a\partial\phi/\partial x$ 进行差分。迎风差分格式为 $a(\phi_j-\phi_{j-1})/\Delta x$，其中 j 为空间指标。通过计算这一表达式的截断误差，可以看出主项与典型的耗散类似：

$$\frac{a(\phi_j-\phi_{j-1})}{\Delta x}=\frac{a\partial\phi}{\partial x}-\frac{a\Delta x\partial^2\phi}{\partial x^2}+O(\Delta x)^2 \quad (3)$$

换言之，迎风格式近似为输运项与黏性项之和，由此得到的数值黏性不仅对于计算激波至关重要，对认识模拟中误差的本质也十分必要。虽然大多数现代方法都比这一简单方法更加精确，但数值耗散仍被用于稳定计算。

由守恒定律得到的方程大多为非线性方程，需要考虑数值误差的非线性效应。守恒定律可以近似地利用离散化的守恒形方程计算，这些方程仍保留有质量、动量和能量（LeVeque，1992）。总的来说，守恒形式使得数值方法满足兰金-于戈尼奥条件，并且结合数值黏性能够很好地计算激波。利用守恒形式来保证可靠性时，其对于截断误差有深远的影响（Grinstein、Margolin 和 Rider，2007）。简而言之，守恒形式通过截断误差产生很强的非线性能量传递，对于湍流计算有重要的影响。对于这一点，考虑非线性通量函数二阶差商的截断误差：

$$\frac{1}{2}\frac{f(u_{j+1})-f(u_{j-1})}{\Delta x}=\frac{\partial f(u)}{\partial x}+\frac{1}{6}\Delta x\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\right]+O(\Delta x)^3 \quad (4)$$

最后的二次项提供了非线性的能量交换。至此，我们只是对截断误差及其对模拟的影响有了基本的认识。接下来通过对模型的校核与验证，进一步认识截断误差的影响，并使理论与实际相平衡。

5 校核、验证和不确定性

在现代工程实践中，应该结合上述三种方法来认识复杂系统和激波产生的影响。在计算科学中，这一过程被称为校核与验证（V&V）[文献（Roache，1997、1998；Oberkampf 和 Trucano，2002）中包含详细介绍]。校核是为了判断计算是否得到了与解析解一致的结果。校核结果决定了数值方法的正确性，以避免工具错误（如代码漏洞）和概念模型错误。验证用来判断计算是否与实验观察一致，同样涉及评估模型是否适当地反映了真实性。一般来讲，校核比验证更加确切，因为解析解的不可靠性较低且实验数据的不确定性较高。

校核取决于解析解对计算结果正确性的测试。正确性由计算结果收敛于解析解的速度决定。正确率由数值方法对应的截断误差主项决定。如果计算结果不能够以适当的速率趋近于解析解，通常意味着数值方法有误（或代码有误）。校核的出发点为误差假定

$$S=A_h+Ch^\alpha \quad (5)$$

式中，S 为收敛解；A_h 为给定网格步长 h 时的数值近似；C 为常数；α 为收敛速率。如果解析解已知，代替式（5）中的S，那么方程中的未知量可以通过两种不同网格步长（h_1 和 h_2）的数值解得到。收敛速率 $\alpha=\lg(E_2/E_1)/\lg(h_2/h_1)$，其中 $E_1=|S-A_h|_\alpha$ 为误差限，如 L_1 或 L_2。我们必须认识到存在解析解的问题是否有合适的收敛解。如果问题存在间断，无论数值方法和精度，数值解一阶收敛。校核在估计数值误差时也起到至关重要的作用。当问题不存在解析解时，三网格解析度可以被用于估计网格收敛解，并利用式（5）求给定网格步长的数值误差量级。

验证涉及将模拟结果与观察或实验结果对照。因为模拟和观察都存在误差，验证过程更加困难和不确定。另外，验证是为了检验模拟中利用的模型是否能够呈现观察的结果，当模拟结果足够接近物理测量时，验证结果则较好。在验证的过程中，进行模拟的人应该熟知实验结果。接近程度取决于测量的不确定性以及现象内在的统计变化。在复杂激波中，由于极端环境测量容易出现较大误差，不稳定性、湍流和流体特性都会对统计有很大影响。从简单的分离效应实验到模型认证，验证通常分为几个层次。例如，对湍流模型可以进行部分验证。如果模型并不适用于模拟，校正过程会更为复杂。模拟利用的模型必须经过修正并重新开始验证过程。模型的修正是一个艰巨的过程，包括理论发展和确定模型参数所需的实验。

综上所述，不确定性广泛地存在于复杂激波现象中。不确定性的来源不同，包括观测误差、内在统计变化、初边值条件、数值截断误差和有限数值精度。在检验任意物理系统时，首先，需要认识系统的不确定性，这样就能知道有关系统的信息的质量，较大的不确定性会妨碍系统的决策。其次，需要认识不确定性的本质。系统表现良好还是存在较大的可变性？数值模型是否可靠？数值方法和计算资源是否适用于模型？实验观察是否准确并可靠？认识系统的灵敏程度要与认识不确定性同步进行。这一过程通常由调节模型的不确定因素实现，例如，若多个湍流模型都可供使用，则每一个都会被测试或者改变模型的系数。

致　谢

感谢圣地亚国家实验室的 Drs. Jim Ang 和 Erik Strack 以及佛罗里达州立大学的 Tomek Plewa 教授对本书插图和例证的慷慨帮助。

注　释

这些模拟由佛罗里达州立大学的 Tomek Plewa 教授提供，他利用了芝加哥大学 DOE ASC 中心开发的 FLASH 代码。

参考文献

Ang, J. A., Hansche, B. D., Konrad, C. H., Sweatta, W. C., Gosling, S. M. and Hickman, R. J. (1993) Pulsed holography for hypervelocity impact diagnostics. *Int. J. Impact Eng.*, 14, 13-24.

Fryxell, B., Olson, K., Ricker, P., Timmes, F. X., Zingale, M., Lamb, D. Q., MacNeice, P., Rosner, R. and Tufo, H. (2000) Flash: an adaptive mesh hydrodynamics code for modeling astrophysical thermonuclear flashes. *Astrophysical J. Suppl. Ser.* 131, 273-334.

Grinstein, F. F., Margolin, L. G. and Rider, W. J. (ed.) (2007) *Implicit Large Eddy Simulation: Computing Turbulent Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.

Hornung, H. (1986) Regular and Mach reflection of shock waves. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 18, 33-58.

LeVeque, R. J. (1992) *Numerical Methods for Conservation Laws*, Birkhäuser Verlag.

Menikoff, R. and Plohr, B. J. (1989) The Riemann problem for fluid flow of real materials. *Rev. Modern Phys.*, 61, 75-130.

Oberkampf, W. L. and Trucano, T. G. (2002) Verification and validation in computational fluid dynamics. *Prog. Aerosp. Sci.*, 38, 209-272.

Quirk, J. J. (1994) A contribution to the great riemann solver debate. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 18, 555-574.

Roache, P. J. (1997) Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 29, 123-160.

Roache, P. J. (1998) *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, *Hermosa Publishers*, Socorro New Maxico.

Robinson, A. C., Brunner, T. A., Carrol, S. et al. (2008) ALEGRA: an arbitrary Lagrangian-Eulerian multimaterial, multiphysics code. Technical Report AIAA-2008-1235, American Institute of Astronautics and Aeronautics, Reno, NV.

Thompson, P. A. (1972) *Compressible Fluid Dynamics*, McGraw-Hill Education.



Toro, E.F. (1997) *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction*, Springer-Verlag.

Whitham, G.B. (1974) *Linear and Nonlinear Waves*, Wiley Interscience.

Zoltak, J. and Drikakis, D. (1998) Hybrid upwind methods for the simulation of unsteady shock-wave diffraction over a cylinder. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 162, 165-185.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 25 章

激波-边界层相互作用

David G. MacManus

克兰菲尔德大学航空航天科学系，贝德福德，英国

1 引　　言

多年来，激波-边界层相互作用（SBLI）一直是广泛关注的焦点。这是一个至今仍没有被完全了解的复杂多方面问题，同时为高速飞行器及其组件的设计带来了重大困难（Délery，1999；Dolling，2001；Panaras，1996；Paniagua 等，2008）。这一章的目的是介绍 SBLI 的基本内容，并讨论影响流场的主要参数和特性。除了介绍其一般特征，还会介绍一些具体实例来说明这些特征。

激波和黏性边界层的相互作用在跨声速、超声速和高超声速流动区域都有广泛应用。人们主要围绕实验和计算对这一相互作用区域进行了大量的研究（Panaras，1996；Délery，1985；Délery 和 Marvin，1986；Settles 和 Dodson，1994）。然而这仍是热门的研究领域，这一复杂流动的关键部分还没有被完全理解（Dolling，2001；Touber 和 Sandham，2009）。SBLI 会影响飞行器的局部和整体气动热特性，进而对飞行器性能产生较大影响，如气动力、气动力矩、热负荷峰值、流动非定常性、边界层分离和非定常气动载荷。此外，SBLI 对于内流至关重要，特别是对于内流场的设计和性能，例如发动机进气道、喷管以及涡轮机械元件等的设计都需要对 SBLI 特性和机制有一定的认识和深思熟虑。

2 SBLI 的基本特征

工程应用中的 SBLI 包括很多类型，例如二维和三维形体、层流和湍流边界层，以及内流和外流空气动力学等。因此，各种不同的机理、性质和特征，都取决于这些特定参数。这些确实会对 SBLI 的性质造成一阶影响或更加微妙的影响。然而，在研究原理之前，考虑通过最简单的构型来了解 SBLI 的通用机制是非常必要的。尽管这一章名义上主要讨论二维流动，但仍然讨论了包含图 1 中的构型。二维相互作用的类型包括跨声速正激波、斜激波碰撞、大幅压缩坡道、向前和向后阶梯以及管内流动。

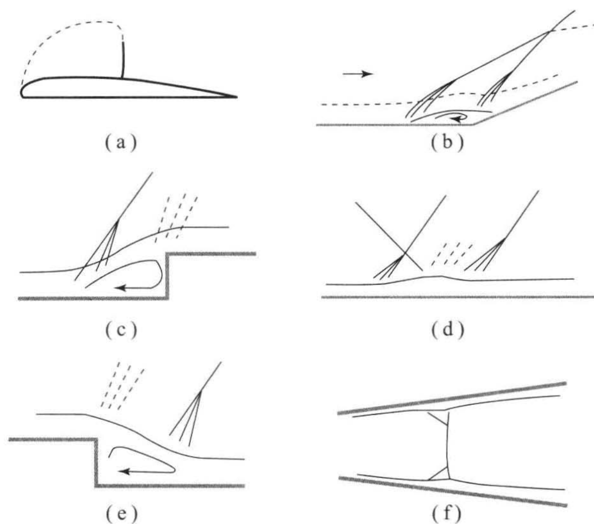
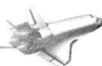


图 1　二维激波-边界层相互作用构型简图

(a) 跨声速翼型；(b) 向前阶梯；(c) 向后阶梯；(d) 大幅压缩坡道；(e) 碰撞激波；(f) 管流激波系统



跨越正激波，静压有很大改变，会形成沿流向较强的逆压梯度（$dp/dx>0$）。壁面黏性边界层是紧邻壁面很薄的区域，这一区域中的流动速度由壁面处的零增加到边界层外缘的自由流速度。边界层内马赫数发生改变，因此，在边界层内会有流动减速为声速甚至更低的一条轨迹。众所周知，即使是对于不可压缩流动，边界层的特性和表现对压力梯度还是高度敏感（Schetz，1993）。这是边界层的关键特征，最终由于激波产生的较强逆压梯度导致了一系列复杂激波。

对于 SBLI，在超声速流动区域，激波前后的强逆压梯度不能向上游传播，却可以从边界层的亚声速部分向上游传播。随着激波而增加的有效压力，在亚声速边界层造成响应，使其增厚，由此增加了边界层厚度，接着导致流线的变形并改变激波结构，这是激波-边界层相互作用的基本原理。激波会改变边界层，反过来边界层也会影响激波结构。这个简单的特征适用于一系列构型，包括层流和湍流边界层以及正激波和斜激波。相互作用的细节和本质取决于更多的参数，如边界层雷诺数、形状因数 H 和激波后压增。

顺压梯度（$dp/dx<0$）有利于边界层，而逆压梯度（$dp/dx>0$）会使流动变形并最终导致分离（Schetz，1993）。SBLI 可以被认为是极大的逆压梯度，因而对 SBLI 最关键的是，跨越激波的压增是否足够诱导分离。根据流动完全分离、起始分离和保持附着，SBLI 可以被分为三类。由于层流边界层对逆压梯度更加敏感，因此激波强度（压比 p_1/p_0）较低时就会出现分离。此外，层流边界层和强激波相互作用出现的流动分离会使边界层发生流动转捩。湍流剪切层有时会重新附着，变为湍流附着边界层（Houghton 和 Carpenter，2003）。更常见的湍流边界层受到了更多实验和计算上的关注。一般而言，流动都是相似的，而局部出现分离需要较大的逆压梯度。分离区域的出现是高超声速流动一个关键的特征，会导致局部传热显著增加（Estruch 等，2009）。

2.1　SBLI 流动特性

尽管正激波和斜激波与边界层相互作用的基本原则类似，但是产生的流动细节却截然不同。跨声速翼型吸力面的流动包括超声速区域和终止激波边界层［图 1（a）］。正激波对边界层有重要的影响，例如导致局部甚至开式分离。图 2（a）为跨声速马赫数下升降时翼上的激波诱导分离图。随着马赫数的增加，吸力面的激波加强，分离扩展至机翼后缘，对激波本身也产生很大的影响［图 2（b）］。图 3（a）为超临界正激波的相互作用原理图。正激波诱导分离，在边界层区域分裂成带有两个腿的

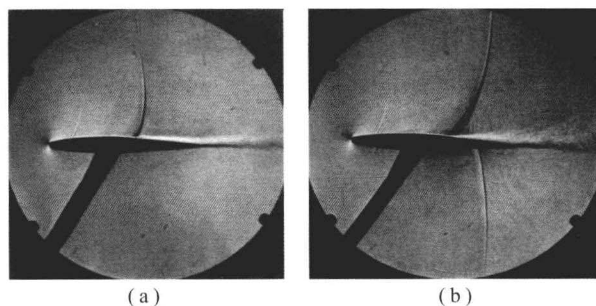


图 2　跨声速激波诱导分离

（a）局部分离；（b）扩展分离

［经 Lambourne（1958）的允许转载］

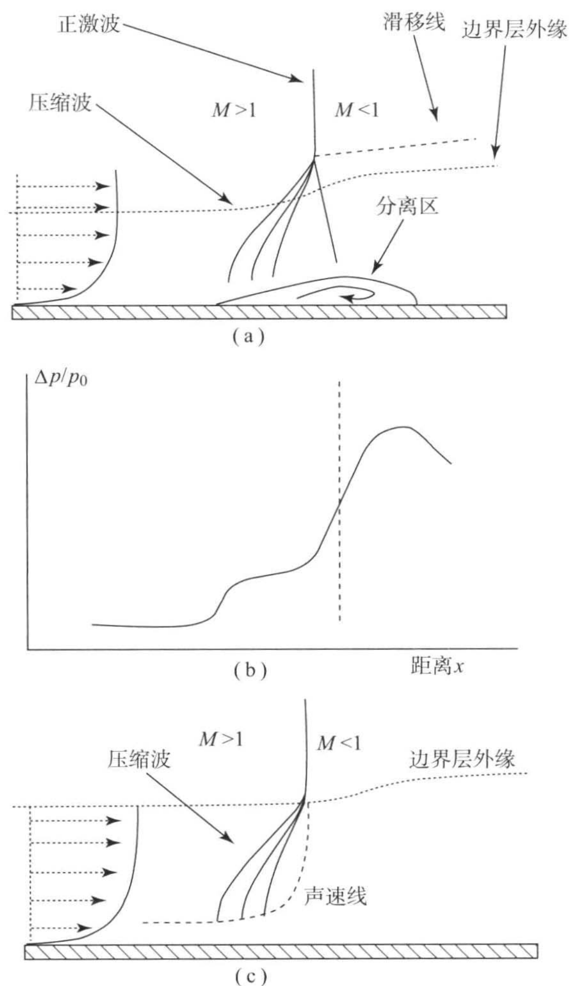


图 3　跨声速流动中正激波与湍流边界层的相互作用

（a）超临界流动；（b）超临界表面压力分布；（c）亚声速流动模型

λ（希腊字母第11个）型激波。由于分离产生回流而在上游产生了压缩波，下游的支脚在分离流和初始激波之间。对于这种超临界情况，压力影响区域分为三个部分：随着分离快速上升的区域；沿着分离区相对平缓的区域；紧接着是额外的压增区域［图3（b）］。初始的快速压力上升是为了边界层的分离，因此对于固定的来流也相对恒定。压增并不等于激波扰动产生的总压增。一旦流动分离，就不能够保持进一步的压增，并且在回流区压增的速率应适度。一旦流动重新附着，压力重新增加，最终达到所需的比例。对于亚临界流动，相互作用并不会产生分离，主要的影响是压力影响区域变得模糊，并且边界层稍有变薄，如图3（c）所示。对于二维斜激波亚临界和超临界的相互作用，会出现类似的界限（Green，1970）。

2.2　重要的流动参数

激波和边界层的相互作用取决于各自的特定参数以及二者结合的参数。从工程的角度来讲，不太关注较小干扰的构型，更加关注那些产生强烈干扰的构型，特别是认识良性和不良构型的边界。首先考虑二维机翼，关于无扰动的边界层流动的重要参数有边界层状态（如层流或湍流）、形状因子 H、边界层雷诺数 Re_δ，以及边界层内的声速线（Délery，1985；Délery 和 Marvin，1986）。这些参数相互关联，对于零压梯度流动，形状因子 H_i 随着雷诺数的增加而减小。考虑到速度剖面形状由形状因子决定，很明显，边界层内声速线的位置随着形状因子的增加而增加，即速度剖面变得不“饱满”。其重要性在于，是边界层的亚声速部分使压增向上游传播，从而有利于更复杂的相互作用拓扑结构形成。SBLI的一个重要特征是相互作用区域向上游扩展，正是上游边界层和无黏马赫数影响扩展长度 L_0。雷诺数对于相互作用长度的影响更为复杂。在高雷诺数时，超临界相互作用的扩展随着雷诺数的增加而减小（Délery，1985）；而在低雷诺数时，出现相反的趋势，L_0 随着雷诺数的增加而增加。

二维流动中与激波相关的主要参数有激波强度、激波角（正激波或斜激波）、稳定性和来源。超临界相互作用的流场取决于激波为正激波还是斜激波，激波结构也会改变（图1）。激波强度由静压比来衡量，对于斜激波来说取决于马赫数和激波角。随着压比的增大，对边界层和相互作用区域的影响增强，最终会反过来对初始激波造成更大影响。激波稳定性与初始激波自身的不稳定性有关，比如涡轮机械中的瞬态激波。激波源可以被分为局部激波和远程激波，局部激波的出现是由于近场的几何构型或气动特性，比如通过压缩坡道的超声速流动或者跨声速翼型的制止激波（图1）。远程激波源，即激波会朝着一定方向传播，同时与边界层发生碰撞［图1（e）］。例如，进气道流动中激波会撞击相邻的表面。

2.3　自由相互作用理论

Chapman（Délery 和 Marvin，1986）提出自由相互作用理论，它能够有效地评估系统对上游流动参数的敏感性。显然，当考虑激波对边界层的影响时，黏性项非常重要，该理论提出了分离所需的压增（Δp_s）与壁面切应力（C_f）之间的平衡关系。方程（1）为参数与来流马赫数（M_0）和动压头（q_0）之间的函数关系：

$$\Delta p_s = K(M_0^2-1)^{-0.25}C_f^{0.5}q_0 \tag{1}$$

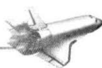
$$\frac{\Delta p_s}{q_0} = F_s\left(\frac{x-x_0}{L}\right)(M_0^2-1)^{-0.25}(2C_f^{0.5}) \tag{2}$$

$$\frac{L}{\delta_0^*} = K(M_0^2-1)^{-0.25}C_f^{-0.5} \tag{3}$$

有时也将方程（1）写为式（2）和式（3）的形式，其中 K 由经验参数 F_s 代替。这些是边界层状态（层流或湍流）和沿 x 方向长度尺度的方程，长度尺度是正激波位置（x_0）到压增到达点［$(x-x_0)/L$］之间的距离。利用总的相互作用长度 L 将 x 方向的距离量纲化为1，在临界分离点，层流的临界 F_s 为0.81，湍流为4.22。这与观察得到的结果一致，即临界压增随着表面摩擦系数的增加而增加，随着雷诺数的增加而减小。

2.4　相互作用长度

在理想的参考位置，SBLI同时向上下游扩展，扩展的程度取决于边界层的转捩状态、扰动激波、壁面曲率、下游压力梯度以及相互作用强度。对于层流边界层，由于近壁面处亚声速部分较大，相互作用长度向上游的扩展相对较大。对于不产生分离的跨声速相互作用，超声速上游的相互作用长度被定义为从初始压增点到壁面静压与马赫数为1时的静压相对应的点之间的距离（图4）。不出所料，这一特征长度是边界层雷诺数（Re_{δ^*}）、形状因子（H_i）和马赫数的函数。方程（4）为这些参数满



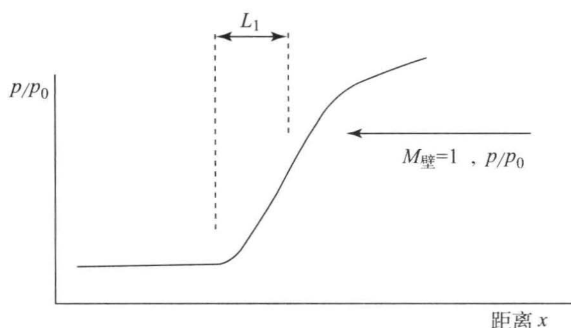


图 4　湍流边界层与正激波在亚临界相互作用下，壁面压力分布和上游相互作用长度 L_1 的定义

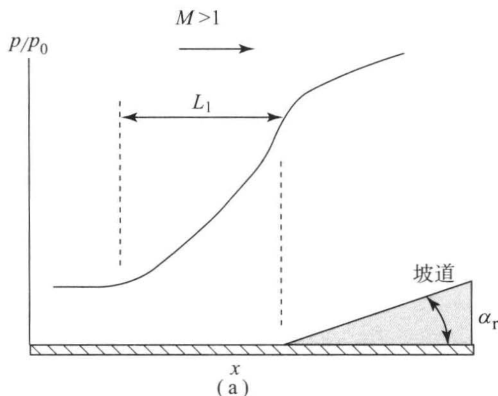
足的经验关系（Délery，1985）：

$$L_1 = 70\delta^*(H_i - 1) \tag{4}$$

对于超声速流动中的相互作用，上游相互作用长度的定义为：初始压增点到激波碰撞点（或起源点）之间的距离，如图 5 所示。这种情况下，激波的角度（或坡度）α 也是一个自由度。然而，这与跨声速情况下的参数化有一定相似性，例如对于形状因子 H_i 和边界层雷诺数 Re_δ 的敏感度。对于固定的马赫数（$M_\infty=3$），Settles、Perkins 和 Bogdonoff（1981）提出了关于压缩坡道的经验关系：

$$L_1 = \frac{0.9\delta}{(Re_\delta)^{1/3}} e^{0.23\alpha} \tag{5}$$

然而，对 L_1 的相关估计，层流斜激波的相互作用和上游相互作用距离比湍流时提高了近一个数量级（Délery 和 Marvin，1986）。



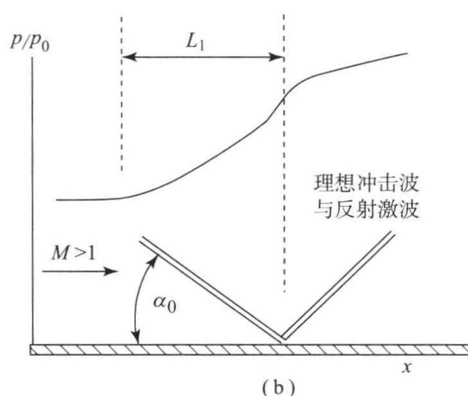


图 5　斜激波上游相互作用长度的定义

(a) 压缩坡道；(b) 冲击波

3　激波诱导分离

认识激波诱导分离产生的条件在实际工程中受到重点关注。由之前的讨论可知，影响分离的参数包括压增、边界层形状和状态以及雷诺数。初始分离条件一般都是由风洞测试得来的。由于对测量方法高度的敏感性，并且事先并不知道准确的位置，因而确定精确的分离点和分离条件非常困难，于是人们开发出一系列的测量技术和分析方法。尽管最需要得到表面切应力分布情况，但历史上很难对此进行可靠测量，其他的方法还包括皮托管和非侵入式激光技术。然而，每一种方法都有自己的困难，而且大多数经验数据都是基于更为简单的表面静压测量。静压分布对预测分离提供了一种间接的标准。通常，静压剖面曲率的突变就意味着分离的发生（Green，1970）。表面流动可视化技术也可以被用于确定分离（Settles，1993），但流动可视化并不能直接确定实际的分离点。一个确定临界条件的方法是绘制出分离长度与扰动输入之间的函数图像，例如坡角或马赫数，这可以实现从分离特征长度推出分离条件。初始分离对于二维流动的定义为壁面切应力为零（$\tau_w=0$）（图 6）。任何流动条件的不利变化（如激波强度增加）会导致 τ_w 的减小，

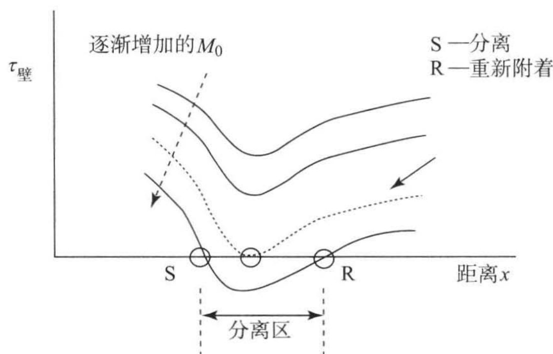


图 6　二维流动，壁面切应力随马赫数增加的变化

［经 Green（1970）的允许转载］

$\tau_w<0$的区域也可能发生分离。

3.1 跨声速激波诱导分离

对于平板流动，Chapman 首次提出（Pearcey，1961）分离点的压增与分离点上游点的摩擦系数相关［方程（6）］。对于层流边界层，Gadd 提出了改进的表达式（Pearcey，1961），其中包含马赫数的影响，同时利用雷诺数来表征表面摩擦系数［方程（7）］：

$$C_{p_sep}\propto\sqrt{C_{f0}} \tag{6}$$

$$C_{p_sep}=\frac{1.13}{\sqrt{\beta_0 Re_x^{1/2}}}，其中\ \beta_0=\sqrt{M_0^2-1} \tag{7}$$

尽管比例常数取决于边界层是层流还是湍流，但它们之间存在一定关系。通常认为湍流边界层或边界层形状因子较低时临界压力系数较高。对于出现分离的跨声速正激波的相互作用，形状因子在上游增加并迅速到达临界值，对于湍流边界层，H_i 约为2.5。一旦分离区开始缩减，流动重新附着，形状因子回到较低水平，并取决于接下来的流动发展情况。然而，通过湍流边界层轮廓可以得知流动历史。例如临界初始跨声速的情况，不会出现较大的分离区扩展，对于给定的边界层高度，边界层的湍流强度有较大变化，下游重新附着区域的湍流强度比来流强度高一个数量级（Délery，1985）。相互作用使湍流动能和雷诺应力有较大的增长，于再附着点之前达到最大，这些项同样比来流高一个数量级。人们十分关注初始分离条件，经验关系表明，跨声速平板流动的初临界马赫数接近1.3（Délery，1985）。经验关系同时表明，当形状因子由1.55减小到1.3时，边界层变得更有弹性，而且临界马赫数略有增加。

这种类型的超临界跨声速相互作用对于机翼的抖振特性有着重要的影响（Pearcey，1961）。一旦出现分离，SBLI 相对于后缘的位置至关重要。如果分离足够大，会使分离流动扩展至后缘，导致机翼升力损失和机翼抖振。抖振界限取决于机翼的C_p、升力系数和飞行马赫数的分布。此外，激波诱导分离的发展会导致周期性的自激流动，这时SBLI 的位置不断改变，使机翼升力和俯仰力矩产生很大的非定常变化（Lee，2001）。

3.2 超声速激波诱导分离

对于超声速结构，分离的发生是激波角或坡角、雷诺数 Re_δ、来流马赫数和边界层形状因子 H_i 的函数。但是这种情况下的分离临界条件并不遵循简单的模式。对于层流超声速斜激波相互作用，其相互作用区域会变得非常大，扩展距离可以达到边界层厚度 δ 的 100 倍（Schetz，1993）。这一相互作用长度比湍流的 10 倍 δ 要大得多。基于经验数据，Chapman、Kuehn 和 Larson（1958）提出了临界压力系数 C_{p_s}，当其达到临界压力系数时，将出现层流分离：

$$C_{p_s}=\frac{2}{\gamma M_e^2}\left(\frac{p}{p_e}-1\right)=0.093[(M_e^2-1)Re]^{-0.25} \tag{8}$$

从经验数据得出，分离所需的压增随着马赫数的增加而增加，这与 Chapman 提出的准则一致。然而随 α 的变化却有着相反的趋势，α 同样也取决于马赫数。这与之前讨论的有关跨声速相互作用的长度类似。但在高雷诺数情况下时，敏感度在临界 α 时减小。

对于湍流超声速相互作用，人们提出了各种不同的简化预测理论和经验关系。2.3 节展示了一个基于自由相互作用理论的基本关系。Reshotko 和 Tucker（1955）提出了另一种方法，模型的建立是基于湍流边界层的压力间断效应。模型利用了修正的形状因子，它与传统的不可压缩因子 H_{i0} 有关。分离条件与跨越斜激波的马赫数之比有关。

$$\frac{M_2}{M_0}=\frac{f\{H_{i2}\}}{f\{H_{i0}\}} \tag{9}$$

由于 H_i 与 Re_δ 的相关性，雷诺数也间接产生影响。Reshotko 和 Tucker（1955）基于平板湍流边界层 1/7 处的速度剖面，提出的临界马赫数之比为0.762。这一方法可以被扩展，利用斜激波关系将临界条件表示为压比，来代替马赫数之比。图 7 展示了基于此种分析的分离条件，将 M_2、M_0 和来

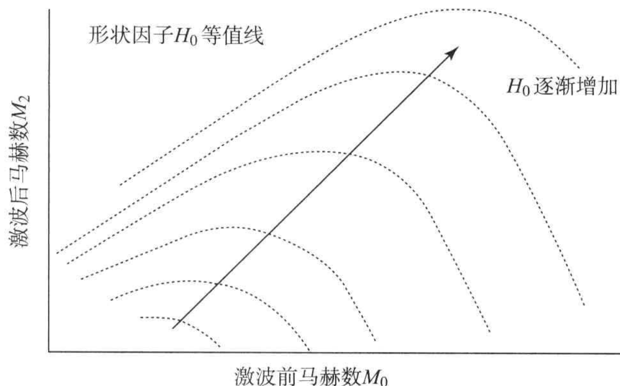


图 7 超声速斜激波分离模型示意图



流形状因子 H_0 分离开来。当点（M_2，M_0）位于来流形状因子以下时就会发生分离，即在一定的压增条件下，边界层没有足够的弹性来避免分离。

3.3 超声速相互作用流场

对于亚临界斜激波相互作用，激波产生简单反射，反射点偏向声速点。图 8（a）为马赫数 2.4 时，二维楔形物产生斜激波的纹影图像。对于超临界形状，相互作用更加复杂，如图 8（b）和图 9 所示。入射激波产生增厚的亚声速边界层，边界层内产生一系列有限的压缩波，与初始激波相互作用，最终形成反射的分离激波。初始激波与分离区的边界相交，形成膨胀扇。随着分离区的缩小，流动重新回到表面并产生一系列压缩波，最终形成更清晰的再附着激波。对于固定的来流马赫数和边界层，相互作用的效力取决于激波强度，激波强度由通过入射激波后的偏转（$\Delta\alpha$）来衡量。根据自由相互作用理论，造成分离的临界压比只是给定的来流条件的函数。当来流保持不变时，观察发现分离点的静压比保持不变（图 10）。然而，随着扰动强度增加，分离长度增加，这是通过再附着点压比的增加来实现的。

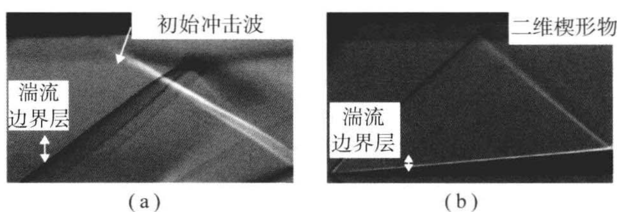


图 8 斜激波相互作用纹影图像

（a）亚临界反射（$M=1.74$，$\alpha_r=4°$）；（b）超临界反射（$M=2.4$，$\alpha_r=13°$）

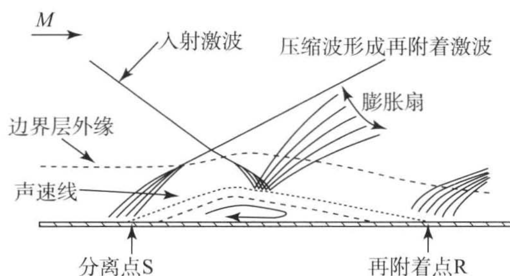


图 9 图 8（b）中斜激波相互作用示意图

穿过超声速相互影响区域，边界层厚度和位移厚度都会减小。虽然这些变化不能用简单的关系衡量，但通过马赫数为 3.88 的平板流动的例子可以看出，相比于来流条件，δ 和 δ^* 都有 35%的减小（Délery 和 Marvin，1986）。与跨声速的情况类似，

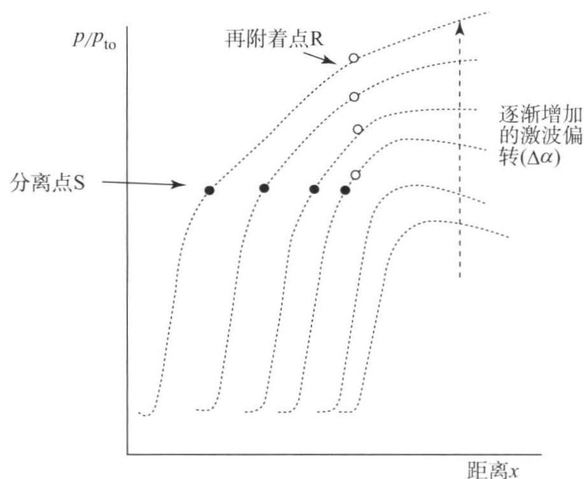


图 10 激波强度对表面静压和分离长度的影响简图

［经 Délery 和 Marvin（1986）的允许转载］

相互作用使湍流参数大幅度地增加。

4 SBLI 的非定常性

激波与湍流边界层的相互作用是 SBLI 最常见的类型。尽管早期的研究表明，许多超临界 SBLI 构型会产生定常流动，但现在人们普遍认为出现分离的湍流情况都是非定常的（Dolling，2001；Dolling 和 Murphy，1983；Dupont 等，2005）。由激波振荡、非定常分离与再附着点以及表观流动的振荡可以看出流动的不稳定性（Dussauge 和 Piponniau，2008）。通常情况并不需要这些特点，它们会对飞行器的结构、载荷、传热和飞行稳定性（颤振）造成不利影响。

非定常流动的本质很复杂，同时包含了低频和高频要素。湍流中的 SBLI 表明，来流边界层的状态和频谱会影响非定常特性。对来流边界层进行激波速度振荡和压力波动的同步测量表明，它们之间有明显的关联，而且来流扰动和激波运动之间稍有延迟（Beresh、Clemens 和 Dolling，2002）。同样，尽管其他所有量保持恒定，相互作用还是会有频谱的变化。例如，一项专门的研究表明，对于马赫数为 5 的二维压缩坡道，激波诱导分离的频率低于 0.5 kHz，令自由流和边界层条件保持一致，当坡道掠角从 0°变到 50°时，主激波的频率增加到 7 kHz（Dolling，2001）。这就表明，还有另一种机制与非定常特性相关。一项实验研究（Beresh、Clemens 和 Dolling，2002）建立了边界层速度波动与激波振荡的关系。利用的条件平均技术表明，边

界层内的负速度波动导致激波向上游移动，同样，正速度波动导致激波向下游移动。这些关系在近壁区域成立，但不适用于外边界层。这些结果证实了一个简单的观点，近壁的正扰动会产生更强的边界层，同时会稍稍延缓分离，最终导致激波后移。

非定常相互作用包括的高频部分能够达到几万赫兹，并与传统的湍流边界层频谱有关。反射激波的运动频率较低，大概在几百赫兹，运动的范围与初始边界层厚度的量级相当（Dupont 等，2005）。对于特别的超临界构型，分离区的范围是 4～6 倍的来流边界层厚度 δ，并且激波的运动随着激波强度增加为 1～2 倍 δ 的量级。在相互作用区域内，频率的范围为 1～10 kHz。

5　后掠 SBLI

到目前为止，讨论的都是二维流动和激波边界层的相互作用。尽管这是介绍关于 SBLI 很好的主题，并与一些工程应用直接相关，但是仍有许多应用涉及边界层和后掠激波的相互作用，包括翼的流动、翼根连接处的流动、圆锥和楔形进气道的流动、双立尾的流动、相交激波和后掠坡道的流动。下面将对“尖翼相互作用”或“掠射激波”做简要介绍。这是一种最受人们关注的后掠构型，在以下讨论中都有出现：Délery 和 Marvin（1986）；Settles 和 Dolling（1990）；Alvi 和 Settles（1992）；Settles（1993）；Settles 和 Dodson（1994）；Panaras（1996）。

掠射激波相互作用的基本几何构型包括垂直于平板安装的可变迎角的尖翼。跨越掠射激波时，额外的自由度导致沿翼展方向的压力梯度被强加于平板边界层并形成高度扭曲的三维剖面。基于翼展方向表面流动的偏转特性，McCabe（Settles，1993）提出了初始分离模型，并且表示当表面流动与自由流激波方向一致时即达到临界条件。将其推广到高马赫数情况，通过经验修正得到了关于来流马赫数 M_0 和激波发生器角度 β 的简单准则：

$$M_0\beta=0.30 \tag{10}$$

对于这些后掠激波构型，流动取决于激波诱导分离的出现。Kubota 提出了无分离亚临界流场模型，强调了在尖翼和平板的角落形成很强而且很小的涡旋［图 11（a）］。当通过增大发生器角度来加强相互作用时，边界层向外偏转，最终导致主流分离，在强力的角涡和激波之间形成较大的对转式涡旋［图 11（b）］。这样的流动对表面的传热有重要影响，局部会出现热流量峰值，这与较大的分离涡和紧密的角涡都有联系。在相对较小的马赫数下（$M=2.4$），角涡附近平板局部热流量与未扰动的边界层相比放大了 3 倍。人们希望传热的放大与否取决于激波强度，因此提出了一系列关于传热比（$St_{\mathrm{pk}}/St_\infty$）和表面压比（$p_{\mathrm{pk}}/p_\infty$）的经验关系。然而其中的一些数据严重发散，所以人们提出了更为简单的基于激波马赫数的经验关系。这为初始区域外部尖翼后掠激波相互作用传热的估计提供了方法，通过实验数据修正发现，峰值热量与湍流参考值相比放大了 7 倍。

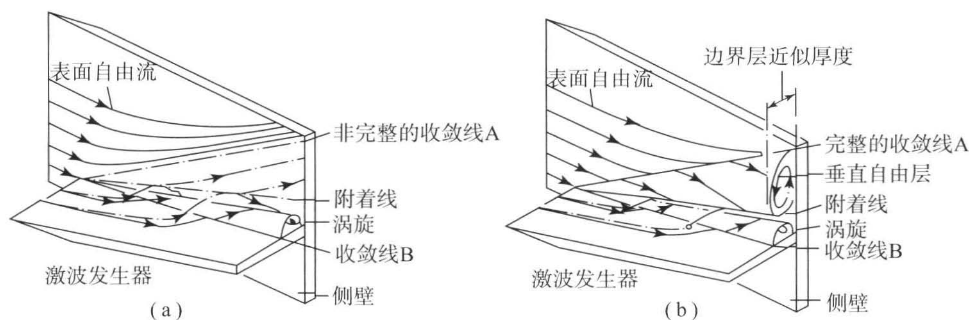


图 11　尖翼掠射激波相互作用的流场示意图

(a) 亚临界；(b) 超临界

［转载自 Kubota 和 Stollery (1982)］

$$\frac{St_{\mathrm{pk}}}{St_\infty}=3.7M_n-2.7 \tag{11}$$

尽管后掠 SBLI 拓扑结构比二维情况复杂得多，但是观察垂直于激波表面的平面坡的流场，发现了其与二维结构的相似性。对于准二维流动，Green（1970）提出垂直于激波面的平面内的流动结构与二维跨声速激波相互作用类似［图 3（a）］。根据这些推测，流动有了我们熟悉的特性——分离压缩波、分叉



点和λ激波。在实际的尖翼掠射激波情况下，有限相互作用产生的流动可以被视为与准圆锥类似，流动结构与图3（a）观察到的有大量相似之处（Alvi和Settles，1992）。

6 结　论

在广泛的工程应用中，都会出现激波与黏性边界层之间的相互作用。这对于局部流场、局部传热以及整体的气动特性都有重要的影响。最显著的影响是激波足够强而造成边界层分离。当出现激波诱导分离时，相互作用基本上是非定常的，而且流动展示出复杂的特性。此外，相互作用包括常见的三维构型，这又进一步提高了复杂度。各种各样的理论方法和经验关系被用于预测相互作用的重要方面，如什么时候发生分离。然而，现今还没有通用的方法，并且这仍是一个活跃的研究领域。

致　谢

作者感谢David Estruch对获得一些纹影图像所提供的帮助。

参考文献

Alvi，F. and Settles G.（1992）Physical model of the swept shock wave/boundary layer interaction. *AIAA J.*，30（9），2552-2558.

Beresh，S.，Clemens，N. and Dolling，D.（2002）Relationship between upstream turbulent boundary layer velocity fluctuations and separation shock unsteadiness. *AIAA J.*，40（12）.

Chapman，D.，Kuehn，D. and Larson，H.（1958）Investigation of separating flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effects of transition. *NACA Report* 1356.

Délery，J.（1985）Shock wave/turbulent boundary layer interaction and its control. *Prog. Aerosp. Sci.*，22，209-280.

Délery，J. and Marvin，J.（1986）Shock wave boundary layer interactions，AGAR Dograph，No. 280.

Délery，J.（1999）Shock phenomena in high speed aerodynamics：still a source of major concern. *Aeronaut. J.*，103（1019）.

Dolling，D. and Murphy，M.（1983）Unsteadiness of the separation shockwave structure in a supersonic compression ramp flowfield. *AIAA J.*，21（12）.

Dolling，D.（2001）Fifty years of shock-wave/boundary layer interaction research：what next? *AIAA J.*，39（8）.

Dupont，P.，Haddad，C.，Ardissone，J. and Debieve，J.（2005）Space and time organisation of a shock wave/turbulent boundary layer interactions. *Aerosp. Sci. Technol.*，9，562-573.

Dussauge，J.-P. and Piponniau，S.（2008）Shock/boundary layer interactions：Possible sources of unsteadiness. *J. Flu. Struct.*，24，1166-1175.

Estruch，D.，Stollery，J.，MacManus，D.，Lawson，N.，and Garry，K.（2009）Hypersonic interference heating：a semiempirical hot-spot predictive approach. AIAA Paper 2009-7444.

Green，J.（1970）Interactions between shock waves and turbulent boundary layers. *Prog. Aerosp. Sci.*，11，235-340.

Houghton，E. and Carpenter，P.（2003）*Aerodyn. Eng.*，5th edn，Butterworth Heinemann.

Kubota，H. and Stollery，J.（1982）An experimental study of the interaction between a glancing shock and a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*，116，431-458.

Lambourne，N.（1958）Some instabilities arising from the interactions between shock waves and boundary layers，National Physical Laboratory，NPL/Aero/348.

Lee，B.（2001）Self-sustained shock oscillations on airfoils at transonic speeds. *Prog. Aerosp. Sci.*，37，147-196.

Panaras，A.（1996）Review of the physics of swept shock/boundary layer interactions. *Prog. Aerosp. Sci.*，32，173-244.

Paniagua，G.，Tolga，Y. T.，De La Loma，A. and Coton，T.（2008）Unsteady strong shock interactions in a transonic turbine：experimental and numerical analysis. *J. Propul. Power*，24（4），722-731.

Pearcey，H.（1961）Shock induced separation and its prevention by design and boundary layer control，in *Boundary Layer and Flow Control*，Pergamon Press.

Reshotko，E. and Tucker，M.（1955）Effect of a discontinuity on turbulent boundary-layer-thickness parameters with application to shock-induced separation. *NACA Technical Note* 3454.

Schetz，J.（1993）*Boundary Layer Analysis*，Prentice Hall，New Jersey.

Settles，G.，Perkins，J. and Bogdonoff，S.（1981）Upstream influence scaling of 2D and 3D shock/turbulent boundary layer interactions at compression corners. AIAA Paper 81-0334.

Settles，G. and Lu，F.（1985）Conical similarity of shock/boundary layer interactions generated by swept and

unswept fins. *AIAA J.*, 23 (7).

Settles, G. and Dolling, D. (1990) Swept shock/boundary layer interactions-tutorial and update. AIAA Paper 90-0375.

Settles, G. (1993) Swept shock boundary layer interactions-scaling laws, flowfield structure and experimental methods. *AGARD Report* 792.

Settles, G. and Dodson, L. (1994) Supersonic and hypersonic shock/boundary layerinteraction database. *AIAA J.*, 32 (7).

Touber, E. and Sandham, N. (2009) Large eddy simulation of the low-frequency unsteadiness in a turbulent shock-induced separation bubble. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 23 (2), 79-108.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 26 章

可压缩湍流混合的基本原理

Dennis A. Yoder, Nicholas J. Georgiadis
NASA 格伦研究中心进气道和喷管分部，克利夫兰，俄亥俄，美国

1 引　　言

剪切流中的湍流混合在航空航天各种应用中扮演着至关重要的角色。现代超声速商业飞机大多采用大涵道比的涡扇发动机，经过扇片的气流会与核心机的高能废气混合，这种混合可能发生在喷嘴部分或者羽流区。由这些废气流产生的噪声随着喷气速度非线性增加，并与剪切层的湍流动能相关联。喷嘴尾部修正如 V 形结构，来改变射流剪切层的湍流结构，从而改变产生噪声的频率。已提出的超声速设计使用了混合喷射器喷嘴，它使得二次流能与核心机流在排气管内混合。废气流的混合能减小喷嘴排气速度和起飞时的噪声。排气管的尺寸与两种气流的混合率直接相关。要了解羽流与飞机舵面的相互作用，必须先了解可压缩废气流扩散速度的相关知识。此外，能量消耗率和可压缩的热射流与军用飞机的红外羽流特性直接相关。对于吸气式超高声速交通工具，超声速燃烧冲压喷气发动机的尺寸和重量由燃料和氧化剂完全燃烧的混合率决定。这些系统的可行性和效率都取决于自由剪切流的湍流混合，如射流和混合层。

2 平板混合层

在研究湍流的可压缩效应时，平板压缩或许最简单易测。两个最初由固体薄面分隔开的气流相互接触时会产生平板混合层。剪切层会在高速流和低速流间形成，并且其厚度会随着低处气流长度的增加而增加，可压缩性大大降低了剪切层的增长速度，并减小了主要的湍流应力。当然，这个会对强烈依赖气流混合速度和效率的应用产生不利的影响。此外，气流的可视化也显示，湍流结构的性质也会发生很大变化。

2.1 不可压缩平板混合层

为了全面地了解压缩性对平板混合层的形成和特性的影响，首先我们必须了解不可压缩湍流混合层的结构。低速混合层的最大特点之一就是出现了连贯的大规模的顺翼展涡结构，Brown 和 Roshko（1974）清楚地证明了这一点。这些大规模结构的形成是由气流基本的开尔文-亥姆霍兹不稳定性引起的，不稳定性的指数性增长，导致剪切层卷成大规模的顺翼展涡结构。正如证明所得，当力施加在混合层时，旋涡的初始间隔是由占主导地位的不稳定性因素的频率决定的。

这些顺翼展涡卷跟下游气流对流使下游气流速度约为两股气流的平均速度。如顺翼展涡卷，它们通过吸入剪切层以外的流体扩大，并通过一系列配对和撕裂过程结合在一起（Winant 和 Browand，1974）。在配对过程中，两个邻近的旋涡靠拢并开始绕着对方旋转，重新分布它们的速度直到最终融合成一个大的旋涡。这种配对过程可能由局部不稳定因素引起，局部不稳定性会使其中一个旋涡偏离中心线，并根据这个旋涡推向的气流，给它一个稍快或稍慢的对流速度。在撕裂过程中，旋涡的一部分会跟剩下的部分分裂开，并且这部分会被邻近的另外一个旋涡消耗。

旋涡通过配对和撕裂过程中的这种合并使得结构更少、更大，因此，旋涡间的间隔随着下流距离的增大而增加。

流体向下流动时，会引起二次展向不稳定性，它会导致另外的流向涡形成。这些反向旋转的流向涡或“肋状”涡在卷间的涡辫区间形成，并且包裹着连续的展向涡（Dutton，1997）。这些流向涡间的展向间隔在流出后会增加，并且可能与大旋转结构增加的流向间隔有关。流向肋状涡的强度跟大展向涡卷的强度大小是同一个数量级。这种三维性和旋涡伸展提供了高阶不稳定性，会导致小规模湍流的形成。

在下流较远处，气流达到一种完全发展的状态，当用适当的尺寸将其划分成小块时，平均速度剖面与湍流统计取得了自相似性。通常，平均速度在湍流量之前达到自相似，湍流量以流向湍流、横向湍流，然后湍流剪应力这样的顺序发展（Goebel 和 Dutton，1991）。

由实验测得的平均速度剖面形状常与由 Görtler（1942）导出的理论误差方程相比较：

$$u^* \equiv \frac{u-u_2}{u_1-u_2}=\frac{1}{2}[1+\mathrm{erf}(\eta-\eta_0)] \tag{1}$$

其中相似变量定义为

$$\eta=\sigma\frac{y}{x-x_0} \tag{2}$$

需要知道或实验测得三个参量：σ，扩散率参量；x_0，混合层实质原点位置，通常在混合层开端物理位置的上流；y_0（或 η_0），剪切层横截面中心位置。扩散率参量可与两股气流的速度与密度比相关（Papamoschou 和 Roshko，1988）：

$$\frac{\sigma_0}{\sigma}=\lambda_s\equiv\frac{(1-r)(1+\sqrt{s})}{2(1+r\sqrt{s})} \tag{3}$$

常取 $\sigma_0=11$。所有的湍流轮廓都显示出相似的高斯型形状，这与从剪应力分析得到的轮廓相一致。

从实际角度来说，我们没办法测得不稳定剪切层的准确宽度。因此，研究中发明了各种测量剪切层宽度的方法，它已经可以量化并且与扩散参量相关。一种测量剪切层宽度的方法是从流体图像中得到视觉厚度 δ_{vis}，通过作混合层边的平均切线来估测混合层两边的扩散角度。在任意给定的轴向位置，可视厚度定义为边线间的距离。这虽然带有一定的主观性，但这种方法对于已经定义好大规模旋涡结构的不可压缩混合层来说很适用。对于缺乏显性结构的高速流来说，确定剪切层边缘变得很困难。作为一个更客观的测量方法，研究人员在皮托压力或平均速度剖面的基础上使用厚度定义。定义的变化速度基础上的厚度包括 10%Δu 厚度 b、涡量厚度 δ_ω、动量厚度 θ 和能量厚度 B。Samimy 和 Elliot（1990）讨论了这些测量剪切层厚度不同方法的优缺点，特别考虑了式（1）用来描述混合层厚度数据点的数量和可靠性。式（2）参数描述了由于流动特性变化导致的混合层厚度变化的能力。

在完全发展区域，发现混合层厚度随下流位置先行变化。使用方程（1）～方程(3)，变化速度可与速度-密度参量 λ_s 有关，即

$$\frac{db/dx}{0.165}=\frac{d\delta_\omega/dx}{0.161}=\frac{d\theta/dx}{0.036}=\frac{dB/dx}{0.135}=\lambda_s \tag{4}$$

Brown 和 Roshko（1974）、Papamoschou 和 Roshko（1988）提出了混合层变化速度的经验关系式：

$$\frac{d\delta_{pit}/dx}{0.28}=\frac{d\delta_{vis}/dx}{0.34}=\frac{d\delta_\omega/dx}{0.17}=\lambda_s \tag{5}$$

这些关系式是建立在实验数据基础上而不是 Gortler 的速度剖面基础上。

2.2　可压缩平板混合层

关于可压缩平板混合层关键点之一是，在等效的速度密度比下，它比不可压缩混合层扩散得更慢，因而早期的很多实验研究了单流混合层。单流混合层就是其中一股流静止，另外的流动通过降低温度增加马赫数，因此其密度也减小，两个流动密度的不同使增长率降低。然而，后来 Brown 和 Roshko（1974）的双流实验结果揭示，仅是密度不同不能解释这种现象，可压缩混合层增长率的降低是由于压缩效应。

对流马赫数是用来量化混合层流压缩性等级的最常用衡量值之一。两股压力相当，比热容比（同为 γ）相同的流体，对流速度和对流马赫数为

$$U_c=\frac{a_2u_1+a_1u_2}{a_1+a_2} \tag{6}$$

$$M_c=\frac{u_1-u_2}{a_1+a_2} \tag{7}$$

并且代表着大规模结构向下传播的速度。

以对流马赫数作为压缩性的衡量值，由一系列实验数据得到的混合层增长速率如图 1 所示。这些增长率由在同一速度-密度比下的不可压缩混合层



标准化。该图清楚地显示出至少在 $M_c<1.0$ 时，增长率随着压缩性的增加而减少；$M_c>1.0$ 时，额外的压缩性影响很小。数据的分散性归因于多种因素，包括不同实验装置和测量技术的使用，没有取得自相似数据的应用，应用的混合层厚度定义的不同，估测不可压缩混合层厚度的不确定性，以及马赫数可能没有完全体现压缩效应或者只是体现了一阶效应的可能性（Dutton，1997）。图 1 中的数据显示，基于皮托厚度和可视厚度测得的混合层增长率不一致，并且采用不同速度测量方法时，增长率也不同。

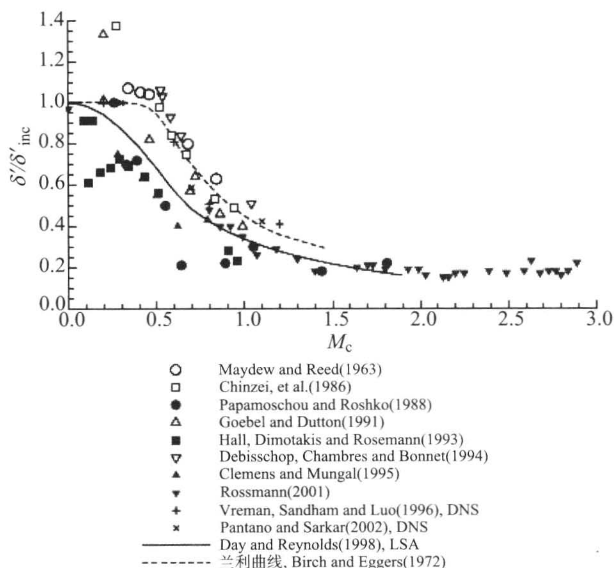


图 1　标准化的可压缩混合层增长率数据

在混合层增长率降低时，可压缩混合层中结构发生变化（Clemens 和 Mungal，1995）。观察低对流马赫数流的大规模旋涡结构发现，这些旋涡结构正如在不可压缩流体中一样，会沿着测量截面的宽度方向展向发展。如图 2 所示，在中等对流马赫数流中，大规模组织结构并不常见并且尺寸通常很小。相反，剪切层的高速或低速界面由于自由流突然穿插到剪切层的中间而显得并不光滑。图 3 所示的平面图没有空间规律性，混合层也变得具有高度的三维性。在较高的对流马赫数流视图中显示的可辨别的大规模结构更少。这些流体往往在横截面显示出顺流的薄片旋涡。这些薄片旋涡并不会像不可压缩卷结构一样流过混合剪切层，并且它们之间也不会混在一起。结果显示，剪切层上混杂的减少带来了横向湍流强度和湍流剪切应力的减少，从而影响了混合层增长率。

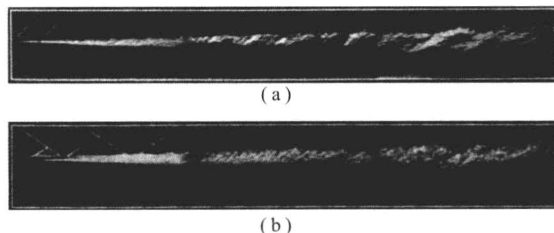


图 2　$M_c=0.28$ (a) 和 $M_c=0.62$ (b) 时复合平板混合层的侧视条纹图

［经 Clemens 和 Mungal（1995）的允许转载］

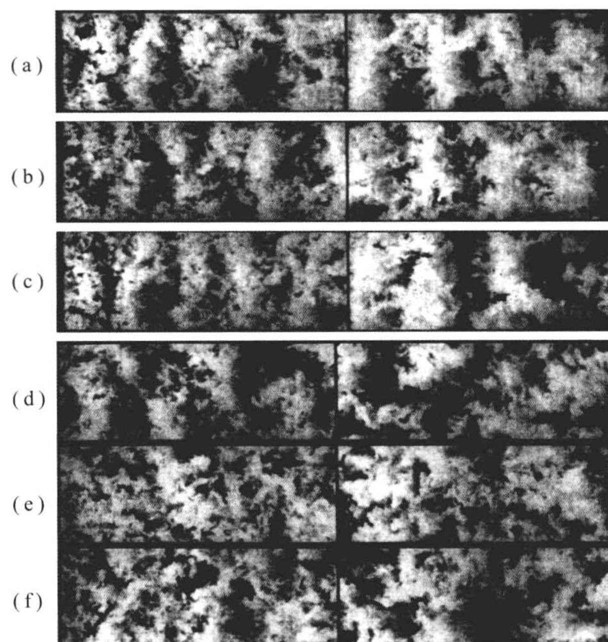


图 3　二维平面混合层 $M_c=0.28$(a)～(c)，$M_c=0.62$(d)～(f)

［经 Clemens 和 Mungal（1995）的允许转载］

很多实验研究发现，随着对流马赫数的增加，湍流切应力和横向湍流强度会明显减少。只要对流马赫数低于 0.2，也就是刚好没有观测到相应的混合层增长率减少之前（$M_c\approx0.5$），湍流统计中的这些变化就会出现。在顺流湍流强度的数据中并没有这么直观的趋势。Goebel 和 Dutton（1991）等主张顺流湍流相对而言仍然没有被压缩性影响。大多数人注意到顺流湍流略有减少，尽管不像其他湍流那样剧烈。因而仍有一些关于湍流的各向异性被可压缩性影响程度的争论。

2.3　模拟可压缩混合层

一些理论提出要解释或模拟可压缩混合层中所观测到的混合层增长率减少或所出现的结构变化的

物理原理。

线性稳定性分析可以用来帮助理解流体的不稳定性怎样影响混合层整个结构和流动总特征，如混合层增长率。这项技术解释了流动中的扰动，并可以用来辨别哪种扰动会在什么情况下增加。然而，因为稳定性理论处理的是小扰动问题而且通常是线性方程，因此它们只能预测稳定性的下限。下限指的是在那个限值一个小的扰动将第一次在幅度上增加。这些扰动的增长很快会使线性假设无效，所以在传播区和充分发展的湍流区，非线性元素是必要的。Monkewitz 和 Huerre（1982）表明不可压缩混合层的最大空间幅度值与速度成比例，这与混合剪切层增长率观测到的趋势一致。研究表明，随着对流马赫数的增加，可压缩混合层扰动的最大放大率会极大地减小（Ragab 和 Wu，1989）。当用不可压缩放大率标准化后，所得的曲线图合理地预测了混合层增长率的减小，正如图 1 的实线所示。Sandham 和 Reynolds（1990）发现，对于 $M_c \leqslant 0.6$ 时，二维波通常被放至最大。高于这个对流马赫数时，斜波占主导，这意味着高度压缩的混合剪切层将会有很强的三维结构。研究压缩、放热、速度密度比、化学反应剪切层流动结构中变化等效值的线性稳定性分析表明，压缩性与放热作用相似，都是引起和主导附加的不稳定性模型（Day 和 Reynolds，1998）。

许多早期出现但依然广泛使用的可压缩模型建立在雷诺平均 N-S 方程之上，特别是湍动能输运方程出现了显膨胀项式。这些项包括膨胀耗散和受压膨胀。膨胀模型的基本前提是，在高速流中，脉动流速膨胀变得很重要，并显示出它们是在湍流动能传递中附加的耗散效应，从而减少了湍流增长率。

后来的均匀剪切流（Sarkar，1995）、时间混合层（Vreman、Sandham 和 Luo，1996）和环形混合层的直接数值模拟结果显示，膨胀消耗和受压膨胀的影响不大，压缩流中湍流动能增长率的降低是湍流产生水平降低引起的。就运动的雷诺平均方程而言，这种湍流生产率的降低反过来是由雷诺应力传递方程中压力-应力相关张量的压缩效应引起的。穿过压缩剪切层的降压波动改变了压力-应变，使沿流动方向、横向和翼展方向的湍流能量重新分配。这些结果表明，虽然压缩性的增加使雷诺应力的每一项减小，但几乎没有影响顺流方向的正应力，由此增强了湍流的各向异性。然而，Pantano 和 Sarkar（2002）对混合层进行的直接模拟表明，湍流各向异性的改变程度取决于模拟进行的范围和时间。

压缩效应与压力-应变相关张量的改变有关，对可压缩混合层的准确物理建模需要利用代数应力或雷诺应力模型。基于湍流动能输运的简单涡黏性模型，只能通过改变涡黏性关系进行特定的修改。不幸的是，由于二阶张量建模的复杂性，基本没有对于压力-应变关系的可压缩模型。常见的方法是利用已有的压力-应变模型，加上基于局部压缩性测量的阻尼函数，如对流、梯度或湍流马赫数。

平板混合层的大涡模拟（LES）和直接数值模拟能够更好地对流动进行物理描述，因为在这些非定常模拟中，重要的湍流尺度由计算给出而不是模型给出。然而，高雷诺数下，DNS 的计算成本太高，即使是 LES，计算成本也要远远高于利用雷诺平均运动方程的计算成本。另外，对于具体的非定常来流条件，计算结果对计算方法的选取和近壁区域的处理十分敏感，对于 LES 要对亚格子尺度的应力进行建模。

3　射　　流

虽然湍流射流和平板混合层有一些区别，但一些基本的流动特征还是有相似之处的。射流中，一个液流由另一个液流从反面环绕。在两侧，初始的剪切层不断发展直到在射流中心相遇。剪切层内直到在中心线相遇位置的区域被称为速度核心区，因为这一区域内的平均射流速度为常量。由这一点向下游走，射流中心线的速度衰减并最终达到自相似的状态。

当射流从相对简单的喷嘴流出时，如飞行器发动机或火箭排气系统的圆形喷嘴，其剪切层是环形的。射流初始段的流动被认为拥有二维的剪切层。可压缩湍流射流中剪切层增长速度的放慢导致了速度核心区长度较长。实际中，当射流马赫数高于 0.5 时表现出压缩性。对于未加热的不可压缩射流，速度核心区的长度大约为 5 倍排气管直径。对于未加热的马赫数为 2 的射流，速度核心区的长度达到 10 倍喷嘴直径，是不可压缩射流的两倍。Witze（1974）进行了大量的射流试验来研究射流速度核心区长度和中心线速度衰减的表达式，它们是射流马赫数和射流与自由流密度比的函数。



Gutmark、Schadow 和 Yu（1995）讨论了平板混合层与射流的区别。他们特别强调环形射流有额外的轴对称和螺旋形两种模式，射流中相互作用旋涡的数量由额外引入的长度尺寸所限制，如速度核心区长度。Michalke（1971）的线性稳定性分析证明，轴对称和螺旋形模式随着马赫数的增加变得更稳定。如果喷嘴半径与初始动量厚度的比值不是很大（$R/\theta \leqslant 6$），那么马赫数大于 0.8 时，螺旋形模式占主导。对于较大的半径厚度比值（$R/\theta > 100$），两种模式都会被放大。不同模式的非线性相互作用导致了射流的三维结构，在平板混合层的例子中还包括顺流方向的结构。

非环形喷嘴会产生一系列不同的不稳定模式，这些模式可以由如离心率、纵横比、周向分布的动量厚度和当地曲率半径等参数来表征（Koshigoe、Tubis 和 Ho，1998）。拥有直边和拐角的喷嘴得益于直边的大尺度混合以及拐角处小尺度的混合。因为直边的传播率要大于拐角处，所以会发生流动偏移。拐角处较小的曲率半径导致了旋涡的变形，这些旋涡最终演变成流向涡。

4 结　论

可压缩湍流混合在航空航天许多应用中起到了至关重要的作用。尽管射流的几何结构简单，并且研究涉及的混合层问题也相对简单，但流动的物理实质却非常复杂。低速流动时，流动主要是受与剪切层交汇并随之发展的横跨流动的涡结构支配，破坏了涡结构的自然增长机制，并导致了更强的流向涡的形成。湍流结构的这种改变也会影响平均流参数，如剪切层增长速率减小，在混合起重要作用的应用中，这会导致设备效率的降低。

虽然先进的实验流动可视化和定量测量技术让我们进一步认识了可压缩湍流混合，但当下更多的研究聚焦于通过数值模拟技术预测流动类型。线性稳定性分析在鉴别哪种类型的扰动会增长并有助于湍流混合时很有用。由于描述可压缩自由剪切流的压力-应变相关张量的建模十分复杂，湍流模型只取得了很有限的成就。大涡模拟和直接数值模拟为流动提供了更完整的物理描述，因为湍流尺度通过计算而不是模型得到。为了精确地描述这些小尺度，现今这些方法仅限于低雷诺数或中雷诺数的应用。随着计算资源的不断进步，这些技术将更加有助于可压缩湍流混合的应用。

符号表

a	声速
b	混合层 10%Δu 厚度
B	混合层能量厚度
M_c	对流马赫数
r	速度比 u_2/u_1
R	喷嘴出口半径
s	密度比 ρ_2/ρ_1
u	自由流速度
u^*	归一化速度
U_c	对流速度
x	顺流坐标轴
y	横向坐标轴
z	翼向坐标轴
δ	混合层真实厚度
δ_{pit}	混合层皮托厚度
δ_{vis}	混合层可视化厚度
δ_ω	混合层涡量厚度
δ'	混合层增长率，$d\delta/dx$
η	相似变量
λ_s	速度-密度参量
σ	扩散率参量
θ	混合层或边界层动量厚度

下　标

0	虚拟原点
1	高速流
2	低速流
inc	incompressible（不可压缩的）

参考文献

Birch, S. F. and Eggers, J. M. (1972) A critical review of the experimental data for developed free turbulent shear layers. NASA Conference on Free Turbulent Shear Flows, Washington, D. C., vol. Ⅰ, 11-40.

Brown, G. and Roshko, A. (1974) On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluids Mech.*, 64, 775-816.

Chinzei, N., Masuya, G., Komuro, T., Murakami, A. and Kudou, K. (1986) Spreading of two-stream supersonic turbulent mixing layers. *Phys. Fluids*, 29 (5), 1345-1347.

Clemens, N. and Mungal, M. (1995) Large-scale structure and entrainment in the supersonic mixing layer. *J. Fluid*

Mech., 284, 171–216.

Day, M. J. and Reynolds, W. C. (1998) The structure of the compressible reacting mixing layer: insights from linear stability analysis. *Phys. Fluids*, 10 (4), 993–1007.

Debisschop, J. R., Chambres, O. and Bonnet, J. P. (1994) Velocity field characteristics in supersonic mixing layers. *Exp. Thermal Fluid Sci.*, 9, 147–155.

Dutton, J. C. (1997) Compressible turbulent free shear layers, in *Turbulence in Compressible Flows*, (ed. D. Knight), Advisory Group for Aerospace Research and Development, North Atlantic Treaty Organization, Neuilly-sur-Seine, France, pp. 2.1–2.42. AGARDR–819.

Goebel, S. and Dutton, J. (1991) Experimental study of compressible turbulent mixing layers. *AIAA J.*, 29 (4), 538–546.

Görtler, H. (1942) Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes. *Z. Angew. Math. Mech.*, 22 (5), 244–254.

Gutmark, E. J., Schadow, K. C. and Yu, K. H. (1995) Mixing enhancement in supersonic free shear flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 27, 375–417.

Hall, J. L., Dimotakis, P. E. and Rosemann, H. (1993) Experiments in nonreacting compressible shear layers. *AIAA J.*, 31 (12), 2247–2253.

Koshigoe, S., Tubis, A. and Ho, C.-M. (1988) Vortex deformation in elliptic-core jets from the perspective of linear instability analysis. *Phys. Fluids*, 31 (9), 2504–2517.

Maydew, R. C. and Reed, J. F. (1963) Turbulent mixing of compressible free jets. *AIAA J.*, 1 (6), 1443–1444.

Michalke, A. (1971) Instability of a compressible circular free jet with consideration of the influence of the jet boundary layer thickness. *Z. Flugwissensch.*, 19 (9), 319–328. See Also NASA TM–75190.

Monkewitz, P. A. and Huerre, P. (1982) Influence of the velocity ratio on the spatial instability of mixing layers. *Phys. Fluids*, 25 (7), 1137–1143.

Pantano, C. and Sarkar, S. (2002) A study of compressibility effects in the high-speed turbulent shear layer using direct simulation. *J. Fluid Mech.*, 451, 329–371.

Papamoschou, D. and Roshko, A. (1988) The compressible turbulent shear layer: an experimental study. *J. Fluid Mech.*, 197, 453–477.

Ragab, S. A. and Wu, J. L. (1989) Linear instability waves in supersonic turbulent mixing layers. *AIAA J.*, 27, 677–686.

Rossmann, T. (2001) An experimental investigation of high compressibility mixing layers. PhD thesis. Stanford University.

Samimy, M. and Elliot, G. (1990) Effects of compressibility on the characteristics of free shear layers. *AIAA J.*, 28 (3), 439–445.

Sandham, N. D. and Reynolds, W. C. (1990) Compressible mixing layer: linear theory and direct simulation. *AIAA J.*, 28 (4), 618–624.

Sarkar, S. (1995) The stabalizing effect of compressibility in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, 282, 163–186.

Vreman, A. W., Sandham, N. D. and Luo, K. H. (1996) Compressible mixing layer growth rate and turbulence characteristics. *J. Fluid Mech.*, 320, 235–258.

Winant, C. D. and Browand, F. K. (1974) Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 63, 237–255.

Witze, P. O. (1974) Centerline velocity decay of compressible free jets. *AIAA J.*, 12 (4), 417–418.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 27 章

旋翼飞行器压缩效应

Klausdieter G. Pahlke
德国航空航天中心航空项目指挥部，布伦瑞克，德国

1 引 言

通常人们所说的旋翼飞行器有三种基本类型：由 Igor Sikorsky 提出并于 1940 年进行了首飞的主旋翼-尾旋翼式直升机的变形体，拥有 2 个主旋翼[同轴旋翼（Pateras Pescara，1924）、并排旋翼（Heinrich Focke，1936）、交错旋翼（Anton Flettner，1939）、纵列双旋翼（Frank N. Piasecki，1945）]的直升机和倾斜翼飞机（Bell XV-3，1955）。后者保持旋翼倾斜并高速飞行，所以自由流的方向基本平行于旋转轴。从这个意义上讲，倾斜翼机与螺旋桨飞机相似，故不再在本章中讨论。

上面提到的其他构型的主旋翼既能产生维持旋翼机在空中飞行的升力，同时也能产生获得一定前行速度所需的推力。许多其他所谓的复合旋翼飞机可能配有额外产生升力（例如机翼）或推进力（例如螺旋桨）的设备，在本章中不做讨论。本章着重讨论古典旋翼飞行器，因为与混合式构型相关的现象可以看作固定翼飞机或是旋翼飞行器的特例。

对于所有上述古典构型而言，主旋翼桨叶的流动马赫数在一个旋转周期（见第 1 卷，第 14 章）经历了巨大的变化。这种现象是理解旋翼飞行器相关问题的关键，这些将在下面进行详细的讨论。

令

$$M_{\omega R}=\frac{\omega R}{a_{\infty}} \tag{1}$$

式中，$M_{\omega R}$ 表示旋翼转动时在翼尖产生的马赫数，ω 表示旋翼的角速度，R 表示桨叶的半径，a_{∞} 表示稳定流中的声速。盘旋飞行时，半径 r 处（$0<r<R$）的流动速度为 ωr，即流速从转轴处到翼尖由 0 变为 ωR [图 1（a）]。桨叶旋转一周，桨叶上的位置由方位角 ψ 确定。假设旋翼逆时针旋转，当 $\psi=0$ 时，桨叶在直升机尾翼上方；当 $\psi=90°$时，桨叶垂直于自由流（旋转速度和平移速度相叠加）；当 $\psi=180°$时，桨叶在挡风玻璃上方；当 $\psi=270°$时，桨叶再次垂直于自由流（旋转速度减去平移速度）。$0°<\psi<180°$的区域叫桨叶前行区域，$180°<\psi<360°$的区域叫桨叶后行区域。图 1 为 $\psi=90°$和 $\psi=270°$时在相对桨叶静止的坐标系上的流动速度，箭头的长度表示流速的大小。很明显，速度和桨叶的角速度 ω 与飞行速度 V_{∞} 相关，由此得到特征参数，即进速比为

$$\mu=\frac{V_{\infty}}{\omega R} \tag{2}$$

式中，$\mu=0$ 为盘旋飞行，$\mu=0.5$ 与图 1（b）所示相对应。现今涡轮直升机的 $M_{\omega R}$ 范围是 $0.55<M_{\omega R}<0.75$，许多直升机都有 $M_{\omega R}\approx0.65$。假定 $M_{\omega R}\approx0.65$，图 1（b）表明，如果翼尖马赫数在 $\psi=90°$时低于 0.9，这个值略高于现代跨声速翼型的阻力发散马赫数，那么进速比只能达到 0.4，即前行速度约为170 kt（320 km/h）。事实上这就是目前最先进的直升机的巡航速度。图 1（b）中的圆圈标明了桨叶的逆流区，即流动由后缘流向前缘的区域。古典的机翼在设计时并没有考虑在这个区域中工作，因而不会产生升力或负升力。因而在 $\psi=270°$时，桨叶在$\mu<r<R$ 内才会产生升力。与

此同时，$\psi=270°$处的动压较低，需要很大的飞行攻角，因此机翼会在最大升力系数附近工作。这两个因素极大地限制了高速飞行时桨叶在$\psi=270°$处产生的升力。特别是对于古典的主旋翼-尾旋翼构型，在稳定飞行时，主旋翼的滚转力矩为零，这使得前行桨叶的升力与后行桨叶的升力一样低。飞行速度越高，主旋翼的效率就会越低。

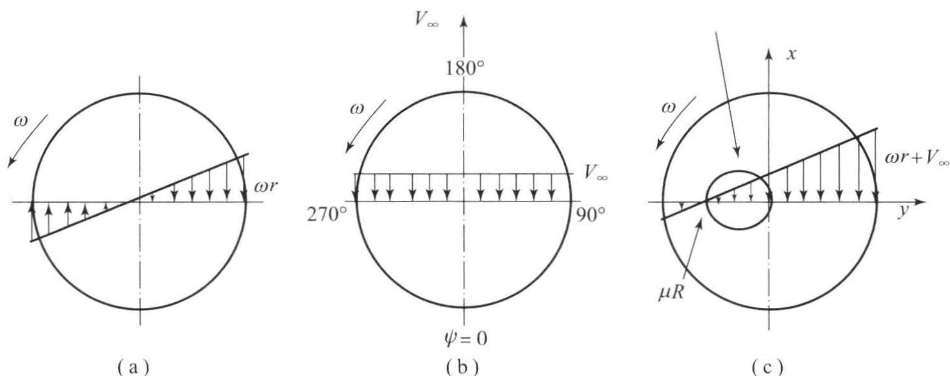


图1　直升机前行时旋翼桨叶的速度分布

(a) 盘旋飞行旋转速度；(b) 固定翼前行速度；(c) 前行时速度的叠加

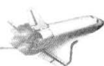
高速前行时，翼尖马赫数达到0.9，此时压缩效应就变得十分重要。特别是对于拥有矩形机翼的直升机，流动在前行桨叶上变为跨声速，有时还会出现激波（见第1卷，第23章）。前行桨叶上跨声速流动对于飞行性能和噪声的影响将在之后讨论。旋翼的后行桨叶在高速飞行时有很高的负载，工作中的桨叶攻角接近或高于最大升力对应的攻角。高速飞行时，后行桨叶对应的有效马赫数低于0.4，因而压缩效应为次要因素。通过进一步的观察表明，后行桨叶翼尖附近的流动分离由机翼前缘的超声速流动区域引起。这一现象将在第3节做详细讨论。因为古典直升机飞行马赫数低于0.3，对于机身周围的流动，压缩效应并不重要。尾旋翼和主旋翼的工作马赫数相同，因此尾旋翼的压缩效应与主旋翼类似。另外一个对压缩效应有重要影响的区域是机身和发动机进气道。这一情况的基本构想在第22章第1节有所讨论，其设计任务就是要保证在所有飞行条件下，从盘旋飞行到高速前行时，进气道都不会出现流动分离，同时避免进气道和发动机之间的激波以满足发动机制造条件。关于旋翼飞行器更多的内容，读者可以参看文献（Leishman，2006；Prouty，2007）。

2　前进桨叶上的压缩效应

在早期的直升机设计中，设计师主要关注主旋翼的气动特性，因此倾向于具有恒定的对称翼型的矩形桨叶（如NACA0012）。很显然，这种选择使每个部分在零升力时的俯仰力矩系数为零。虽然这不是最符合空气动力学的选择，但是通过对其进行简化分析，最终成功设计出直升机。主旋翼的一个重要参数是$M_{\omega R}$，为了获得较好的盘旋性能并使主变速箱具有较低的扭转负载，对于$M_{\omega R}$可取较高的跨声速值，即接近给定翼型阻力发散的马赫数（如NACA0012为0.77，见McCroskey，1987）。$M_{\omega R}$最好能具有较大值，以使在给定的巡航速度下逆流区域最小化（图1）。同时，$M_{\omega R}$和M_∞的和，即前行桨叶马赫数，其值应略高于阻力发散马赫数，这样可以降低前行桨叶上的冲击强度和波阻。美国军方最著名的通用直升机（UH1）为双桨叶型，其主旋翼的$M_{\omega R}$约为0.7。这种设计使两个桨叶上的负荷很大且在飞行速度仅为200 km/h（对应于标准条件下的M_∞为0.16）时仍具有较高的翼尖前行马赫数。这种设计具有两个缺点：一个是当其飞行速度略微超过200 km/h时，机翼阻力突然增加，飞行速度不再随发动机有效功率的增加而增加；另一个是飞行时会产生巨大的噪声（高速脉冲噪声）。

2.1　压缩效应对前行桨叶力和力矩的影响

如第1节所述，当飞行器高速飞行且叶片在$\psi=90°$左右时，桨叶上的升力约等于零，翼尖处会由桨叶扭转产生负升力。前行桨叶上的主压缩效应与第1卷第23章中描述的情况相似，即由于波阻而产生很大的阻力。因此改善翼尖设计与改善亚声速固定翼飞行器相同，即减少当地负载（例如设计更



多的桨叶)，使用掠翼、超临界翼型、薄翼型。另一个方法是减小 $M_{\omega R}$，但这常常受其他设计参数的限制（例如转矩限制主变速箱）。了解了对称翼飞行器的旋翼动力学之后，旋翼设计工程师试图仿照固定翼飞行器改进超临界翼型及在不对称升力和阻力情况下的气动性能。事实证明，控制翼尖处的俯仰力矩十分困难，尤其是在可压缩区域，这将导致弹性扭力增加。由于飞行器前行时，主旋翼附近存在非定常流动，且主旋翼结构相对柔软，因而无法应用第一原理方法来稳定旋翼飞行器。除了非定常性，重要的流体结构之间的相互作用也需要考虑。因此首先应采用跨声速小摄动理论与弱流固耦合（Tung、Caradonna 和 Johnson，1986）进行理论研究。现在非定常雷诺平均 N-S（URANS）求解器（Beaumier 等，2005；Pahlke 和 Van der Wall，2005；Bhagwat 等，2007）可以用于旋翼设计。还有更多文献（如 Le Pape，2005）给出了利用优化器的方法。

Desopper 等（1988）详细论述了一个应用掠翼和薄翼的实例。Beaumier、Costes 和 Gavriaux（1993）详细比较了两个在翼尖处形状不同的旋翼的空气动力性能：一个是矩形桨叶（7A），另一个是抛物线形的后掠翼尖（7AD）。图 2 展示了两个旋翼的平面图。风洞实验证明，在具有相同的升力和推进力的高速飞行状态（μ=0.4）下，尖端设计可以节能 5.5%。Harrison、Stacey 和 Hansford（2008）基于英国实验旋翼项目（BERP）提出了一个复杂的翼尖设计方案。

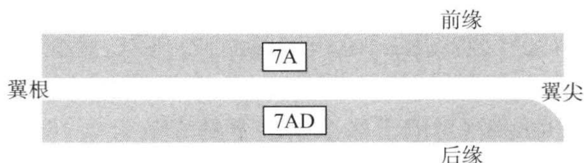


图 2　7A 和 7AD 旋翼桨叶的平面图

2.2　高速脉冲噪声

当自由来流马赫数高于临界马赫数时，机翼产生局部超声速流场，大多数情况下会产生激波。这种激波是它的上游低气压与下游高气压之间的压力跃变。超声速区域在叶片上扩展是有限的，向内侧扩展时，内侧局部马赫数降低，向外侧扩展只能到达叶片边缘，图 3 展示了具有两个矩形桨叶的旋翼飞行器在盘旋飞行时的压力分布图，压力系数的参考速度为 ωr。事实上，所选的盘旋飞行条件（零升力，高 $M_{\omega R}$）并不代表任何飞机。这一测试是为了用简化的例子说明翼尖的可压缩效应。图 3 是基于欧拉方程进行三维计算的结果（Kuntz，1999）。UH-1H 旋翼从翼根到翼尖具有恒定的 12% 翼型。前行马赫数从 0.88 增加到 0.95 所产生的影响如图 4 所示，包括桨叶上的压力分布和旋翼上的压力分布。通过激波的压增在径向扩展至 r/R=1.0 以外，导致远离叶片处显著的压力分布差异。这会产生巨大的噪声。$M_{\omega R}$=0.95 的情况相当于在距离旋翼桨盘 3.09 R 处的传声器接收到 1.8 kPa 的气压脉动，$M_{\omega R}$=0.88 对应于 0.4 kPa 的气压脉动。Boxwell、Yu 和 Schmitz 在 1979 年发布了相应的实验数据，其数值模拟和实验数据之间的详细比较见文献（Prieur、Costes 和 Baeder，1991；Kuntz，1999）。

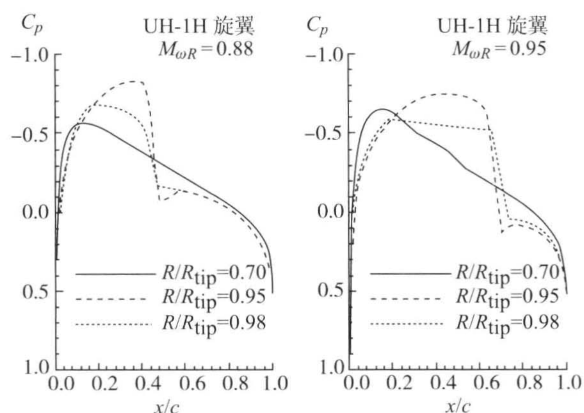


图 3　盘旋飞行时 UH-1H 旋翼上三个区域的压力分布

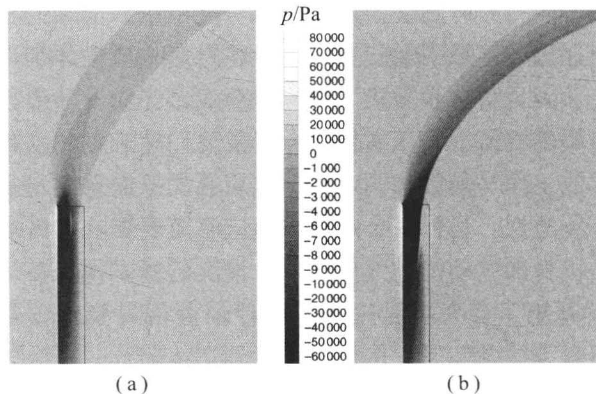


图 4　盘旋飞行时 UH-1H 旋翼上的压力分布

(a) $M_{\omega R}$=0.88；(b) $M_{\omega R}$=0.95

噪声限制了旋翼飞行器的应用，所以要尽量避免高速脉冲噪声，这需要改进翼尖设计，避免大的压力梯度，特别是强激波。设计参数与 2.1 节中的相同，即减小叶片负荷、使用后掠翼或在靠近翼尖处使用高速薄翼型。现代的主旋翼和尾旋翼都采用了这种桨叶设计方式，一些老的直升机也进行了这样的改装。现代直升机的高速脉冲噪声

并不会在飞行包线内发生严重问题。现在直升机所产生的脉冲噪声是在直升机降落并接近着陆点时所产生的桨叶涡干扰噪声，这种现象仅仅是一个负载噪声，与高速脉冲噪声没有直接联系。上一代旋翼机的特点是可调转速旋翼，当飞行器飞行在噪声敏感区域或下降到停机坪时可以降低 $M_{\omega R}$。下降时所需要的功率很小，因此降低转速与其他设计限制不矛盾。

3　后行桨叶的压缩效应

正如第 1 部分所述，大多数直升机在高速前行时，$\psi=270°$处后行桨叶的当地马赫数总是低于 0.45。此时的压缩效应并不是十分重要。但如果旋翼高度负载，局部攻角可能会达到甚至超过静态失速攻角（见第 1 卷，第 14 章）。因为桨叶间距从$\psi=90°$时的负值迅速变化到 $\psi=180°$时的中值，然后又变化到 $\psi=270°$的高值，在攻角高于静态失速攻角的情况下也可以获得很大的升力。这种非定常现象就是动态失速。它是伴随着理想的高升力和高动态范围的俯仰力矩而产生的，俯仰力矩直接作用于桨叶的弹性扭转与变距拉杆处和斜盘驱动器上的负载。如果变距拉杆处的负载超过某一特定值，直升机将失去控制。这种情况必须避免。因此，动态失速一直是飞行包线的一个限制因素，许多研究人员对这个问题进行了深入的研究分析，试图首先提出一种仿真方法，然后提出控制动态失速的方法。旋翼的动态失速是一个复杂的三维现象，很难从一个实验、理论或者数值的角度解决。因此人们研究了代表基本特性的二维情况（McCroskey，1982）。图 5（细节见 Geissler 和 Haselmeyer，2006）表示的是在 $M=0.2$，$\alpha=11°+9°\sin kT, k=2\pi fc/V_\infty=0.146$（$f$ 是振荡频率，c 是翼弦长度，T 是时间）的情况下，OA312 机翼上的流动快照。

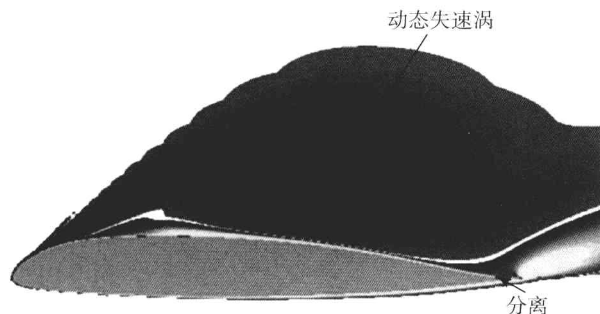


图 5　OA312 翼型动态失速时的涡量分布

随着攻角的增加（上行），机翼吸力面产生涡旋，在机翼上产生低压区域，由此增加升力。当攻角超过了某一数值，涡旋就会离开机翼上表面并随自由流沿着机翼运动至机翼下游。在涡旋运动过程中，由于低压区随着涡旋移动，导致俯仰力矩发生了巨大变化。更进一步的实验和理论分析表明，动态失速主要有两种类型：具有压缩效应的动态失速和不具有压缩效应的动态失速。Ekaterinaris 和 Platzer 在 1997 年提出了有关动态失速预测的计算方法的全面概述，其中对两种动态失速案例的预测和实验进行了详细的分析。Geissler 和 Haselmeyer（2006）提出，当 $Re\approx10^6$ 时，对于不可压缩动态失速（例如当地马赫数小于 0.25），失速涡的分离由一个层流分离泡导致。对于有压缩效应的动态失速（例如当地自由流马赫数大于 0.3），当攻角较高时，在翼型前缘附近将产生一个小的存在激波的超声速区域，将引发动态失速涡。图 6 表示的是当 $M=0.4, \alpha=10.7°+8.34°\sin kT, k=2\pi fc/V_\infty=0.092$，$Re=0.9\times10^6$ 的情况下，OA312 机翼附近的流动快照。尽管自由流马赫数较低，在前缘还是能观察到超声速区域，使流动紊乱，接着激波与边界层相互作用，形成在外部流动中传播的涡旋以及较强的动态失速涡旋。

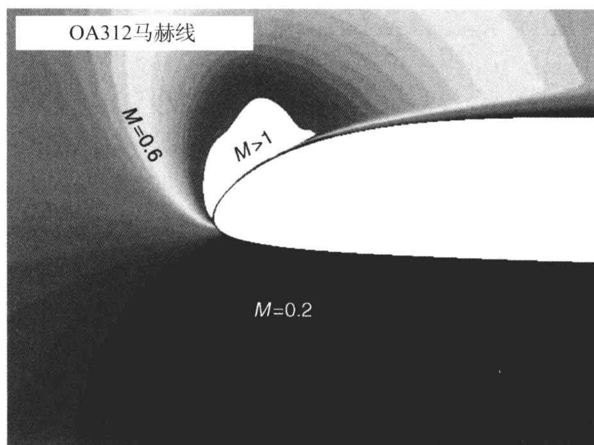


图 6　OA312 翼型上动态失速的瞬时马赫线

（$\alpha=16.02°\uparrow$）

一些文献中对如何减轻动态失速效应做了详细的讨论。除了降低桨叶载荷，他们提出应用下垂机头改进飞行器前缘（如 Geissler 和 Sobieczky，1995）或使用不同类型的设备（例如喷射器：Lewington 等，2000；前缘涡发生器：Mai 等，2006；或等离子体激励器）来优化设计。襟翼增升、主动扭转或高频谐波控制并非直接针对不断变化的动态失速过



程，但可以减少在临界区域上的桨叶负载。到目前为止，还没有任何一个前缘装置在直升机上进行过飞行测试。现在生产的所有直升机都使用被动翼型，这样设计是为了控制俯仰力矩的变化范围，从而获得较好的动态失速性能。

4 结　　论

对于古典旋翼机构型而言，主旋翼的角速度、旋翼机的巡航速度和旋翼机的整体飞行性能受前行桨叶上压缩效应的限制。随着现代桨叶设计的发展以及薄翼和叶梢处掠翼的使用，使当最高时速低于170 kt时，阻力和噪声的压缩效应得到控制。对于后行桨叶，压缩效应在动态失速现象中起着十分重要的所用。

如果需要增加最大巡航速度，古典构型将不能使用。在这样的情况下，需要新的概念来限制主旋翼上的压缩效应，如复合材料构型和可倾斜旋翼机。

参考文献

Beaumier, P., Costes, M. and Gavriaux, R. (1993) Comparison between FP3D full potential calculations and S1 Modane wind tun-nel test results on advanced fully instrumented rotors. *19th ERF*, *Cernobbio*, *Como* (*Italy*). Associazione Italiana di Aerotecnica e Astronautica, Rome, Italy.

Beaumier, P., Costes, M., Rodriguez, B., Poinot, M. and Cantaloube, B. (2005) Weak and strong coupling between the elsA CFD solverand the HOST helicopter comprehensive analysis. *31st ERF*, Florence (Italy). Associazione Italiana di Aerotecnica e Astro-nautica, Rome, Italy.

Bhagwat, M. J., Ormistion, R. A., Hossein, A. S. and Hong, X. (2007) Application of CFD/CSD coupling for analysis of rotorcraft airloads and blade loads in manoeuvering flight. *63rd AHS Forum*, Virginia Beach USA. American Helicopter Society, Alexandria, USA.

Boxwell, D. A., Yu, Y. H. and Schmitz, F. H. (1979) Hovering Im-pulsive Noise. Some Measured and Calculated Results. *Vertica* 3, 35-45.

Desopper, A., Lafon, P., Philippe, J.-J. and Prieur, J. (1988) Effect of an anhedral sweptback tip on the performance of a helicopter rotor. *44th AHS Forum USA*.

Ekaterinaris, J. A. and Platzer, M. F. (1997) Computational prediction of airfoil dynamic stall. *Progr. Aerospace Sci.* 33, 759-846.

Geissler, W. and Sobieczky, H. (1995) Dynamic Stall Control by variable airfoil camber. *AGARD-CP-*552 (6), 1-10.

Geissler, W. and Haselmeyer, H. (2006) Investigation of dynamic stall onset. *AST* 10 (7), 590-600.

Harrison, R., Stacey, S. and Hansford, B. (2008) BERP IV-The design, development and testing of an advanced rotor blade. 64 *AHS Forum Canada*. American Helicopter Society, Alexandria, USA.

Kuntz, M. E. (1999) Ein nichtlineares aeroakustisches Verfahren zur Laermvorhersage fuer Hubschrauberrotoren im Vorwaertsflug. *DLR Forschungsbericht* 1999-29, 1-124.

Le Pape, A. (2005) Numerical aerodynamic optimization of heli-copter rotors. 31*st ERF*, *Florence* Italy. Associazione Italiana di Aerotecnica e Astronautica, Rome, Italy.

Leishman, J. G. (2006) Principles of Helicopter Aerodynamic. *Cam-bridge Aerospace Series*, 2nd edn, ISBN 0-521-85860-7.

Lewington, N. P., Peake, D. J., Henry, F. S., Kokkalis, A. and Perry, J. (2000) The Application of Air-Jet Vortex Generators to Control the Flow on Helicopter Rotor Blades. 26*th ERF*, *The Hague* The Netherlands.

Mai, H., Dietz, G., Geissler, W., Richter, K., Bosbach, J. and Richard, H. (2006) Dynamic Stall Control by Leading Edge Vortex Generators. 62*nd AHS Forum* Phoenix (Arizona), USA. American Helicopter Society, Alexandria, USA.

McCroskey, W. J. (1982) Unsteady Airfoils. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 14, 285-311.

McCroskey, W. J. (1987) A critical assessment of wind tunnel results for the NACA 0012 airfoil. *NASA TM*, 100019, 1-21.

Pahlke, K. and van der Wall, B. (2005) Chimera simulations of multibladed rotors in high-speed forward flight with weak fluid-structure-coupling. *AST*, **9** (5), 379-389.

Prieur, J., Costes, M. and Baeder, J. D. (1991) Aerodynamic and acoustic calculations of transonic nonlifing hovering rotors. *AHS Technical Specialists Meeting on Rotorcraft Acoustics*, *Philadel-phia* USA.

Prouty, R. W. (2007) Helicopter aerodynamics, in *Eagle Eye Solutions*, *LLC* ISBN-13: 978-0-9792638-1-1.

Tung, C., Caradonna, F. X. and Johnson, W. (1986) The prediction of transonic flow on an advancing rotor. *J. Am. Helicopt. Soc.*, 31 (3), 4-9.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 28 章

非定常跨声速空气动力学

Max F. Platzer
海军研究生院机械与航空航天工程系，蒙特利，加利福尼亚，美国

1 引　　言

当飞行器的飞行速度达到声速时，就可以发现飞行器在跨声速飞行时，升力和阻力发生急剧变化，同时伴有非常危险的振动问题。在第一次世界大战初期，螺旋桨桨叶就遇到了跨声速流动的影响，但是第二次世界大战期间对于高性能飞机的需求促使飞机的飞行速度越来越接近声速，超声速流动的特征区域的出现，将整个飞机暴露在新的气动环境中。该新类型的跨声速流动的特性和重要性如同跨声速流动，在 1941 年 12 月引起了飞机设计师的注意，洛克希德·马丁公司的试飞员 Ralph Virden 不能将他的P-18飞机加速到脱离高速俯冲。在 1947 年，当 Chuck Yeager 突破了声障后，持续超声速飞行的尝试促使人们了解各种跨声速效应，当飞机从亚声速过渡到超声速飞行时，这些效应将会发生。同时还须将活塞发动机替换为喷气发动机，将人们的注意力从螺旋桨桨叶转移到压气机和涡轮叶片上。另外，高性能直升机的发展很快就表明跨声速效应也发生在直升机的桨叶上。综上所有案例表明，跨声速流动现象会产生新的自激振荡或者受迫振荡。本章的目的就是对以下现象作一个简明的阐述，这些现象包括非定常跨声速流动以及它们在飞机/直升机和喷气发动机上的物理现象。以下就是目前对于最新的预测方法的讨论。

2 非定常跨声速现象

如图 1 所示，只要超过临界飞行马赫数，局部的超声速流动区域就会在翼型附近开始发展。当地马赫数与发生在翼型上的某些点一致时，马赫数将达到临界亚声速马赫数。超声速流动区域通常会被激波终结，随着马赫数的增加，激波就会继续向后移动，最终到达翼型后缘，此处的马赫数为 M_{sc}（图 1）。如图 1（b）所示，由于激波和翼型边界层的相互作用，黏性效应将会产生明显的效果。这种相互作用会加厚边界层，并且引起边界层的分离，该现象反过来会引起明显的流动和压力振荡。因此，飞行器的马赫数介于临界马赫数和后缘激波的附着马赫数 M_{sc} 之间，虽然翼型用于稳定攻角飞行，但是也可能会发生非定常流动。

下面介绍流动的非定常性，例如后缘襟翼的颤振，将会引起主翼型的颤振运动，见图 2。这三种不同类型的激波运动取决于亚声速飞行马赫数高于临界马赫数而低于激波再附着马赫数。对于这种典型的翼型来说，当 $M=0.9$ 时，稳定的激波位置（缺乏襟翼颤振）位于弦长 67%处，$M=0.875$ 时位于 57%处，$M=0.85$ 时位于 45%处。从图中可以看到，当 $M=0.875$ 和 $M=0.85$ 时，随着襟翼的颤振，激波运动发生剧烈变化。激波可能会传播到翼型前缘的来流中，但是随着下游的运动会立即消失。

引起机翼襟翼激波颤振的并非分离剪切层的周



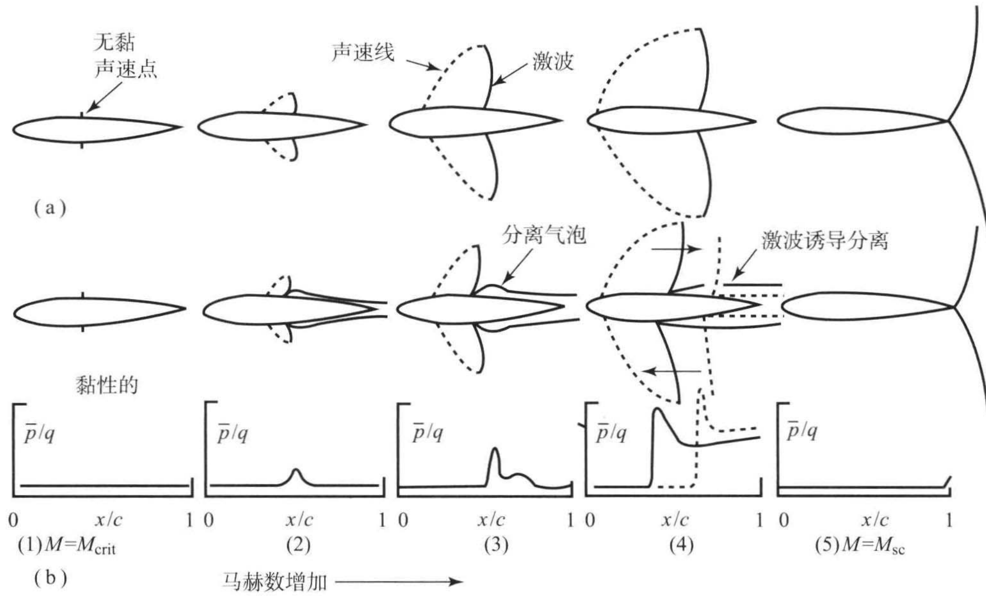


图 1 跨声速翼型扰流

［经 Nixon（1989）© AIAA 许可复制］

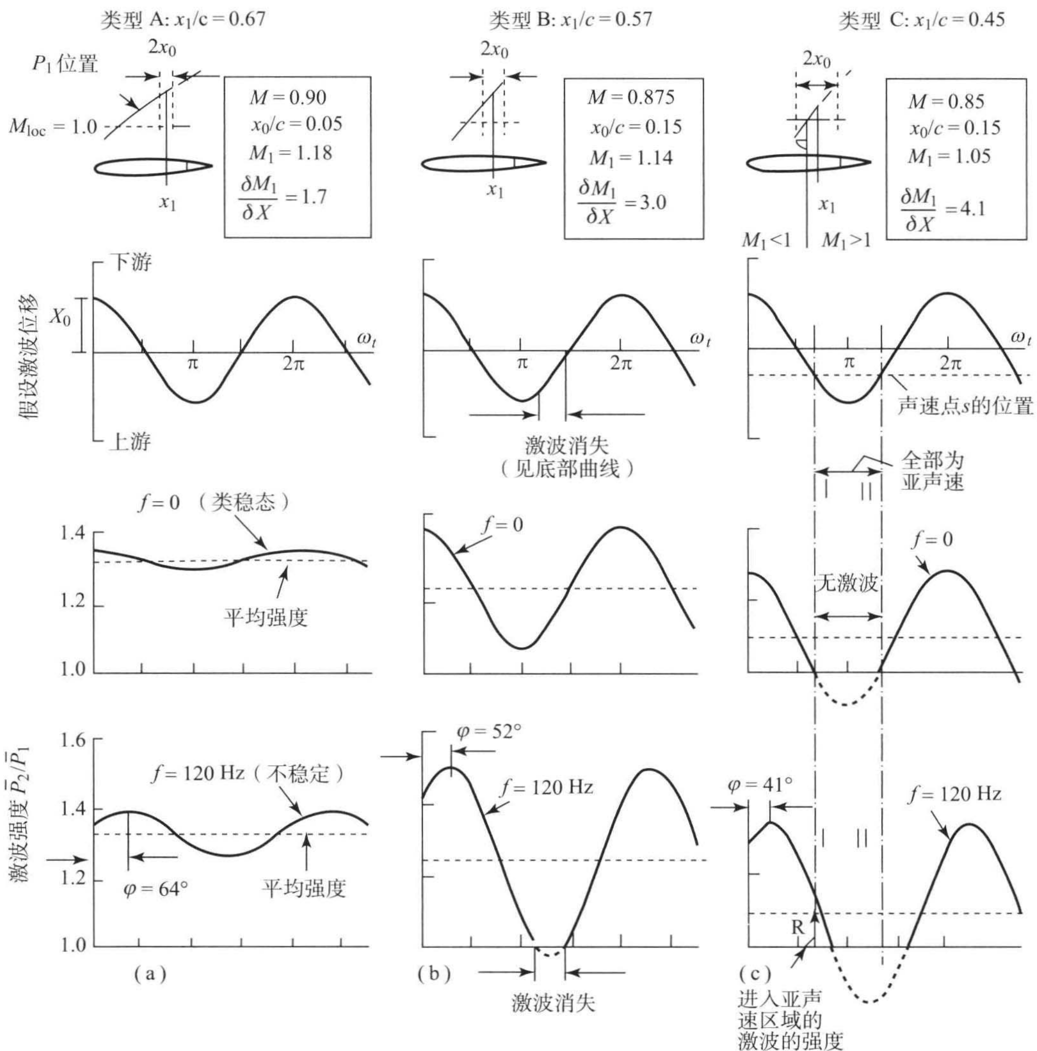


图 2 跨声速流动中翼型上的各种激波运动

［经 Nixon（1989）© AIAA 许可复制］

期性振荡，而是前面提到的激波-边界层的相互作用。例如，当厚度为14%的双凸翼型0°攻角飞行时会观察到这种现象。当马赫数介于0.82和0.86之间时就会发生颤振分离，这将会导致大幅度的RMS压力波动，如图3所示。

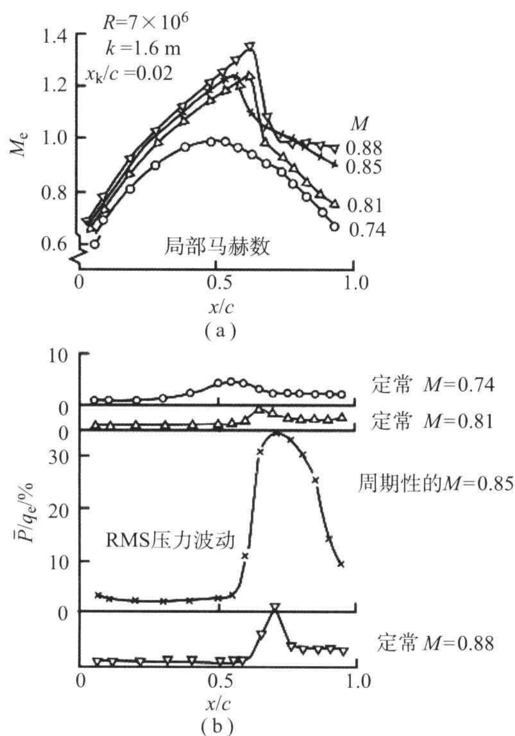


图3　典型的跨声速机翼扰流发展

[经Nixon（1989）© AIAA许可复制]

机翼上巨大的流动分离面会导致气动激励和抖振，可表现在RMS级、频谱、时间和空间的相互关联程度以及长度尺度上。压力振荡使飞行器的结构模态做出响应，称作抖振。其结果就是飞行器的结构就像过滤器一样，抖振频谱表现出不同的结构频率峰值。

此外，刚性体模态也会受到激发，通常导致机翼晃动、机翼下摆和机身头部变形。

跨声速飞行时也需要注意在亚声速飞行时不会遇到的新型颤振。例如，由于激波的诱导分离流动，在操纵面上发生单自由度振动，通常称之为操纵面嗡鸣或者副翼嗡鸣。另外，典型的机翼亚声速弯扭耦合振动（弯曲频率增加而扭转频率减小，最终两者相等）可以通过跨声速效应得到改善，使颤振速度明显下降（图4）。

AIAA已经出版（Nixon，1989）关于发生在飞机、直升机、涡轮机里面的非定常跨声速流动现象的深入说明以及对该现象的分析。

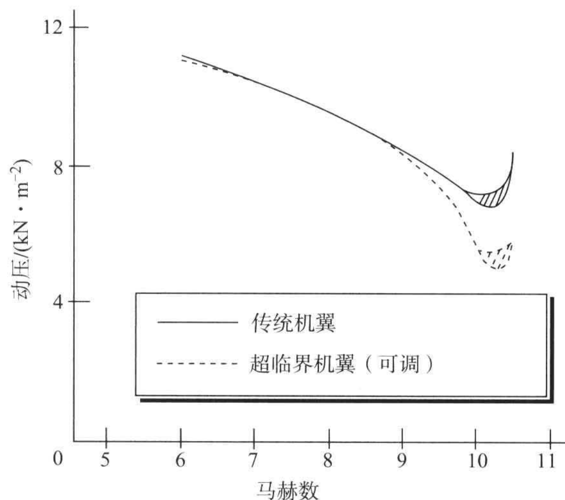


图4　跨声速机翼的震颤倾斜

[经Nixon（1989）© AIAA许可复制]

3　跨声速机翼摇滚和机翼下倾

很多高性能飞行器都会经历非指令的侧向运动，经常被称为机翼摇滚和机翼下倾。周期性的侧向运动由振荡滚转运动所引起的机翼摆动运动支配。另一方面，机翼下倾的主要特征为变化剧烈、不规则且呈现出非周期性的侧向运动。严重的机翼下倾可以导致滚转角大于90°而不能恢复至水平飞行。比较严重的机翼下倾可能在机翼摆动开始之前就发生了。反过来，这可能会导致发散或适应极限环运动，这种适应是由于流动分离和再附面层的交替，以及非线性的静态和动态的气动力和频变阻尼所致。同样地，飞机在相同的飞行条件下都会经历跨声速机翼摇滚和机翼下倾。

机翼摇滚和下倾现象深深地困扰着高性能的战斗机（Chambers和Hall，2004）。该现象最先出现在Republic F-84飞机上，接着在F-86、Fiat G-91、A-4、T-45教练机、F-104、F-8、EA-6B、F-4、F-5、F-111、鹞式战斗机、英国蚋式教练机、F-15、YF-17和YF-16飞机上也有发现，如图5所示，仅次于颤振。

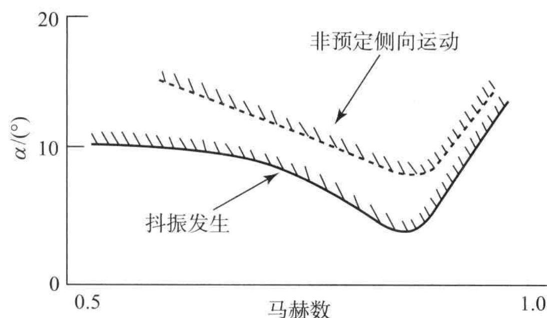


图5　抖振随马赫数的典型变化

[经Nixon（1989）© AIAA许可复制]



非定常跨声速流动现象的复杂特性，以及激波振荡和激波诱导的流动分离，使基于地面实验和分析的关于机翼摇滚和下倾的预测不再准确。特别要指出，该现象只在飞行实验中发现，这样的话就需要高能见度并用试凑法来消除该问题。

如 Owens（2004）所述，由于对机翼摇滚和下倾现象的了解不够充分，在最新的战斗机和攻击飞行器——F/A-18E/F 的研究中再次遇到该问题。图 6 展示了机翼的摆动，图 7 是 F/A-18E 战斗机的机翼摇滚和下倾运动的实验。

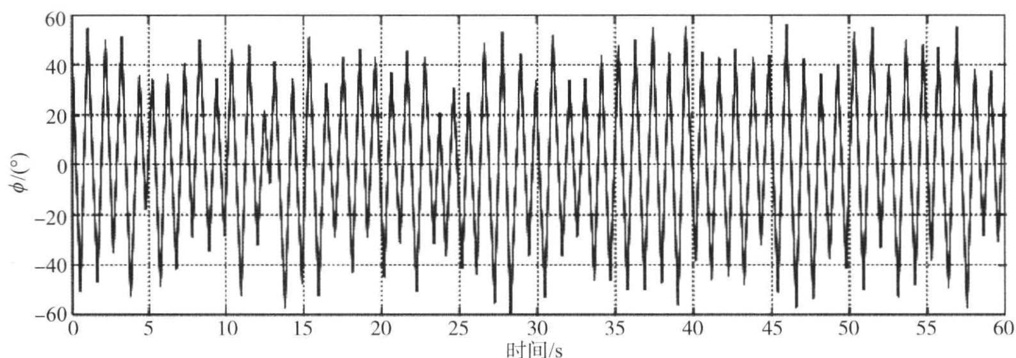


图 6　试制的 F/A-18E 战斗机的机翼滚转运动

［经 Nixon（1989）© AIAA 许可复制］

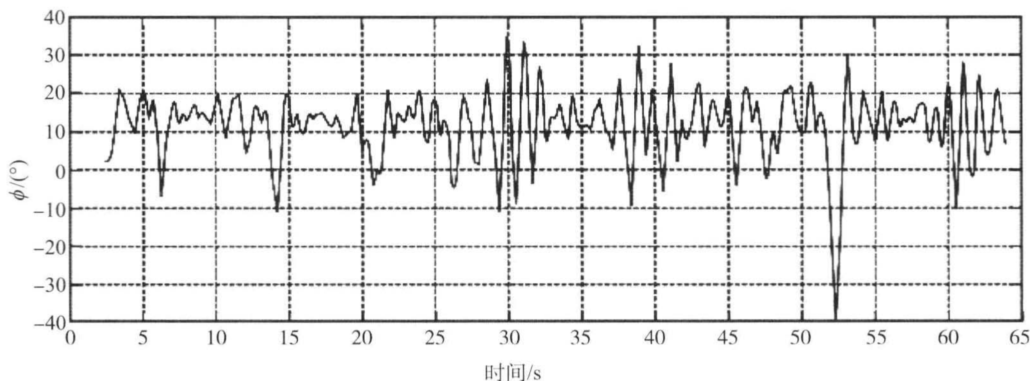


图 7　试制的 F/A-18E 战斗机的机翼滚转/下降运动

［经 Nixon（1989）© AIAA 许可复制］

4　跨声速颤振和极限环振荡

飞机出现颤振问题非常危险，容易导致飞机坠毁。颤振是由于作用于飞机各个部件上的气动力、弹性力和惯性力的相互作用造成的。在单纯的亚声速和超声速流动中，线性分析方法能够很好地预测该现象。然而，在跨声速流动中，激波的移动导致了气动力的非线性，如图 2 所示。这是跨声速流动的主要特征，即外形的微小变化可能导致力和力矩的大幅变化，这导致线性预测方法完全不足以应对，Ashley（1979）指出激波运动的相位滞后可以导致颤振速率减小。因此，发生颤振最危险的地方就在预测能力最弱的马赫数处。

颤振是飞行器部件的一种剧烈的不稳定振动，而极限环振荡（LCO）将其定义为有界颤振。对于大多数情况，颤振的发生是可以利用线性方法预测的，但是要预测颤振是会无限加剧还是进入极限环振荡，还需要考虑非线性特性。颤振和极限环振荡也可以认为是两个分支（Dowell 和 Hall，2001），所以颤振实际上就是一个不稳定的极限环振荡。然而，在飞行实验中，不可能将极限环振荡和初期的发散的颤振明显地区分开来，因为实验工程师对高振幅极限环振荡的本质不做探究。

关于发生在全尺度飞行器上的跨声速极限环振荡，文献中广泛记载的有 F-111、F-16 和 F-18 战斗机。在 F-111 战斗机上，激波诱导后缘流动分离的发生使俯仰力矩随着攻角的增加或减小而产生阶跃变化。如 Cunningham 在文献中所述，随着攻角的增加，前端激波的移动会造成前端升力的损失，而在后缘的发散将导致升力增加。鉴于此，增大攻角时，

机身的低头力矩会发生阶跃变化，减小攻角则发生相反的效果，即减小攻角会造成机身的抬头力矩发生阶跃变化。因此这种阶跃变化相当于产生了一个非线性的气动力源，造成一个有限幅度的自持振荡。

5　跨声速操纵面嗡鸣

在系统中，当由操纵面铰链运动提供的气动阻尼足够大以至于可以超过机械阻尼时，会发生操纵面嗡鸣现象。它的物理起因是后缘附近的激波诱导流动分离造成的滞后和迟延促使其振荡。为了产生激振力，必须要有操纵面的运动，但是激波振荡也可以由从机翼后缘脱落的卡门涡诱导发生。这两种操纵面嗡鸣通常就是自然界中的极限环。

6　颤　　振

机翼上的分离流动区域造成压强振荡从而激励机构做出响应，称为颤振。给定点的颤振频谱，时间和空间的相互关联程度以及长度尺度可以由均方根来衡量。在跨声速飞行中，颤振的发生很大程度上由形成的强激波强化。激波和边界层的相互作用造成的流动分离起初局限在一个小的分离气泡中。增加攻角会促使翼型上的分离气泡发展到后缘，同时激波向下游移动，这将引起颤振的显著增强。在有限翼展后掠翼上颤振的发生是相似的，但是在三维流动中会变得更加复杂，如图 8 所示。如 Cunningham（1989）所注，飞机的俯仰率会对颤振产生强烈的影响，这会影响高机动飞机的操控特性。尽管近年来，不可压缩流体在计算流体力学领域中的研究取得了很大进展，但是对于颤振的发生以及严重性的预测仍然是流体力学的一大挑战。因此风洞实验和飞行实验仍然是相关信息的主要来源。

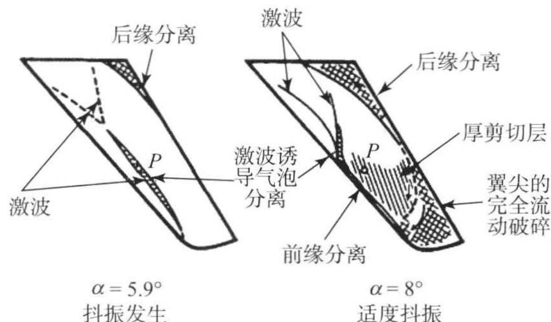


图 8　跨声速后掠机翼的抖振

［经 Nixon（1989）© AIAA 许可复制］

7　直升机的非定常跨声速气动力

在前面的飞行中，直升机的旋翼桨叶暴露在极其复杂的非定常流动环境中，如图 9 所示。直升机旋翼在旋转过程中，桨叶沿展向的速度分布为桨叶的旋转速度加上或者减去飞行速度分量。

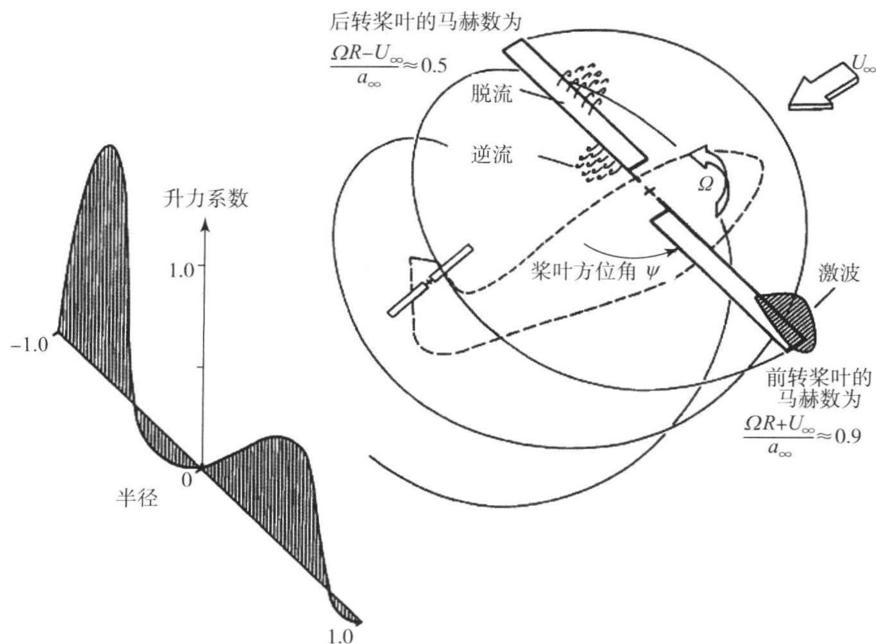


图 9　向前飞行的直升机桨叶的典型扰流

［经 Nixon（1989）© AIAA 许可复制］



因此，由于总力和圆周桨叶的俯仰力、桨叶的变形以及弹性弯曲和扭转，外面的前进桨叶就以很大的飞行速度暴露在非定常跨声速流动中。当桨叶的方位角位于 90°和 180°（顺风方向定义为 0°）之间时，且当跨声速流动减速时，流动的变化非常显著。更进一步，流动的非定常性是由源于当前桨叶的涡脱落通道引起的。另外，尽管计算流体力学取得了进展，但是对这些非常复杂的非定常三维跨声速流场的预测仍然是一个巨大的挑战，获得详细可靠的实验数据的困难使预测的可行性几乎没有。具体参见 Leishman（2001）出版的直升机空气动力学。

8 非定常跨声速涡轮机空气动力学

在现代喷气发动机中也遇到了非定常跨声速流动问题。在喷气发动机中，空间叶片周围的气动力和叶栅气动力相互作用，更需要理解和预测复杂的激波状态以及黏性流动分离。鉴别在怎样的条件下叶片会发生颤振以及由气动力激励所引起的振动应力等级有非常重要的意义。轴流式压气机在许多运行条件下都会遇到颤振问题，在涡轮的叶片上也会发生该问题。压气机叶片上最常见的颤振类型在压气机分布图上有详细的标示，见图 10。亚声速和跨声速中实际颤振发生的正边界在该图中有所显示，通常称为亚声速或者跨声速失速颤振，尽管实际证实，大量的流动分离并非该现象的起因。当压气机的工作条件接近喘振线时就会发生该现象。因此叶片的负载很高。图 10 中显示的第二个颤振边界为颤振发生的负边界，同样被称为抑制颤振。当叶片在负边界时，无论以亚声速还是跨声速工作时，在某些速度下操作会发生这种类型的颤振。尽管仍然缺乏准确数据，但是通道内激波和流动分离很可能就是起因。叶片振动也可能是由上游和下游膨胀，定子叶片、转子叶片或是入口流动的不规则性所产生的周期性气动力激励所致。这些激励以数倍于发动机转动频率发生，当它的发生频率接近系统的共振频率时，将导致很大的应力等级甚至叶片的损坏。关于涡轮机中的非定常气动力和气动弹性问题的更多资料可以在文献（Platzer 和 Carta，1987）以及关于这个专题的专题论文集中找到，例如 Hall 和 Kielb（2006）。

9 分析方法

在目前的工业实践中，可用线性流动方程来解决气动弹性问题，因为在飞行器的研究过程中，成本和时间是关键考虑因素。人们发现要预测单纯的亚声速或者超声速流动中的颤振，一般情况下线性近似方法就足够了。但是在跨声速飞行中激波的出现，使得利用线性化预测方法时，即使气动外形变化很小，仍会导致力和力矩产生大幅度的变化。但是，跨声速颤振倾角现象表明，在没有可靠的预测方法的情况下，预测真实风险需要昂贵的飞行实验。因此，近年来设计者将精力主要用在研究用精确的气动力非线性方法来预测跨声速颤振、极限环抖振和颤振。正在研究两种方法来达成目标：一是在时间域求解非线性的流动控制方程，二是利用系统缩小方法来加速求解过程。

在第一个方法中，气动力的非线性可以通过求解非线性流动方程，比如跨声速的小扰动方程、完全非线性势流方程、欧拉方程、雷诺平均应力 N-S（RANS）方程，以及最近湍流的脱体涡模拟（DES）方程和大涡模拟（LES）方程加以阐释。跨声速小扰动方程、完全非线性势流方程和欧拉方程，都可以用来预测激波，但是不能解释黏性效应。对于黏性和分离流动的分析，特别是激波和边界层的相互作用需要求解 RANS 方程以及合理的湍流和转捩模型。使用 DES 和 LES 导致的计算时间成本的大幅增加，可以利用湍流模型得到缓解。这些方法都是基于求解时间域里的描述方程来计算气动力负载，然后再将气动力加载到结构模型上。通过迭代过程，气动弹性响应随着时间被决定。与该方法相关的其他技术上的挑战包括计算流体力学（CFD）和结构模态的耦合，因为随着飞机的变形，CFD 网格必须以这种方式移动才能保持网格质量。

由于这些原因，减少计算时间对非线性气动力与气动弹性代码的结合至关重要。因此，第二种方法就是从全系统方程中确定一个降阶方式（ROM），通过这种方法就可以得到合理的精度。这种方法的实现是通过假设所研究的流动为非线性静态，而不是线性动态。简化系统可以通过假设流动与通过本征模求和适当的正交分解得到的离散频率相协调而得到（Hall、Thomas 和 Dowell，2000）。另一个方法就是利用时间连续 CFD 方程的时间离散方法来识别系统的离散时间脉冲响应（Raveh，

2001）。更详细的资料可以在由De C. Henshaw等（2007）编写的《非线性气动力预测方法》的综述文献中找到。

10　总　　结

这里对本章作一个简短的回顾。本章主要讨论了与非定常跨声速流动有关的物理现象。这些现象的发生是由于激波的形成和它们与边界层的相互作用所致。这些现象可能会诱发危险的振动问题（机翼震动、颤振、极限环抖振、操纵面嗡鸣和抖振）。为了避免空间飞行器发生事故，了解和预测这些现象是必不可少的，因此本章以对非定常跨声速流动的计算预测方法现状的综述作为结尾。

参考文献

Ashley，H.（1979）On the role of shocks in the ‘sub-transonic’ flutter problem. AIAA Paper 79－0765.

Bisplinghoff，R. L.，Ashley，H. and Halfman，R. L.（1955）*Aeroleasticity*，Addison-Wesley Publishing Company.

Chambers，J. R. and Hall，R. M.（2004）Historical review of uncommanded lateral-directional motions at transonic conditions. *J. Aircr.*，41（3），436－447.

Cunningham，A. M. Jr.（1989）Practical problems：airplanes，chapter 3 in Unsteady transonic aerodynamics，in *Progress in Astronaut. Aeronaut*.，vol. 120（ed. D. Nixon），pp. 75－132.

De C. Henshaw，M. C.，Badcock，K. J.，Vio，G. A.，Allen，C. B.，Chamberlain，J.，Kaynes，I.，Dimitriadis，G.，Cooper，J. E.，Woodgate，M. A.，Rampuravala，A. M.，Jones，D.，Fenwick，C.，Gaitonde，A. L.，Taylor，N. V.，Amor，D. S.，Eccles，T. A. and Denley，C. J.（2007）Non-linear aeroelastic prediction for aircraft applications. *Prog. Aerosp. Sci.*，43，65－137.

Dowell，E. H. and Hall，K. C.（2001）Modelling of fluid-structure interaction. *Annu. Rev. Fluid Mech.*，33，445－490.

Hall，K. C. and Kielb，R. E.（eds）（2006）*Unsteady Aerodynamics*，*Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines*，Springer，Netherlands.

Hall，K. C.，Thomas，J. P. and Dowell，E. H.（2000）Proper orthogonal decomposition technique for transonic unsteady aerodynamic flows. *AIAA J.*，38（10），1853－1862.

Leishman，J. G.（2001）Principles of Helicopter Aerodynamics，Cambridge University Press.

Nixon，D.（ed.）（1989）*Unsteady Transonic Aerodynamics*，vol. 120，*Progress in Astronautics and Aeronautics*，American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Owens，D. B.，Capone，F. J.，Hall，R. M. and Brandon，J. M.（2004）Transonic free-to-roll analysis of abrupt wing stall on military aircraft. *J. Aircr.*，41（3），474－484.

Platzer，M. F. and Carta，F. O.（eds）（1987）Unsteady Turbomachinery Aerodynamics，*AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines*，vol. I，AGAR Dograph No. 298.

Raveh，D. E.（2001）Reduced-order models for nonlinear unsteady aerodynamics. *AIAA J.*，39（8），1417－1429.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 29 章

风洞实验在 CFD 验证中的作用

Daniel Favier
地中海大学运动科学研究所，马赛，法国

1 引　　言

40 年前，航空发动机最初的设计和开发基于基本的风洞实验和飞行测试进行。数值预测是一种基于近似的流动理论和工程措施的方法，通过与风洞数据的比较来进行验证。这些测量数据主要包括流动可视化、整体气动力和力矩、整体功率/推力、局部表面压力以及表面摩擦力分布（McCroskey、Carr 和 McAlister，1971；Landgrebe，1971）。

在过去的 20 年里，计算流体力学（CFD）研究集中于改善数值算法并取得了较大的进步，产生了各种不同成熟性和精确度的数值方法。新型网格技术的发展和旋翼机流场结构的研究使人们进一步认识了复杂流场的本质（Davidson 等，2003；Johnson，2001）。然而，由于计算机能力有限，在多数航空应用中，很难由直接数值模拟（DNS）得到湍流结构。因此目前的预测方法需要建立不同复杂程度的湍流模型，例如雷诺平均 N-S（RANS）方法（输运模型或运输代数方程）和混合算法［包括分离涡模拟（DES）］。然而，它们的普遍性受到质疑，且需要评估湍流模型的不确定性（Roache，1993；Haase 等，2006）。

与此同时，CFD 的发展刺激了新型有效测量方法的发展，如非侵入式激光多普勒测速（LDA）、粒子图像测速（PIV）和嵌入式激光多普勒测速（Raffel 等，2007；Favier 等，1997；Berton 等，2001）。实验在认识流动物理本质时发挥了重要的作用，并且充分发展了新的数值方法。如今对于新型实验和数据库都有迫切的需求，包括除了表面压力、力和力矩的特性之外更多的物理参数，这些参数仍很重要，但不足以验证新的 CFD 代码。此外，为了评估代码是否能够对流动进行准确建模，还需要更多细节。

在实验数据库和 CFD 数值预测共同发展和改进的交互过程中，人们对 CFD 和风洞实验的作用有着不同的观点（Desai，2003）。一些关于 CFD 验证术语的定义和计算机在航空设计中的使用效率以及将数值结果作为风洞数据来设计航空发动机的可能性存在争论，这些都超出了目前的研究范围，我们不予讨论。

风洞实验在 CFD 验证中的作用是什么？这个问题的答案并不简单，我们只关注 CFD 对流动物理现象的验证，而不考虑计算方法、数值格式精度和收敛性的问题，因此涉及 CFD 验证的数值计算结果与风洞实验结果之间的比较，重点在于实验数据的性质和质量是否能够与数值解相比较。

第一部分用一些 CFD 验证实例来说明实验在验证过程中的重要性。这些例子强调了实验和数据库的三个作用：

（1）对缺乏了解的复杂流动现象提供物理描述（二维/三维边界层流动分离、失速、重新附着、涡旋相互作用）；

（2）为确定整体气动性能（升力、阻力、力矩）和局部气动参数（包括相均速度和湍流量）建立可靠的数据库；

（3）利用完整定义的定常/非定常流动条件和参数，在整体和局部空气动力场中为 CFD 验证建

立参照。

第二部分主要关于空气动力学实验和CFD的应用，如风洞实验和CFD验证的结合使用，以及结合过程中面临的挑战，包括实验和CFD不确定性的评估以及建立有效的实验数据库的方法。

2　CFD验证的实例

振荡翼型和二维/三维亚声速绕翼流动属于非定常空气动力学领域。这些实例展现了实验和数据库在CFD验证中的作用，代表了关于绕翼流动和圆柱绕流文献的总览，在文献中还能找到其他的例子。

2.1　定常/非定常绕翼流动和圆柱绕流

人们针对在不同运动方式下受迫振荡的机翼进行了大量的实验和CFD计算（Barakos和Drikakis，2003；Maresca、Favier和Rebont，1979；Piziali，1994；Pascazio等，1996；Favier等，1988），包括慢加速、平移、俯仰、颠簸以及俯仰-颠簸或者平移-俯仰复合运动。然而，很少有实验致力于描述移动面附近和边界层内的流动。非定常边界层的发展对理解非定常流动分离和动态失速现象的机制有着极其重要的作用。流量测量能精确地描述边界层在不同非定常条件的响应，因而人们在检验CFD描述流动物理特性的能力时，对流动测量十分重视。

由于目前的PIV方法只能为远离壁面的流动区域提供可靠的数据，因此开发出了ELDV（嵌入式激光多普勒测速）方法来测量近壁面的边界层流动。ELDV测量的基本原理在于，利用安装在机翼模型内外且与运动坐标系相连的具有特定排列的光导纤维，随着模型做平移/旋转运动。在过去的15年间，运动空气动力学和生物力学实验室（LABM）开发出了这种方法，现在变成了运动科学研究院（ISM）（Favier等，1997；Berton等，2001、2003；Pascazio等，1996）利用2C和3C系统在雷诺数$10^5 < Re_c < 10^6$的范围内进行实验（Berton等，2003；Barla等，2005）。

图1是Berton等（2003）利用ELDV测量的关于二维定常流中NACA0012翼型在$s/c=0.67$处（s为前缘处曲线坐标系的横坐标，c为翼型弦长）的边界层流动实例。因为机翼迎角α_0小于静态失速值（接近13°），从U和V的剖面可以看出边界层完全附着。对于较大的α_0，近壁面的流动由逆流区支配（U为负值）。逆流的幅度和强度与静态失速过程相关，因此与U和V在上表面为负密切相关。

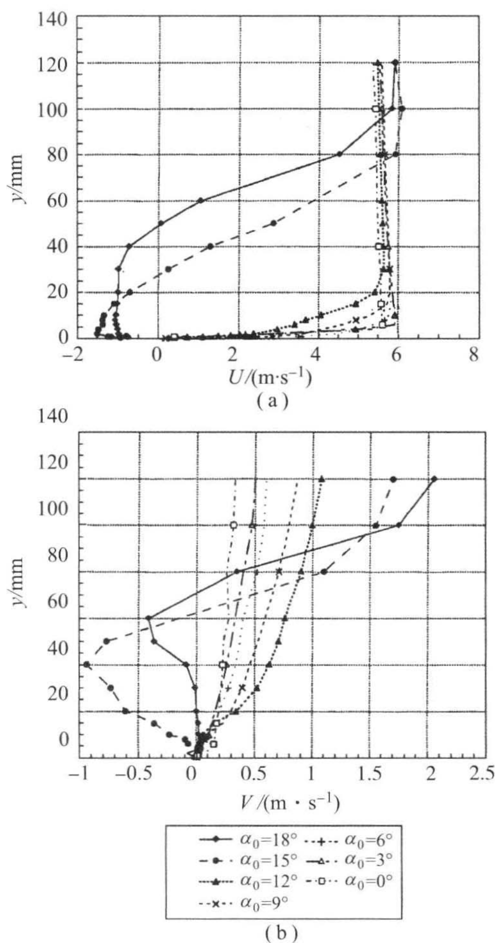


图1　$Re_c=10^5$时，NACA0012翼型的二维定常流动中，边界层U和V在$s/c=0.67$处关于攻角$0°\leqslant\alpha_0\leqslant18°$的函数图像

即使机翼不振荡并且以一定的攻角置于低雷诺数定常流动中，对于CFD方法来说，对回流区和层流转捩泡流动特性的描述仍是一项具有挑战性的任务。如图2（a）的激光片流动可视化所示，层流分离发生在离前缘后很近的地方，分离之后不久就向湍流条件转捩。流动可视化清楚地显示了当攻角由$\alpha_0=8°$增加到$\alpha_0=11.5°$时，分离泡弦向尺寸减小，并向前缘移动。流动的分离和再附着形成了包含回流区的层流分离泡。即使在相对较高逆压梯度下，分离泡之后的湍流边界层仍能使流动附着。图2（c）是通过ELDV、PIV和μ-PIV方法（Barla等，2005；Raffel等，2006）以及利用



隐式近似因子分解模型、Spalart Allmaras（SA）和 k-ϵ 湍流模型的 CFD 方法（Barla 等，2005；Geissler 等，1999），得到的层流分离泡切向速度剖面图。

图 2（c）中，（Raffel 等，2006）在外场区域（壁面之上 20 mm），实验与 CFD 计算具有一致性，然而在非常接近壁面的流动区域（$y<3$ mm），不同实验方法的结果以及 CFD 结果之间的差别非常明显。用 ELDV 方法和 μ-PIV 方法测量的流动速度具有相似的趋势，但是分离泡沿壁面法向的尺寸相差较大。尽管 CFD 在利用 SA 湍流模型时有较好的结果，但对层流分离泡产生的转捩现象的描述仍有欠缺。

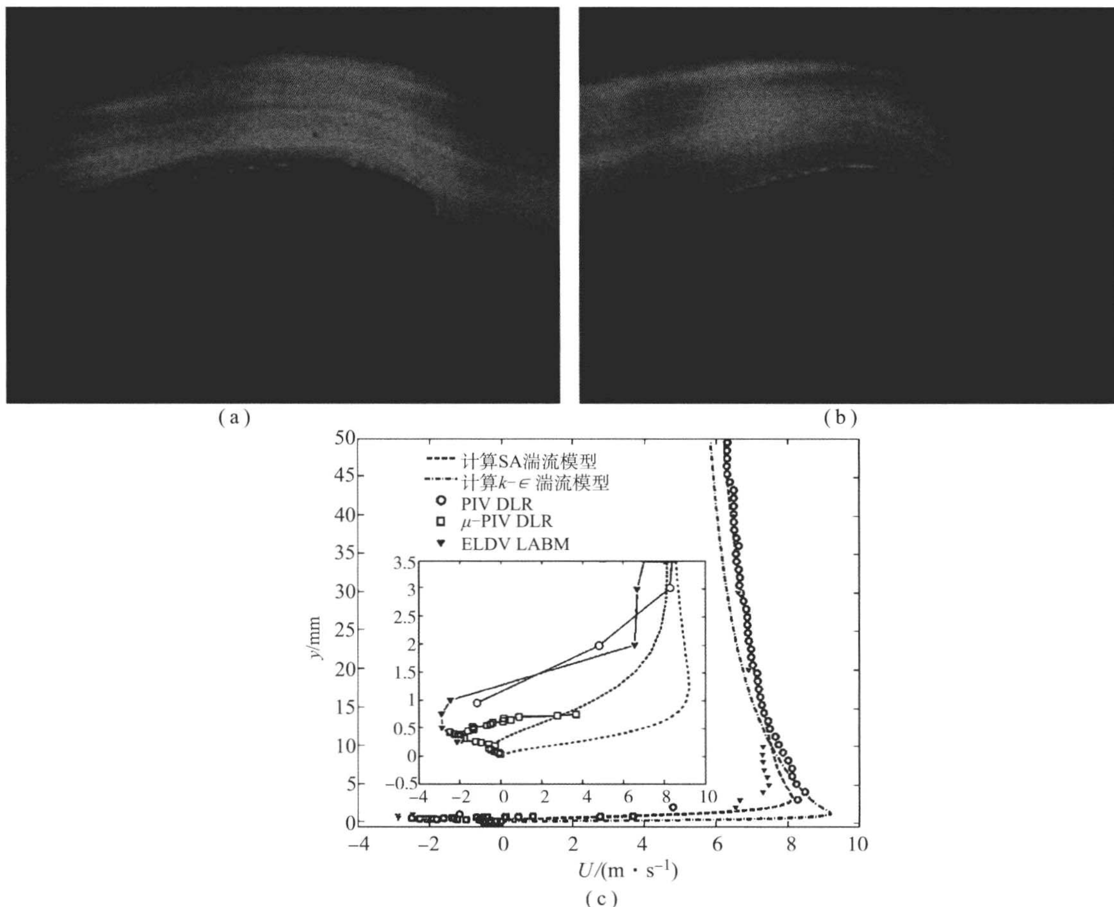


图 2　OA209 翼型在 $s/c=0.05$ 和 $Re_c=10^5$ 时层流分离泡内的 CFD、ELDV 和 μ-PIV 结果对比图

（a）$\alpha_0=8°$；（b）$\alpha_0=11.5°$；（c）CFD 和实验对比

当机翼在二维/三维流动中受迫振荡时，对于周期流动，具体的 ELDV 非定常数据采集、简化方案和统计平均由 LABM 给出（Favier 等，1997；Berton 等，2001；Pascazio 等，1996）。对于壁面之上的每一个 y 值，创建包含 20 000 个采样（速度和时间）的数据文件，来提供（$\langle U\rangle$，$\langle V\rangle$，$\langle W\rangle$）相均速度分量、相均湍流量、湍流强度（$\langle\sigma_u\rangle$，$\langle\sigma_v\rangle$，$\langle\sigma_w\rangle$）和雷诺应力（$\langle\sigma_{uv}\rangle$，$\langle\sigma_{uw}\rangle$，$\langle\sigma_{vw}\rangle$）。对相位平均和数据简化过程的不确定性也进行了评估（Berton 等，2003；Barla 等，2005）。因此 ELDV 在各种非定常参数条件下的测量有很好的非定常边界层特性。

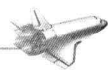
例如，图 3（a）中的相均速度剖面（Pascazio 等，1996）描述了转捩现象的特征，NACA0012 翼型做俯仰运动时的转捩现象发生在机翼的上侧。

这幅图给出了在纵向曲线坐标 $s/c=0.67$ 处，ELDV 相均数据与层流（实线）和湍流（虚线）理论速度剖面的比较。$\langle U\rangle$ 的切向分量由外流速度 $\langle U_e\rangle$ 进行标准化，是高度 η 的函数 [$\eta=y(Re_s)/(2s)$，其中 $Re_s=U_\infty s/\nu$]。仰角较小时（$159°<\omega t<268°$），流动为层流；仰角较大时（$315°<\omega t<360°$），流动转捩形成湍流。由于流动的转捩产生相位不齐现象，层

流向湍流转捩时相位减小，湍流变为层流时相位增加。图 3（b）（Pascazio 等，1996）在与图 2（a）相同的振荡条件下，显示出湍流项 $\langle\sigma_u\rangle$、$\langle\sigma_v\rangle$、$\langle\sigma_{uv}\rangle$ 是 η 的函数。当建立了层流流动（$159°<\omega t<268°$）时，湍流项会明显减小（$\sigma_u<0.07$，$\sigma_v<0.015$ 和 $\sigma_{uv}<0.0003$），在近壁面处达到最大值。当边界层状态为转捩或者湍流时（$268°<\omega t<360°$ 和 $0°<\omega t<268°$），由于边界层的增厚，湍流项的最大值在远壁面处（$15<\eta<18$）会有所提高（$\sigma_u=0.15$，$\sigma_v=0.1$ 和 $\sigma_{uv}=0.04$）。

（a）

图 3　做俯仰运动的 NACA0012 翼型的层流和湍流边界层速度剖面（a）



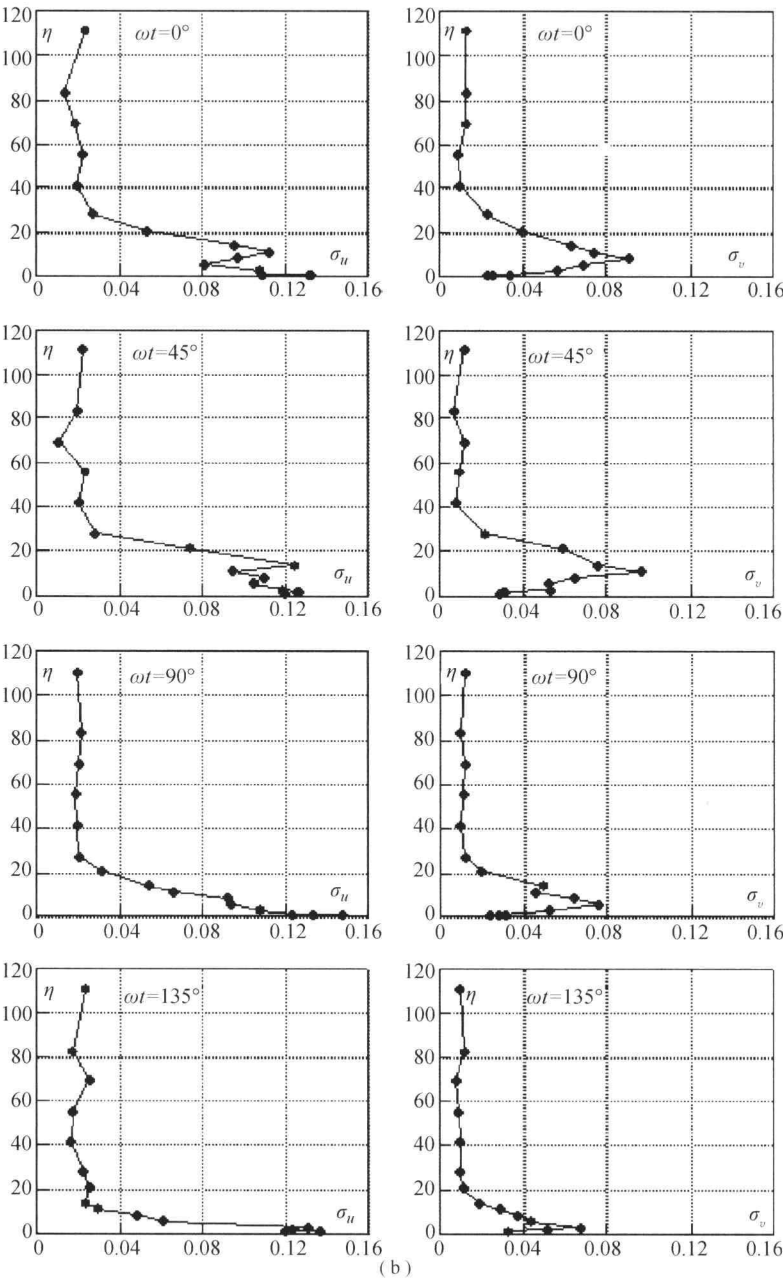
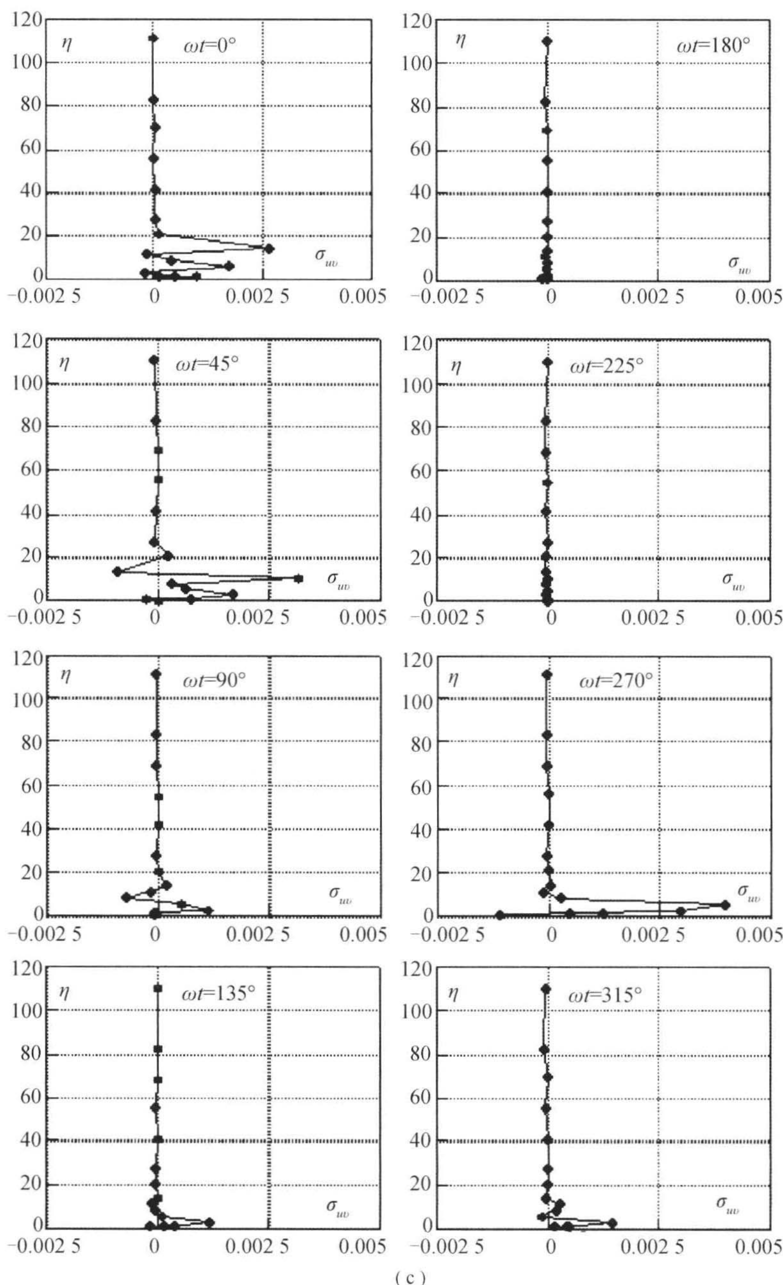


图 3　NACA0012 翼型在 $\alpha_0=6°$、$\Delta\alpha=6°$、$k=0.188$、$s/c=0.67$ 和 $Re_c=10^5$ 时，湍流量 $\langle\sigma_u\rangle$、$\langle\sigma_v\rangle$ 和 $\langle\sigma_{uv}\rangle$ 关于 η 的函数图像(b)



（c）

图3　NACA0012翼型在 $\alpha_0=6°$、$\Delta\alpha=6°$、$k=0.188$、$s/c=0.67$ 和 $Re_c=10^5$ 时，湍流量 $\langle\sigma_u\rangle$、$\langle\sigma_v\rangle$ 和 $\langle\sigma_{uv}\rangle$ 关于 η 的函数图像(c)

相均速度剖面来源于对不同几何外形和厚度机翼的测量（NACA0012，OA209），测量在不同雷诺数（$10^5<Re<3\times10^6$）的定常流动中进行，或者在由平动、俯仰和平动-俯仰振荡产生的非定常流动中进行。基于相均ELDV速度剖面，人们提出了一项转捩准则（Berton等，2001，2003）：

$$(Re_{\delta_3'})_{trans}=0.0135(1+1.5e^{-\frac{Re_s}{35000}})Re_s^{0.8},$$

$$当\ \delta_3'=\int_0^{\delta}\frac{u^2}{U_e^2}\left(1-\frac{u}{U_e}\right)dz\ 时 \quad (1)$$

式中，δ_3'表示边界层的动能损失厚度，δ_3'为雷诺数基于积分项，s为弯曲机翼表面的长度。作为振荡相位 ωt 的函数，能够描述层流状态以及转捩发生瞬间的边界。与其他基于其余积分量（位移厚度 δ 或动量厚度 δ_2）的转捩准则相比，基于 δ_3' 的准则能够改进对转捩瞬间的捕捉以及CFD的结果（Barla等，2005；Geissler等，1999）。

图4展示了基于 δ_3' 的准则对NACA0012翼型的检测能力。对于两种机翼运动，基于 δ_3' 的雷诺数是 Re_s 的函数，转捩由实线给出。黑色符号表示转捩或湍流边界层状态，白色表示层流状态。图4（a）中的结果表明，在低攻角时（$\alpha_0=0°$），对于振荡周期的所有相位 ωt，边界层保持层



流状态。类似地，攻角稍大时（$\alpha_0=3°$），振荡周期中边界层为湍流状态。在相应于临界状态 $\alpha_0=2°$ 的时滞环上，这一准则很好地描述了层流和湍流区域。当流速增加时，机翼上表面在小于半周期时（$185°<\omega t<330°$）产生层流。图 4（b）给出了 $\alpha_0=2°$，$\Delta\alpha=2°$，频率 $k=0.03$ 和 $k=0.35$ 时机翼的俯仰运动。在较低的频率 $k=0.03$ 和低攻角（$160°<\omega t<220°$）时，流动反映出准定常特性并产生细瘦的迟滞环。与低攻角时的情况不同，$k=0.35$ 时迟滞环较大，并且有明显的相移。

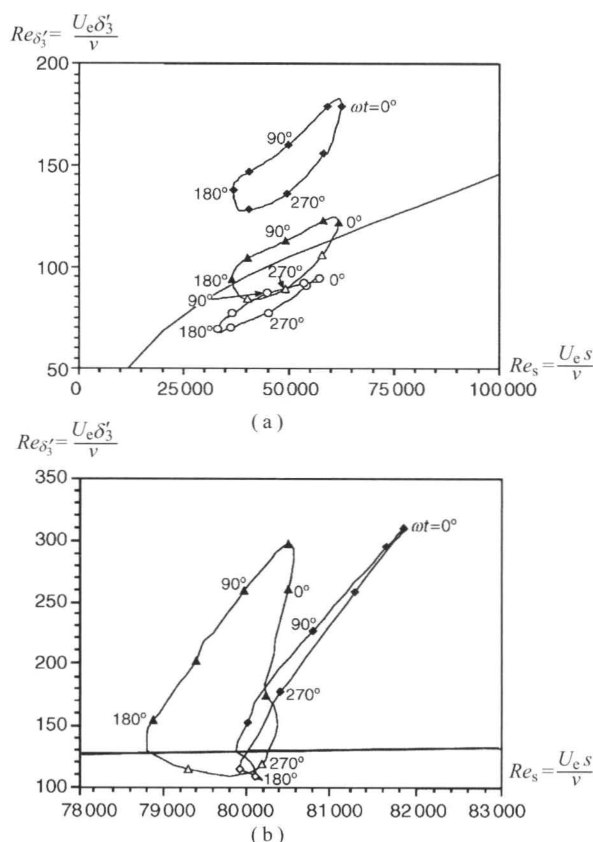


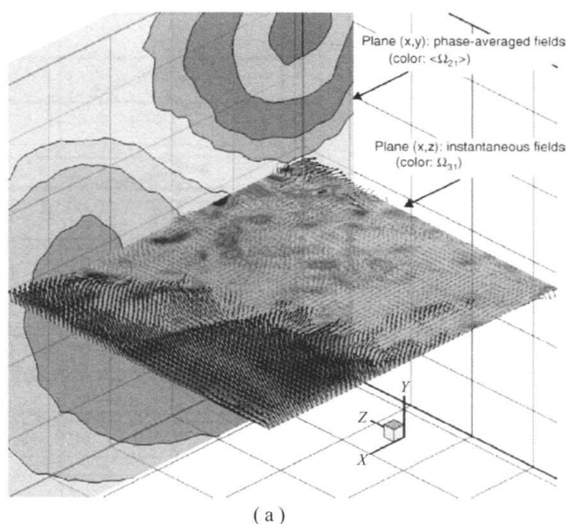
图 4　NACA0012 翼型上的转捩条件（实线），ELDV 层流速度剖面（空心符号）和转捩或湍流速度剖面（实心符号）

（a）$\Delta\alpha_0=0°$，$\lambda=0.27$，$k=0.188$，$s/c=0.37$ 时，在固定攻角 $\alpha_0=0°$（圆），$\alpha_0=2°$（三角形），$\alpha_0=3°$（菱形）下，纵向运动中的转捩；（b）$\alpha_0=2°$，$\Delta\alpha_0=0°$，$\lambda=0$，$k=0.03$ 时，在固定的来流速度 U_∞（$Re_c=10^5$）及 $s/c=0.58$ 条件下，俯仰运动中的转捩

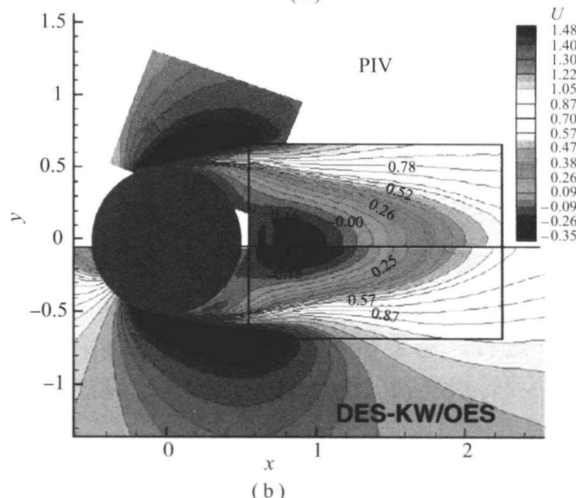
UNSI 项目中给出了振荡机翼非定常绕流的综合测量（Berton 等，2003），包括 ELDV 相均边界层速度剖面、湍流量、表面压力分布、整体的受力和流动可视化。这样的基准数据库被用于优化和 CFD 的验证。UNSI 项目在进行的过程中已经对一些由湍流和非定常流动产生的流动特性有了更好的认识。然而，实验和 CFD 的对比证明了其他的难题，如改进非定常流动中的转捩和湍流建模。

对分离或非定常流动区的湍流进行精确建模，对于实验和 CFD 来说都是巨大的挑战。尽管雷诺时均 N-S 湍流模型有着广泛的应用，但它正逐渐被大涡模拟（LES）所替代，而大涡模拟对复杂流动特别是高雷诺数流动也存在一定的问题。因此，分离和非定常流动建模越来越多地采用包含附着涡模拟的混合 RANS-LES 技术（Haase、Braza 和 Revell，2009）。利用这种混合方法对圆柱绕流进行了模拟（Perrin 等，2008；Bourguet 等，2008），说明了精确的实验数据对湍流建模改进和 CFD 验证的作用。

利用随时间变化的 PIV 3C 方法和时均过程对圆柱绕流进行了实验（Perrin 等，2008），雷诺数为 $Re_c=1.4\times10^5$，在有限的测试环境下，阻塞系数为 20%，展弦比为 4.8。图 5（a）（Bourguet 等，2008）给出了由 TRPIV 3C 测量的圆柱绕流速度场



（a）



（b）

图 5

（a）由随时间改变的 PIV 3C 方法测量的圆柱绕流；（b）TRPIV 3C 与 DES-OES 结果的对比

数据。流动数据由统计速度场和时间相关速度场组成，旨在对湍流进行物理分析。这些数据被用于改进圆柱绕流尾迹中分离流和非定常流的建模。在与实验相同的三维边界条件和限制环境条件下，对圆柱绕流进行了数值模拟。数值方法是附着涡模拟。统计湍流建模 URANS（非定常雷诺平均N-S）被用于近区尾迹，在附着流动区域会结合 LES 建模。图 5（b）证明了由 DES/OES 模拟精确地预测了 TRPIV 3C 给出的时均纵向速度场。

2.2　二维/三维非定常流动构型中的动态失速

动态失速最初指的是旋翼飞行器飞行时，后行桨叶上发生的非定常三维现象（McCroskey、Carr 和 McAlister，1971）。空气动力学的相关文献资料对这一现象的描述是：上表面前缘附近形成分离泡，分离泡不断增大并离开表面形成一个旋涡（或几个旋涡），旋涡沿表面卷起并脱落形成下游尾迹。人们对研究动态失速的实验和 CFD 方法进行了综述（Maresca、Favier 和 Rebont，1979；Piziali，1994；Favier 等，1988；Favier、Maresca 和 Rebont，1982；Carr，1998；Ekaterinas 和 Platzer，1998；Bouseman，2000）。虽然对旋翼周围流场的模拟需要考虑多个参数，如同步流速、攻角的波动、三维和压缩效应，但在大多数情况下，人们利用俯仰振荡或沿来流方向振荡的二维机翼非定常绕流，分开研究各个参数的影响（Favier 等，1988；Favier、Maresca 和 Rebont，1982）。

现在多数关于动态失速的工作都是在二维领域进行的，二维风洞实验主要利用机翼的俯仰运动模拟失速，同时提供了庞大的数据库，这些数据给出了不同振荡频率、攻角、攻角振幅、速度振幅、机翼构型和雷诺数下的机翼气动特性。图 6 给出了 OA209 翼型动态失速的实验和数值结果（Geissler 等，1999、2005）。图 6（a）中展示了 OA209 模型在 1 m×1 m 的跨声速风洞测试区的实验装置 DLR - Göttingen（Deutsche Forschungsanstaltfur Luft 和 Raumfahrt）。利用压力传感器对模型中部的非定常压力分布进行了测试，并通过整合得到力和力矩（Geissler 等，2005）。风洞的上壁面和下壁面具有自适应性，确保平均攻角 $\alpha_0=9.8°$并在振荡过程中保持不变。

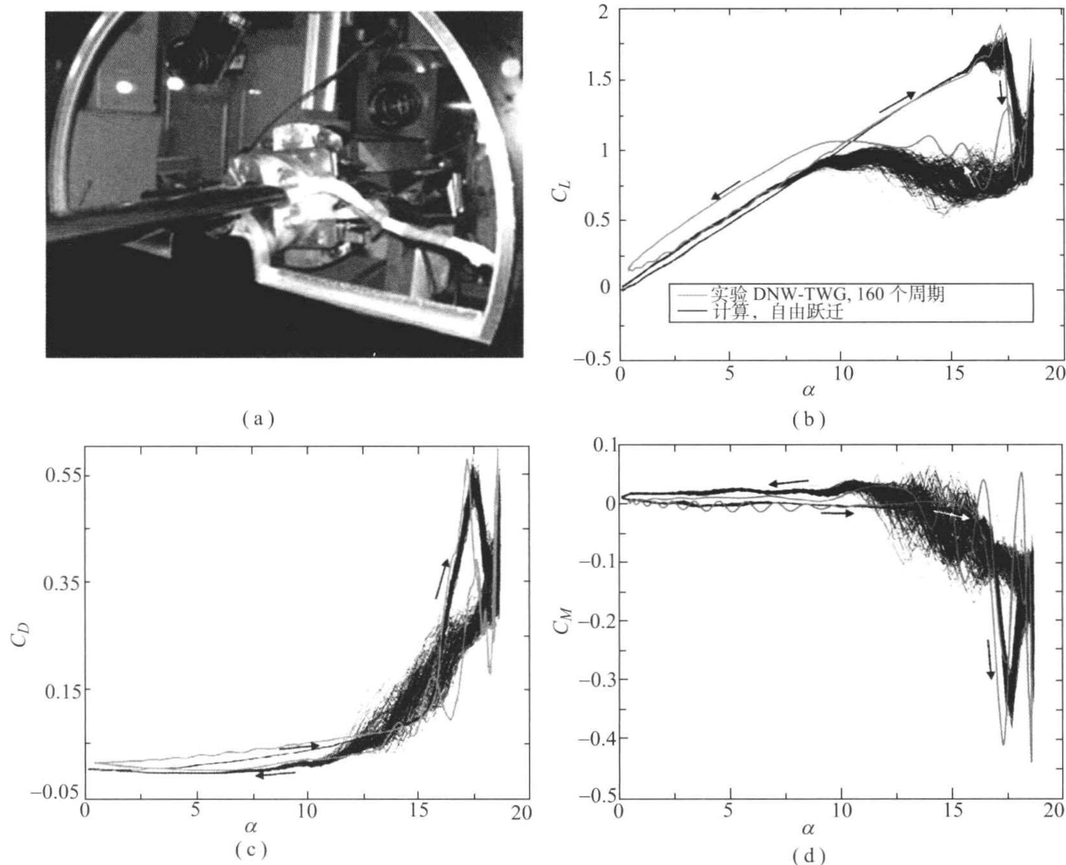


图 6　OA209 仰俯翼型在 $\alpha_0=9.8°$，$\Delta\alpha=9.1°$，$k=0.05$，$M=0.31$，$Re_c=1.15\times10^6$ 时，力系数和力矩系数的 CFD 结果和实验结果的对比

（a）实验装置；（b）升力系数；（c）阻力系数；（d）力矩系数



图6（b）～（d）展示了160个连续周期中的测量结果，并与计算结果进行了对比。CFD计算中应用了基于近似分解隐式的方法和SA单方程湍流模型（Geissler等，1999）的时间精确的隐式N-S代码。力和力矩的实验及计算结果有很好的一致性，即使在动态失速涡的发展和脱落区域也是一样。数值预测涵盖了阻力的增加和负俯仰力矩的峰值。然而，测量发现了循环曲线有明显的扩散，特别是在流动分离区域。在这些区域，对160个循环数据利用适当的相位平均数据简化技术，满足评估CFD的性能和测量不确定性的需要。

需要注意的是，机翼俯仰振荡产生的力和力矩的迟滞环展现了流动重新附着过程的准定常特性。在瞬时攻角 α 足够低时（$\alpha<\alpha_0$），与二维定常边界层流动区域类似，流动在上表面重新附着。与定常值相比，振荡过程的平均升力和阻力系数并没有增加。在固定的高攻角时（$\alpha_0=20°$），通过机翼平动或平移俯仰混合运动来模拟二维动态失速，边界层流动的重新附着是非定常现象（Maresca、Favier和Rebont，1979；Favier等，1988；Favier、Maresca和Rebont，1982），在定常流动区域，即使有相同的攻角 α_0，也不会出现这种现象。因此，振荡过程中的平均升力和阻力系数与定常值相比有很大的增加。非定常边界层重新附着以及相关的平均升力和阻力系数的增加对于CFD模拟来说仍是一个挑战。

与二维流动中对翼型失速的研究不同，文献调查显示，很少有CFD工作尝试将失速的二维模拟转化为三维模拟（Ekaterinas，1995；Spentzos等，2007）。文献调查同样显示，对于低或中展弦比机翼进行的实验工作很少（Piziali，1994；Berton等，2003；Coton和Galbraith，1999），而这恰恰与现代旋翼机叶片相近。此外，利用微线束、压力面测量（Piziali，1994；Spentzos等，2007）和数据库来关注流动显示的实验更是少之又少，其中的数据库包括当地速度剖面、表面压力和整体受力测量（Berton等，2001，2003）。

图7中的例子（Spentzos等，2007）给出了流动拓扑学和三维动态失速边界层特性的实验和CFD研究结果，动态失速发生在渐缩翼俯仰振荡时，$M=0.2$，$Re=10^6$。利用ELDV 3C方法在LABM进行了实验来确定振荡的渐缩翼在三维流动中的相均速度和湍流量（Berton等，2001、2003）。数据库还包括整体的受力和局部压力面在不同翼展截面中不同高度（z/h）和弦向位置（x/c）的值。

CFD求解器利用三维的雷诺平均N-S方程和标准 k-ω 方程湍流模型。关于CFD求解器的更多细节可以参考文献（Spentzos等，2007）。图7计算了两种非定常流动实例，两者的平均攻角为 $\alpha_0=18°$，平均振幅为 $\Delta\alpha=6°$，折合频率 $k=0.06$，沿翼展的两个不同的截面高度为（a）$z/h=0.5$ 和（b）$z/h=0.7$。在振荡周期中四个不同相角 $\omega t=0°$、90°、180°和270°处，将CFD和ELDV得到的 U 速度剖面进行了对比。在图7的每一幅图中都有翼展截面的插图，同时给出了探针的位置。在相应相角 ωt 下给出了ELDV探针的弦向位置、流线和等压线。

通过对比得到的CFD结果与实验数据有很好的一致性。相角 $\omega t=0°$ 和270°时的速度剖面显示了在所有展向和弦向位置都完全附着的流动。与此相反，相角 $\omega t=90°$ 和180°的速度剖面揭示了大规模的循环流动。CFD很好地预测了分离的发生和扩展，只有在对相角 $\omega t=180°$ 时内侧位置分离的预测稍有不准。在 $z/h=0.7$ 时，CFD对于外侧位置的速度剖面的预测非常好。在近翼尖区域有很强的三维流动，动态失速涡会与翼尖涡相互作用形成非常复杂的流场。ELDV边界层测量适合于CFD验证，CFD与ELDV的对比是文献中少有的将边界层特性与CFD结果直接比较的例子。压力的预测是CFD有效性的首要指标。由于湍流模型对近壁面有重要的影响，上述的对比展示出CFD在验证实验方面的潜力。

3　风洞实验和CFD的综合利用

上述几个例子表明，有效的CFD验证必须基于适当的、有据可查的数据库，对非定常流动构型尤其如此。由CFD工具和风洞测量得到的结果总是存在不确定性，所以两种方法应该相互补充，以改进其有效性。评估它们的不确定性并认识其对验证过程的影响是将实验和CFD结合的必要条件。

验证的基本方法是评估计算结果和实验数据之间量化的误差以及两种技术的不确定性。要清楚地鉴别并估计CFD中不同误差的来源（Roache，1993）。例如，空间离散控制方程的数值实现、网格加密、收敛问题，以及代码中物理模型的不精确



(a)　　(b)

图 7　CFD 与 ELDV 实验关于三维动态失速时，不同相位下的 U 速度分量

(a) $z/h=0.5$；(b) $z/h=0.7$

由上到下分别为 $\omega t=0°$、$90°$、$180°$和 $270°$。渐缩翼型做俯仰运动，$\alpha_0=12°$，$\Delta\alpha=6°$，$k=0.06$，$Re_c=10^6$，$M=0.2$，弦向位置 $s/c=0.4$，沿展向的高度。



度，尤其是CFD中用于预测非定常边界层（层流、转捩和湍流）和分离流动区域特性的湍流模型。

就实验而言，不确定性的量化是很困难但很有必要的任务，包括不同来源误差的评估。误差可以分为两类：一类是由实验设备和测量方法导致的误差；另一类是源于统计数据的简化技术的固有误差，这种误差更加难以评估。通常情况下，需要量化的误差有模型的几何因子、障碍物、壁面的干扰以及对于定常/非定常流动条件和边界条件的适当定义。估测由数据简化技术产生的误差，分析速度场并认识涡动力学或湍流尺度是更困难的任务（Raffel等，2007）。为了使分析物理模型得到的结论更有意义，至少需要给出不确定性的界限。

必须强调的是，无论是整体还是局部测量，都要保证可靠性与精确度，通常包括整体受力和力矩的测量、表面压力和轴向及方位角方向的测量、流动特征可视化、流场的测量以及利用激光技术测量边界层速度剖面，可被用于研究高攻角时的转捩和流动分离。为了满足风洞实验的三重作用，需要建立三种不同类型的数据库：

（1）描述流场的数据库，用于CFD预测结果的检验。如第2节所示的例子和ELDV对分离泡和转捩区的测量。

（2）基准数据库，用于提供整体气动性能和局部气动参数（包括相均速度和湍流量）。第2节中与振荡翼型相关的数据库就是这种类型。这样完整和详细的数据库应被用于改进非定常湍流建模，为不同的数值代码提供参考对照以及验证不同非定常条件下的CFD方法。

（3）验证整体或部分CFD代码的数据库，例如动态失速产生的非定常流动条件，是机翼几何形状、振幅、频率等量的函数。

这三种类型的数据库意味着CFD模拟与风洞测试将协同使用。CFD模拟提供的流动细节有利于进行风洞实验的优化测量。此外，新方法如虚拟现实技术或三维流动显示，已被用于分析和对比大量实验与CFD的结果。

4　结　　论

实验与CFD方法的综合将成为一项挑战。未来对于实验和CFD的挑战与需求在于成功地对实验数据的数值模拟，以及对于相关实验的完整验证，特别是对非定常流动现象和复杂三维几何形体的验证。因此，实验和CFD表现出了协同和互补的辩证过程。

一体化策略是新兴的趋势，需要大力的支持和发展而成为成熟的CFD方法，其对于每种方法的引导与激励作用将使我们增进对流动物理学的认知。

致　　谢

在此感谢我的同事，法国科学研究中心名誉研究院 Christian Maresca 博士在准备这篇综述时与我的讨论让我受益匪浅。

参考文献

Barakos, G. and Drikakis, D. (2003) Computational study of unsteady turbulent flows around oscillating and ramping airfoils. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 42, 163–186.

Barla, C., Geissler, W., Berton, E., Raffel, M. and Favier, D. (2005) Dynamic stall investigations on NACA0012 and OA209 airfoils. Proceedings of the 31st European Rotorcraft Forum, Florence, September 2005.

Berton, E., Favier, D., Nsi Mba, M., Maresca, C. and Allain, C. (2001). Embedded LDV measurements methods applied to unsteady flows investigation. *Exp. Fluids*, 30 (1), 102–110.

Berton, E., Allain, C., Favier, D. and Maresca, C. (2003) Experimental methods for subsonic flow measurements, in *Progress in Computational Flow-Structure Interaction* (eds W. Haase, V. Selmin and B. Winzell), *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Springer, Berlin, vol. 81, pp. 97–104 and pp. 155–164.

Bourguet, R., Braza, M., Harran, G. and El Akoury, R. (2008) Anisotropic organised eddy simulation for the prediction of nonequilibrium turbulent flows around bodies. *J. Fluids Struct.*, 24 (8).

Bouseman, W. J. (2000) Airfoil dynamic stall and rotorcraft maneuverability. *NASA Report TM* 2000–209601, July 2000.

Carr, L. W. (1998) Progress in analysis and prediction of dynamic stall. *J. Aircaft*, 25 (1), 6–17.

Coton, F. N. and Galbraith, McD. (1999) An experimental study of dynamic stall on a finite wing. *Aeronaut. J.*, 103 (1023), 229–236.

Davidson, L., Cokljat, D., Fröhlich, J., Leschziner, M. A., Mellen, C. and Rodi, W. (2003) LESFOIL: large eddy simulation of flow around a high lift airfoil, in

Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, vol. 6 Springer, Berlin.

Desai, S. S. (2003) Relative roles of computational fluid dynamics and wind tunnel testing in the development of aircraft. *Curr. Sci.*, 83 (1), 49 - 64.

Ekaterinas, J. A. (1995) Numerical investigation of dynamic stall of an oscillating wing. *AIAA J.*, 33 (10), 1803 -1808.

Ekaterinas, J. A. and Platzer, M. F. (1998) Computational prediction of airfoil dynamic stall, *Progr. Aerosp. Sci.*, 12, 759 - 846.

Favier, D., Agnes, A., Barbi, C. and Maresca, C. (1988) The combined translation-pitch motion a new airfoil dynamic stall simulation. *J. Aircraft*, 9, 805 - 814.

Favier, D., Maresca, C., Nsi Mba, M., Berton, E. and Agnes, A. (1997). New type of Embedded Laser Doppler Velocimeter (ELDV) for measurement of rotary wings boundary-layer. *Rev. Sci. Instru.*, 66 (6), 2447 -2455.

Favier, D., Maresca, C. and Rebont, J. (1982) Dynamic stall due to fluctuations of velocity and incidence. *AIAA J.* 20 (7), 865 - 871.

Geissler, W., Chandrasekhara, M. F., Platzer, M. and Carr, L. W. (1999) The effect of transition modeling on the prediction of compressible deep dynamic stall. Proceedings of Seventh Asian Congress of Fluid Mechanics, Chennai (Madras), India, December 1999.

Geissler, W., Dietz, G., Mai, H., Bosbach, J. and Richard, H. (2005) Dynamic stall and its passive control investigations on the OA209 Airfoil Section. Proceedings of 31st European Rotorcraft Forum, Florence, Italy, September 2005.

Haase, W., Aupoix, B., Bunge, U. and Schwamborn, D. (2006) FLOMANIA: a European initiative on flow physics modeling, in *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, vol. 94 springer, New York.

Haase, W., Braza, M. and Revell, A. (2009) A European effort on hybrid RANS-LES modeling, *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, vol. 103, Springer, Berlin.

Johnson, W. (2001) Calculations of the aerodynamic behavior of the tilt rotor aeroacoustic model (TRAM) in the DNW. Proceedings of the of the 57th Annual Forum, Washington DC, May 2001.

Landgrebe, A. J. (1971) An analytical and experimental investigation of helicopter rotor hover performance and wake geometry characteristics. USAAMRDL, US Army Air Mobility Research and Development Laboratories, *Technical Report* 71 - 24, Moffett Field, CA, June 1971.

Maresca, C., Favier, D. and Rebont, J. (1979) Experiments on an aerofoil at high angle of incidence in longitudinal oscillations. *J. Fluid Mech.*, 92, 671 - 690.

McCroskey, W. J., Carr L. W. and McAlister K. W. (1971 Dynamic stall experiments on oscillating airfoils. *AIAA J.*, 14 (1), 57 - 63.

Pascazio, M., Autric, J. M., Favier, D. and Maresca, C. (1996) Unsteady boundary-layer measurement on oscillating airfoils: transition and separation phenomena in pitching motion. Proceedings of the 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. AIAA paper 96/0035, Reno, January 1996.

Perrin, R., Braza, M., Cid, E., Cazin, S., Chassaing, P., Mockett, C., Reimann, T. and Thiele, F. (2008) Coherent and turbulent process analysis in the flow past a circular cylinder at high Reynolds number. *J. Fluids Struc.*, 24 (8).

Piziali, R. A. (1994) 2D and 3D oscillating wing aerodynamics for a range of angles of attack including stall. *NASA Report TM*-4632, September 1994.

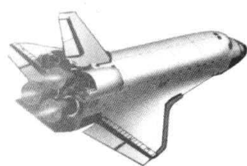
Raffel, M., Favier, D., Berton, E., Rondot, C., Nsi Mba, M. and Geissler, W. (2006) Micro PIV and ELDV wind-tunnel investigation of the laminar separation bubble above a pitching helicopter blade tip. *J. Meas. Sci. Techno.*, 17, 1531 - 1658.

Raffel, M., Willer, C., Wereley, S. and Kompenhans, J. (2007) *Particle Image Velocimetry, a Practical Guide*, 2nd edn, Springer, Berlin.

Roache, P. J. (1993) Quantification of uncertainty in Computational Fluid Dynamics. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 254, 59 - 78.

Spentzos, A., Barakos, G., Badcock, K., Richards, B., Coton, F. N, Galbraith, R. A., Berton, E. and Favier, D. (2007) Computational fluid dynamics study of three-dimensional dynamic stall of various planform shapes. *J. Aircraft*, 44 (4), 1118 - 1128.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）



第5部分

高超声速稀薄气体动力学

第 30 章

高超声速流动概述

Datta V. Gaitonde
莱特-帕特森空军基地空军研究实验室，俄亥俄，美国

1 概 述

高超声速飞行给商业和军事活动带来了革命性的变革。认识到高超声飞行是所有航天器在阻推段、多数再入段所必需的过程，其重要性就显而易见了。因此，人造卫星带来的便捷，从天文学到通信和天气预报，以及探月和深空探测，都有赖于高超声速空气动力学而变成现实。从这个意义上说，高超声速空气动力学是飞行器往返大气层与宇宙空间的关键。未来的高超声速飞行器可能还将促进地球上遥远两地之间的极快速运输。基于上述这些原因，高超声速空气动力学的重要性在几个国家大力发展的计划项目之中都反映了出来。近年来，一种吸气式推进装置——超燃冲压发动机的研究进展非常振奋人心。这项进展极大地削弱了当前人们对相对低效的火箭推进方案的依赖，并使得进入和探索空间变得廉价而高效。因此，对高超声速空气动力学的研究不局限于地球大气层内，因为空间探索也需要进入像火星和木星这样行星的独特大气，这在许多方面是很独特的。

高超声速飞行虽然在自然界流星的运行轨道中早已发生，但其研究的动力源于航空航天应用的驱动。一些介绍古典研究方法（Chernyi，1961；Hayes 和 Probstein，1959；Dorrance，1962）和现代研究方法（Anderson，1989；Hirschel，2006；Bertin、Glowinski 和 Periaux，1989）的教材现已面世。现代研究方法也包含一些来自地面实验和计算机仿真的高置信度结果分析。即便如此，在测量、预测和控制高超声速一些基本流动中仍然存在一些未解决的工程和基础科学问题。

随着飞行器速度的增加，高超声速流动与超声速流动的差别逐渐显现。但两种流动状态的马赫数分界线的差别并不明显。为简单起见，常假定马赫数 5 以上为高超声速流动（马赫数是主要参数，而且很大）。然而，高超声速飞行中的高温和高空效应要素也取决于自由来流的焓和密度，以及飞行器的外形，而这些也可能发生在较低的马赫数下。

高超声速的或者说超高速的流动特性是由流体动力效应或物理-化学效应刻画的，这种效应远强于在中等超声速马赫数下观测到的结果，所以有必要将热化学和分子动力学的考虑引入分析中。

2 高超声速飞行环境

几十年来，一些国家发展的众多高超声速飞行器计划产生了形形色色的概念设计方案，以实现不同的任务要求，如缩短到达时间、增程及进入空间等。高超声速飞行器的飞行轨迹由飞行任务所决定，是所遇到的科学和工程问题的首要决定因素。图 1 给出了一些有代表性的高超声速，这些飞行器外形由相互矛盾的约束条件和参数演变而来。Lewis 所写的章节中给出了一个更加具体和先进的透视图（见第 7 卷，第 329 章）。

最早的高超声速飞行是由细长的火箭实现的，它是将载荷发射到高空并赋予高速。



图 1（a)展示了这种飞行器的一种先进外形。现代的这种飞行器是多级的，可以通过机动飞行得到复杂的弹道。入轨并随后返回地球的载人任务需求催生了一个更为复杂的舱式的载荷设计[图 1（b)]。这种设计通过自身几何形状和表面材料，解决了气动力和气动加热的问题。图 1（c）展示的可重复使用的航天飞机，代表了相对于前两种飞行器更为先进的技术或成果，尤其在返回阶段，带后掠翼的升力体设计使其可以无动力滑翔地返回地球。图 1（d）是一种未来的高超声速飞行器构想，将吸气式高超声速发动机融进一个飞机式构型，能以马赫数 6 或更快的速度进行远程巡航。

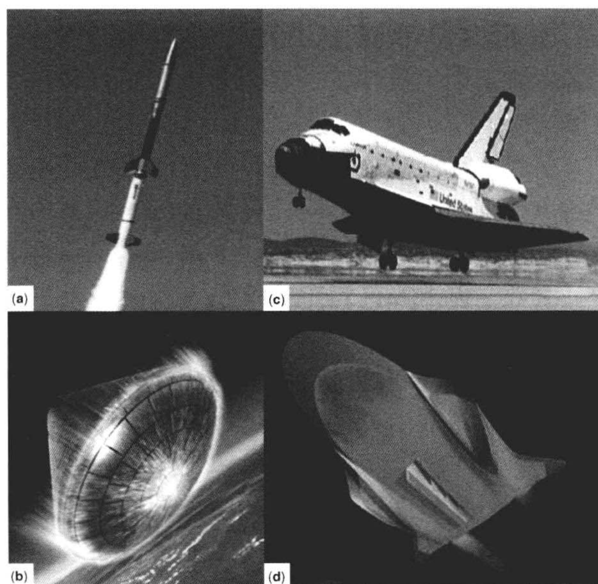


图 1　高超声速飞行器

（a）探空火箭（NASA 供图）；（b）再入舱（欧洲航天局 Ducros 供图）；（c）可重复使用的空间运输系统——航天飞机（NASA 供图）；（d）构想中的装有吸气式发动机的高超声速飞行器（经洛克希德・马丁公司允许复制）

高超声速飞行器穿过大气层的轨迹可以用高度-射程曲线或高度-速度曲线来描述。大气属性在设计飞行弹道的过程中至关重要。图 2 给出了地球大气的一些主要属性，如温度、密度及平均自由程随高度的变化曲线。对流层、平流层、中间层和电离层的大致范围标记在 y 轴附近。当平均自由程增大时，相应的空气密度和压力随高度增高而相对急剧变小。温度变化是非单调的，在大气不同的区内变化大约 100 K。真实的状态是在给定的任何时候都会变化，而制导和控制技术须保证飞行器在未知的大气环境里也有正确的飞行轨迹。

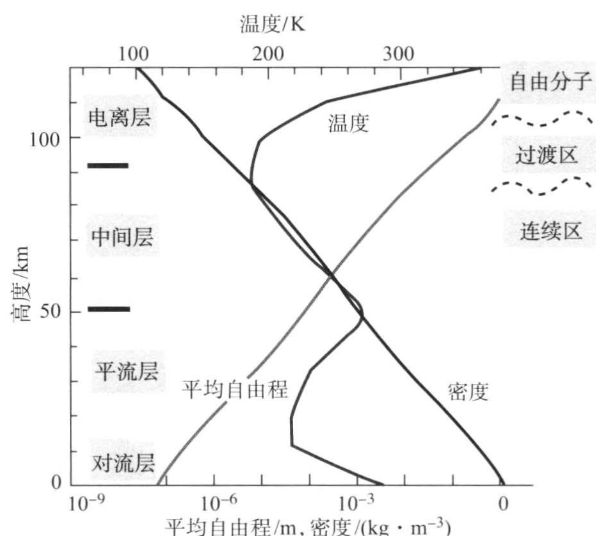


图 2　地球大气的属性

图 3 展示了三种非轨道式飞行器的理论弹道。弹道式弹道起始角度很陡，由火箭助推，不过其他的方式如轨道炮发射也是可行的。在近地面稠密大气中的速度相对较慢，对飞行器外形决定气动阻力影响不大。飞行器急剧加速，在设定高度达到了最大速度和飞行方向，火箭关机前的最终速度决定了航程。随后在重力作用下飞行器以很陡的角度下降。在这一阶段，飞行器外形，尤其是头部，以及飞行器的倾斜角是决定阻力、热载荷、稳定性和生存性的重要因素。飞行轨迹上不同点的典型马赫数标记在图 3 中。滑翔式弹道在上升段类似于弹道式轨道，但由于飞行器有较大的升阻比，在大多数情况下重力只比升力略大，穿过大气层返回的轨迹就更为平缓，从而实现更远的

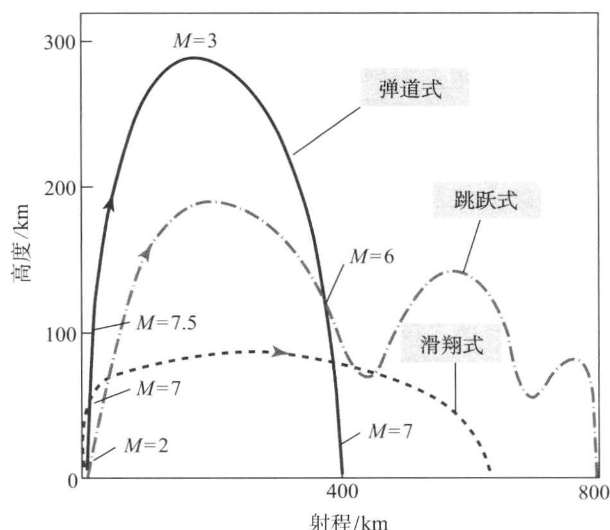


图 3　非轨道式飞行器的高度-射程曲线

（所有距离和飞行参数均为理论值）

射程。跳跃式或跳跃-滑翔式轨道融合了弹道式和滑翔式轨道。在这种轨道上，飞行器可进入大气，然后再被弹入太空，如此重复，增加了飞行器的射程和在稀薄外层大气中的飞行时间。

为了把主要的高超声速现象与飞行轨迹的各阶段联系起来，最好是绘制如图 4 所示的速度-高度曲线。Hirschel (2006) 指出了代表目前和未来研究重点的四种飞行器：①有翼式再入飞行器（RV），如航天飞机，给出了其典型的阻推和再入弹道；②巡航加速飞行器（CAV），使用吸气式发动机推进，在大气层内飞行；③上升再入飞行器（ARV），也就是安装了火箭推进入轨的 CAV；④气动辅助轨道转移飞行器（AOTV），在星际任务返回时利用大气层的阻力。

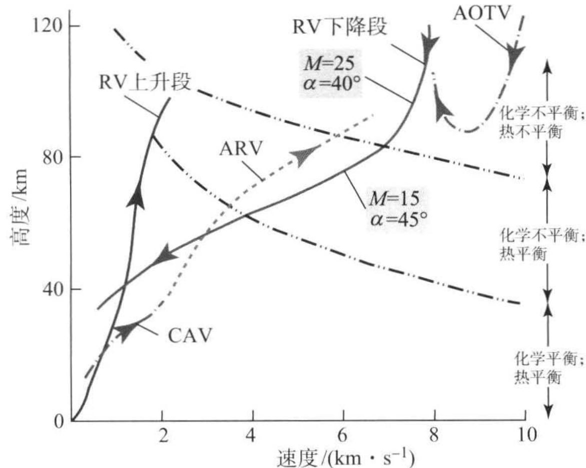


图 4　速度-高度曲线

（定量数据均仅为理论值）

3　飞行任务和飞行器的考虑——气动热力学

气动热力学是研究飞行器上压力、力、力矩和气动加热分布的学科。在高速和高焓情况下，这些值都很大，为了减小这些值，需要在众多相互冲突的设计中进行折中。对于一个给定的任务，需要对多个设计要素进行优化，包括飞行器气动外形和飞行轨迹。下面给出一些实验结果，来说明决定飞行器演化的一些主要因素。为便于论述，图 5 展示了气流流过的两种典型高超声速外形——钝头体和尖头体流动特征。

飞行器头部在高超声速飞行器的设计中非常重要。对于钝头体［图 5 (a)］，激波呈弧形，并与机体保持一定的距离（脱体）。激波和机体表面之间的区域称作激波层。根据克罗科定理，弧形激波引起垂直于流线的熵梯度。因此激波层是一个高度旋涡区，常称为熵层。对于尖头体构型［图 5 (b)］，激波较弱并于尖端处附着在机体表面。应当注意的是，即使尖头体，在前缘也总有一些钝的地方，不过曲率半径很小。对于尖头物体，激波和物面之间的夹角在高超声速时变得很小。

根据任务剖面，峰值热载荷和整体（面积）热载荷都应受到关注。最大的峰值热载荷通常出现在飞行器的头部，原因是自由来流的高焓和高动压。然而，局部最大值也在其他区域出现，原因是激波-激波和激波-边界层的相互干扰，这在后面会进一步讨论。在减小热载荷的过程中要平衡众多相互矛盾的约束条件。机头加热速率 $\dot{q}$ 随 $1/\sqrt{R_n}$ 变化而变化，其中 R_n 为机头半径（见第 1 卷，第 31 章）。因此高超声速飞行器机头相对较钝——航天飞机的机头半径大约为 30 mm，从而把峰值热载荷限制为约 40 W/cm^2。而往返月球或其他行星则会遇到更快的速度，产生更高的热流密度。因而所使用的航天舱外形［图 1 (b)］，有大得多的曲率半径。除了使用钝头体表面，气体-壁面相互作用如烧蚀和碳化也被用来做热防护系统（TPS）。在烧蚀过程中，表面通过熔化、汽化或升华吸收热量，生成物随即被气流吹走。

对于穿过大气层的更长时间的飞行，如理论巡航任务，飞行器表面的热就会穿过热防护系统传到飞行器内部，如果设计不当，就会影响到内部结构。一般来说，气体焓传到飞行器表面的热量必须通过传导到内部结构（或许使用主动冷却）和表面热辐射来平衡，从而提供一个可以接受的表面温度。这里存在两个重要的现象——转捩和湍流。湍流加热量数倍于层流加热（虽然转捩区很短，但其引起的气动加热量更强），这对以有效载荷为代价的热防护系统的质量有很大的影响。由于这个原因，优化过的飞行器外形和弹道都尽可能地延迟转捩。在高空，低密度的大气使雷诺数较小，流过整个飞行器的都是层流。然而当飞行器下降到稠密的大气中时，背风面的当地雷诺数最大，转捩在飞行器背风面开始发生。然后随着飞行器失去高度，转捩向上游移动，整个飞行器的大部分都为湍流。甚至历时很短的再入飞行器飞行任务也必须将湍流列为设计分析因素。



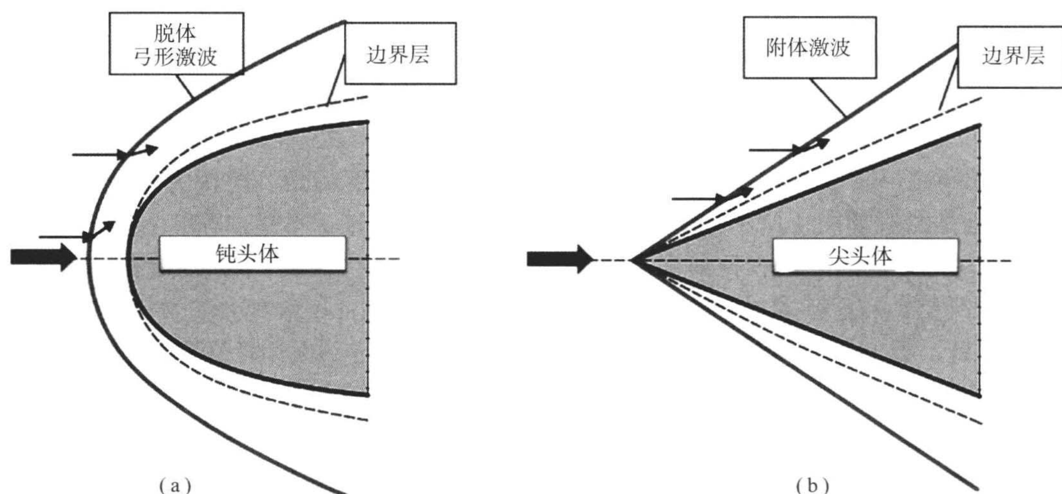


图 5　气流流过钝头体和尖头体

阻力也是飞行器设计中一个要考虑的重要参数。钝头虽然减少了峰值热流，但也增加了阻力。然而对于图 1（b）和（c）所示的飞行器而言，这反而是可利用的，因为它们基本上是通过把平底朝向来流以达到减速的目的（注意：图 4 中航天飞机在高空时的大攻角）。然而，对于弹道式、跳跃式和滑翔式弹道，射程是很重要的，所以必须减小在低层大气中所受的阻力。因此这些飞行器往往较为细长，机头钝头不大，故气动加热较严重，但加热时间短。对于这种飞行器，壁面湍流引起的摩阻是阻力的主要来源，而且不对称的层流-湍流转捩区可能产生力矩。另外，可以通过高升阻比（L/D）的设计来增加滑翔飞行器的航程，使之在空气稀薄的高空也能飞得更远。高空飞行的一个附加的好处是空气稀薄，气动热载荷较低。高超声速飞行器的升阻比相对较小——航天飞机在 45°攻角时升阻比约为1.2。为解决这个问题，被称为“乘波体”的设计重新激起了人们的兴趣（Anderson 等，1988）。最简单的“乘波体”机身形如一个“∧”号，“骑”在它下表面所产生的激波上。

对于装有超燃冲压发动机的吸气式高超声速飞行器方案，内流道设计变得非常重要。一个很重要的设计需求是把流动速度从自由来流减小到马赫数 2，以便使燃料能够混合和燃烧。速度的降低是通过激波和伴随的激波-边界层相互作用实现的。与这个现象相关的推力损失，可以通过减小激波强度和利用飞行器外下部预压缩空气（混合内-外压缩）来实现最小化。即便如此，流动分离和畸变也会以多种复杂方式影响混合和燃烧过程，甚至可能导致发动机启动失败。

由于要考虑起飞，高超声速飞行器的设计也不能忽略低速下的性能，并且对于航天飞机，还要使其像传统飞机那样返回。事实上，即使是以高超声速飞行，飞行器处于弓形激波下游的一些区域也可能处于超声速甚至更低的速度。一架专为高超声速飞行而设计的飞行器可能在飞行轨迹的低速范围难以使用。

高超声速理论的发展已被实验和仿真的局限性所限制，尽管积极的研究已克服了某些限制，但是飞行实验非常昂贵且难以测控，而地面实验又无法同时匹配所有的条件，如马赫数、雷诺数及更大的焓值。风洞实验常需要做一些折中。例如，可以用电弧射流提高焓值，但由此带来的杂质影响必须计入分析。可能也会用到不同比热容比的气体来实现所需的马赫数，但通常是以损失真实性为代价，因为激波脱体量等定量数据取决于这种气体的性质。诸多现象本质上都是多学科问题，但数值仿真也受到限制。尽管在很多方面已经取得了很大的进步，但是一些数学、物理和计算（算法）的模型仍需要实质上的深入了解和开发——其中一些主要问题在本卷其他章节会论述到。

4　高超声速飞行中的重要气动现象

Bertin、Glowinski 和 Periaux（1989）指出，气动热力学环境“取决于转捩、湍流、黏性/无黏相互作用、分离、非平衡化学反应、表面催化作用、烧蚀以及非连续效应”。这些因素密切关联，包括辐射和涉及流动控制的等离子体动力学，都归

属于高超声速流动所涉及的复杂范围。图 6 以一种简明的形式展示了高速太空船再入过程的主要流动特点——本章剩余部分会多次引用这幅图，以继续对高超声速流动主要的术语和内含的现象进行介绍。

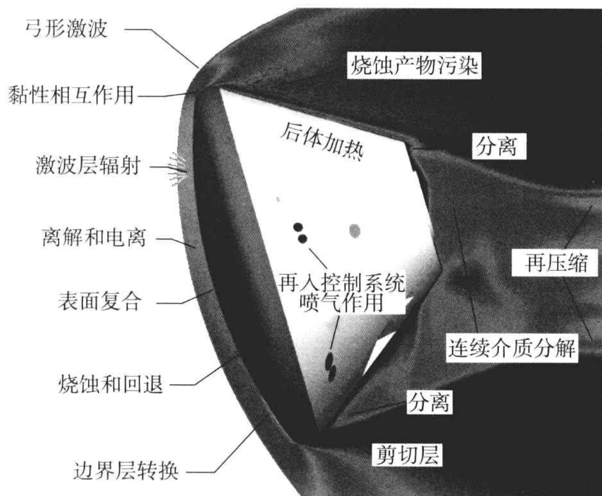


图 6 太空船重要的气动热力学现象

（NASA Ames 研究中心太空技术部制图）

4.1 高超声速无黏和黏性效应

即使没有高温热化学效应，当马赫数超过超声速后继续增加时也会发生很多变化。通过对经典超声速分析方法所使用的理想气体假设、拓展和修正，我们已经获得了对这些变化的很多了解。在分析的过程中考虑了马赫数 M_∞（应当较高），由流线偏转角 θ 表示的弹体细长度（经典方法里 θ 应当相对较小），以及这两个量组合的近似性假设的限制性。文中所说的“高超声速相似参数” $M_\infty\theta$ 通常用来简化控制方程，推广了为超声速流动而给出的方法。当平衡气体参数如比热容比恰当地确定后，这种分析也可以用于高温流动气体的一些情况。在 Shang 编写的第 1 卷第 31 章里给出了一些更广的考虑因素。

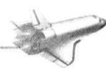
对于图 5（a）所示的钝头体，尽管它和在超声速流动中遇到的特点有定性的相似之处，但激波脱体距离要小得多，因为激波两侧的密度比较大。激波层区域的温度和压力相应地变得更大。激波离物面越近，激波层内熵的梯度和涡量就越大，涡量变得与边界层内的涡量相当——这对边界层产生的影响与超声速时的观测结果不同，后者激波距机体更远，不同要素的相互作用很弱。一个重要的结果就是，对钝头体或钝头细长体，旋涡相互作用会引起热导率的显著增长（Hayes 和 Probstein，1959）。

然而，高马赫数也可以使用某些简化。对于这样的流动，Oswatitsch 提出了一个极其有用的结果，称为马赫数独立原理：在高马赫数下，只有自由来流密度和速度决定了弓形激波后的流动（详细的论述见 Hayes 和 Probstein，1959）。因此，流动独立于自由来流的焓、压力、温度或声速，甚至流动可以不是理想气体。对于钝头体，在相对低的马赫数下，马赫数独立原理确实是正确的，超过马赫数 4 后阻力系数不会改变很多（Chernyi，1961）。

对于图 5（b）所示的尖头体，激波倾斜度随马赫数增加而减小，因而激波离物面更近。马赫数独立原理也可以用在这里，但应该在比钝头体更高的马赫数下应用，因为流动偏转角更小。高超声速流中细长体的小扰动分析比在超声速条件下更为复杂，因为相对于声速，扰动速度更大，相关的压力变化也很大。因此，超声速流中成功应用的线性化技术在这里会产生很大的误差而不再适用，使得扰动方程更难求解。即使对于细长体而言，在足够高的马赫数下才可以做一些简化。这些简化中的一种就是高超声速流动“等效原理”：把问题的一个空间维度在本质上用时间来替换。因而一个三维定常问题可能通过求解一个等价的二维非定常问题来解决。

黏性相互作用，即激波和边界层相互作用，通常归于前缘附近边界层快速增长（边界层诱导）以及激波与已有边界层冲击或相互作用（激波诱导）。黏性效应的重要性用高超声速黏性相互作用参数来表示，即 $M_\infty^3\sqrt{C/Re}$，其中 C 为 Chapman-Rubesin 因数（壁面处密度和黏性乘积与自由流中的该乘积之比）。高超声速流动中尤其是前缘附近遇到的高温，通常产生相对于相同雷诺数的超声速流动厚得多的边界层（$\delta\sim M_\infty^2/\sqrt{Re}$）。相关的流线偏转改变了机体的有效外形，甚至会在平板的前方产生一道激波。这种边界层产生的激波将会影响到边界层自身的发展。

激波诱导现象如激波-边界层相互作用和激波-激波相互作用是高度非线性的，通常是非定常现象，导致流动分离和较高的表面载荷。对规模的理解也可以从分析方法的发展中获得（参见 Inger，1986），这些问题可由实验和数值仿真方法研究。虽然一些主要效应与超声速情况下遇到的很接近，



但在更高的速度下，这些问题就会被放大。激波-激波相互作用发生于从机体的一部分发出的激波与从另一部分近前缘发出的弓形激波相互作用时。例如，在图6中，出现了弓形激波与太空船边缘控制面产生的激波相互作用的现象。相反的情况是一道平面激波冲击到前缘附近的弓形激波，也产生了一系列的相互影响，Edney（1968）将它们分成6种类型。被称作Ⅳ型的类型会导致超声速射流碰撞到壁面。随之带来的峰值热载荷会对飞行器造成灾难性的损害。第1卷第35章举了一个例子，证实这种相互作用会产生很大的局部峰值。这种现象的实际意义被X-15的最后一次近乎灾难的飞行失败所证实，原因就是产生了交互作用（Anderson，1989）。

激波-边界层相互作用发生于来自一个机体的激波撞击到同一个或另一个机体的边界层上时。激波把很大的压力梯度强加于相对低速的近壁流动而引起流动分离，如果来流边界层是层流，则可能发生转捩。在三维情况下会形成复杂的涡结构。因为流动和对壁面的效应是高度非定常的，材料疲劳也是一个问题。激波-边界层相互作用会使控制面失效，还会使吸气式飞行器的进气流场发生重要的畸变。详见文献（Settles和Dolling，1997）。

4.2 稀薄气体流动和高空效应

图3指出，一艘再入飞行器在较低密度（稀薄）大气里高度会急剧下降。在这种情况下，连续介质假设在机体上的多数区域不成立。以下论述在第1卷的第32章和第35章有详细分析。

克努森数 $Kn = \lambda/L$，式中 λ 和 L 为有代表性的平均自由程和飞行器特征长度，用以区别连续介质区和非连续介质区。由于机身特征长度有一定的随意性，也可以定义当地克努森数为 $\lambda/(\partial\rho/\partial x)$，式中 ρ 为当地密度。当克努森数在0.2以下时，通常认为连续性较好。当 $Kn<0.1$ 时，一般可以认为N-S方程是有效的，尽管在局部区域可能会失效，如非常接近前缘区域或激波内部区域。这些区域由为数很少的粒子碰撞确定。在非连续介质区，必须使用基于玻尔兹曼方程或直接模拟蒙特卡洛方法（DSMC，Bird，1994）的分子动力学方法。

对于较大的克努森数，一般在10以上，可以使用自由分子假设，假设气体分子之间不发生相互作用。在牛顿的粒子假设内，可以对阻力预估作较大的简化，假设其为等距且不相互作用的粒子，因而作用在机身上的阻力只由垂直于迎风面的动量分量组成，而对飞行器背风面的作用则被忽略。马赫数不会出现在分析中，因为要使得牛顿流动理论成立，马赫数必须很高，这与前述的马赫数独立原理一致。

处于连续介质和自由分子流动之间的状态称为过渡状态（Celenligil、Moss和Bird，1989），此处不应与湍流时的“转捩”（过渡）混淆。Hirschel（2006）将过渡状态划分为受扰自由分子流动（$0.1 \leqslant Kn \leqslant 10$）和有滑移效应的连续介质流动，壁面的流动状态呈现温度和速度的突跃。相对缺乏碰撞也引起了激波的增厚——强激波里的克努森数与在稀薄气体状态相同。由于长度尺度很重要，无法严格地区分每种状态的高度范围。不过对于大多数情况，连续介质区限制在100 km以下，自由分子区限于150 km以上（图2）。在实际仿真中，克努森数在飞行器长度上变化很大。混合方法结合了连续介质和非连续介质方法，如今正在发展一种能够在统一设定下对不同状态有效计算方法。

4.3 高温效应

高超声速飞行器流场中的一些区域，如激波层和高耗散边界层，有极高的温度。据估计，阿波罗返回舱激波层温度大约11 000 K（Anderson，1989）。在如此高的温度下，激发出了热化学（或真实气体）效应，显著地影响空气的属性和气动热力学效应。典型的热效应包括除平动和转动之外内能模式的激发，如振动和电子激发；而化学效应包括分子分解、化合和电离。这些效应不是瞬间发生的，反应的速率取决于一些因素，包括平均自由程和气体粒子之间平均碰撞时间间隔。

平衡概念在高超声速流动机理和模型化方面很重要。平衡的含义基于流动中所发生的不同过程空间尺度和时间速率的相对比较。不同过程的速率之间如果有较大的差异，就会出现时间延迟和松弛现象。另外，如果流动梯度使得能发生足够的粒子碰撞来完成不同状态间的化学反应或能量传递，就被认为是达到了平衡状态。

热平衡意味着存在只由温度刻画的粒子能量的麦克斯韦-玻尔兹曼分布，而化学平衡意味着正向/反向反应间的平衡。另外，如果流动速度大，即粒子流过机身所需时间很短，流动在热化学意义

上就被“冻结”。在平衡和冻结两个极端之间的是非平衡状态，必须用有限速率动力学处理。因为不同的过程以不同的速率进行，根据流动参数，可能是热方面处于平衡而化学反应不平衡。类似地，不同组分的振动模式，如氧和氮，互相之间可能不平衡，在这种情况下，可能需要考虑多重温度进行处理。平动模式与平均一次碰撞相平衡，而转动模式需要 10～100 次碰撞。除了像激波那样非常尖锐的流动特征外，这两种模式通常处于平衡状态，可以由温度来唯一描述。振动平衡较为缓慢，在数十万次碰撞中发生。在一些情况下，在不同的数量层面求解各组分的主方程是合适的（Josyula 和 Bailey，2001）。有时用一阶达姆克勒数 $D = t_c/t_f$ 来作为非平衡化学环境的准则。式中 t_c 和 t_f 分别是化学过程和流场的特征时间尺度。化学非平衡现象在第 1 卷第 33 章有详细论述。图 4 中的速度-高度曲线指出了分别适应热平衡和化学平衡假设的大致区域。空气的热化学效应标准可以通过考虑在标准大气条件下的温升来获得。标准大气压下的空气在约 800 K 的温度下激发出振动模式；氧气在 2000～4 000 K 的温度下分解，而氮气在 4 000～9 000 K 的温度下分解。其他重要的反应包括一氧化氮的生成、原子和分子的电离。

在实践方面，不同内能模式的激发和分解反应都是吸热的，即能量在产物的生成过程中被吸收，降低了平动温度并提高了密度。取决于密度比的激波脱体距离也减小了。热化学效应改变了热力学和空气输运属性。比热容值变化取决于流动环境——气体不再是热理想的——比热容比（γ）随着更多的能量模式被激发出来而减小。对平衡状态，可以使用两个热力学量（温度和压力）的曲线拟合来估计气体成分。一些分析的和半经验的方法使用修正的气体状态方程。然而像第 1 卷第 33 章中所描述的那样，对于非平衡情况，处理方法更为复杂。此时流动环境决定一切，必须确定描述不同能量和反应速率动力学的多重温度。使用气体运动理论和输运截面数据来估计输运特性。尽管经常忽略压力和热扩散（Soret 效应），由于不同组分间浓度梯度而产生的质量扩散也会通过导热和化学焓输运影响能量传输。通常使用基于菲克定律的二元扩散近似的有效扩散系数，需要考虑每两种组分之间的质量通量。其中，有两个重要的量纲为 1 的数：路易斯数（对相对质量和热量扩散做出了估计）和施密特数（比较了涡量和质量扩散率）。其他属性如离解后混合物的黏性和导热性，也使用基于气体运动理论的近似假设，常见的有维尔克黏性规律，考虑了每个组分值的加权和。可以用普朗特数将黏性和导热性联系起来。可参见文献（Yos，1963；Gnoffo、Gupta 和 Shinn，1989；Capitelli 等，2005）来获得更详细的论述。

4.4　稳定性、转捩和湍流

由于密度降低，在高空，雷诺数较小，湍流不是主要关注对象。然而在低空，因为涉及阻力和热防护系统的设计，转捩很明显令人头疼。因此精确的转捩区域预测是当今一个主要的研究领域。

稳定性和转捩问题已在第 1 卷第 9 章有所介绍，还在低速流动中论述了模态和非模态增长的主要概念。转捩可以起源于自由流中的许多扰动（声学的、熵的或旋涡的），或者壁面（碰撞、粗糙度）。在模态发展中，这些扰动进入边界层，经历接收过程，造成不稳定摄动，随后呈指数增长，导致全湍流流动。尽管自由剪切和边界层一般在较高的马赫数下更为稳定，但就像前面指出的，转捩对高超声速飞机是一个主要的问题，延迟转捩的弹道设计对此非常有益。

高超声速飞行会呈现超声速流动中未曾观察到的不稳定现象，并且除了机头半径和表面粗糙度以外，表面温度、烧蚀产物和化学反应极大地影响了这种不稳定性。在图 6 中，转捩紧随烧蚀而发生，然而相反的效应，即烧蚀在转捩之后发生也是有可能的。甚至在较低的马赫数下，可压缩性也反映了边界层的温度曲线，尤其是壁面温度是一个主要指标。超声速边界层呈现普遍的拐点，即$(1/T)(\partial u/\partial y)$的拐点，式中 T 是温度，u 是速度，y 是机身法向坐标。因此，对于无黏假设，与不可压缩边界层不同，这种情况甚至在极高的雷诺数下也是不稳定的。边界层的稳定特性也以其他方式发生改变。因为在不可压缩流动中，最不稳定的 Tollmien-Schlichting（T-S）模式不是二维的，而是倾斜于自由来流方向的。这些三维黏性扰动及温度变化的影响随着高超声速范围内马赫数的提高而变得越发重要。

超过马赫数 4 以后，出现一种新的不稳定扰动，在边界层转捩上逐步取代了 T-S 模式。这类模式首先由 Mack（1984）通过仿真和随后的实验验证而发现。与本质上是旋涡的 T-S（第一）模式不同，Mack（第二、高阶）模式是声学的。不同



的模式使预测和控制变得更为复杂，因为它们对环境变化的反应相反。T-S模式被壁面冷却产生强烈的抑制和有效控制作用，而声学模式则是不稳定的。对这些高阶模式的抑制是一个活跃的研究领域，在多孔壁面上已经得到了很有希望的结果（Fedorov等，2001）；干扰了声动力学，并将二氧化碳注入边界层，影响了热剖面。

相对于尖头体，有小钝度的前缘会使从驻点流出的流体产生一个有利的压力梯度，从而将转捩区推向下游。然而随着曲率半径进一步增大，转捩又向前移动。这个有趣的现象称为钝体悖论。由烧蚀、表面抛光不足引起的粗糙或缝隙和台阶等缺陷受到关注，因为目前仍然缺乏对这些特征导致转捩的机理的清晰理解。在瞬态增长中，扰动分别受到阻尼作用，但通过共同的相互作用可能增长，这个瞬态增长的概念日益受到关注，因为它有可能描述实际情况下转捩中的一些最令人迷惑的观测结果。

热-化学不平衡效应以很多复杂的方式影响转捩，以及随后的完全发展的湍流边界层。由于振动模式的激发和离解本质上都是吸热的，它们降低了转化温度，因此反映了与冷却同样的趋势。然而，仿真指出了一个取决于很多因素的复杂趋势（Johnson、Seipp 和 Candler，1998；Hornung，2006）。转捩也在高超声速马赫数下的风洞实验中造成了很大的问题，因为洞壁发出的噪声形成的环境本质上与实际飞行中所遇到的不同。因此风洞经常导致比实际飞行状态低的转捩马赫数。

一旦湍流发生，转捩机理的鲜明特征逐渐消失，超声速马赫数下观察到的自相关属性恢复。当遇到高温效应时，只要加以适当的气体参数调整，平衡状况可能仍然与一些理想气体观测结果相关。在充分发展的湍流边界层中，通过半经验和数值方法对非平衡效应已有研究。例如，Dorrance（1962）的半经验结果考察了多种假设的效果，这些假设是关于非平衡离解度、壁面催化效应、质量输运、压力梯度以及机体外形的，本来用于研究热输运和壁面摩擦系数的工程相关性。在高置信度仿真后，应当参阅 Martin 和 Candler（1999）的直接数值仿真来理解吸热化学反应效应，这是充分发展的非燃烧湍流边界层流动中的准则。

4.5　热防护系统、气体-壁面相互作用及烧蚀

如前所述，高超声速流动中壁面附近遇到的高温导致了值得注意的加热，在没有热防护系统的保护时可能会使壁面熔化。热防护可以通过许多方法实现，如热沉，仅仅吸收了所产生的热量，相互重叠面板的热结构可以自由伸展并辐射热量；蒸发冷却，类似于出汗。对于可重复使用的再入飞行器，如航天飞机，热防护系统以不同类型的防热瓦的形式覆盖了机体的不同部位。防热瓦可储存并反射热量，使内部的结构免于化学反应。这种情况的热态由壁面特性、温度及热导率定义。接近被冷却的“催化”壁面，之前离解的粒子可能会再次化合，发生放热反应，极大地增加热载荷。而非催化壁面不会促进再次发生化学反应的过程，因此受到青睐。通常，气体与壁面的对流热交换和壁面内部的传热的不同点是，它是由壁面辐射造成的。对于图1（c）所示的可重复使用的远程飞行器，壁面温度可能会通过对流加热达到稳态，这发生于热的边界层和高辐射率的壁面辐射冷却之间。这种防护系统主要的问题是材料和流体。前者需要良好的机械加工性能、耐久性、维护性以及与框架之间的黏结强度。后者包括粗糙度及防热瓦之间为适应热膨胀而做的缝隙填补，如前所述，这些会影响转捩成湍流及冲击壁面载荷。

对于更高的热导率，如从探月任务中返回地球的大气层或进入其他行星大气层的再入过程中所遇到的，就要使用可烧蚀的壁面材料，如碳酚醛。这样的材料制造起来可能有一定困难，但有效、可靠且相对廉价。烧蚀型热防护系统使用质轻的牺牲性材料。壁面熔化并汽化或直接升华，因此通过升温和潜热来吸收能量。由于最高的热导率出现在飞行器的前缘，这些区域首先熔化。因此对于尖头布局，烧蚀使之变得趋向于钝头体。一些烧蚀体的碳化过程形成一个低热导率的表面层，从而减缓了烧蚀速率。在壁面内部还可能发生化学反应产生气体（热解），通过壁面的细孔排出。这个效应以及表面汽化，与发汗冷却在一些方面很相似。

4.6　热辐射

虽然对于远程飞行器来说，壁面辐射是一种冷却机制，但气体本身在足够高的温度下也会辐射热能，这些温度存在于激波层或推进流动中的燃烧区域。气体中的辐射传热以量子的形式在所有可能的方向上散射能量。这引进了一种新的动力学，影响了流场和壁面加热，因为壁面辐射加热可能相当甚至超过对流加热。因此在行星际的超高速飞行的分

析中必须考虑辐射因素。

总体上，气体可以吸收、发出或散射辐射，每种机制是一个函数或频率。为处理这个问题，要做一些简化。散射经常被忽视。对于灰色气体，假设吸收系数与频率无关，这个假设也是合理的，除非辐射由某一特定的分子过程产生。假设有两种共存的媒介，即气体微粒和量子。辐射对质量守恒的影响可以忽略，而且由于辐射引起的质量力很小，动量方程与传统分析中的形式一致。不过能量方程需要辐射输运项来描述辐射和气体分子内能的相互作用。交换的量级取决于气体的模糊性，相应地取决于量子和放出气体的平均自由程之比。当比值较大时，气体在光学上薄而透明；而比值较小时，气体在光学上很厚且不透明。这两种极端获得了分析上的简化。例如，在光学薄或普朗克界限下，辐射传热项以 T^4 的量级变化，其中 T 表示温度。而对于光学厚的气体，罗斯兰扩散近似在壁面自身以外可用，得到了一个 $kT^3 \nabla T$ 项，可以加入热扩散项，因为与傅里叶定律很相似。最大的辐射损失发生在温度最高的激波层内。这里，冷却效应引起密度增大及激波脱体距离变小，而压力则受影响不大。本章中还有另外的考察，Johnston、Hollis 和 Sutton（2008）提供了一些有趣的最新研究成果。

4.7 电离和基于等离子体的流动控制

高超声速飞行中的高温会使空气电离，产生自由电子。在含有许多粒子的体积中有等量的离子和电子的准中性流体叫作等离子体。这种流体的导电性质既是挑战也是机遇。其中主要的问题是前述的催化传热的增加以及由于电磁信号被吸收而导致的通信黑障的出现。不过，电离也带来了流动控制的机遇，因为可以用电磁场来对流动产生影响，而无须活动部件。这在机械执行机构效率降低或失效的高超声速的速度下尤其具有吸引力。

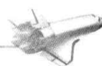
对电磁控制高超声速流动的研究已有数十年的历史，但近来才由于它革命性的潜力而获得较多关注。这类控制技术大体上可以分为质量、力以及能量相互作用，每种都各有优缺点。钝头体的等离子体逆流注射显示了一种气塞效应，所注射的质量在机身前方构成了一个细长的针状区域。这使得流动偏转，使前缘弓形激波变成了较弱的斜激波。这样就获得了细长体阻力低的优点，又克服了它加热严重的缺点。虽然已经证实了减阻的效果，但也出现了许多工程困难，包括等离子体注射以及射流透深急剧振荡的气塞嗡鸣大尺度不稳定的出现。

通过磁场或电场的组合，可以把力施加在等离子体流动上。根据磁流体动力学（MHD），在适当的方向上施加磁场（永磁体或电磁铁）和电场，从而产生洛伦兹力或质动力以及表示焦耳耗散的加热，可以通过做功来使流动加速或减速，从而实现系统或局部目标。例如，由于使用涡轮式的可动部件从高速流动中提取能量损耗很大，MHD 发电机可以作为更有效的能源。局部流动控制很有吸引力，它对电场和磁场的强度要求适中，从而提出了减小传热、分别减小或增大阻力以增程或减速等的技术，减少或消除流动分离或影响转捩的技术（Gaitonde，2008）。然而许多技术问题仍有待解决。研究表明，用于大尺度控制的电磁场相对于现有技术水平来说要求过高，包括电场强度和装置质量。另外，自然发生的电离对于大多数目的而言是不足的，因此电磁流动控制需要一些人工形式的电离增强技术，以从本质上影响能量分配。

另一类控制技术是通过热量沉积来塑造流动。在这个过程中，通常有电弧放电、微波或激光能量聚焦在围绕飞行器的某些区域的现象。例如，向弓形激波上游的长丝上的能量沉积会引起复杂涡结构的形成，暂时减小压力和传热。另一种可能是脉冲热沉积，引发频率扰动，可能会干预转捩过程，或造成压力扰动，产生作用在飞行器上的力矩。这种技术可以代替机械襟翼，后者在高温下容易失效。各种等离子体放电也已证明通过产生活性基，能加速超燃冲压发动机内的燃烧。基于等离子体技术所遇到的主要挑战包括装置的质量和运行所需能量。尽管如此，基于等离子体控制方法的优势包括飞行中的快速开关能力，无须活动部件在一定距离上的作用能力，以及潜在的影响质量力和能量的能力，这引发了对这些技术背后的科学与工程发展的持续研究热潮（见第 1 卷，第 36 章）。

5 总 结

无论是卫星定位，还是月球或行星际任务，高超声速流动是所有要进入空间的飞行器的关键技



术。最近的研究热点也集中于吸气式高超声速巡航(无论是商业还是军事意义上的)。所有这些飞行器所遇到的严酷环境导致很大的热载荷、阻力以及推进和控制上的困难，每种现象都可能轻易地引发飞行器灾难性失效。这些现象的机理基本上都涉及多学科，包括高速流体力学、粒子动力学、热化学、辐射、气体-材料相互作用，以及电磁学和等离子体动力学，并且需要综合分析。本章对这些作了粗略描述，主要致力于介绍重要概念和关键问题。尽管已经进行了数十年的研究，但还有很多有待弄清、预测和控制的问题，目前，高超声速空气动力学仍然是一个活跃的研究领域。

致　谢

感谢标注在图片说明中的提供图片复制许可的机构。同时感谢下列同人的建议和见解：R. Kimmel，R. Munipalli，J. Shang 以及 T. Weeks.

相关章节

第1卷，第21章。

参考文献

Anderson，J. D. (1989) *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*，McGraw-Hill.

Anderson，J. D.，Jr.，Lewis，M. J.，Kothari，A. P. and Corda，S. (1988) Hypersonic waveriders for planetary atmospheres. AIAA Paper 88 - 0369 .

Bertin，J. J.，Glowinski，R. and Periaux，J. (1989) *Hypersonics*，Volume Ⅰ and Volume Ⅱ，Birkhauser.

Bird，G. (1994) *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*，Oxford Science Publications.

Capitelli，M.，Celiberto，R.，Gorse，C. and Giordano，D. (2005) Transport properties of high temperature air components: a review. *Plasma Chem. Plasma Processing*，16 (1)，267.

Celenligil，M. C.，Moss，J. N. and Bird，G. A. (1989) *Direct Simulation of Three-Dimensional Flow About the AFE Vehicle at High Altitudes. AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics: Rarefied Gas Dynamics: Theoritical and Computational Techniques*，vol. 118 (eds E. P. Muntz，D. P. Wearer and D. H. Campbell)，AIAA，Washington DC，pp. 447 -461.

Chernyi，G. (1961) *Introduction to Hypersonic Flow*，Academic Press.

Dorrance，W. (1962) *Viscous Hypersonic Flow*，McGraw-Hill.

Edney，B. (1968) Anomalous heat transfer and pressure distributions on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of an impinging shock. *Technical Report* 115，The Aeronautical Research Institute of Sweden，Stockholm.

Fedorov，A. V.，Malmuth，N. D.，Rasheed，A. and Hornung，H. G. (2001) Stabilization of hypersonic boundary layers by porous coatings. *AIAA J.*，39 (4)，605 - 610.

Gaitonde，D. (2008) High-speed magnetohydrodynamic flow control analyses with three-dimensional simulations. *J. Propul. Power*，24 (5)，946 - 961.

Gnoffo，P. A.，Gupta，R. N. and Shinn，J. L. (1989) Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium. NASA Technical Paper 2867.

Gupta，R.，Yos，J.，Thompson，R. and Lee，K. (1990) A review of reaction rates and thermodynamic properties for an 11-species air model for chemical and thermal nonequilibrium-calculations to 30，000 K. *NASA Technical Report RP* - 1232 .

Hayes，W. and Probstein，R. (1959) *Hypersonic Flow Theory*，vol. I. Academic Press，New York.

Hirschel，E. (2006) *Basics of Aerothermodynamics*，Springer.

Hornung，H. (2006) Hypersonic real-gas effects on transition. IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research，pp. 335 - 344.

Inger，G. (1986) Incipient separation and similitude properties of swept shock/turbulent boundary layer interactions. AIAA Paper 86 - 0345 .

Johnson，H. B.，Seipp，T. J. and Candler，G. V. (1998) Numerical study of hypersonic reacting boundary layer transition on cones. *Phys. Fluids*，10 (10)，2676 - 2685.

Johnston，C.，Hollis，B. and Sutton，K. (2008) Spectrum modeling for air shock-layer radiation at lunar-return conditions. *J. Spacecraft Rockets*，45 (5)，865 - 878.

Josyula，E. and Bailey，W. (2001) Vibration-dissociation coupling using master equations in nonequilibrium hypersonic blunt-body flow. *J. Thermophys. Heat Transf.*，15 (2)，157 - 167.

Mack，L. (1984) Boundary-layer stability theory. *Technical Report* 709，AGARD.

Martin，M. and Candler，G. (1999) Subgrid-scale model for the temperature fluctuations in reacting hypersonic turbulent flows. *Phys. Fluids*，11 (9)，2765 - 2771.

Settles, G. and Dolling, D. (1997) Swept shock wave/boundarylayer interactions, in *Tactical Missile Aerodynamics: General Topics*, vol. I, AIAA.

Yos, J. (1963) Transport properties of nitrogen, hydrogen, oxygen, and air to 30,000K. *Technical Report RAD-TM-63-7*, AVCO Corp.

本章译者：吴小胜，尹晋涛，张巧

（北京理工大学宇航学院）

第 31 章

高超声速流动分析基础

Joseph J. S. Shang
莱特州立大学，代顿，俄亥俄，美国

1 引　　言

尽管高超声速流动十分复杂，但可以利用简化方法对这些现象进行分析。本章对其中最重要的内容进行了讨论。关于连续域内的高超声速现象的经典理论由气体动量定理和 Chapman-Enskog 展开得到（Chapman 和 Cowling，1964）。在这个阶段，并没有考虑稀薄效应和分子内部结构，因此，非平衡态热力学、化学反应和辐射都以简化的形式表示或近似表示。尽管有了这些简化，本章中提到的基本理论几乎不用做修正就可以处理大量的问题。然而，对于理论的应用，读者必须保证状态假设是合理的。对于高雷诺数，高超声速流场可以被分为无黏、激波主导的外流和表面附近的黏性边界层流动。以下分别讨论这两部分流动，理论上着重于预测超高声速飞行器的热负荷与受力情况。

2 无黏高超声速空气动力学

当空气流速比当地声速大得多时，关键的气动参数是物体附近流体质点路径的最大倾角。最大倾角 α 也是流场中马赫波的角度（马赫角）。强激波和膨胀波是高速流动最显著的特征，从而合理地将流场根据物体形状进行分类，包括细长旋成体和钝头体。对于细长旋成体绕流，激波附着在尖端，激波面形成倾斜的包线，倾斜角度与物体表面的斜度密切相关，整个流场保持超声速。与之相对，钝头体产生弓形激波，通常是脱体的且高度弯曲。这导致流动特征具有很大的横向梯度。在弓形激波下游，激波包线的滞止区内，高度压缩的流场为亚声速。再向下游，流动膨胀并加速，跨越声速点变为超声速流动。

本章中，不考虑流场结构变化，而且认为流场动能变化的输运过程占主导。换句话说，与气体运动的惯性相比，黏性切应力和传热都可以忽略。

3 小扰动理论和高超声速相似率

细长旋成体绕流可以用小扰动理论描述。扰动的幅度与自由来流条件相比非常小。与超声速不同，高超声速流并不能用线化方法描述，而小扰动理论本质上是非线性的。高超声速相似率最初由 Tsien（1946）描述，是指细长旋成体无黏定常高超声速绕流与非定常低一个维度的绕流等效（Hayes 和 Probstein，1959）。高超声速相似率在本质上与小扰动理论相关，它可以被视为小扰动理论的直接结果；相反，小扰动理论是应用相似率概念得到的结果。之后的小节中，有对于等效原理的详细讨论。要注意的关键点是，高超声速相似率并不给出高超声速流动的解，一旦找到了解，就可以应用于相似的问题。其作用类似于用于超声速流动的普朗特-格劳厄脱相似率。

在经典的高超声速文献中，当地倾角 α 定义为厚弦比 τ，就这个量而言，相似的一个独立参数为 $\tau\sqrt{M_\infty^2-1}$，在高超声速马赫数下变为 $\kappa=M_\infty\tau$。参数 $M_\infty\tau$ 对于极高的马赫数条件或钝头体绕流有非常重要的价值。

小扰动理论的高超声速相似率只有在相似参数为 $O(l)$ 时才有效。通过仿射变换可以表示不同形状的物体，其在连体坐标系下表示为

$$B(\alpha x, y, z)=0 \tag{1}$$

在上述方程中，物体厚度通过 α 与流向坐标相关联，这样就减少了小扰动方程中的参数。对于均匀的定常高超声速流动，自由流特性为压力 p_∞、密度 ρ_∞ 和速度 U_∞，满足相关边界条件的无黏气动方程的解有以下函数形式：

$$\bar{p}=\bar{p}(x, y, z; \alpha, U_\infty, p_\infty, \rho_\infty) \tag{2}$$

如果小扰动理论适用，静压的解可以写为

$$\bar{p}=\bar{p}(\alpha x, y, z; \alpha U_\infty, p_\infty, \rho_\infty) \tag{3}$$

超高声速相似率减少了一个独立参数。这一结果同样适用于其他独立变量的解，对于横向速度分量和轴向扰动速度都能得到类似的表达式。在空气动力应用中起到关键作用的压力系数的表达式为

$$C_p=\frac{2(p-p_\infty)\tau^2}{\gamma p_\infty M_\infty^2\tau^2}=2\tau^2\left(\bar{p}-\frac{1}{\gamma\kappa^2}\right) \tag{4}$$

气体介质的热力学特性由比热容比 $\gamma=c_p/c_v$ 给出。这一简单的参数描述了气体完整的热力学状态。其他的气动参数，如攻角，也可以被纳入小扰动方程。

总之，只要其小扰动方程的解相同，超高声速相似率认为仿射相关的物体绕流等效。当流动由小扰动产生时，相似率将描述高超声速流动的参数减少一个。

4　牛顿流动理论

牛顿流动理论是牛顿碰撞定律的结果。碰撞定律说的是，当单一流体质点与表面相互作用时，其相对于物体的法向动量完全转换为对物体的作用，而切向动量保持不变（Newton，1934）。因此，表面压力仅取决于入射质点的方向。牛顿指出，质点的碰撞作用力与迎角正弦值的平方成比例，并垂直于碰撞面。这一定律也给出了气动阴影的概念，在阴影区质点的碰撞没有影响，当地压力与未受扰动的自由流值相同。

在现代空气动力学理论中，正弦平方定律在高马赫数及激波层非常薄时成立，此时激波层相关的激波角与攻角非常接近。当气体的比热容比 γ 相同或者激波层极薄时，就能满足牛顿流动理论假设。牛顿流动理论给出表面压力为

$$p_s-p_\infty=\rho_\infty u_\infty^2\sin^2\alpha \tag{5}$$

为了考虑性质不同的气体，Lees（1955）对牛顿定律做了修正，使之适用于拥有不同比热容比 γ 的气体。

修正的压力系数是在激波层的驻点利用瑞利皮托压力公式得到，即

$$C_p=C_{p,s}\sin^2\alpha \tag{6}$$

其中

$$C_{p,s}=\frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left\{\left[\frac{(\gamma+1)^2M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2-2(\gamma-1)}\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\times\left(\frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1}\right)-1\right\} \tag{7}$$

当自由流马赫数趋于无穷时，γ 从 1.0 变为 1.4 会使 $C_{p,s}$ 由 2.0 变为 1.839。尽管这一修正方程与自由流马赫数相关，但还是可以在相当大的范围中应用。例如，对于不同热力学条件的不同气体，只要它们能够由单一参数 γ 描述，就可以应用修正公式。

修正的牛顿定律对于超高声速钝头体压力系数的预测很精确，并被广泛地用于数值模拟的验证。例如，图 1 展示了修正的牛顿定律的结果与两组可压缩 N-S 方程解的对比，两组 N-S 方程分别在马赫数 10 和 30，基于球头半径的雷诺数为 1 000 000 的情况下对球锥绕流进行求解（Shang，1985）。完全气体定律也被用于数值求解，对于完全气体，γ=1.4。很容易观察理论解与数值解的一致性，差异大多发生在球形头部的连接处和锥形后体。此外，在两个非常高的马赫数下，由数值模拟结果可以看出，沿长度方向的压力分布唯一。这就揭示了马赫数无关原理，这一原理同样可以由高超声速激波关系得到。

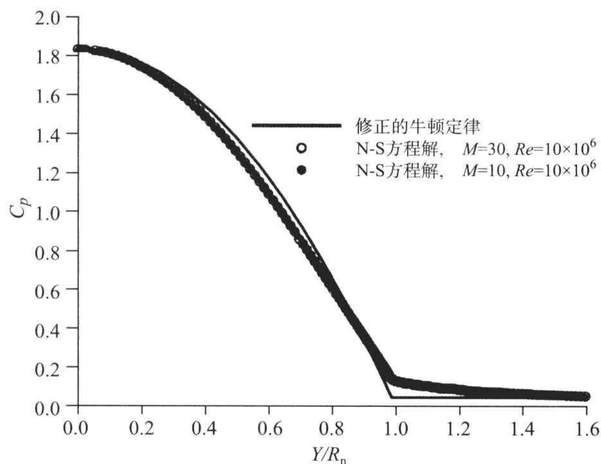
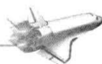


图 1　修正的牛顿定律与球锥绕流 N-S 方程解的对比



5　基本的高超声速激波关系

对于实际问题中的应用，利用激波前后的压比作为基本独立参数将更加方便。由此，其他热力学变量都可以由兰金-于戈尼奥关系导出。在马赫数无限大时，高超声速流动的近似正激波关系为(Chernyi，1961；Anderson，1989)

$$\frac{p_2}{p_1}=1+\frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2-1)\rightarrow\frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 \tag{8}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{u_1}{u_2}=\frac{\gamma-1}{\gamma+1+2/M_1^2}\rightarrow\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \tag{9}$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{[2\gamma M_1^2-(\gamma-1)][(\gamma-1)M_1^2+2]}{(\gamma+1)^2M_1^2}\rightarrow\frac{2\gamma(\gamma-1)M_1^2}{(\gamma+1)^2} \tag{10}$$

$$M_2=\frac{u_2}{a_2}\left[\frac{(\gamma-1)M_1^2+2}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)}\right]^{1/2}\rightarrow\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right)^{1/2} \tag{11}$$

对于斜激波，激波前沿速度的切向分量保持不变，法向速度分量满足正激波突跃关系。因此，跨越激波的不连续条件可以由 $M_1\sin\beta$ 代替 M_1 得到，其中 β 为激波角。类似地，高超声速流动中的近似斜激波关系如下：

$$\frac{p_2}{p_1}\rightarrow\frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2\sin^2\beta \tag{12}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}\rightarrow\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \tag{13}$$

$$\frac{T_2}{T_1}\rightarrow\frac{2\gamma(\gamma-1)M_1^2\sin^2\beta}{(\gamma+1)^2} \tag{14}$$

此外，激波后的速度分量 u_2 和 v_2 分别为

$$\frac{u_2}{u_\infty}=1-\frac{2(M_1^2\sin^2\beta-1)}{(\gamma+1)M_1^2}\rightarrow1-\frac{2\sin^2\beta}{\gamma+1} \tag{15}$$

$$\frac{v_2}{u_\infty}=1-\frac{2(M_1^2\sin^2\beta-1)\cot\beta}{(\gamma+1)M_1^2}\rightarrow\frac{\sin2\beta}{\gamma+1} \tag{16}$$

在讨论绕流问题时引入流动偏转角 α 将非常方便。激波角 β 和 α 的一般关系为

$$M_1^2\sin^2\beta-1=\frac{\gamma+1}{2}\frac{\sin\beta\sin\alpha}{\cos(\beta-\alpha)}M_1^2 \tag{17}$$

对于高马赫数和低偏转角的流动，激波角很小，我们做如下假设：

$$\sin\alpha\sim\alpha,\ \sin\beta\sim\beta,\ \cos(\beta-\alpha)\sim1 \tag{18}$$

流动偏转和激波角之间的关系满足二次方程：

$$\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\gamma+1}{4}+\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2+\frac{1}{M_1^2\alpha^2}} \tag{19}$$

由这一结果，得到了细长旋成体高超声速绕流压力系数的近似表达：

$$C_p=\frac{2(p_2-p_1)}{\gamma M_1^2p_1}\approx2\alpha\beta\approx2\alpha^2\cdot\left[\frac{\gamma+1}{4}+\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2+\frac{1}{M_1^2\alpha^2}}\right] \tag{20}$$

$M_1\alpha$ 和 $M_1\tau$ 是高超声速相似参数 κ，同时也是描述细长旋成体绕流的控制参数。由上述方程可以看出，随着马赫数的增加，其与马赫数的相关性逐渐变小。对于高马赫数超高声速流动，波阻支配着表面摩擦和尾部阻力，而且弓形激波的突跃条件在本质上决定了物体所受的总气动力。图 2 中，利用对球体和锥柱结合体阻力系数的实验测量证实了马赫数无关原理，当马赫数超过 7 时，阻力系数接近常数 (Chernyi，1961)。

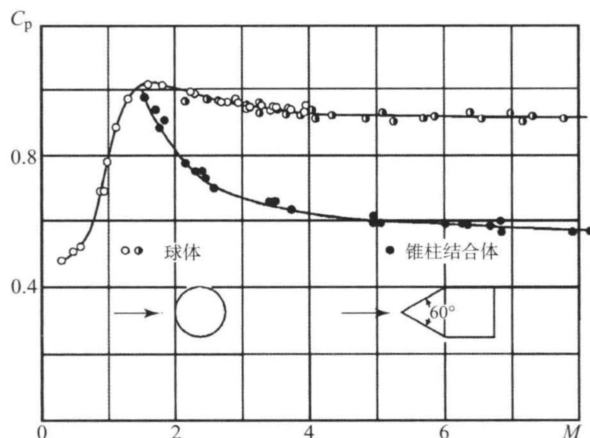


图 2　球体和锥柱结合体阻力系数

[经 Chernyi (1961) 的允许转载]

方程 (15) 和方程 (16) 揭示了细长旋成体高超声速绕流流场的重要特征。扰动对顺气流方向的速度分量的影响为 α^2 量级，对横向速度分量的影响为 α 量级。因此，高超声速流动中倾斜的细长旋成体产生的扰动，在垂直流动方向要比平行流动方向大得多。这一结果直接导致了高超声速相似的概念，或者是前述提到的等效原理。

6　切锥和切楔近似

表面压力可以利用牛顿理论以及极限条件下激波关系得到的当地表面倾角近似得到。这是对于切锥和切楔近似的经验应用。在此方法中，假设当地压力与楔或锥上的压力相等，楔或锥与实物有着相同的倾角和自由流马赫数。

对于细长楔，利用方程 (20) 求表面压力

得到

$$\frac{p_w}{p_\infty}=1+\gamma(M_1\alpha)^2\left[\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2+\frac{1}{(M_1\alpha)^2}}+\frac{\gamma+1}{4}\right] \tag{21}$$

对于较小的相似参数 $\kappa=M_\infty\alpha=M_\infty\tau$，上述方程展开成幂级数的形式为

$$\frac{p_w}{p_\infty}=1+\gamma\kappa+\frac{\gamma(\gamma+1)}{4}\kappa^2+\frac{\gamma(\gamma+1)^2}{32}\kappa^3+O(\kappa^5) \tag{22}$$

对于斜激波下游的压力，以上幂级数中的前三项与 Busemann 级数相同。

对于回转体近似为切锥的方法，细长旋成体上的压力为（Hayes 和 Probstein，1959）

$$\frac{p_c}{p_\infty}=1+\frac{\gamma\kappa^2}{1-\varepsilon/4}-\frac{\gamma M_\infty^2}{2}\frac{r_b}{R_b} \tag{23}$$

式中，ε 为激波前后的密度比；r_b 和 R_b 分别为物体和锥形激波的曲率半径。切楔和切锥近似能够很好地预测表面压力，但不能描述流场的细节。当 $\gamma\to1$ 且 $M_\infty\to\infty$ 时，这些近似退化为牛顿定律。

7　截面等效原理

Tsien（1946）与 Hayes 和 Probstein（1959）的高超声速等效原理和 Il'yushin（1956）的平截面原理在本质上相同，即细长旋成体的高超声速绕流等效于低一维空间的非定常流动。事实上，对于流动偏转角 α 小于物体相对厚度 τ（$\alpha\leqslant\tau$）的流场，这种假设都有效且都能达到二阶精度。Sychev（1960）给出了详细的证明。他的推导基于两个假设：①物体最大的横向尺寸要远小于物体长度，$\tau=d/l\ll1.0$；②$M_\infty\tau\geqslant1.0$，这是高超声速小扰动的上限。

柱坐标系下的欧拉方程包括连续性方程、动量方程和能量方程，同时包含物体和激波面的边界条件。忽略 τ^2 的高阶项，就可以简化为二维方程。要注意的是，物体和激波面的边界条件满足：

$$u\tau\cot\alpha=\tau\cot\alpha+O(\tau^2) \tag{24}$$

退化的方程组和边界条件组成了横流平面内极坐标下的控制方程。Sychev（1960）证明了对于 τ^2 的精度，等效原理将高超声速运动方程及边界条件的 x 轴转化为时间轴。

8　冲击波理论

类比钝头回转体定常绕流和二维平板绕流，对利用等效原理进行化简做进一步说明。绕流时，在垂直于运动轴的平面内，以集中爆发的方式瞬间释放能量。对于回转体，横流平面内的同心冲击波表现为点爆发，而钝头平板的平行波是线爆发的结果。图 3（a）和（b）分别描述了垂直于二维物体和轴对称物体的平面内的激波结构。这一类比建立了非定常流动与高维度定常运动的关系。基于这一类比，冲击波理论被成功地用于高超声速钝头体压力分布的估测。

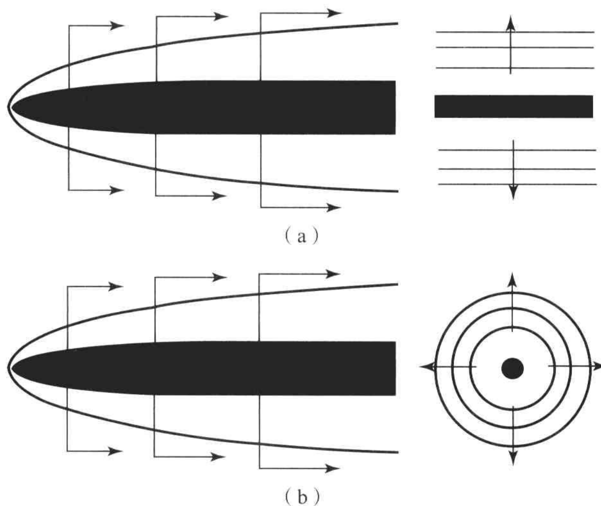


图 3　冲击波类比：钝头平板和轴对称细长旋成体

Sedov（1945）解析地给出了一组非定常气体爆发的自相似解，Taylor（1950）给出了球面爆发的数值解。通过等效原理，线源爆发的经典解适用于轴对称的高超声速流动。冲击波理论的关键在于爆发释放的能量与钝头体的波阻（Hayes 和 Probstein，1959；Chernyi，1961；Anderson，1989）。

$$E=D=\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty C_d A \tag{25}$$

冲击波波速、密度和压力的相似解由独立的时空变量 r 和 t 得到（Sedov，1945）。顺气流方向的坐标 x 和时间 t 的关系根据等效原理有：$t=x/u_\infty$。

对于圆柱形的冲击波，Sedov（1945）的相似解给出了压力和径向距离的解析解：

$$p=\frac{\gamma^{[2(\gamma-1)/(2-\gamma)]}}{2^{[(4-\gamma)/(2-\gamma)]}}\rho_\infty\left(\frac{E}{\rho_\infty}\right)^{1/2}t^{-1} \tag{26}$$

$$r=\left(\frac{E}{\rho_\infty}\right)^{1/4}t^{1/2} \tag{27}$$



Lukasiewicz（1962）得到了高超声速流动中钝头圆柱和钝头平板的压力分布及激波形状公式，可以在 Anderson（1989）中找到。用冲击波理论来预测等效定常流动的精度已经通过与不同实验结果的对比得到验证。一定要注意冲击波类比的有效范围，这一理论只在小扰动方程有效的区域内成立。因此，在头部和熵层的近似将不成立。然而，冲击波的解析解不容忽视，因为它从理论上得到了与试验数据相同的趋势（Anderson，1989；Lukasiewicz，1962）。

在总结无黏高超声速流动时，没有提到特征线法将是非常严重的遗漏，因为这个方法是欧拉方程的精确解。特征线法由双曲型偏微分方程组解的存在性原理导出。历史上，Ferri（1946）第一个对回转流动应用了特征线方法，回转流动是曲型激波下游流场一项基本的流动特征。应用于高超声速流动时，要对初始数据作特殊规定，具体规定参阅文献（Zucrow 和 Hoffmann，1977）。

9　黏性高超声速空气动力学

气体的输运特性在高超声速流动中有两个重要作用：第一，紧邻物体表面的薄层为亚声速层，具有很高的切应力；第二，流-固界面的传热可以改变能量平衡，需要考虑热量交换。由于边界层的存在，顺气流方向足够强的逆压梯度将不可避免地导致流动分离，进而导致黏性-无黏相互作用。最终，产生层流-湍流转捩，目前对这一点也只有部分认知，需要着重强调。

10　高超声速边界层理论

经典的普朗特边界层近似适用于可压缩高超声速流动（Hayes 和 Probstein，1959；Fay 和 Riddell，1958）。简化的假设只能用于二元混合气体，扩散系数与成分无关。出于当前的目的，假设流动是定常二维或者定常轴对称的。由于一个基本假设是边界层比纵向曲率半径小得多，因此边界层方程利用的自然坐标系是笛卡儿坐标系。连续性方程、组分守恒方程、动量方程、能量方程分别为

$$\frac{\partial \rho u r^j}{\partial x}+\frac{\partial \rho v r^j}{\partial y}=0 \tag{28}$$

$$\rho u\frac{\partial c_i}{\partial x}+\rho v\frac{\partial c_i}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{12}\frac{\partial c_i}{\partial y}\right)=\dot{w}_i \tag{29}$$

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{30}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=O(\gamma M_\infty^2\delta) \tag{31}$$

$$\rho u\frac{\partial H}{\partial x}+\rho v\frac{\partial H}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{Pr}\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(1-\frac{1}{Pr}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\rho D_{12}\left(1-\frac{1}{Le}\right)\sum(h_i-h_i^0)\frac{\partial c_i}{\partial y}\right] \tag{32}$$

连续性方程中，r 是到对称轴的距离，下标 $j=0$ 表示二维流动，$j=1$ 表示轴对称流动。变量 c_i、w_i 和 D_{12} 分别为组分质量分数、组分生成率和二元扩散系数。

能量守恒方程中，总焓定义为

$$H=h+\frac{u^2}{2}=\sum c_i(h_i-h_i^0)+\frac{u^2}{2} \tag{33}$$

式中，h_i^0 为组分 i 的标定热。方程（32）中包含两个相似参数，分别为普朗特数和路易斯数。前者为普朗特数 $Pr=C_p\mu/\kappa$，后者为扩散能量输运和热传导能量之比 $Le=\rho D_{12}C_p/\kappa$。化学反应会在固体表面引入额外的传热：

$$\dot{q}_{\mathrm{w}}=-\sum\left(\kappa\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}y}+D_{ij}\rho h_i^0\frac{\mathrm{d}c_i}{\mathrm{d}y}\right) \tag{34}$$

在两个特殊规定下，对于高超声速流动，可压缩边界层方程成立。第一，标准运动理论不考虑分子的内部结构，因此内部的激发度要通过近似来确定（Chapman 和 Cowling，1964）。传统地，高温气体的分子结构和热力学行为之间的联系由统计力学和量子物理学描述。非平衡态的高超声速流动的物理-化学现象非常复杂，在过去的 60 年中，人们并没有对其基础形成完整的认知。所有内部自由度的相互作用发生在分子尺度，因此必须通过建模和较少数据来验证。第二，传统的近似忽略了压力梯度的法向分量，如方程（31），在自由流马赫数足够大，边界层厚度相对于自由流尺度相当小，或者一部分边界层保持超声速时不再成立。在这种情况下，外部产生的波会进入边界层并产生逆压梯度（Shang，1985）。

为了求解抛物型偏微分方程，自由来流条件、固壁条件和外流边界条件就可以将问题明确。然而，边界层近似并不是高超声速流动问题唯一的解，因为解与外部无黏流动的信息有关。

11　滞止区的自相似解

自相似解的优势可被用于高超声速流动，与亚声速和超声速流动中的方法类似，大量边界层问题可以通过坐标变换得到自相似解。然而，高超声速流动特殊的现象必须引起重视。Less (1956) 提出的变换将 Howarth (1948) 和 Dorodnitsyn (1942) 的密度变化相结合。当与 Manger 提出的二维和轴对称关系（Hayes 和 Probstein，1959）相结合时，边界层方程可以化简为经典的 Falkner-Skan 方程。

相似坐标变换由下式给出：

$$\xi(x)=\int\rho_{\mathrm{w}}\mu_{\mathrm{w}}u_{\mathrm{e}}r^{2j}\,\mathrm{d}x,\ \eta(x,y)=\frac{u_{\mathrm{e}}r^{j}}{\sqrt{2\xi}}\int\rho\mathrm{d}y \tag{35}$$

在滞止区，化学反应速度比流动的特征速度快得多。组分的浓度可以通过任意两个独立的热力学变量和组分守恒方程确定，方程（49）不再是必要的（Hayes 和 Probstein，1959）。变换的边界层方程简化为

$$(cf'')'+ff''+2\frac{\mathrm{dln}u_{\mathrm{e}}}{\mathrm{dln}\xi}\left(\frac{\rho_{\mathrm{e}}}{\rho}-f'^{2}\right)=2\xi\left(f'\frac{\partial^{2}f}{\partial\xi\partial\eta}-f''\frac{\partial f}{\partial\xi}\right) \tag{36}$$

$$\left(\frac{c}{Pr}g'\right)'+fg'-2\xi\left(f'\frac{\partial g}{\partial\xi}-g'\frac{\partial f}{\partial\xi}+\frac{\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}}}{\rho h_{\mathrm{e}}}f'\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}\xi}\right)-c\frac{u_{\mathrm{e}}^{2}}{h_{\mathrm{e}}}(f'')^{2}=0 \tag{37}$$

式中，$f=\int\frac{u}{u_{\mathrm{e}}}\mathrm{d}\eta$；$f'=\frac{\partial f}{\partial\eta}=\frac{u}{u_{\mathrm{e}}}$；$g=\frac{H}{H_{\mathrm{e}}}$；$g'=\frac{\partial g}{\partial\eta}$；系数 c 通常被称为 Chapman-Rubesin 参数，并被定义为 $c=\frac{\rho\mu}{\rho_{\mathrm{w}}\mu_{\mathrm{w}}}$。

滞止区的流动状态为层流，x 轴是距离驻点的行程长度。因此根据坐标变换 $r_{\mathrm{w}}=x$ 以及 $u_{\mathrm{e}}=x(\mathrm{d}u_{\mathrm{e}}/\mathrm{d}x)_{0}$，有当 $x\to0$ 时，$\xi\propto x^{2(j+1)}/[2(j+1)]$。与顺气流方向压力梯度相关的项 $2\frac{\mathrm{dln}u_{\mathrm{e}}}{\mathrm{dln}\xi}\left[\frac{\rho_{\mathrm{e}}}{\rho}-\left(\frac{\partial f}{\partial\eta}\right)^{2}\right]$ 变为 $\left[\frac{\rho_{\mathrm{e}}}{\rho}-\left(\frac{\partial f}{\partial\eta}\right)^{2}\right]/(j+1)$。当因变量 f 和 g 只是 η 的函数，并且有边界条件 $f(0)=0$，$\frac{\partial f}{\partial\eta}(0)=0$，$g(0)=g_{\mathrm{w}}(\varepsilon)$，或绝热壁面条件 $\frac{\partial g}{\partial\eta}(0)=0$ 时，存在相似边界层，同时当 η 趋于无穷时，f 和 g 趋于 1。

对于理想气体，即 $\frac{\rho_{\mathrm{e}}}{\rho}=\frac{p_{\mathrm{e}}}{p}\frac{T}{T_{\mathrm{e}}}=\frac{p_{\mathrm{e}}}{p}\frac{h}{h_{\mathrm{e}}}=g$ 且 Le 变为 1，上述方程可以进一步简化。Van Driest (Anderson，1989) 根据类推得到两个重要的经典传热关系。对于二维物体：

$$\dot{q}_{\mathrm{w}}=0.570Pr^{-0.6}(\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}})^{1/2}\sqrt{\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}x}}(h_{\mathrm{aw}}-h_{\mathrm{w}}) \tag{38}$$

而对于轴对称物体：

$$\dot{q}_{\mathrm{w}}=0.763Pr^{-0.6}(\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}})^{1/2}\sqrt{\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}x}}(h_{\mathrm{aw}}-h_{\mathrm{w}}) \tag{39}$$

式中，下标 aw 表示相对于绝热壁面条件的结果。

滞止区自相似解的精确性已经由 Kemp、Rose 和 Detra (1959) 利用球柱体的传热分布数据进行了验证。由图 4 可以看出，相似解与实验测量具有很好的一致性，通常误差被限制在发散带以内。当流动离开滞止区时，相似性不再成立，但由于实验数据离散度的增加而不能进行精确的评估。Fay 和 Riddell (1958) 扩展了相似解的适用范围，他们将滞止区传热的高温特性相关联，使之包含平衡解离。

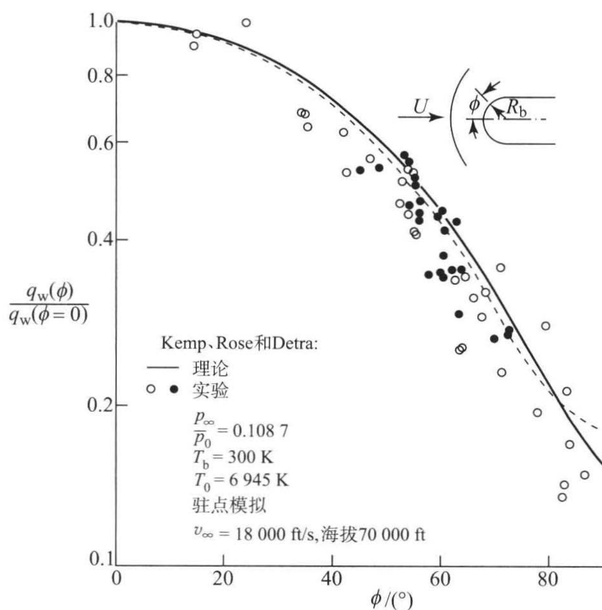


图 4　滞止区相似解与实验数据的对比

[经 Kemp、Rose 和 Detra (1959) 的允许转载]

得到了两个有趣的观察结果。第一，三维立体



效应很突出。这一现象就是尖头圆锥绕流比平板绕流边界层薄的原因。在相同的雷诺数下，平板边界层厚度是圆锥边界层厚度的$\sqrt{3}$倍。这就是著名的曼格勒效应（Hayes 和 Probstein，1959）。滞止区的三维立体效应稀释了边界层厚度，垂直表面的温度梯度变得更剧烈，使得轴对称形状有更高的传热率。

第二，将方程（38）和方程（39）中的外流速度梯度项与方程（5）的牛顿定律相关联，得到

$$\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{r_n}\sqrt{\frac{2(p_e-p_\infty)}{p_e}} \tag{40}$$

因此，无论是二维物体还是轴对称物体，其传热率都与球头半径的平方根成反比：

$$\dot{q}_w \propto \frac{1}{\sqrt{r_b}} \tag{41}$$

由钝头体滞止区传热的这一结果，给出了热防护的关键信息。对于大多数高超声速飞行器的热管理，增大球头半径是降低热负荷峰值的有效途径。这一认知由解析方法导出。

12　参考焓方法

参考温度或参考焓方法是用于近似计算缓和压力梯度下传热的一种方法。事实上，湍流传热分布比层流传热分布受压力梯度的影响小。对于低温物体表面尤为如此。这个半经验技术基于这样的假设：传热和表面摩擦都可以通过不可压缩边界层理论计算得到。如果所有随温度而变的气体性质都利用适当的参考焓估计，那么这一简化近似就是合理的，参考焓在边界层的极限条件下给出。关键的参数是变异的 Chapman-Rubesin 常数：

$$C^*=\frac{\rho^*\mu^*}{\rho_e\mu_e}\approx\left(\frac{T^*}{T_e}\right)^{-1/3} \tag{42}$$

Eckert（Anderson，1989）最初给出了参考温度或参考焓：

$$h^*=0.5(h_e+h_w)+0.22(h_r-h_e) \tag{43}$$

式中，恢复焓 h_r 的经验近似为

$$h_r=h_e+\frac{\sqrt{Pr^*}}{2}u_e^2 \tag{44}$$

这一近似中，表面摩擦系数和传热率分别为

$$C_f\sqrt{Re_x}=0.664\sqrt{\frac{\rho^*\mu^*}{\rho_e\mu_e}} \tag{45}$$

$$\dot{q}=\frac{\rho_e\mu_e(h_r-h_w)}{2}C_f(Pr^*)^{-2/3} \tag{46}$$

13　熵　　层

在经典的高超声速流动理论中，弓形激波下游的流场分为两部分，即外层的激波层和内层近表面的熵层。在内层，流动穿过弓形激波。经典的高超声速理论不能解释这一现象。因为冲击波类比包含附着激波层，无黏解必须对高熵核心进行修正以满足内部边界条件。Cheng（1960）通过对冲击波建立扰动，从而进行了详细的分析，扰动为攻角的改变或边界层位移厚度的改变。通过引入熵层，在钝头平板上观察到了 12%的压力差异。然而，只要冲击波类比包含在这个理论之内，所有的渐近解表现出奇异性。

因为熵层源于弓形激波的垂直部分，在钝头下游一定的距离，边界层在熵层内部发展并最终在下游远方包含边界层（Cheng，1960）。边界层的外边界条件不再是无黏表面流线。在传统边界层理论的框架中，熵层的影响被视为旋涡的相互作用，相互作用参数定义在等效无黏流中的等效物边缘。Hayes 和 Probstein（1959）给出了流速和流函数的关系，来代替外缘的边界条件 $f_\eta=1$。

14　压力相互作用

黏性-无黏相互作用是高超声速流动的固有组成部分。相互作用可以被分为两种完全不同的类别。一种是前述讨论过的，与钝头细长旋成体产生的弓形激波相关的旋涡相互作用。这类相互作用由流线之间的熵变引起，因而也被认为是流线相互作用。高超声速流动的另一特殊现象是压力相互作用，发生在尖锐的控制面前缘。高超声速流动中，边界层的存在将影响自由来流。根据边界层理论，边界层厚度在尖锐前缘的增长率是奇异的。不考虑渐近理论的预测，前缘边界层位移的增长率是非常显著的。当高超声速流动经过尖锐前缘时，即使物面的攻角为零，也会观察到这一物理现象。纹影图如图 5 所示，由前缘尖锐的楔形物在 0°攻角，马赫数为 5.5 和雷诺数为 $1.61\times10^6\ \mathrm{m}^{-1}$ 的条件下得到，清楚地展示了前缘激波结构，在超声速或亚声速流动中并没有这种特征（Shang，1985）。

对完整的可压缩 N-S 方程进行数值求解也能得到压力相互作用。图 6 中，两组解分别在马赫数 5 和 10，且基于行程长度 1.5×10^5 的雷诺数下得到。从而得出等温壁面的表面压力分布。随着马赫

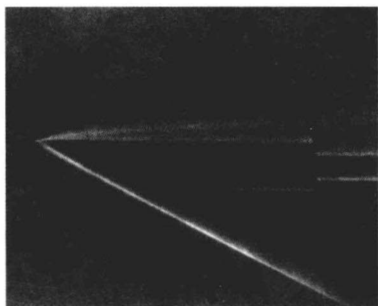


图5　$M=5.5$ 时，零攻角楔的前缘激波纹影图像

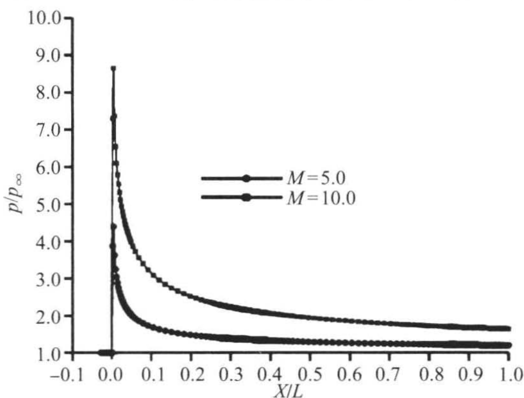


图6　尖锐前缘平板绕流的可压缩 N-S 方程解

数的增大，表面压力的增加幅度增大，随后经历快速膨胀，这是压力相互作用的特征。

高超声速压力相互作用是由边界层位移厚度的纵向曲率引起的。根据经典边界层理论，无黏流中等效的物体是由原始物体加上附着边界层的位移厚度。因此，当地高超声速相似参数与物体倾斜角和位移厚度增长率之和有关：

$$\kappa = M_\infty\left(\alpha_b + \frac{d\delta^*}{dx}\right) \tag{47}$$

对于平板，边界层厚度可以近似为

$$\delta^2 \sim \frac{\mu_e x}{\rho_e u_\infty} \sim \left(\frac{\mu_e}{\mu_\infty}\right)\left(\frac{\rho_\infty}{\rho_e}\right)\left[\frac{\mu_\infty x}{\rho_\infty u_\infty}\right] \tag{48}$$

对于线性的黏度-温度关系，$\mu_\infty/\mu = C_\infty T/T_\infty$，穿过边界层的密度比是温度比的倒数，温度比与 $(\gamma-1)M_\infty^2/2$ 成比例。得到

$$\frac{\delta^*}{x} \sim \frac{\delta}{x} \sim \frac{\gamma-1}{2}\frac{M_\infty^2\sqrt{C_\infty}}{\sqrt{Re_x}} \tag{49}$$

在尖锐平板的前缘，高超声速相似参数变为

$$\kappa = M_\infty\frac{\delta}{x} = \frac{M_\infty^3\sqrt{C_\infty}}{\sqrt{Re_x}} = \bar{\chi} \tag{50}$$

高超声速相似参数的渐近解可以通过将相似参数代入切楔近似，并将压比从表面向自由流扩张得到。传统上，根据 κ 是否会超过 3，将压力相互作用分为强作用和弱作用。

对于强作用，壁面压力由下式近似给出：

$$\frac{p_w}{p_\infty} = 0.514\bar{\chi} + 0.759 \tag{51}$$

而对于弱作用：

$$\frac{p_w}{p_\infty} = 1 + 0.31 + 0.05\bar{\chi}^2 \tag{52}$$

压力相互作用产生的顺气流方向的分布与距前缘距离的平方根成反比。对于弱压力相互作用，流动的偏转很小，相互作用就像小扰动，边界层仍按照 $x^{1/2}$ 增长。然而，当相互作用参数足够大时，压力相互作用通过反馈改变流场的结构，边界层按 $x^{3/4}$ 增长。Bertram 对比了不同条件下的实验数据（Hayes 和 Probstein，1959），如图 7 所示。实验利用了绝热的平板，普朗特数为 0.725，比热容比为 1.4。

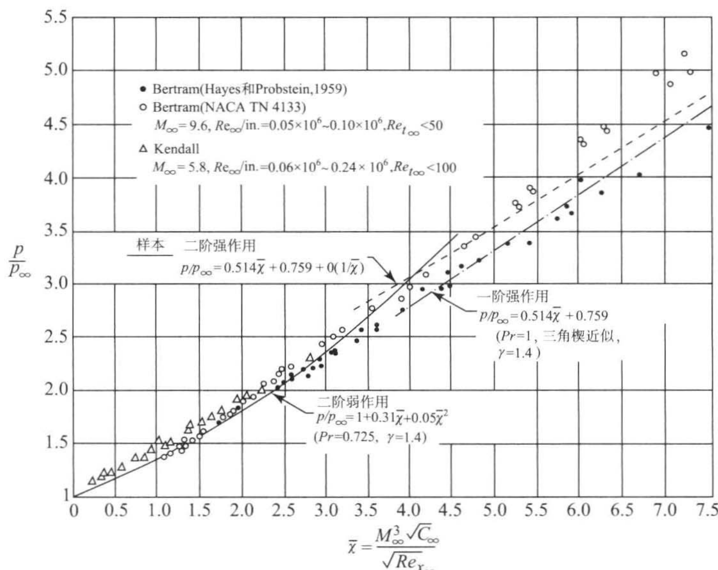
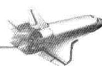


图7　压力相互作用理论与实验的对比

［经 Hayes 和 Probstein（1959）的允许转载］



15 结　　论

尽管实验方法和数值方法有了巨大的进步，但经典的高超声速理论仍与认识流动趋势高度相关，并为观测提供框架（Shang，1985）。本章简要地介绍了局部分析和整体分析压力与传热率的简便方法。这些结论，基于先进的数学理论和极限技术，使我们分析实际问题中极其复杂的现象成为可能。

参考文献

Anderson，J. D.（1989）*Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics*，McGraw-Hill，New York.

Chapman，S. and Cowling，T. G.（1964）*The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*，Cambridge University Press，pp. 134 - 150.

Cheng，H. K.（1960）On the structure of vortical layers in supersonic and hypersonic flows. *J. Aerosp. Sci.*，27，155 - 156.

Chernyi，G. G.（1961）*Introduction to Hypersonic Flow*，Academic Press，New York.

Dorodnitsyn，A. A.（1942）Laminar boundary layer in compressible fluid. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*，34，214 - 219.

Fay，J. A. and Riddell，F. R.（1958）Theory of stagnation point heat transfer in dissociated air. *J. Aeronaut. Science*，25，73 - 85 and 121.

Ferri，A.（1946）Application of the Method of Characteristics to Supersonic Rotational Flow. *NACA TN* 841.

Hayes，W. D. and Probstein，R. F.（1959）*Hypersonic Flow Theory*，Academic Press，New York.

Howarth，L.（1948）Concerning the effect of compressibility on laminar boundary layers and their separation. *Proc. R. Soc. London Ser. A.*，194，16 -42.

Il'yushin，A. A.（1956）The lawof plane Section in the aerodynamics of high supersonic speeds. *PMM*，20，733 -755.

Kemp，N. H.，Rose，R. H. and Detra，R. W.（1959）Laminar heat transfer around blunt bodies in dissociated Air. *J. Aerosp. Sci.*，26（7），421 - 430.

Lees，L.（1955）Hypersonic flow. *5th International Aeronautical Conference* Los Angles AIAA，Washington DC，pp. 241 - 276.

Less，L.（1956）Laminar heat transform over blunt-nosed bodies at hypersonic flight speeds. *Jet Propul.*，26，259 -269 and 274.

Lukasiewicz，J.（1962）Blast-Hypersonic flow analogy-theory and application. *American Rocket Soc. J.*，32（9），1341 - 1346.

Newton，I.（1934）*Mathematical Principal of Natural Philosophy*（transl. by A. Motte，1729，revised by A. Cajori），University of California Press，Berkeley.

Sedov，L. I.（1945）On certain unsteady motions of a compressible fluid. *PMM*，9，293 - 311.

Shang，J. S.（1985）An assessment of numerical solutions of the compressible Navier-Stokes equations. *J. Aircraft*，22（5），353 - 370.

Sychev，V. V.（1960）Three-dimensional hypersonic gas flow past slender bodies at high angles of attack. *PMM*，24（2），205 - 212.

Taylor，G. I.（1950）The formation of a blast wave by a very intense explosion. *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A*，201，159 - 168.

Tsien，H. S.（1946）Similarity laws of hypersonic flows. *J. Math. Phys.*，25，247 - 251.

Taylor，G. I.（1950）The formation of a blast wave by a very intense explosion. *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A*，201，159 - 168.

Zucrow，M. J. and Hoffmann，J. D.（1977）Gas dynamics，in *Multidimensional Flows*，vol. 2，John Wiley & Sons，New York.

本章译者：吴小胜，尹晋涛，张巧
（北京理工大学宇航学院）

第 32 章

分子动力学和物理气体动力学

Michael A. Gallis
圣地亚国家实验室工程科学中心，阿尔伯克基，新墨西哥，美国

1 引　　言

研究流体力学的常用方法是将气体视为连续且可无限分割的介质，根据气体的宏观密度、速度、温度和压力对其进行描述。这种方法不适合研究非热力学平衡的流动。典型的例子是，飞行器周围的高海拔大气流动或者在微米级器件周围的压力流。然而，这些流动都可以在分子或者微观尺度上被详细描述。微观描述利用气体的粒子本质通过大量分子的集合来描述流动，每个分子都有各自的质量、位置、速度和内能。

从典型的动力学系统出发，系统中分子的数量等于真实环境中分子的数量，从而可得，动力学系统是一个很有用的工具，但是对于真实流场来说却显得不切实际。由于在气体流中每个分子的最初状态都是不得而知的，因此我们引入了统计学。然而，统计学除了上述功能外，还可以描述大多数气体流的特性。即使有一种方法可能描述一种气体流中所有分子的移动和碰撞，也不会使用这种方法，因为我们所关注的仅仅是这些特性中平均值这一项。例如，密度是整体质量和整体体积的比率。由于分子是无规律运动的，当平均体积较小时，密度出现较大浮动或者其他一些特性都会显现，这时，我们会使用统计学方面的方法来处理这一问题。

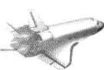
对于气体流的分子统计学来说，物理和化学方面的要求显得非常高。一个非常重要的例子就是描述气体的分子运动论。它着眼于稀释气体而非平衡状态气体。根据气体的分子运动论，微观层次上分子运动速度展示了气流的速度与温度。因此，热流包括了分子平均动能和分子内部能量的迁移（旋转、振动或电子化）。

气体的密度通常比液体和固体小一些。因此，气体中的分子间距比液体和固体的更大。液体和固体的分子较大，相对距离较小；气体中的分子较小，相对距离较远，而且相比于气体分子之间的距离，气体分子的大小可以忽略不计。当两个或多个气体分子处于其他的分子电势范围之内时，它们都会受到作用力而偏移原来的轨道，这里所说的距离比它们日常中的分离距离要小得多。在这种情况下，分子撞击发生。当分子有着较大范围的电势时，由于离子作用，撞击不会被定义成分立的时间。在这种情况下，撞击对分子特性产生了巨大的变化，进而影响了分子的特征。

在两个连续撞击之间分子所走的平均路程称为平均自由程。密度越低的气体，平均自由程越长。在气体中平均自由程的频率与气体密度和温度的平方根呈线性关系。两个分子之间的相似作用用碰撞截面表示。

当分子间的碰撞不频繁时，撞击之前的分子特性可以被看成初始状态且没有被影响过的，这里叫作分子的混乱程度。此特性在分子气体动力学研究的数学建模中有着广泛的应用。

流域的稀薄程度可以用系统的克努森数（Kn）来定性，这里的克努森数是平均自由程与流域长度的比值。如果挑出飞行器周围的流域来看，克努森数可以被定义为平均自由程与航天器前缘半径的比率。在其他特殊的情况下也有另外的定义，如针对



高速膨胀流动。

2　分子能量模式

分子是原子的组合，而这些原子是由于分子内部应力而结合在一起的。原子有着位移能和电子能，但分子不同于原子，它有着更多的储能模式。在空间中，分子可以绕三个正交轴旋转。它们的旋转能量依靠的是角速度，在角速度方面我们主要探讨的是惯性和张量数。原子可以在分子的一个平衡位置振动。因此，能量可以被储存在振动动能中，并且原子潜在的能量可以压缩分子结构。最终能量被存储在原子或分子的电子中。在这种情况下，能量被储存作为电子动力或潜在的能量。

量子力学已将各个模型量子化，也就是说，在这些模型中能量都以离散的形式存在，称为量子状态。对于平面的模式来说，这些量子状态都非常靠近，在大多数情况下它们可以被认为是连续的。而旋转能量子状态却存在间隔，间隔的大小随着旋转能的改变而改变。相反地，在振动能较低的情况下，振动能的间隔比旋转能间隔大一些，但是随着振动能升高，间隔就会降低。这种变化的趋势随着电子模式的变化而改变，对于电子模式来说，间隔能比振动能间隔更大一些。分子的基状态被定义成最小能级。

假设分子有一个固定的能量 ε_{total}，在很多方式中，能量会分布成各种各样的模式和状态。能级 ε_i 的状态数被称为简并状态 g_i，在分子撞击其他分子时，该分子的状态数可以改变。在这种情况下，虽然全部能量不变，但是在能级中能量却被重新分配了。当有一个分子数量为 N 的气体团相互内部碰撞了很长时间，最终能量在各个能级和能状态上的分配将会稳定。这样的典型分配称为平衡分布。

对于一个分子数为 N 的集团，当它处于平衡状态时，温度为 T，统计学（Vincenti 和 Kruger，1965）将被用于计算平衡状态内部的能级 N_j：

$$N_j = N\frac{g_j e^{-\varepsilon_j/k_B T}}{Q},\quad Q = \sum_j g_j e^{-\varepsilon_j/k_B T} \tag{1}$$

式中，k_B=1.380 65×10^{-23} J/K，是玻尔兹曼常量。

式（1）中的分布叫作玻尔兹曼分布。玻尔兹曼分布的分母 Q 经常被叫作配分函数。配分函数可以被独立的能量模式所定义，当然这些能量模式都来自于整个配分函数：

$$Q=Q_{trans}Q_{rot}Q_{vib}Q_{elec} \tag{2}$$

对于电子配分函数来说，可以定义开放型配分函数。然而，平移、旋转和振动的能量配分函数也可以被定义：

$$Q_{trans}=\left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{3/2}V,\quad Q_{rot}=\frac{8\pi^2 I k_B T}{h^2},$$
$$Q_{vib}=\frac{1}{1-e^{-h\nu/k_B T}} \tag{3}$$

式中，V 是整个系统的体积；h=6.626 08×10^{-34} m^2·kg/s，是普朗克常量；I 是转动惯量；ν 是谐振频率。

在热力学统计中配分函数是非常有用的，因为它可以根据式（3）的统计量来估算热力学性质。如熵，这一典型的内在能量，还有气体的压力：

$$S=Nk_B\left(\ln\frac{Q}{N}+1\right)+Nk_B T\left(\frac{\partial \ln Q}{\partial T}\right)_V,$$
$$e=\frac{k_B}{m}T^2\left(\frac{\partial \ln Q}{\partial T}\right)_V,\quad p=Nk_B T\left(\frac{\partial \ln Q}{\partial V}\right)_T \tag{4}$$

结合式（3）和式（4）的结果，可以得出具体的气体数量。通过碰撞，在平衡状态下，系统刚开始不能满足平衡状态的要求，这种状态叫作弛豫。在平衡能状态下气体刚开始不能满足平衡要求 $E^{(0)}$：

$$\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{E^{(0)}-E}{\tau} \tag{5}$$

这里 τ 就是弛豫时间。弛豫时间主要取决于在位移模式和内在模式下平衡状态的建立。弛豫时间同样取决于粒子相互作用特性以及在能级之间相互跃迁的速率。气体的内部能状态在最终达到平衡状态之前都会变化很大。3～5 个平移状态和旋转状态表示系统还处于碰撞时期，然而在常温下，2～3 个振动状态则意味着能级的作用开始变慢。

3　对于单原子气体的玻尔兹曼方程

气体中所有的分子都以不同速度运动，并且密度也会上下浮动。在特定温度下气体中分子的速度广泛地分布在平均值的周围。从分子运动理论出发，由于分布函数气体可以被系统地描述，分布函数有关于分子运动的分布和分子速度的分布。

在实际空间下，$\boldsymbol{r}$ 表示位移，d$\boldsymbol{r}$ 表示位移的微分，$\boldsymbol{c}$ 表示速度，d$\boldsymbol{c}$ 表示速度的微分。如果分子数密度为 n，那么分子数 N 可以表示为 $N=n\mathrm{d}\boldsymbol{r}$，相空间体积元素下预计的分子数可以表示为 d$N$=

$f(\boldsymbol{c})nd\boldsymbol{r}d\boldsymbol{c}$，其中 f 是速度分布函数。此速度分布函数可以被位移 $\boldsymbol{r}$ 和时间 t 表示，即 $f(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{r}, t)$。

在速度分布函数和其他的一些理论下，可以得到它们之间的关系，这种关系可以得出关于气体动力学任何问题的解答。通过玻尔兹曼分布方程，在六维相空间内可以得出速度分布函数的方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}(nf)+\boldsymbol{F}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{c}}(nf)+\boldsymbol{c}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}(nf)$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{4\pi}n^2(f^*f_1^*-ff_1)c_r\delta d\Omega d\boldsymbol{c}_1 \quad (6)$$

在相空间的一个元素中，第一项代表分子数量随着时间变化的速率；第二项表示在单位质量下分子数量随着速度的变化速率；第三项表示单位速度下，分子数量与空间位移的变化速率。右边部分表示由于二体撞击所导致的速度分布函数（在气体稀释的假设下全部都要符合条件，但是二体撞击可以忽略）。因此，撞击项包含了两个互相矛盾的项。第一项描述了有着速度 $\boldsymbol{c}^*$ 和 $\boldsymbol{c}_1^*$ 分子的撞击，这两个速度代替了速度分布方程中的 f^* 和 f_1^*，以便得出具有 $\boldsymbol{c}$ 和 $\boldsymbol{c}_1$ 速度的分子，这些占据了速度分布函数中的 f 和 f_1，称为 $\boldsymbol{c}^*$，$\boldsymbol{c}_1^* \rightarrow \boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{c}_1$ 的碰撞。第二项描述了相反的过程。这些具有速度 $\boldsymbol{c}$ 的分子和具有速度 $\boldsymbol{c}_1$ 的分子碰撞时，可以用 $nf_1\boldsymbol{c}_r\sigma d\Omega d\boldsymbol{c}_1$ 来表示。这里 $d\Omega$ 表示在相对速度矢量 $\boldsymbol{c}_r=\boldsymbol{c}^*-\boldsymbol{c}_1^*$ 中的立体角，σ 表示碰撞截面部分。在式（6）中，二体碰撞可能性的表示可以很明显地看出分子混沌现象。

分子被力场所包围，这些分子在碰撞中与力场相互作用。相互作用的细节通过碰撞系数 σ 描述。为计算 σ，有必要假设一些相互作用的模型。在运动理论中，分子经常被看作经典粒子，这些粒子是作用点且被力场包围。在分析和数字处理中，分子相互作用经常被固定模型简化描述，如同硬球（HS）模型。此模型假设了分子的运动状态，如球形环绕运动等。一旦分子间的距离及其轨道的直径距离相等，它们将会被无限大的力排斥出去。虽然这些模型有其简化型，但是许多有用的分析和数字处理工作结果都是通过这个模型得以实现的。

一个更一般的势-能模型已被广泛用于动力理论中，被称为逆幂律势模型（IPL）。该模型把分子等效为具有排斥力 $\boldsymbol{F}$ 的点，而 $\boldsymbol{F}$ 的大小与分子的距离定义为 r 到 r^{κ}。IPL 分子的黏性和热导率对应单独的温度，这里温度是 κ 的函数。其他运动理论中的模型包括 Lennard-Jones 和 Morse（Hirschfelder、Curtiss 和 Bird，1954）。它们非常复杂，以至于要求更多的分子特征数据。然而，在数字分析的模型中，如果复杂程度偏高，模型的使用率有所下降。

3.1　玻尔兹曼方程的展开和合并（BE）

玻尔兹曼方程描述了单原子稀薄气体的状态，此气体的原子通过二体弹性碰撞互相作用。玻尔兹曼方程式适用于广义的混合气体，以下是 N_{species} 单一速度分布方程的 N_{species} 方程（Ferziger 和 Kaper，1972）：

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_sf_s)+\boldsymbol{F}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{c}}(n_sf_s)+\boldsymbol{c}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}(n_sf_s)$$
$$=\sum_r\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{4\pi}n_sn_r(f_s^*f_{r,1}^*-f_sf_{r,1})c_r\sigma_{sr}d\Omega d\boldsymbol{c}_1 \quad (7)$$

这里指数 r 包括 S-S 碰撞和粒子之间相互碰撞。σ_{sr} 是两种粒子 s 和 r 碰撞的横截面。

在多元素情形中，在单个粒子玻尔兹曼方程中所包含的数学难题主要是继承和增强。不但方程式右边包括分布函数，而且碰撞原理还依靠参与撞击的分子类型的分布概率。在这里，统计碰撞的横截面面积与参与碰撞的分子种类数有关。

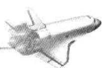
在方程（6）中玻尔兹曼方程不能描述弹性碰撞，也就是说，分子的碰撞有着相互作用的能量和化学作用。因此，对于多原子气体的内部能量等级，对碰撞积分的描述需要能量转换，当然这些能量转换都存在于平移和内部模式中。玻尔兹曼方程的调整归纳出了撞击的积分部分，这部分已由 Wang Chang 和 Uhlenbeck（1951）提出，具体来说它是一些修正和限制。这些理论被用于解决多原子和单原子的玻尔兹曼方程中。

对于多原子气体，从数学角度出发，平移和内部能量的相互改变机制需要包含碰撞积分。Hirschfelder、Curtiss 和 Bird（1954）详细讨论了一些必要的修正，主要包括在碰撞积分中的内部能量模式。

从物理观点来看，多原子气体内部能级的存在可以影响气体宏观性质。一些性质（如热力学性质）可能比其他一些性质（速度性质）对气体性质影响更大。在不同程度上，所有的性质都被弛豫时间和球形不对称所影响（Ferziger 和 Kaper，1972）。

3.2　麦克斯韦速度分布

对于玻尔兹曼方程的重要解来说，它包括在平



衡状态下的特殊气体类型。这些麦克斯韦分布的解，在玻尔兹曼时代前就已被麦克斯韦总结出来：

$$f^{(0)}=\left(\frac{m}{2\pi k_{\mathrm{B}}T}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{mc^2}{2k_{\mathrm{B}}T}\right)=\frac{\exp(-c^2/c_{\mathrm{m}}^2)}{(\sqrt{\pi}c_{\mathrm{m}})^3} \tag{8}$$

当 c 表示分子的热力学速度时，m 表示分子的质量，T 表示分子的温度，$c_{\mathrm{m}}=\sqrt{2k_{\mathrm{B}}T/m}$表示在平衡状态分布下分子热力学速度的可能最大值。麦克斯韦速度分布（MVD）没有包含分子相互撞击的细节，并且 MVD 适用于单原子分子和多原子分子。MVD 对于多原子气体的解就是玻尔兹曼方程单个原子的解，因此适用于混合气体情况。这些方程的物理意义是所有不同种类的方程在平衡状态下都有相同的运动能量和热能。

任何来自 MVD 的速度分布误差都违背了平衡状态的要求。这可以通过两种方式实现：一是稀疏影响，这是为使分子和固体边界相对于其他分子而言撞击得更频繁；二是通过梯度的流动特性来实现。前者的情形通常是在高空飞行中出现，后者的情形可以在加热或微观尺寸的外部绕流中出现。

系统的克努森数作为稀薄流的结果被用于量化非平衡状态，克努森数是指平均自由程与几何特征长度的比率。当地克努森数通过梯度来量化流场中的平衡态，是指分子自由程与当地流体力学特征长度之比，而该特征长度又由当地热通量和剪切应力决定。如果所有的克努森数都较小，并且流动是符合流体动力学和连续性的，那么 N-S 方程就可以被应用。克努森数如果足够大，就不符合流体动力学，也没有非连续效应。这里的非连续效应是从分子和边界撞击中得来的。另一方面，如果系统克努森数较小而局部克努森数不小，那么流梯度还是符合流体动力学的，同样伴随着流梯度所创造出的非连续效应。

4　解决方法

前述已介绍了所有的情形，对于在非平衡状态气体中利用基于运动的研究，我们是从玻尔兹曼方程开始的。虽然物理上简化了，但是玻尔兹曼方程的数学复杂程度使它不能找到合适的解，而利用 MVD 方程则可以得到准确的解。麻烦的根源主要来自于碰撞项，它在二次函数中的积分项中包括速度分布函数。对于玻尔兹曼方程的分析解，大体来说，都不能解决问题，而这些问题都包含了复杂的集合解、平衡条件下的偏差、复杂的物理或化学现象。

在流体动力学的连续情形中，速度分布函数就局部克努森数而言可以表示成环绕在平衡分布状态下的扰动项，当然也可以得到近似解。然而，在这种情况下，采用合适的假设和理想化处理，可得到近似解，但在结果通用性方面存在一些限制。

由于玻尔兹曼方程解的一系列问题被整合（Cercignani，1988），对于所有的实际应用来说，数字化的方法（Aristov，2001）已被用于解决玻尔兹曼方程证明的一系列难题。这些方法包括基于时刻的方法、分析方法、分子方法和偏微分方程方法。

在实际应用中，在玻尔兹曼方程的求解过程中，数值方法和分析方法相互补充，分析方法作为基本方法，数值方法作为测试方法。

4.1　基于时刻的方法

式（6）左右两边都出现了基于分子的数值 Q，整合速度空间且调整微分和积分的阶数，方程可变为

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\,\overline{Q})+\nabla(n\,\overline{cQ})-n\boldsymbol{F}\,\frac{\partial\overline{Q}}{\partial\boldsymbol{c}}=\Delta[Q],$$

$$\overline{Q}=\int_{-\infty}^{\infty}fQ\mathrm{d}\boldsymbol{c} \tag{9}$$

式中，$\overline{Q}$表示数量 Q 的平均值，并且

$$\Delta[Q]=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{4\pi}n^2(Q^*+Q_1^*-Q-Q_1)\times f_1 fc_{\mathrm{r}}\sigma\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}\boldsymbol{c}\mathrm{d}\boldsymbol{c}_1 \tag{10}$$

$\Delta[Q]$ 的物理含义已经由（$Q^*+Q_1^*-Q-Q_1$）给出，在 $\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{c}_1\to\boldsymbol{c}^*$，$\boldsymbol{c}_1^*$ 的过程中 Q 是不停变化的。当 Q 被定义成质量、动量、分子能量时，方程（9）右边部分就等于零。方程（9）包含了三个关于流体力学的守恒方程。由于动量方程来自$\boldsymbol{Q}=m\boldsymbol{c}$ 的矢量方程，这里包含了五个守恒方程，独立的三个速度分量（u，v，w），如果考虑状态方程，还包括压强、质量密度、温度（p，ρ，T）三个量中的两个。对于非黏性流体，三个方程构成了封闭项，叫作欧拉方程。如果压力张量和热流矢量都被包含在这个未知的方程里面，那么方程系统将不再构成一个确定项。为了封闭这个系统，也就是说，需要考虑温度梯度、热流矢量、速度梯度、剪切应

力张量。

对于$\kappa=5$的IPL电势来说（麦克斯韦分子模型），撞击速率与相对分子速度无关，即可将玻尔兹曼方程表示成一个无限的时序方程，在这个方程中，每一个时刻都仅仅依赖于前面的时刻。通过求解方程，玻尔兹曼方程的每一时刻解都可以被计算出来。虽然麦克斯韦IPL电势描述了一个物理上不现实的分子相互作用，但是，玻尔兹曼方程的分析计算已被广泛用于数值验证（Garzó 和 Santos，2003）。

4.2　分析方法：Chapman-Enskog 解决方法

在流体力学中，就当地克努森数而言，近似连续流不符合平衡条件的部分比较少，因此速度分布函数可以表示成关于平衡分布的扰动。Chapman-Enskog 理论（Chapman 和 Cowling，1970）提供了速度分布函数的一个表示方法，此表示方法描述了在流体动力学极限下的非平衡气体较小的热流矢量和剪切应力张量。CE 理论给出了关于分布函数一系列的展开：

$$f=f^{(0)}(1+\Phi^{(1)}+\Phi^{(2)}+\cdots) \tag{11}$$

这里，$f^{(0)}$是平衡状态分布（MVD），详见式(8)；$\Phi^{(n)}=\xi^n\varphi_n$，是第$n$项非平衡扰动，其中$\xi$是缩放比例系数，此系数描述的是平均撞击时间和克努森数，φ_n是宏观流体方程和它们的梯度。

在第零级展开项中，除了任何宏观的梯度，就是麦克斯韦平衡分布。对于第一级的展开分布函数$f=f^{(0)}(1+\Phi^{(1)})$，它是由 Chapman 和 Enskog 独立导出的：

$$\Phi^{(1)}=-\frac{8}{5}\widetilde{A}\,[\bar{c}]\,\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\bar{\boldsymbol{q}}-2\widetilde{B}[\bar{c}](\bar{\boldsymbol{c}}\circ\bar{\boldsymbol{c}}:\bar{\boldsymbol{\tau}}) \tag{12}$$

式中$\bar{\boldsymbol{c}}=\boldsymbol{c}/c_{\mathrm{m}}$，是标准化分子热力学速度，$\boldsymbol{c}$是分子的热力学速度。

$\bar{\boldsymbol{c}}\circ\bar{\boldsymbol{c}}=\bar{\boldsymbol{c}}\bar{\boldsymbol{c}}-(\bar{c}^2/3)\boldsymbol{I}$是无踪迹的二重积分，$\bar{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{q}/(mnc_{\mathrm{m}}^3)$和$\bar{\boldsymbol{\tau}}=\boldsymbol{\tau}/(mnc_{\mathrm{m}}^2)$是量纲为1的热流矢量和剪切应力张量。$\widetilde{A}$和$\widetilde{B}$是多项式$S_j^{(k)}$的展开式：

$$\widetilde{A}[\bar{c}]=\sum_{k=1}^{\infty}(a_k/a_1)S_{3/2}^{(k)}[\bar{c}^2] \tag{13}$$

$$\widetilde{B}[\bar{c}]=\sum_{k=1}^{\infty}(b_k/b_1)S_{5/2}^{(k-1)}[\bar{c}^2] \tag{14}$$

$$S_j^{(k)}[\xi]=\sum_{i=0}^{k}\frac{(j+k)!(-\xi)^i}{(j+i)!i!(k-i)!} \tag{15}$$

对于$\widetilde{A}$和$\widetilde{B}$的计算可能是 CE 理论中最难的部分。对于$\widetilde{A}$和$\widetilde{B}$的封闭解，可以仅由麦克斯韦分子模型得到。对于其他内部分子的电势，一系列解都可以得到。解的展开式中前几项往往就可以很好地表示出迁移特性。索宁多项式展开式在m项后的截断称为 CE 展开式的m阶近似，与式（11）的精度相对应。

从分布函数、分析热流和剪应力开始，傅里叶和牛顿法则都包括在其中，并且对应的守恒公式推出了关于连续气体动力学的 N-S 方程。这个过程被 Gombosi（1994）详细说明。它限制了连续性方程在近似连续状态下的应用。相对于由于连续性假设的失效导致连续性方程的应用范围的限制来说，这种连续性失效对本构方程推导的限制更为明显。

第二阶分布函数的近似$f=f^{(0)}(1+\Phi^{(1)}+\Phi^{(2)})$可以得出一个非常复杂的高阶方程——伯内特（Burnett）方程（Chapman 和 Cowling，1970）。伯内特方程能提供高阶精确的解，然而，由于它的复杂性，求解往往需要很大的计算量。

4.3　分子方法

气体的微粒特性允许应用物理特性来预测分子的运动轨迹，以模拟流动而不用求解玻尔兹曼方程。分子动力学方法（MD）（Alder 和 Wainwright，1957）是第一个此类方法。这个方法虽然在设定气体初始状态时使用了概率，但是确定性的步骤被用于后续的分子运动和碰撞计算。在分子运动时，碰撞发生在两个分子的截面面积相互重叠的部分。MD 模拟真实流动的量的存储需求，使得它只适用于小规模的分子间相互碰撞，对于模拟工业中的气体流，此方法不能使用。

使用分子方法来模拟大规模的流动的需求，使得第二等级的模型有了长足的发展，该模型使用了分子统计。最有名的一种方法当属直接模拟蒙特卡洛（DSMC）方法（Bird，1963，1994）。

DSMC 在分离的计算分子中使用了基于分子的随机算法来估计连续分子速度分布方程。当介绍它时，它随机的特性使该计划刚开始就饱受质疑。然而，Wagner（1992）系统地使用 DSMC 随机方法给出了一个玻尔兹曼方程精确的解。

DSMC 使用了模拟的分子，这样的分子可以移动、反弹与其他分子碰撞来模拟它非连续的行为，当然这些都是在稀释气体下模拟分子的混沌状态。每一个模拟的分子都代表了大量的真实分子。



DSMC 的基本假设是分子的移动和分子的碰撞可以被解耦，当时间步长小于平均自由程时间时，这种现象是可以发生的。因此分子运动和碰撞分为两个周期性重复阶段，当然分子的碰撞在现实中正在自然而然地发生着。这种分离所反映的步骤被玻尔兹曼方程的右边和左边所证实，分别是对流项和碰撞项。

在一个步时内，每个分子的轨迹由时间步长和速度来计算。在运动过程中，以一定比例随机挑选分子进行碰撞。计算分子的随机撞击产生了真实的分子撞击速率。在已经建立的 DSMC 算法中（Bird，1994），撞击的选择被从随机的数字化分子中挑选出来。然而，碰撞算法的改进版即相邻分子优先碰撞已经应用于实际中（Bird 等，2009）。

复杂的物理影响，如化学作用和辐射，都可以添加到分子模型中而且不用改变其运算法则和稳定性（Bird，1994）。当然 DSMC 也存在不足。就像其他分子模型那样，DSMC 对于计算要求很高，尤其是相对于偏微分方程方法。然而对于非平衡流来说，DSMC 是一枝独秀（详见第 1 卷，第 35 章）。

4.4　玻尔兹曼方程的数值解

另外一个解决玻尔兹曼方程的方法就是偏微分方程（PDE）。这些方法的普遍特征是物理和速度空间，即六维离散化的相位空间输运项采用有限差分法处理。这些方法的区别在于速度分布函数的处理。它可以隐式表示或用级数显式表达，也可以用分段函数近似在速度空间用常规晶格表示。对于碰撞积分的计算，在固定格栅和确定集合中的随机过程在固定的速度空间晶格中表现出来。

在 PDE 法中有两大主要差异。第一个差异是速度空间的扩张需要离散化。对于超高声速流来说，需要一个更大的级数空间和更多的计算要求。第二个差异是对在非线性格点中计算非线性撞击的方法。

计算撞击项的典型方法是运用确定性和概率的方法。Broadwell（1964）的离散速度法（DVM）就是其中一个用得最广的确定性步骤。速度空间中的离散化允许一系列非线性双曲线方程代替玻尔兹曼方程，这些可以等价成离散速度并用于计算。撞击项的计算包括二重求和算法。Tcheremissine（1973）提出了另外一个 DVM 的变式。这里，DVM 是指用于估计计算项的蒙特卡洛方法。

另外一种方法（第 1 卷，第 50 章）引入了简化的撞击项，避免了计算完整的非线性积分。在玻尔兹曼方程中的撞击项被其他简化项所替代，主要包括一些最重要的非线性撞击项。用得最广且最简单的模型是 Bhatnagar、Gross、Krook（1954）的 BGK 模型，此模型将撞击项替换成简单的时间松弛量，此量独立于真正的分子势中：

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}(nf)\right]_{\text{collision}}=n\nu(f^{(0)}-f) \tag{16}$$

这里 $f^{(0)}$ 就是麦克斯韦分布相对应的局部温度和平均速度［见式（8）］；ν 为在平衡状态下初始分布中的弛豫速率。在这个模型中，$n\nu f^{(0)}$ 项代表碰撞的补充分布，而 $n\nu f$ 项则代表碰撞减少分布。

5　迁移特性

如前所述，守恒方程由玻尔兹曼方程推导而来，只有在和本构方程如傅里叶、牛顿和菲克方程合并时，玻尔兹曼方程才可以构成一系列方程。这些方程与质量、动量、能量及对应宏观气体特性的梯度有关。有了这些方程，能量、动量和质量的迁移都与分子特性有关，都可以被表示成迁移率 K、速率 μ、扩散率 D。这些气体速率都是封闭项，如气体的迁移速率。

当气体处于平衡状态时，虽然分子持续地移动和碰撞，但其中没有额外的迁移加入。任何速度分布函数的扰动都能重建平衡状态。

就宏观方面来看，这些特性对于热力学分子运动有着重要的意义，而分子的运动则是通过变化质量、动量、能量来使气体稳定地处于平衡状态。因此，就分子热力速度 $\boldsymbol{c}$，内部能量 ε_{int}，迁移流热流矢量 $\boldsymbol{q}$，剪切应力张量 $\boldsymbol{\tau}$，扩散速度 $\boldsymbol{J}$ 而言，它们都可以不包含任何未知的特性常量：

$$\boldsymbol{\tau}=-(\rho\overline{\boldsymbol{cc}}-\boldsymbol{I}p),\quad \boldsymbol{q}=\frac{1}{2}\rho\overline{c^2\boldsymbol{c}}+n\overline{\varepsilon_{\text{int}}\boldsymbol{c}},$$
$$\boldsymbol{J}=n\bar{\boldsymbol{c}}=-D\nabla n \tag{17}$$

宏观上来说，迁移是被气体的密度、速度、热力学能量的梯度所驱动的。就宏观的多样性而言，迁移流遵循着下列关系：

$$\boldsymbol{q}=-K\nabla T,\ \tau=\mu\left\{(\nabla\boldsymbol{U}+\nabla\boldsymbol{U}^{\text{T}})-\frac{2}{3}(\nabla\cdot\boldsymbol{U})\boldsymbol{I}\right\},$$
$$\boldsymbol{J}=-D\nabla\rho \tag{18}$$

式中，T 是温度；$\boldsymbol{U}$ 是纯速度矢量；ρ 是密度。

我们通过使用速度分布方程和对比连续流对应的动力学表达可以计算出平均项。迁移特性可以由分子相互作用来进行定义。这些对比也可以从分子相互作用的模型中得到，这些模型都是来自于测试过的迁移特性。

在方程（18）中的通量仅包括物理量的一阶偏导。通常来说，这些流方程包括更高阶的空间偏导，并且当高阶的偏导都可以忽略时，这些简化的表达都可以被使用。同样，这些表达对于单原子稀释气体时是正确的。对于多原子分子来说，它们有着内部的自由度，这些表达需要修正，尤其是在热力传导方面需要修正。

就分子的相互作用而言，通过具体速度分布函数，CE 理论可以得到热导率、黏性和扩散率的平均值（Chapman 和 Cowling，1970）。由于在方程（14）中索宁多项式的快速收敛，迁移特性的具体量可以通过使用前几项展开式来准确确定。

对于 IPL 与单原子气体的相互作用，如果索宁多项式展开在 m 项处被截断，那么在式（18）中的迁移系数就有以下形式：

$$K^{(m)}=-\frac{5}{4}k_{\mathrm{B}}c_{\mathrm{m}}^{2}a_{1}^{(m)},\ \mu^{(m)}=\frac{1}{2}mc_{\mathrm{m}}^{2}b_{1}^{(m)} \quad (19)$$

方程（19）是 CE 理论的一个重要成就，因为它提供了方程（18）关于傅里叶方程、牛顿和菲克方程的理论证明，而不是经验推导。它还建立了 N-S 方程的应用范围，由于 CE 理论假设了速度分布函数是平衡分布方程中小扰动因素。

第一个附加项可以添加在索宁拟合多项式中，以表示高阶近似。在无穷近似下（Gallis、Torczynski 和 Rader，2004），热导率与黏性相关：

$$K=\frac{K_{\infty}}{K_{1}}\frac{15}{4}\frac{k_{\mathrm{B}}}{m}\frac{\mu_{\infty}}{\mu_{1}}\mu \quad (20)$$

式中，K_{∞}/K_{1} 和 μ_{∞}/μ_{1} 分别是热导率和黏性的 CE 无常项与一阶项的比。

表 1 给出了 HS 分子输运特性的 CE 无常项与一阶项的比。这与其他 IPL 势可以在 Gallis、Torczynski 和 Rader（2004）的文献中找到。从这些比值中可以得到索宁拟合多项式的估计偏差。

表 1　CE 分子参数

符号	硬球	麦克斯韦
μ_{∞}/μ_{1}	1.016 034	1
K_{∞}/K_{1}	1.025 218	1
D_{∞}/D_{1}	1.018 954	1

使用动力学理论时，连续性假设处切应力和热通量的输运特征在连续分析中的热流可以被估计。Gallis 等（2006）使用数值方法和近似分析方法，得出气体在大剪应力的影响下，热导率和黏性是剪应力的函数的结论。但剪应力的影响相对来说较小，这些影响可以解释连续理论关于描述在非平衡状态下的一些现象。

致　谢

这项工作在圣地亚国家实验室进行。圣地亚是由圣地亚公司经营的多项目实验室，属于洛克希德马丁公司，隶属美国能源部国家核能安全管理局，根据合同 DE-AC04-94AL85000。

参考文献

Alder, B. J. and Wainwright, T. E. (1957) *Computer Simulation of Liquids*, Oxford University Press.

Aristov, V. V. (2001) *Direct Methods for Solving the Boltzmann Equation and Study of Nonequilibrium Flows*, Kluwer Academic Publishers.

Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M. (1954) A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys. Rev.*, 94, 3.

Bird, G. A. (1963) Approach to translation equilibrium by a hard sphere gas. *Phys. Fluids*, 6, 1518 - 1519.

Bird, G. A. (1994) *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*, Clarendon Press.

Bird, G. A., Gallis, M. A., Torczynski, J. R. and Rader, D. J. (2009) Accuracy and efficiency of the sophisticated DSMC algorithm for simulating non-continuum gas flows. *Phys. Fluids*, 21, paper 017103.

Boltzmann, L. (1872) Weitere studien über daswärmegleichgewicht unter gasmolekülen. *Sitzungsber Akad. Wiss. Wien*, 66, 275 - 370.

Broadwell, J. E. (1964) Study of rarefied flowby the discrete velocity method. *J. Fluid Mech.*, 19, 401 - 414.

Cercignani, C. (1988) *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Springer-Verlag.

Chapman, S. and Cowling T. G. (1970) *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases*, 3rd edn, Cambridge University Press.

Ferziger, J. H. and Kaper, H. G. (1972) *Mathematical Theory of Transport Processes in Gases*, North-Holland.

Gallis, M. A., Torczynski, J. R. and Rader, D. J. (2004) Molecular gas dynamics observations of Chapman-Enskog



behavior and departures therefrom in nonequilibrium gases. *Phys. Rev. E*, 69, paper 042201.

Gallis, M. A., Torczynski, J. R., Rader, D. J., Tij, M. and Santos, A. (2006) Normal solutions of the Boltzmann equation for highly nonequilibrium Fourier and Couette flow. *Phys. Fluids*, 18, paper 017104.

Garzó, V. and Santos, A. (2003) *Kinetic Theory of Gases in Shear Flows: Nonlinear Transport*, Kluwer Academic Publishers.

Gombosi, T. I. (1994) *Gaskinetic Theory*, Cambridge Atmospheric and Space Science Series.

Hirschfelder, J. O., Curtiss, C. F. and Bird, R. B. (1954) *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Wiley.

Maxwell, J. C. (1867) *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1, Appendix.

Tcheremissine, F. G. (1973) *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 209, 811-814.

Vincenti, W. G. and Kruger, C. H. (1965) *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley.

Wagner, W. A. (1992) Convergence proof for Bird's direct simulation Monte Carlo method for the Boltzmann equation. *J. Stats. Phys.*, 66, 1011-1044.

Wang Chang, C. S. and Uhlenbeck, G. E. (1951) Transport Phenomena in Polyatomic Gases. *Report CM-681*, University of Michigan.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 33 章

高超声速飞行中的高温效应

Graham V. Candler

明尼苏达大学航空航天工程与力学系，明尼阿波利斯，明尼苏达，美国

1 引　　言

在高超声速情况下，空天飞行器周围的气体温度通常高到足以激发内部能量模式和引起化学反应。从轨道返回的过程中，气体高度电离化，于是热辐射驱使能量传递并且使飞行器温度上升。所有这些过程都是由气体内部的碰撞以及气体与飞行器表面的碰撞激发的。因此，高超声速流场的相关时间尺度是碰撞之间的平均时间，碰撞直接带来热激励和化学反应速率，第二时间尺度由流动速度和相关的飞行器长度尺度如前缘半径给出。在很多高超声速流动中，这些时间尺度相似，并且部分或全部的流场中的有限速率热化学过程是失衡的（处于非平衡态）。高超声速飞行中还有很多其他的影响飞行器性能的高温效应，其中包括气体表面相互作用（即有限速率的表面催化作用），有限速率化学过程中边界层不稳定性引起的阻尼作用，过渡和湍流流动、表面烧蚀和无滑动表面边界条件的失效等。本章导出了非平衡流动的控制方程，并讨论了建模方法背后的最重要的一些假设，最后采用一个例子来说明计算流体动力学方法在这类流动问题中的应用。

2 重要的热化学效应

2.1 热化学非平衡态

如果气体的内能不能用一个单一的温度来表征，就称其处于热非平衡态；如果它的化学状态不满足平衡条件，就称其处于化学非平衡态。许多外在的高超声速流动中都存在热和化学非平衡态，这是因为高速气体通过弓形激波时，其大部分动能转化为随机平移运动，然后碰撞将平动能转换成旋转能、振动能、电能和化学能。能量转换需要一定数量的碰撞，在这段碰撞的时间内，气体移动到新的位置，那里的温度和密度可能与之前不一样。因此，内能模式和气体的化学成分的变化滞后于平动温度的变化。我们可以这样来确定一个流动是处于热非平衡态还是处于化学非平衡态，这需要构造达姆科勒数（Da）（指流体运动时间尺度与内能弛豫或化学反应的时间尺度之比）。

考虑关于物质 s 的稳态质量守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_s u_j)=w_s \tag{1}$$

式中，ρ_s 为物质 s 的质量密度；u_j 为气体速度在 x_j 方向的分量；w_s 为由于化学反应单位体积产生物质 s 的速率。

可以用总密度 ρ、速度 V 和相关的长度尺度如前缘半径 r_n 来使这个方程量纲为 1。于是有

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}_j}(\bar{\rho}_s\bar{u}_j)=\frac{r_n w_s}{\rho V}=\frac{\tau_f}{\tau_c}=Da \tag{2}$$

因此，Da 代表流体运动时间尺度 τ_f 与化学反应时间尺度 τ_c 之比；或者说是化学反应速率与流动运动速率之比。可以推导出一个类似的表达式来描述内能弛豫的相对速率。

当 $Da\to\infty$时，内能弛豫或化学反应的时间尺度趋近于零（变得无限快），并且气体处于平衡态，也就是说，热或化学状态对流动中发生的变化即



刻做出响应。当 $Da \to 0$ 时，化学反应时间尺度趋于无穷，气体冻结，不对流动中的改变做出响应。达姆科勒数对于判断气体如何反应以及根据给定的流动条件选择合适的分析类型是非常有用的。

当化学反应源项 w_s 与密度的平方成正比时（因为这是离解反应），由上述表达式可以得到二体尺度律。把 w_s 写作 $w_s = C\rho^2 k_f$，这里 k_f 是一个依赖温度的反应速率，而 C 是常数，于是有

$$Da = \rho r_n \frac{Ck_f}{V} \tag{3}$$

因此，反应速率与一个由密度和长度组成的量成正比。k_f 取决于温度的指数，而对于高超声速流动则取决于自由流的动能 $\frac{1}{2}V_\infty^2$。因此，对于一个离解占主导的流动，达姆科勒数取决于双尺度参数 ρr_n 及自由流动能。

在一些高超声速流动条件下，密度足够高以至于达姆科勒数的表达式不再适用，流动可以由局部热力学平衡来描述。控制方程比下述的要简单得多，包括质量守恒、动量守恒和能量守恒。这些偏微分方程与关于温度和压力的状态方程（一个关于密度和内能的函数）以及运输模型耦合在一起。自由能最小化或预先计算出来的值可以被用来确定热力学性质。

2.2　振动离解耦合

当气体被振动激发时，激发的振动态的数量增加，如图1所示，这样离解分子所需的能量就会降低，因此分子的振动状态影响其离解速率。人们对

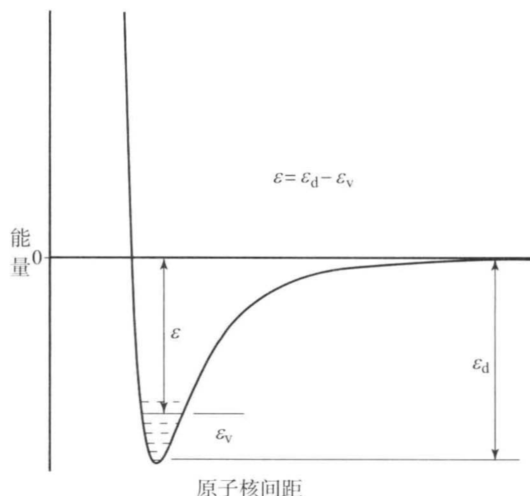


图1　分子振动态及离解所需能量示意图

这个过程还没有理解充分，而且计算方法中可以实现的简单模型在很大程度上也是未经验证的。即使离解速率改变很小，流场也会发生很大的变化，而且会导致高超声速飞行器的配平攻角的不确定性。

2.3　有限速率的壁面催化作用

决定高超声速飞行器的对流传热速率的一个最重要参数就是表面催化效率。Fay 和 Riddell（1958）利用一个自相似驻点边界层分析表明：受边界层的活性度（Da）和表面催化效率影响，传热速率波动很大。如图2所示，当边界层的气体冻结（$Da \to 0$）并且机体表面不存在催化作用时，传热速率减小50%甚至更多，减小量取决于化学能占所有能量的比例。

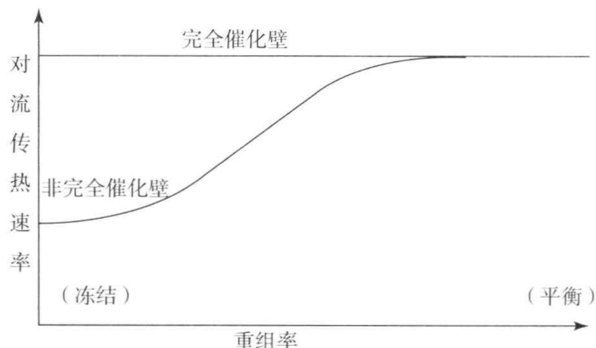


图2　驻点处壁面催化对对流传热速率的影响

[摘自 Fay 和 Riddell（1958）© AIAA]

当壁面不存在催化作用时，就不会促进表面处的重组，因此，若表面处的反应速率比较低，气体总能量的一小部分仍然以化学能的形式存在，不会促进对流加热。另外，如果表面催化或边界层接近于平衡态，化学能在飞行器表面处释放，同时传热增加。

很重要的一点是，要注意到化学反应与密度的关系，正如前面部分所述，其与离解作用和双尺度参数 ρr_n 有关。然而，重组是一个三体过程，并且它可以由 ρ^2 来衡量。因此，在典型的低密度进入大气层的条件下，重组相对于解离过程来说可能非常缓慢。通常来说，表面反应的衡量尺度不同，这是因为它们一般具有有限扩散并且强烈地依赖于表面材料的性质。

2.4　非平衡热辐射

建立流场中热辐射的模型至今仍具有重大挑

战性，困难来自于气体的辐射强烈地依赖于它的内能。例如，在飞行器停滞区域的弓形激波后面，振动温度可能超过冲击后的平衡温度，如果气体电子激发态的数量取决于振动温度，越过平衡位置的电子激发态的数量就会相当可观。电子激发态衰退到基态的过程中，电子能以光子的形式释放出来，其中很多都被机体表面吸收。因此，对于高能量流（如以高空轨道速度返回地球）来说，辐射加热很重要，非平衡态可能使热导率显著增加。这一过程很难模拟，是因为许多复杂的相关过程共同争夺冲击波产生的热能。

2.5　低密度效应

在再入过程中，许多高超声速飞行器在高空经历了较长时间，而我们对高空的空气动力学了解并不多。在这种高克努森数状况下，弓形激波的厚度相对于波间相对距离来说不可忽略，所有的内能模式都不处于输动平衡状态，机体表面有速度和温度滑移，同时，化学反应可能不符合标准的反应速率模型，并且振动离解耦合效应非常重要。关于这些效应的模拟已经取得一些进展（Boyd 等，1995；Gökcen，1989），在密度极低的流动中，连续性方程完全失效，必须采用基于粒子的模拟方法［如直接模拟蒙特卡洛方法（Bird，1976）；见第1卷，第35章］。

2.6　其他效应

在高超声速外流中，还可能发生其他很多复杂的现象，如以低地轨道返回速度或高于低地轨道返回速度流动，流场中的气体被电离，从而射频传输被中断，速度更快时，机体表面必须是消融的以免机体因为被加热而破坏。在这种情况下，外来的物质成分注入流场中，它们与空气发生反应形成其他新的化学物质成分，激波边界层相互作用变得更加激烈。最后，还有向湍流转捩的问题，如果边界层是湍流，小锥角（如钝锥）的对流传热速率会提高3～8倍。对于高超声马赫数，没有可靠的模型来模拟过渡区域，并且人们对过渡区的边界层化学反应的影响知之甚少。然而，实验及稳定性理论表明，吸热（能量吸收）反应趋向于延迟高超声速边界层的过渡区。在高超声速条件下，雷诺平均N-S方程模型在很大程度上是未经证实的。

3　守恒方程

假设描述气体的N-S方程的适用范围延伸至考虑到化学反应及内能弛豫的存在，要确保这些方程依然有效，必须满足以下条件：

（1）气体必须是一个基于克努森数的连续统一体（见第1卷，第30和35章）。除了冲击波，在低密度流的机体表面附近及尾流区域中，连续性假设都是合理的。在非连续条件下，可以使用基于粒子分析的方法，如直接模拟蒙特卡洛方法（DSMC）（见第1卷，第35章）。

（2）质量扩散通量、剪应力及热通量必须与流动特征的一阶导数成正比，如果这个假设不成立，则必须使用非连续介质的方法。一些作者认为，高阶的连续性方程如伯内特方程（Burnett，1936）不再适用，因为速度分布函数（见第1卷，32章）不再满足麦克斯韦模型，甚至是带扰动的麦克斯韦双模混合模型，无扰动单麦克斯韦模型才可以表述这样的双模速度分布函数。因此，基于高阶扰动的方法对于平衡态速度分布函数不再适用。

（3）内能模式必须是独立的，也就是说，每一内能模式都可以用一个温度值来描述。例如，振动能与转动能是独立的。

（4）流体只是微弱电离，这种情况下，库仑截面相对于电子中性粒子碰撞截面较小。控制方程的细节以及它们如何推导见Gnoffo、Gupta和Shinn（1989）以及Lee（1985）的工作。

3.1　质量守恒

关于物质 s 的质量守恒方程为

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_s u_j+\rho_s v_{sj})=w_s \tag{4}$$

式中，ρ_s 为物质密度；w_s 为化学源项；u_j 为质量平均速率；x_j 方向上；v_{sj} 为 s 的扩散速率。

质量平均速率可以依据下式得来：

$$u_j=\sum_{s=1}^{n_s}\frac{\rho_s}{\rho}u_{sj},\ \rho=\sum_{s=1}^{n_s}\rho_s \tag{5}$$

式中，n_s 为化学物质的数量。

扩散速率与物质 s 的速率 u_{sj} 及质量平均速率的关系如下：

$$v_{sj}=u_{sj}-u_j \tag{6}$$

3.2　动量守恒

除了增加的电场项 $\widetilde{E}_i$，动量方程具有类似的



形式：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j+p\delta_{ij}-\tau_{ij})=\sum_{s=1}^{n_s} eZ_s N_s \widetilde{E}_i \tag{7}$$

式中，eZ_s 是物质 s 的电荷；N_s 是物质数密度；p 是各部分压力总和，即

$$p=\sum_{s=1}^{n_s} p_s=\sum_{s=1}^{n_s}\rho_s \frac{R}{M_s}T \tag{8}$$

式中，R 是通用气体常量；M_s 是物质 s 的相对分子质量；T 是气体混合物的平动温度。

剪应力的表达式将在下面给出。

3.3　总能量守恒

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(E+p)u_j-\tau_{ij}u_i+q_j+\sum_{s=1}^{n_s}\rho_s v_{sj}h_s\right]=\sum_{s=1}^{n_s} eN_s Z_s \widetilde{E}_i u_i \tag{9}$$

式中，E 是单位体积的总能量；q_j 是总热通量向量；h_s 是 s 的比焓。

这些量在下面有更详细的讨论。

3.4　振动能量守恒

振动能量守恒方程的推导并不容易，因为振动状态与化学状态发生耦合。如前所述，分子被高度振动激发时，相比于一般的分子更容易发生离解，因此，发生离解时，消耗的振动能量比一般过程多，同样地，重新结合形成新分子的过程中，振动也是比较激烈的。关于此方程的完整推导见文献（Olejniczak 等，1994）。

关于物质 s 的振动能量守恒的一般形式是

$$\frac{\partial E_{vs}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(E_{vs}u_i+E_{vs}v_{si}+q_{vsi})=\sum_{\alpha}\epsilon_{s_\alpha}\left(\frac{\partial n_{s_\alpha}}{\partial t}\right)_{\text{coll}}=Q_{\text{vib}} \tag{10}$$

式中，$E_{vs}=\sum_{\alpha} n_{s_\alpha}\epsilon_{s_\alpha}$ 是单位体积的振动能；$q_{vsi}=\sum_{\alpha} n_{s_\alpha}\epsilon_{s_\alpha}u_{s_{\alpha_i}}$ 是 x_i 方向的振动热通量；ϵ_{s_α} 是物质 s 的每个分子在 α 振动态下的振动能量；n_{s_α} 是物质 s 在 α 振动态下的分子数量密度。

要得到 Q_{vib} 的表达式，需作如下假设：①研究的系统由处于振动和离解状态的分子及原子混合而成，与无限大热源之间的相互作用微弱；②分子的振动态与旋转态及电子态相互独立（玻恩-奥本海默近似）；③引起振动能级之间跃迁的交互汉密尔顿函数，可以看作一个对分子振动能量的扰动。因此，可以用量子力学的微扰理论来导出主动弛豫方程。

在这些假设条件下，Heims（1963）指出：

$$Q_{\text{vib}}=Q_{\text{chem}}+Q_{\text{V-T}} \tag{11}$$

式中，Q_{chem} 和 $Q_{\text{V-T}}$ 分别代表化学反应带来的净增益振动能和由平动模式过渡的净增益振动能。

可以证明，从一致性的角度来看，化学反应带来的振动能具有以下形式：

$$Q_{\text{chem}}=\frac{1}{m_s}\left[\bar{E}(T,\ T_v)w_{f_s}+\bar{E}(T,\ T)w_{b_s}\right] \tag{12}$$

关于不发生离解的简谐振子的 $Q_{\text{V-T}}$ 的表达式最初由 Landau 和 Teller（1936）得到，他们发现：

$$Q_{\text{V-T}}=\frac{E_{vs}(T)-E_{vs}(T_V)}{\tau_{\text{vib}}} \tag{13}$$

式中，τ_{vib} 是振动弛豫时间，理论上可以由一个描述当地气体热力学状态的函数给出。

在一般条件下，$Q_{\text{V-T}}$ 仍具有以上形式，但是 τ_{vib} 会变得不同，同时取决于所采用的振荡器模型。

关于物质 s 振动能守恒的方程具有以下最终表达式：

$$\frac{\partial E_{vs}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(E_{vs}u_i+E_{vs}v_{si}+q_{vsi})=Q_{\text{V-T}}+Q_{\text{chem}} \tag{14}$$

对于具有一种以上振动激发态物质的情况，还需引入一个额外项来描述从其他振动物质传递过来的振动能（Park，1990）。

如果不同振动能量模式紧密耦合，则只有一个单一的振动温度 T_v，于是总的振动能量方程变为

$$\frac{\partial E_v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(E_v u_i+\sum_s E_{vs}v_{si}+\sum_s q_{vsi}\right)=\sum_s Q_{\text{V-T}s}+\sum_s Q_{\text{chem}_s} \tag{15}$$

式中，$E_v=\sum_s E_{vs}$。

3.5　额外的内能守恒方程

以类似的方式，可以导出其他内能模式（旋转和电学的）的守恒表达式。事实上，除非研究的情况是在密度非常低的条件下，通常认为旋转和平动能量是处于平衡的，这就避免了需要一个单独的旋转守恒方程。同时，如果电子激发态的数量相当可观，通常假设描述自由电子平动能和绑定的电子激

发态能量的温度是相同的，这就表明只需一个电子-电能守恒方程即可。在许多情况下，因为 N_2 振动和自由电子之间谐振耦合的存在，可以假设振动模式与电子-电能相平衡（Lee，1986；Park，1990）。于是，振动能量方程（15）就包括了这些影响。

对于自由电子和电能模式的模拟还有些不确定的地方。我们倾向于 Gnoffo、Gupta 和 Shinn 的方法，该方法假设 $T_v=T_e=T_{el}$，也就是说，因为高温空气中电子与振动高度耦合，我们一般得到 $T_v=T_e$，假设 $T_e=T_{el}$也具有较大的合理性。另一种方法是假设 $T=T_e=T_{el}$。

3.6 电场方程

电场$\widetilde{E}_i$ 的表达式可以从电子动量守恒方程导出：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_e u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_e u_i u_j+p_e\delta_{ij})=-eN_e\widetilde{E}_i+P_{ei} \tag{16}$$

这里，忽略了质量扩散和剪应力项。P_{ei}代表电子和重粒子间碰撞产生的动量交换，对于电离微弱流动而言，这一项相对于电场项来说较小。于是，取电子气体的动压与电子压力之比并假设电子速度和温度同大部分气体是一样的，可以得到

$$\frac{\rho_e V_e^2}{p_e}=\frac{M_e V_e^2}{RT_e}\approx\frac{M_e V^2}{RT}\approx\frac{M_e}{M}\mathrm{Ma}^2 \tag{17}$$

式中，Ma 是马赫数；M 是混合物的平均相对分子质量，比值 M_e/M 的数量级是 10^{-6}。在研究问题的条件下 Ma 的数量级最多是 10^3。

因此，与电子压力相比，电子动压可以忽略，稳态电场可以表达为

$$\widetilde{E}_i\approx-\frac{1}{N_e e}\frac{\partial p_e}{\partial x_i} \tag{18}$$

式（18）可以代入动量方程（7）及总能量方程（10）中。一般而言，这一项对于进入大气层飞行器周围流场的影响很小，通常可忽略。

4 状态方程

下面将讨论守恒量与非守恒量（如压力和温度）之间的关系。总能量 E 由各部分分量组成：

$$E=\sum_{s\neq e}^{n_s}E_{ts}+\sum_{s\neq e}^{n_s}E_{rs}+\sum_{s\neq e}^{n_s}E_{vs}+E_e+\sum_{s\neq e}^{n_s}E_{els}+\frac{1}{2}\rho u_i u_i+\sum_{s\neq e}^{n}\rho_s h_s^{\circ} \tag{19}$$

式（19）等号右侧各项分别是平动能、转动能、振动能、电子平动能、电能、动能和化学能。重粒子平动能 $E_{ts}=\rho_s c_{vts}T$，其中 $c_{vts}=\frac{3}{2}R/M_s$，T 是平动温度。粒子有两个转动自由度时，转动能 $E_{rs}=\rho_s c_{vrs}T_r$，其中 $c_{vrs}=R/M_s$，T_r 是转动温度。如前讨论，对于转动能量模式松弛较快的情况，可以假设转动能量模式与平动能量模式相平衡，于是，$E_{ts}+E_{rs}=\rho_s c_{vs}T$，其中 c_{vs}和 T 分别为平动-转动状态的比热容和温度。

物质 s 的振动温度可以由 T_{vs}温度时简谐振子储存的振动能的表达式求逆得出

$$E_{vs}=\rho_s e_{vs}=\rho_s\frac{R}{M_s}\frac{\theta_{vs}}{e^{\theta_{vs}/T_{vs}}-1} \tag{20}$$

这里 θ_{vs}是振动状态的特征温度。如果假设只有一个振动温度，必须采用更为复杂的表达式：

$$E_v=\sum_s\rho_s\frac{R}{M_s}\frac{\theta_{vs}}{e^{\theta_{vs}/T_v}-1} \tag{21}$$

自由电子平动能 $E_e=\rho_e c_{ve}T_e$，其中 $c_{ve}=\frac{3}{2}R/M_e$。对于假设电子能与另外某个能量模式平衡的情况下，相应的温度在之前的表达式中使用过。

如前所述，总压是各部分分压之和，即

$$p=\sum_{s\neq e}^{n_s}\rho_s\frac{R}{M_s}T+p_e \tag{22}$$

其中电子压力表达式为

$$p_e=\rho_e\frac{R}{M_e}T_e \tag{23}$$

单位质量的焓 h_s 定义为

$$h_s=c_{vts}T+c_{vrs}T_r+e_{vs}+e_{els}+h_s^{\circ}+\frac{p_s}{\rho_s} \tag{24}$$

激发电子态的能量表达式的前提是其服从由电子温度 T_{el}控制的玻尔兹曼分布，据此得到

$$e_{els}=\frac{R}{M_s}\frac{\sum_{i=1}^{\infty}g_{is}\theta_{elis}\exp(-\theta_{elis}/T_{el})}{\sum_{i=0}^{\infty}g_{is}\exp(-\theta_{elis}/T_{el})} \tag{25}$$

式中，g_{is}是第 i 激发电子态的简并度；θ_{elis}是对应的激发能（Park，1990）。

对于高超声速流，往往只需计算前几项即可。

另一种方法是使用 Gordon 和 McBride（1994）得来的适用于单种物质的热力学数据，利用这种方法，从物质的总能量中减去平动-转动能和化学能就可以得到振动-电子能。这些曲线拟合适用于高温



(20 000 K) 条件，得到的表征内能的结果更准确。

5　扩散速度、剪应力和热通量

假设剪应力与质量平均速度的一阶导数成比例，同时体积黏度服从斯托克斯假设，因此剪应力张量的表达式如下：

$$\tau_{ij}=\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+\lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij},\ \lambda=-\frac{2}{3}\mu \tag{26}$$

传热矢量可以由傅里叶传热公式得到

$$q_{trj}=-\kappa\frac{\partial T}{\partial x_j},\ q_{vsj}=-\kappa_{vs}\frac{\partial T_{vs}}{\partial x_j} \tag{27}$$

在一些情况下，用特定的振动能梯度表示振动能的传导性更好：

$$q_{vsj}=-\tilde{\kappa}_{vs}\frac{\partial e_{vs}}{\partial x_j} \tag{28}$$

除了焓值非常高的情况，我们发现振动能梯度可以得到更多比较好的结果。

物质的黏度 μ_s 可以用 Blottner、Johnson 和 Ellis 建立的反映空气黏度的模型来确定，具体来说是利用运动论找到每种物质黏度的曲线拟合表达式。其他非平衡计算表达式源自 Gupta 等（1990）的工作。物质输运性质的计算参见 Palmer 和 Wright（2003）的工作。

每种物质平动-转动和振动的温度的近似传导率可以由 Eucken 关系推导（Vincenti 和 Kruger，1967）。这种方法假设平动能的传输与速度相关，但是内能（转动能和振动能）的传输与之无关，于是有

$$\kappa_s=\mu_s\left(\frac{5}{2}c_{vts}+c_{vrs}\right),\ \kappa_{vs}=\eta_v\mu_s c_{vvs} \tag{29}$$

其中由动力论得出 $\eta_v=1.2$（Olejniczak 和 Candler，1995），c_{vvs}是物质 s 的振动比热容。如果采用振动能导数的形式，则传输系数变为

$$\tilde{\kappa}_{vs}=\eta_v\mu_s \tag{30}$$

这种基于 Eucken 关系的方法只能得到近似的结果并且只对空气温度不超过 6 000 K 的条件有效；在更高温度条件下必须使用另外一种更为复杂的方法，Palmer 和 Wright（2003）对这种方法做出了定量评定。

一旦计算出单一物质的黏度和电导率，根据 Wilke 的半经验混合规律（Wilke，1950）就可以得到混合物的这些性质，但是 Palmer 和 Wright 表明这种方法有一个严重的错误。他们推荐使用 Armaly-Sutton（Armaly 和 Sutton，1980）混合规律，因为它更准确，并且与求解完整的多组分扩散方程相比计算量更少。但是，Armaly-Sutton 模型中的参数在特定的气体混合物条件下需要被调整。如果假设压力和温度梯度引起的扩散通量可以忽略，那么混合气体每一组分的扩散速度与其质量百分比的梯度成正比。结合二元扩散的额外假设，也就是物质 s 扩散到由类似粒子组成的混合物中，可以得到

$$\rho_s v_{sj}=-\rho D_s\frac{\partial c_s}{\partial x_j} \tag{31}$$

扩散系数 D_s 可以在假定路易斯数不变的条件下求出，路易斯数定义为

$$Le=\frac{\rho D c_p}{\kappa} \tag{32}$$

对于空气，路易斯数一般取 1.4，并且不带电的粒子具有相同的 D，但由于电场的存在，离子的扩散系数为 $2D$（双极性扩散假设成立）。

计算气体混合物扩散的更准确的方法是具有自洽性的有效二元扩散方法（SCEBD），这种方法对于高焓进入大气层流动的计算结果比较准确。在进入大气层的情况下（特别是气体被电离时），路易斯数保持不变的假设不再成立，所以需要采用 SCEBD。

6　内能弛豫速率

振动模式与平动模式的能量交换率已经有了广泛的研究，低温振动态数量的变化率可以由 Landau-Teller 公式得到，这种方法中假设一个分子的振动能级一次只能改变一个量子能级，从而得到的能量交换率为

$$Q_{V-Ts}=\rho_s\frac{e_{vs}^{*}(T)-e_{vs}}{\tau_{s_{L-T}}} \tag{33}$$

式中，$e_{vs}^{*}(T)$ 是当前平动温度下单位质量物质 s 的振动能，$\tau_{s_{L-T}}$ 是摩尔平均的 Landau-Teller 弛豫时间，即

$$\langle\tau_{s_{L-T}}\rangle=\frac{\sum_r X_r}{\sum_r X_r/\tau_{sr_{L-T}}}(r\neq e) \tag{34}$$

由 Millikan 和 White 提出的表达式可以得到物质间的 Landau-Teller 弛豫时间 $\tau_{sr_{L-T}}$，即

$$\tau_{sr_{L-T}}=\frac{1}{p}\exp\left[A_{sr}(T^{-1/3}-0.015\mu_{sr}^{1/4})-18.42\right]$$

（p 为标准大气压）

$$A_{sr}=1.16\times10^{-3}\mu_{sr}^{1/2}\theta_{vs}^{4/3} \tag{35}$$

$$\mu_{sr}=M_sM_r/(M_s+M_r)$$

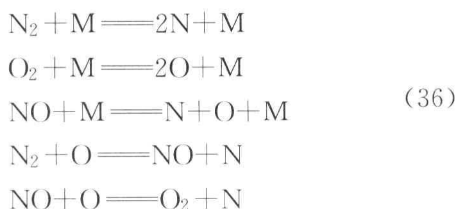
Millikan-White 公式在某些例外条件下不再成立，特别地，对于空气，N_2 和 O_2 的振动-平动弛豫中就包含原子氧及 CO_2 的弛豫（Park，1990）。

考虑到高温下的极限碰撞横截面，对平动-振动弛豫速率做了修改。在高温条件下，由于对碰撞横截面做出过高预测，由 Millikan 和 White 公式得到的 Landau-Teller 能量交换率表达式会产生一个大到不切实际的弛豫速率。引入一个极限横截面比就可以很好地修正这一问题，正如 Park 所提出的，用 τ_{vs}表示 Landau-Teller 弛豫时间与有限碰撞的弛豫时间之和，就可以修正公式的不足。

7　化学源项

每种化学物质的源项可以通过质量作用定理（Vincenti 和 Kruger，1967）和一组给定的化学反应来构造。下面针对一个简单的化学动力学模型，建立其化学源项，并且这个模型可以很容易被推广到其他问题中。

高温非电离的空气有 5 个主要组成部分，按照顺序依次为 N_2、O_2、NO、N 和 O，它们之间最重要的化学反应有



$$\begin{aligned} N_2+M &= 2N+M \\ O_2+M &= 2O+M \\ NO+M &= N+O+M \\ N_2+O &= NO+N \\ NO+O &= O_2+N \end{aligned} \tag{36}$$

式中，M 代表以碰撞的身份参与化学反应的任何粒子，前面的三个是离解反应，剩下的两个是交换反应，每个反应由正向和逆向反应速率系数控制，这两个系数分别为 k_{f_m} 和 k_{b_m}。按照反应速率的顺序，这 5 个反应可以写为

$$R_1=\sum_m\left[-k_{f_{1m}}\frac{\rho_{N_2}}{M_{N_2}}\frac{\rho_m}{M_m}+k_{b_{1m}}\frac{\rho_N}{M_N}\frac{\rho_N}{M_N}\frac{\rho_m}{M_m}\right]$$

$$R_2=\sum_m\left[-k_{f_{2m}}\frac{\rho_{O_2}}{M_{O_2}}\frac{\rho_m}{M_m}+k_{b_{2m}}\frac{\rho_O}{M_O}\frac{\rho_O}{M_O}\frac{\rho_m}{M_m}\right]$$

$$R_3=\sum_m\left(-k_{f_{3m}}\frac{\rho_{NO}}{M_{NO}}\frac{\rho_m}{M_m}+k_{b_{3m}}\frac{\rho_N}{M_N}\frac{\rho_O}{M_O}\frac{\rho_m}{M_m}\right)$$

$$R_4=-k_{f_4}\frac{\rho_{N_2}}{M_{N_2}}\frac{\rho_O}{M_O}+k_{b_4}\frac{\rho_{NO}}{M_{NO}}\frac{\rho_N}{M_N}$$

$$R_5=-k_{f_5}\frac{\rho_{NO}}{M_{NO}}\frac{\rho_O}{M_O}+k_{b_5}\frac{\rho_{O_2}}{M_{O_2}}\frac{\rho_N}{M_N} \tag{37}$$

因此，代表物质间传质速率的源项可以被构造为

$$\begin{aligned} w_{N_2} &= M_{N_2}(R_1+R_4) \\ w_{O_2} &= M_{O_2}(R_2-R_5) \\ w_{NO} &= M_{NO}(R_3-R_4+R_5) \\ w_N &= M_N(-2R_1-R_3-R_4-R_5) \\ w_O &= M_O(-2R_2-R_3+R_4+R_5) \end{aligned} \tag{38}$$

这里应注意：总的传质速率是零，并且满足元素守恒。

在平衡状态下，反应物 m 的正向和逆向反应速率具有以下形式：

$$k_{f_m}(T)=C_{f_m}T^{\eta_m}\exp(-\theta_m/T)$$
$$k_{b_m}(T)=\frac{k_{f_m}(T)}{k_{eq_m}(T)} \tag{39}$$

式中，常数 C_{f_m}、η_m 及 θ_m 由实验确定（Park，1993；Park 等，1994）或利用计算化学计算得来，k_{eq_m}是利用热力学数据由第一原理计算得来的（Gordon 和 McBride，1994）。

如前所述，很多学者也一致认为，气体的振动状态影响其离解速率，人们针对这种振动-离解耦合过程已经提出了很多模型，下面将讨论其中应用最广泛的模型。

应用最广泛的模型是 Park 的 TT_v 模型，这主要得益于其简单。在这个模型中，控制正向反应速率的温度被一个有效温度或者说是平均温度 T_a 所取代，起初 Park 提出 $T_a=\sqrt{TT_v}$，之后提出了更合适的表达式：

$$T_a=T^{\phi}T_v^{1-\phi} \tag{40}$$

式中，ϕ 一般取 0.7。

该方法或多或少基于一些启发式推论，但是它似乎很有效并可以给出合理的结果。然而，在推导振动能量守恒方程的过程中，化学反应速率意味着化学反应会导致振动能以一定的速率转化为其他形式的能量。能量转化速率在不同状态下是不一样的，所以只有在反应速率模型中考虑系统每一时刻的状态，才可以得到恰当的 Q_{chem}[见式（12）]。通常情况下都假定 $Q_{chem}=0.3D_e$（D_e 是离解能）。

其他学者采用关于振动-离解耦合过程的更详细的推导。例如，Marrone 和 Treanor（1963）提出耦合的振动-离解-振动模型（CVDV），该模型假定振动态符合玻尔兹曼分布，发生离解时高能态的能量会优先转化。Knab 等（1995）通过概括 Marrone 和 Treanor 的方法开发出耦合的振动-化学-振动模型（CVCV），因此这个模型中有效反应



速率的表达式及振动能量损失项与 CVDV 的结果类似。

Macheret 和 Rich（1993）的模型则是采用经典方法来解决耦合问题，与真实振荡器中离散的能级截然相反，Macheret 和 Rich 假设振动能量分布函数可以近似为

$$f(\epsilon_{\mathrm{v}})=\begin{cases}\dfrac{1}{kT_{\mathrm{v}}}\exp^{(-\epsilon_{\mathrm{v}}/kT_{\mathrm{v}})} & (\epsilon_{\mathrm{v}}\leqslant\epsilon_1)\\ \dfrac{1}{kT_{\mathrm{v}}}\exp^{(-\frac{\epsilon_1}{kT_{\mathrm{v}}}-\frac{\epsilon_{\mathrm{v}}-\epsilon_1}{kT})} & (\epsilon_{\mathrm{v}}>\epsilon_1)\end{cases}\tag{41}$$

式中，ϵ_1 约为离解能的 1/2。

这个分布函数认为振动能量模式经过一系列玻尔兹曼分布后不会发生松弛。Macheret 和 Rich 假设非平衡态的分布函数可以用低能级处温度为 T_{v} 的玻尔兹曼分布及高能级处温度为 T 的玻尔兹曼分布来表征，于是振动能变成一个与平动-转动温度微弱相关的函数。

Macheret 和 Rich 通过考虑一个决定碰撞中离解所需最小总能量的阈值能量函数来推广振动非平衡的 Arrhenius 方程。通过理论确定的阈值函数把优先转化的观念引入该方法中，这个方法也考虑到分子的转动态，因此可以用于转动非平衡流动。

非平衡离解速率为

$$k_{\mathrm{f}}=k_{\mathrm{o}}(k_{\mathrm{l}}+k_{\mathrm{i}}+k_{\mathrm{h}})\tag{42}$$

式中，k_{l}，k_{i} 和 k_{h} 分别为低、中、高振动能级的速率（Macheret 和 Rich，1993）。

这种方法也可得到一个关于模型参数及振动和平动温度的求解 Q_{chem} 的表达式。

在应用这些振动-离解模型时有一个关键性问题。在许多情况下，反应速率是在冲击加热的气体中测定的，此时气体可能处于热化学非平衡状态，这样一来，以一种合理的方式解释为什么依然可以使用这些实验数据，使得计算与模型吻合就显得非常重要。

模拟振动-离解耦合问题依然是一个未解决的难题，事实上近 20 年来这方面几乎没有什么进展。也许利用计算化学最新的成果，可以更详细地学习离解过程，许多这方面的问题也会得到解决。

8　边界条件

高超声速流动的边界条件变化范围比较大，从很简单（表面等温没有被催化）到非常复杂（有全面响应的质量注入）都有可能出现。下面仅涉及一些比较简单的边界条件。

通常来说有这样一个合理的假设，即机体表面没有滑移，因此表面处气体速度为零，而且壁面温度可根据材料性质确定，或者根据实验确定。很少采用壁面绝热条件，因为在高超声速条件下，此假设将得到一个高到不切实际的壁面温度。有几种状况需要采用更为复杂的表面边界条件。

在低密度情况下，壁面可能出现速度和温度滑移现象，也就是说，如果壁上的克努森层有明显的厚度，机体表面处的气体速度可能不为零。Gökcen（1989）等提出了可以计算速度、温度或能量滑移的表达式。

当机体表面促进气体重组时，必须用到有限率壁面催化模型，通常，壁面催化用表面反应的催化效率 α_{r} 表示，即

$$k_{\mathrm{r}}=\alpha_{\mathrm{r}}\sqrt{\frac{RT_{\mathrm{w}}}{2\pi M_s}}\tag{43}$$

式中，M_s 为壁面处发生重组的物质的相对分子质量；T_{w} 为壁面温度；α_{r} 由实验测得，一般是关于温度的函数。

于是，表面处重组物质的质量流量为 $\rho_s k_{\mathrm{r}}$，与表面态相关的边界条件可以通过把这个质量流量代入重组物质的扩散质量流量中得到，即由下式给出：

$$\dot{m}_s=(\rho D_s)_{\mathrm{w}}\left.\frac{\partial c_s}{\partial n}\right|_{\mathrm{w}}=\alpha_{\mathrm{r}}(\rho_s)_{\mathrm{w}}\sqrt{\frac{RT_{\mathrm{w}}}{2\pi M_s}}\tag{44}$$

根据法线方向的压力梯度为零的假设以及关于温度的边界条件，壁面的气体状态可以迭代计算得出。

在一些情况下，飞行器在自由流条件下飞行的时间足够长以至于表面达到局部恒定温度，这时如果没有来自表面的再辐射，即可满足绝热壁条件。然而在表面温度较高的情况下，表面再辐射就不能忽略。于是传往表面的对流传热与黑体再辐射换热率平衡，即 $q_{\mathrm{rad}}=\sigma\epsilon T_{\mathrm{w}}^4$。

加热速率非常大时，表面会消融，于是必须考虑氧化、升华和散核过程，这些过程比较复杂。

9　流场举例——马赫数为 8 的乘波流

下面以一个例子来说明高超声速流场几个重要

的特征，涉及气动力系数与气动加热率两个概念。利用为高超声速流动设计的数值方法进行模拟，着重于对流换热率进行准确的预测。但是，高超声速计算依然存在许多没有解决的问题。尤其值得注意的是，强弓形激波会放大滞止区域的数值错误，导致滞止区域加热速率预测不准确。所以采用当前方法时，我们必须注意网格与激波匹配，以减少这些错误。

下面对马赫数为 8 条件下乘波体绕流进行数值模拟，并与 AEDC 隧道 9 设施（Drayna、Nompelis 和 Candler，2006；Norris，2006）中的实验测量值比较，模拟仿真用到了三种网格，单元个数从 250 万变化到 850 万，设计一个外部域来包含任意攻角下的弓形激波。图 3 所示为乘波体几何及网格划分的简图。在下列两个条件下研究：$14.32\times10^6\ m^{-1}$ 的低雷诺数及 $53.84\times10^6\ m^{-1}$ 的高雷诺数。

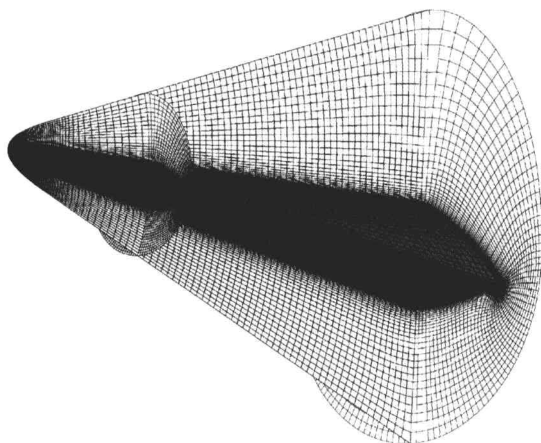


图 3　模拟乘波体采用的网格（510 万个单元）
（本图展示了一半网格）
［摘自 Drayna、Nompelis 和 Candler（2006）© AIAA］

尽管低雷诺数条件下乘波体上会出现自然转捩，这里并没有试图去模拟这个转捩过程，而是计算了完全层流和完全湍流的情况，并将结果与实验数据进行了比较。然而在高雷诺数情况中，转捩发生的位置特别靠近前缘，因此完全湍流条件是合适的。使用的是 Spalart-Allmaras 的 RANS 模型及 Catris-Aupoix 压缩性修正（Spalart-Allmaras，1992；Catris-Aupoix，2000）。

很大程度上比较的结果是，在两种条件下，CFD 计算结果与空气动力学数据在所有攻角上都是一致的。图 4 所示为两种情况的阻力系数与升力系数。模型上的单位压力和传热速率也对应做了比较，图 5 总结的是低雷诺数条件时下表面的比较结果（$\alpha>-5°$的迎风面），可以看出结果与实验数据达成一致，前缘附近的热电偶对应的是层流，而其他测量针对的是湍流。

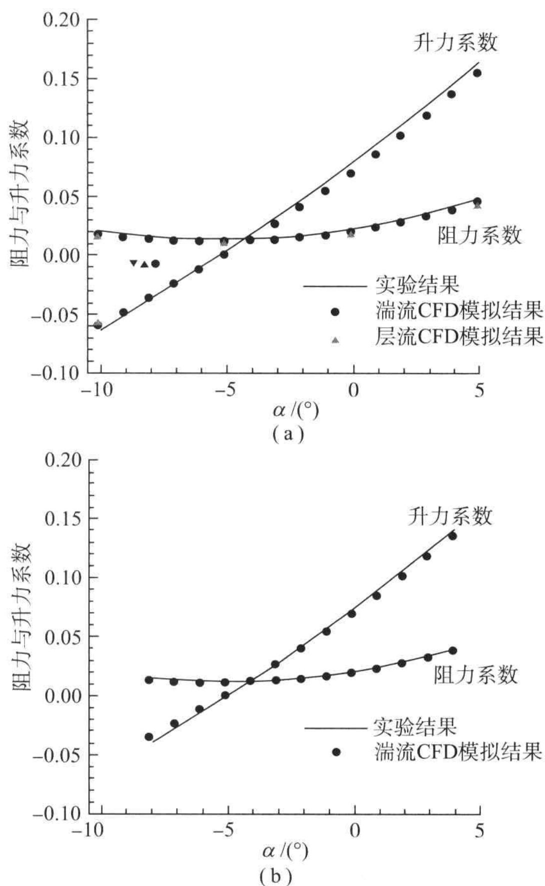


图 4　乘波体的阻力系数与升力系数
（a）低雷诺数；（b）高雷诺数

10　总　　结

本章介绍了模拟高超声速流动高温效应所要遵循的主要观念。提出的方法代表了本领域当前研究现状，并且通过把模拟结果与现有的飞行以及地面测试数据进行比较，确认了该方法的有效性。然而，这些数据有局限性，只能验证模型的某些方面，使用这些模型时必须注意其适用范围，而且测试结果必须采用合适的灵敏度研究和实验测试程序来进行进一步的验证。

高温气体动力学建模依然存在许多悬而未决的问题。例如，有限速率表面催化的模型就未经验证并且仅适用于某些材料，有限速率过程对于转变过程的作用还不清楚，振动-化学耦合的建模有待更具意义的研究。伴随着非介入式诊断方法的不断发



展，新的数据有助于我们发现当前模型的局限性，以便提高其准确性。

图 5　低雷诺数条件下乘波体下表面上传热速率的比较结果

——：实验数据（Norris，2006）；△：层流模拟结果；■：完全湍流模拟结果

致　谢

这项工作由空军科学研究办公室（款项为 FA9550-04-1-0341）和防御国家安全科学与工程学院奖学金共同赞助。这里仅是作者个人的观点和结论，不代表美国政府或空军科学研究处。

参考文献

Armaly，B. F. and Sutton，L.（1980）Viscosity of multicomponentpartially ionized gas mixtures. AIAA Paper 1980－1495.

Bird，G. A.（1976）*Molecular Gas Dynamics*，Clarendon Press，Oxford.

Blottner，F. G.，Johnson，M. and Ellis，M.（1971）Chemically Reacting Viscous Flow Program for Multicomponent Gas Mixtures. Tech. Rep. SC-RR-70-754，Sandia Laboratories.

Boyd，I. D.，Karipides，D.，Candler，G. V. and Levin，D. A.（1995）Effect of dissociation modeling in strongly

nonequilibrium flow sat high altitude. AIAA Paper 95－0709.

Burnett, D. (1936) The Distribution of molecular velocities and themean motion in a non-uniform gas. *Proc. Land. Math. Soc.*, 40, 382－435.

Catris, S. and Aupoix, B. (2000) Density corrections for turbulence models. *Aerosp. Sci. Technol.*, 4, 1－11.

Drayna, T. W., Nompelis, I. and Candler, G. V. (2006) Numerical simulation of the AEDC wave rider at Mach 8. AIAA Paper 2006－2816.

Fay, J. and Riddell, F. (1958) Theory of stagnation point heat transferrate indissociated air. *J. Aeronaut. Sci.*, 25 (2).

Gnoffo, P. A., Gupta, R. N. and Shinn, J. L. (1989) Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermaland chemical nonequilibrium. NASA Tech. Paper 2867.

Gökcen, T. (1989) Computation of hypersonic low density flowswith thermochemical nonequilibrium. PhD thesis. Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.

Gordon, S. and McBride, B. J. (1994) Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications, I. Analysis. *Tech. rep.*, *NASA RP*-1311.

Gosse, R. and Candler, G. V. (2005) Diffusion flux modeling: application to direct entry problems. AIAA 2005－0389.

Graves, R. E. and Argrow, B. M. (1999) Bulk viscosity: past to present. *J. Thermophys. Heat Trans.*, 13 (3), 337－342.

Gupta, R., Yos, J., Thompson, R. and Lee, K. (1990) A Review of Reaction Rates and Thermodynamic Properties for an 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium-Calculations to 30, 000 K. *NASA Technical Report RP*-1232.

Heims, S. P. (1963) Moment equations for vibrational relaxation coupled with dissociation. *J. Chem. Phys.*, 38, 603.

Johnson, H. B., Seipp, T. G. and Candler, G. V. (1998) Numerical study of hypersonic reacting boundary layer transition on cones. *Phys. Fluids*, 10 (10), 2676－2685.

Knab, O., Frühauf, H.-H. and S. Jonas (1992) Multiple temperature descriptions of reaction rate constants with regard to consistent chemical-vibrational coupling. AIAA Paper No. 92－2947.

Knab, O., Frühauf, H.-H. and Messerschmid, E. W. (1993) Validation of a physically consistent coupled chemical-vibrational model for ionized air in thermochemical nonequilibrium. AIAA Paper No. 93－2866.

Knab, O., Gogel, T. H., Frühauf, H.-H. and Messerschmid, E. W. (1995) CVCV Model validation by means of radiative heating calculations. AIAA Paper No. 95－0623.

Landau, L. and Teller, E. (1936) Theory of sound dispersion. *Phys. Z. Sowjetunion*, 10 (34).

Lee, J. H. (1985) Electron-impact vibrational excitation rates in the flow field of aeroassisted orbital transfer vehicles. *Prog. Aeronaut. Astronaut.*, 96, 3－53.

Lee, J. H. (1986) Electron-impact vibrational excitation rates in the flow field of of aeroassisted orbital transfer vehicles. *Prog. Aeronaut. Astronaut.*, 103, 197－224.

Lumpkin Ⅲ, F. E. and Chapman, D. R. (1992) Accuracy of the Burnett equations for hypersonic real gas flows. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 6 (3), 419－425.

Macheret, S. O. and Rich, J. W. (1993) Nonequilibrium dissociationrates behind strong shockwaves: classical model. *J. Chem. Phys.*, 174, 25.

Marrone, P. V. and Treanor, C. E. (1963) Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels. *Phys. Fluids*, 6, 1215－1221.

Millikan, R. C. and White, D. R. (1963) Systematics of vibrational relaxation. *J. Chem. Phys.*, 39, 3209－3213.

Norris, J. D. (2006) Mach 8 High Reynolds number static stability capability extension using a hyper sonic waverider at AEDCT unnel 9. AIAA Paper 2006－2815.

Olejniczak, J., Candler, G. V., Hornung, H. G. and Wen, C. (1994) Experimental evaluation of vibration-dissociation coupling models. AIAA Paper No. 94－1983.

Olejniczak, J. and Candler, G. V. (1995) Vibrational energy conservation with vibration-dissociation coupling: General theory and numerical studies. *Phys. Fluids*, 7 (7), 1764－1774.

Palmer, G. and Wright, M. J. (2003) Comparison of methods to compute high-temperature gas viscosity. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 17 (2), 232－239.

Park, C. (1986) Assessment of two-temperature kinetic model for dissociating and weakly ionizing nitrogen. AIAA Paper No. 86－1347.

Park, C. (1987) Assessment of two-temperature kinetic model forionizing air. AIAA Paper No. 87－1574.

Park, C. (1990) *Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics*. Wiley-Interscience, New York.

Park, C. (1993) Review of chemical-kinetic problems of future NASA missions, I: Earth entries. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 7 (3), 385－398.



Park, C., Howe, J. T., and Jaffe, R. L. and Candler, G. V. (1994) Review of chemical-kinetic problems of future NASA missions, Ⅱ: Mars entries. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 8 (1), 9-23.

Ramshaw, J. D. and Chang, C. H. (1996) Friction weighted selfconsistent effective binary diffusion approximation. *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, 21 (3), 223-232.

Ramshaw, J. D. and Chang, C. H. (1993) Ambipolar diffusion in two temperature multicomponent plasmas. *Plasma Chem. Plasma Process.*, 13 (3).

Resler, E. L., Jr. (1957) Characteristics and sound speed in nonisentropic gas flows with nonequilibrium thermodynamic states. *J. Aeronaut. Sci.*, 24 (11), 785-790.

Spalart, P. R. and Allmaras, S. R. (1992) A One-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper 92-0439.

Treanor, C. E. and Marrone, P. V. (1962) Effect of dissociation on the rate of vibrational relaxation. *Phys. Fluids*, 5, 1022-1026.

Vincenti, W. G. and Kruger, C. H., Jr. (1967) *Introduction to Physical Gas Dynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Wilke, C. R. (1950) A Viscosity equation for gas mixtures. *J. Chem. Phys.*, 18, 517-519.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 34 章

高超声速转捩和湍流

Steven P. Schneider[1] 和 Rodney Bowersox[2]
1 普渡大学航空航天学院，西拉法叶，印第安纳，美国
2 得克萨斯 A&M 大学航空宇航工程系，大学城，得克萨斯，美国

1 层流-湍流转捩现象

理解并控制高超声速边界层层流-湍流转捩现象的重要性在于其对表面的热载荷，如确定阻力的传热和表面摩擦力有重要影响。然而，转捩非常难以预测和控制，因为即使在低噪声环境下，它对小扰动也非常敏感，并且人们对这种现象的认识本身就不充分。人们缺乏对这种现象的认识，因此阻碍了对它的利用，包括可重复使用的运载器、高速截击导弹、高超声速巡航和再入飞行器。

图 1 为马赫数为 4.31 时的流动转捩效果图，它是美国海军装备实验室的一个弹道靶道阴影图的放大部分。半角为 5°，尖锥长为 0.23 m 的模型从左向右以零攻角飞行穿过静止的空气，自由来流的雷诺数为 $1.05\times10^{8}\ m^{-1}$。下表面边界层为湍流，可以看出从湍流涡中衍射的声波在马赫锥内向下游传播。在上表面，边界层为间歇性湍流。在图中，我们可以看到两个湍流点镶嵌在层流区域中。在湍流点前面可以看到大的激波，伴随有很小的噪声湍流点辐射出来。层流区域没有噪声。

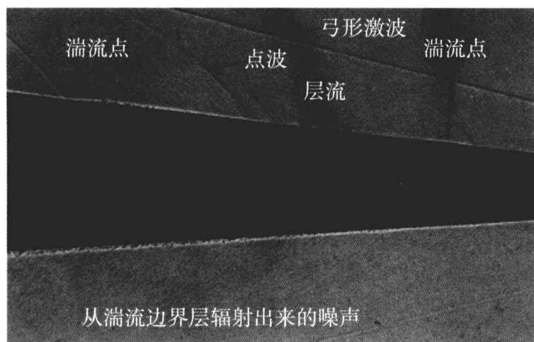


图 1　马赫数为 4.31 时的流动转捩效果图

高超声速转捩对传热的影响效果可参见图 2。图 2 所示为半锥角为 7.2°圆锥在马赫数为7.97、攻角为 0°时量纲为 1 的传热系数沿轴向的分布（Martellucci、Neff 和 True，1969）。从头部到 $x/L\approx0.5$层流边界层厚度增加，传热值减小。

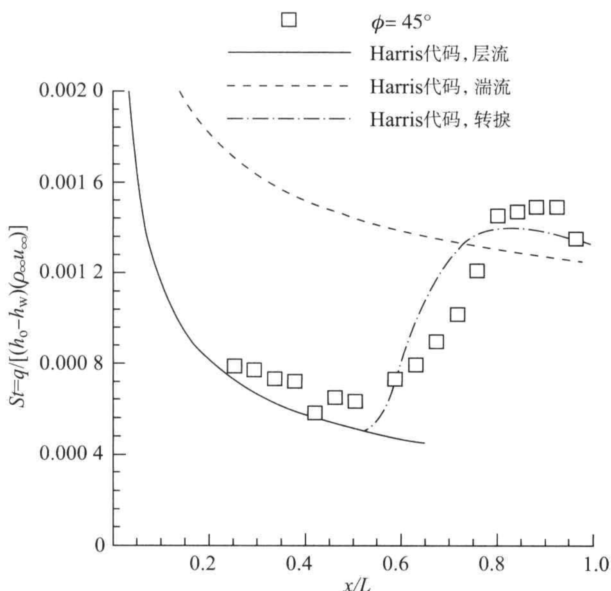
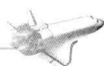


图 2　马赫数为 7.97 时风洞内尖锥上的传热变化

L=1.106 m，St 为斯坦顿数，q 为传热率，h_0、h_w 为滞止焓和壁面焓，ρ_∞ 为来流密度，u_∞ 为来流速度

层流边界层的测量结果与有限差分方法得到的结果完全一致（Harris 和 Blanchard，1982）。



$x/L\approx0.5$附近发生转捩，开始出现湍流诱导的混合。在下游随着湍流点区域表面摩擦的增加，传热也开始增加。在转捩点末端 $x/L\approx0.8$ 附近，尽管此时湍流发展不充分，但传热系数达到最大。从飞行实验也得到了与此时实验观察相同的结果，对于高传热系数的深入探讨也可以在 Schneider（2004）关于再入飞行器的文献中找到。这个 4 m 长，5°半锥角的铍材料圆锥，其锥尖烧蚀石墨初始半径为 2.5 mm，以马赫数为 20 的速度再入大气层，总焓值约为 180 MJ/kg。结果表明，在转捩点处传热系数增加了 3 倍。

2　高超声速转捩机制

转捩现象很容易观察到，这种现象很微妙，同时它也是一个不稳定的层流过程。尽管大多数关于低速流动的文献对该现象给出了许多解释，然而高速流动还包含低速流动所不具备的不稳定性、干扰源及参数的影响。干扰在机体或来流中产生（Bushnell，1990）。对边界层的干扰机理受到烧蚀、粗糙度、波动、钝度、曲率、马赫数及其他因素的影响（Saric、Reed 和 Kerschen，2002）。不同的干扰可以由一个或多个不稳定因素放大，这些不稳定因素可能会有相互作用，但也可能没有相互作用。

高速边界层相对于不可压缩流动的独特之处在于其不稳定的流动模态。第一模态与低速 Tollmien-Schlichting 波相似，尽管不像不可压缩流动那样，当波阵面与来流方向倾斜时，它经常会被放大（Mack，1984）。它会随着壁面的冷却而消失。第二模态与陷声波相似。当波阵面与流动方向垂直时它就会被放大。它在冷壁面增长非常迅速并在高马赫数（Mack，1984）时发生。交叉流的不稳定性发生在三维边界层中，包括移动和静止形态（Saric、Reed 和 White，2003；Arnal 和 Casalis，2000）。Görtler 不稳定性对于凹壁面边界层以及一些具有凹曲率流线的区域非常重要（Saric，1994）。附着线、熵层、粗糙度和烧蚀也可能会产生不稳定性。其他机理如瞬态增长正受到重视，因为它可以诱导比传统模态发展更大的放大率（Reshotko，2008）。

湍流的第一个特性与不稳定波的破碎有关，这符合第二稳定性原则（Herbert，1988）。这些稳定性因素受到包括马赫数、横向和流向的曲率、压力梯度、烧蚀和温度等平均边界层流动的所有因素的影响（Reshotko，2008）。局部湍流点后的流动逐步发展为间歇湍流，而该区域的长度取决于局部流动条件和湍流生成点的湍流生成率（Narasimha，1985）。

3　高超声速转捩预测方法

在给出转捩位置的情况下，精确的数值计算通常可以精确模拟层流和湍流热现象及非烧蚀流动。特别是湍流边界层的精度可以达到20%～25%，层流的精度达到 15%～20%。然而，转捩位置的预测非常困难，目前通常使用平均边界层的性质来进行代数修正，以预估转捩的发生。例如，图 3 所示为雷诺数 Re_θ 与边界层边缘马赫数 M_e 之比随 M_e 的变化曲线，图中有动量厚度。该图给出了使用一系列无黏/边界层方法计算球锥在零攻角再入飞行时发生的 77 次转捩数据。采用了许多不同的经验方法，但是没有一个能基本吻合。该图表明 Re_θ/M_e 的散布有一个数量级。但由于 $Re_\theta^2\sim Re_x$，散布图中的不确定性经常会成为一个争论点。由飞行器的几何外形、轨道及热防护系统，准确预估转捩位置并进行控制，对于设计一个新的飞行器而言至关重要。新飞行器的外形轨道和表面属性与现有的数据库有差异，在预测转捩位置中存在很大的不确定性。

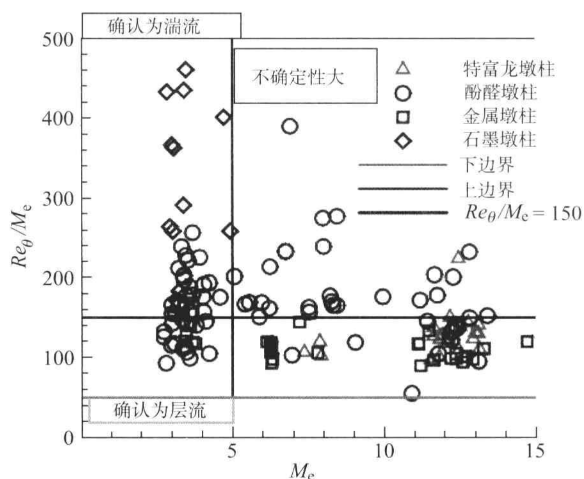


图 3　转捩的经验关系

Re_θ 为动量厚度雷诺数；M_e 为边缘马赫数

影响转捩的因素很多，如前所述的传统方法通

过一两个参数（雷诺数或马赫数）进行修正，仅适用于与实验相似的外形。甚至对于简单的外形，把修正方法提到更广的范围，将会导致结果出现较大的偏差（图 3）。在很大程度上，可靠的转捩预测方法建立在对相关物理机理的深入理解之上（Stetson 和 Kimmel，1992）。

最简单成熟的物理理论方法是 e^N 法。该法试图将转捩和线性不稳定波的积分增长相结合（Reed、Saric 和 Arnal，1996），忽略了适用性和所有的非线性效应，如表面粗糙度、激波的相互作用等。然而，e^N 法在低噪声环境下与实验一致（Malik，2003）。尽管波的相互作用效果和三维效果可以通过修正方法实现，但是基于流动机理的 e^N 法却是唯一可靠的基础方法。对转捩位置和范围预估技术的改善有待于我们对相关物理机理理解的深入。

转捩的直接模拟和近年来发展的抛物形稳定方程（Herbert，1997）中所用的先进的理论-数值方法远远超前于实验数据库。数值方法还不能包含一些复杂的效应，如粗糙度、波纹度、内激波及其他一些流动现象，似乎不遵守模态增长序列（绕开转捩机理）。三维平均流动及其稳定性研究只是正确处理转捩的开始（Chang，2004）。同样，烧蚀和化学效应转捩的影响研究还处于萌芽阶段。或许最关键的、鲜为人知的是关于自由来流的扰动向不稳定波的演变过程。当数值方法建立在正确的物理机理之上时，它们可以提供更多关于转捩过程的细节。实验研究工作不仅是测定转捩的位置，还要提供改善现代流动理论所需的流动机理。许多实验结果的流动机理需要鉴别，而流动数值结果也需要实验验证。

不幸的是，大多数地面实验数据是不准确的，主要原因是实验的高噪声的传统风洞和激波风洞的干扰等级远大于实际飞行中的干扰等级（Schneider，2008）。风洞喷管壁面的边界层通常是湍流（图 1），图 1 也表明在模型上有大量高等级的噪声。在小扰动条件下的转捩机理可以改变或避开同时在这样的高噪声环境中（Casper、Wheaton 和 Johnson，2008）。就如同在低声速条件下，为了得到清晰检测转捩机制和趋势的可靠方法，应该开展与飞行时噪声等级相当的地面实验。然而，在高超声速流动中，这种方法很难实现，因为没有一个风洞可以同时模拟焓、马赫数、雷诺数、表面温度、粗糙度、大小尺度、自由来流的扰动及高超声速流动中的烧蚀的表面特性。

至于其他的高超声速流动的模拟，一样也可以采用相似理论，实验模拟和数值模拟相结合的方法模拟转捩。飞行实验可以避开噪声问题，但其建立于转捩的基本理论基础之上，并且也有自己的局限性，同时非常昂贵。对于新飞行器的高超声速转捩的精确且可靠的预测在许多年内仍然是个巨大的挑战。

4　高超声速湍流边界层

在高超声速飞行中，热管理是一个非常重要并值得研究的问题。图 2 显示的数据表明，湍流对流传热明显大于层流。这样，试图减少热负载的一个方法就是阻止流动从层流转捩为湍流。然而，在很多情况下，湍流不可避免，或者说湍流烧蚀是促进机身上热量传递的一种手段。主要现象的分析是个非常大的挑战，因为该过程包含了湍流、非平衡化学/热（分子）、表面化学物质、烧蚀、表面粗糙度、熵层效应和辐射；所有这些都可以在基本流体力学中相互耦合并改变传热状况、表面摩擦和气动力/发动机性能。图 4 是该显著过程的详细说明图，该图包含熔化表面的可能性。如果表面直接升华为气体，就会没有液态层，并且在 $y=0$ 处的轴向速度将会为零。

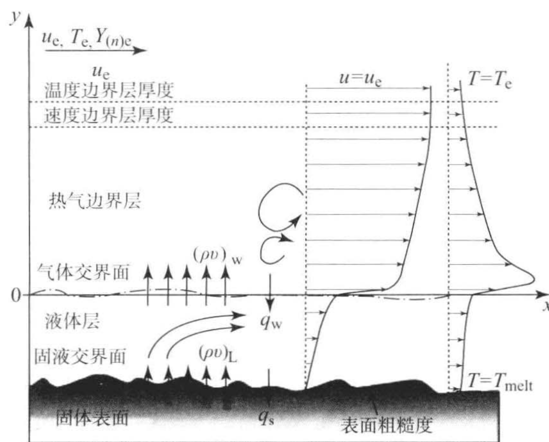


图 4　高超声速边界层流动结构

就一般意义而言，大规模数值计算方法提供了一个用来计算该流动的机会，参见图 4。现代数值计算的目标是研究耦合表面和流动响应的求解方法。基于基本原理的流动过程的数值预测方法已经超出了现有的计算资源。因此，近似方法可能要使用已有的结果，已有的理论结果为工程实验提供指导，而计算流体力学模型旨在提供更为精确的计算



结果。高超声速化学反应边界层中所使用物理和计算方法的研究现状可以在相关章节中找到。

由玻尔兹曼方程推导而来的守恒定律方程有很多形式（Lee，1985；Park，1990）。对于非平衡热力学中的流动，各组分物质需要满足质量、动量和能量的守恒，而不同组分物质的产生和湮灭需要经历分解和重组。能量方程可根据可能的能量模式分成不同的能量等级。其中，不同的能量等级包含平移、转动、振动、电子运动及核子运动（见第1卷32章）。能量等级参见图5坐标系中的描述，在下极限中，所有的内部能量模式是平衡的并且该问题只受控于温度。坐标系中的上极限将内部量子状态视为最真实的等级 n。

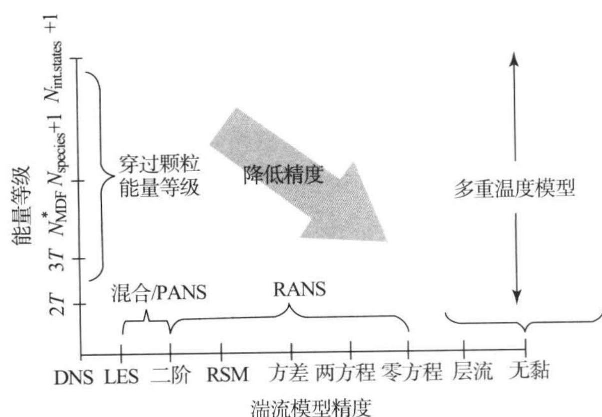


图5　湍流建模参数空间

PANS为部分平均N-S方程；RANS为雷诺平均N-S方程；RSM为雷诺应力模型；LES为大涡模拟；DNS为直接数值模拟

目前，每个量子状态的求解已经超出了计算能力。在这两个极限之间的就是中间值，这里的 N_{MDF} 是每个种类内部自由度的平均数。其中运用到很多简化和假设，如多原子种类的振动温度之间的平衡经常被用到（见第1卷第33章）。

尽管人们认为湍流受控于守恒方程，但对大范围的空间和时间尺度的合理离散所需的计算资源，使得直接数值模拟很难实现。因此，通常使用平均守恒方程，但这又将引入未知项，需要湍流模型来封闭。平均方程包括全平均守恒方程（也就是雷诺平均N-S方程）和大涡模拟［其只解析大尺度湍流，模拟小尺度（亚格子）湍流］。基于密度的时间平均由Favre（1969）提出，通常用于高声速流动，即 $u_i \equiv \tilde{u}_i + u''_i$，其中 $\tilde{u}_i = \overline{\rho u_i}/\bar{\rho}$，$u$ 和 ρ 分别是速度和密度，$\sim$代表Favre（质量）平均，$''$表示质量平均的相对扰动。根据这样的定义，$\overline{\rho u''_i} = 0$ 且 $\overline{u''_i} = -\overline{\rho' u'_i}/\bar{\rho} \neq 0$，即前者可以明显地简化结果方程，而后者确保扰动不是非加权时间平均的。压力、密度、分子输运项都是时间平均的。动量的二阶项需要计算雷诺应力张量 $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}_{ij} = -\overline{\rho u''_i u''_j}$，热流密度向量 $\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}(ex)}_i = \overline{\rho h'' u''_i}$ 和湍流扩散项向量 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}_{(n)i} = \overline{\rho Y''_{(n)} u''_i}$，此处的熵值 $h = e + p/\rho$。主要的湍流输运模型中各量的一般表达式如下：

$$\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}_{ij} = \mu_{\mathrm{T}}(\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{j,i}) - \frac{2}{3}\delta_{ij}(\mu_{\mathrm{T}} u_{p,p} + \bar{\rho}k) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}_i = -k_{\mathrm{T}}\tilde{h}_i \tag{2}$$

$$\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}_{(n)i} = -\bar{\rho} D_{\mathrm{T}} \tilde{Y}_{(n)i} \tag{3}$$

在上面的公式中，μ_{T}、k_{T} 和 D_{T} 分别是湍流黏性、热导率和扩散因子。这些湍流输运因子取决于几何外形、平均流动和流动的扰动特征。模型研究已经被证明是一项巨大的挑战。建模最常用的方法就是将传热系数和物质扩散与湍流黏性建立关系，其公式如下：

$$Pr_{\mathrm{T}} = \mu_{\mathrm{T}} C_p / k_{\mathrm{T}};\ Sc_{\mathrm{T}} = \mu_{\mathrm{T}} / \bar{\rho} D_{\mathrm{T}} \tag{4}$$

这样问题就简化为估算 μ_{T} 的值，因为对边界层而言，湍流普朗特数（Pr_{T}）和湍流施密特数（Sc_{T}）经常被认为是常数，其值接近单位值。普遍接受的值为0.7～0.9。不同的普朗特数和施密特数模型，以及更高级的二阶输运项正在研究中。然而，普遍接受的公式目前是不可行的。另一个重要的参数是路易斯数，其定义为

$$Le = \rho C_{pf} D_{12} / k;\ Le_{\mathrm{T}} = \rho C_{pf} D_{\mathrm{T}} / k_{\mathrm{T}} \tag{5}$$

路易斯数与普朗特数和施密特数的比值有关，即 $Le = Pr/Sc$。

随着数值计算能力的提高，现代湍流模型的发展已经超出了本章的描述。可能出现的模型参见图5的横坐标轴。此处的RANS和LES亚格子模型范围从简单的代数模型到二阶振荡微分方程模型，非常复杂。因此将推导的二阶关系和代数截断引入动量守恒方程中。这些模型的发展受到广泛的关注，特别是在过去的40年中。详细的回顾和年表在很多文献中都可以找到，如Pope（2000）。

历史上大量模型研究主要集中在不可压缩流动中雷诺应力张量的输运方程上。可压缩流动模型多数由Morkovin假说（Morkovin，1961），援引不可压缩流动推导而来。它认为当进行压缩性修正后超声速边界层的动力学模式与不可压缩流的一致。例如，当用 ρ/ρ_w 来判定时，湍流应力就可在不可压缩数据库中找到。Morkovin假说的应

用范围已经受到质疑，因为更复杂的流动力学具有非平衡性（压力梯度）（Smits 和 Dussuage，1996）。同时，粗糙表面可使超声速流动形成局部的不平衡流动效应，即粗糙表面诱导激波和膨胀波，从而改变边界层内的流动（Ekoto 等，2009）。这在高马赫数和雷诺数下极为常见，此时的边界层大多是超声速的。对于这种情况，需要受到额外的关注。这一现象已被许多学者发现（如 Ristorcelli 和 Blaisdell，1997）并渐近地展开理论研究，Pantano 和 Sarkar（2002）的 DNS 计算分析及 Smits 和 Dussuage（1996）的精确实验都得到了相似的结果。对于这部分内容的历史和回顾可以在 Adumitroaie、Ristorcelli 和 Taulbee（1999），Wilcox（2000），以及在第 1 卷的第 47～49 章中找到。对于高超声速流动、湍流和相关的热化学效应的耦合，在图 5 的横坐标轴上已经列出。它表明此时的模型可能覆盖图 5 中的整个区域。

5　高超声速平板流动的半经验工程模型

图 4 展现了已经研究的不同流动条件的多数封闭工程流动模型。这些模型尽管比较简单，但其体现了重要的物理机理，也可以应用于工程实践中。然而，守恒定律及这些过程的耦合是非线性的。再者，这里表述的关系是近似的，只能用于平板类型的流动。更一般的案例需要第 1 卷第 42、28、49 章中所提到的现代数值方法。

工程分析的出发点是平板边界层方程的化学平衡及恒定的横向质量流量的简化形式，即 $\rho v=(\rho v)_{\mathrm{w}}$，这里的下标 w 表示壁面值。Dorrance（1962）把平板边界层简化等效的守恒方程通过积分处理得到如下重要参数：

$$
\begin{aligned}
C_{\mathrm{f}} &= \frac{\tau_{\mathrm{w}}}{\frac{1}{2}\rho_{\mathrm{e}} u_{\mathrm{e}}^{2}} \\
C_{\mathrm{H,c}} &= \frac{q_{\mathrm{w,c}}}{\rho_{\mathrm{e}} u_{\mathrm{e}}(h_{\mathrm{w}}-h_{\mathrm{aw}})} \\
C_{\mathrm{H,d}} &= \frac{q_{\mathrm{w,d}}}{\sum_{(n)} h^{0}_{\mathrm{f}(n)}\left[Y_{(n),\mathrm{e}}-Y_{(n),\mathrm{w}}\right]} \\
r &= \frac{(h_{\mathrm{aw}}-h_{\mathrm{e}})_{\mathrm{Sens}}}{\frac{1}{2}u_{\mathrm{e}}^{2}}
\end{aligned} \tag{6}
$$

这里 C_{f} 和 C_{H} 为表面摩擦系数和传热系数。τ_{w} 为切应力，q_{w} 为壁面传热量，h 为焓。下标 w 表示升华或熔化层壁面位置。下标 c 和 d 分别表示对流和扩散分量。如果发生熔化，下标 w 就表示气体界面的位置，见图 4，也就是说，w 对应着 $y=0$。下标 aw 表示绝热（没有传热）壁面的恢复焓，下标 Sens 表示显焓。

5.1　速度尺度和表面摩擦

前文已从平均和湍流统计的角度阐述了高速流动光滑平板边界层的特征，或者从边界层的通过尺度上进行了包括热力学属性在内的参数修正。这些都可称为 Morkovin 假设。高速流动的光滑壁面数据已经得到了扩展和分析，见 Smits 和 Dussuage（1996）。总之，有足够的证据来支持 Van Driest 第二理论的适用性，即光滑壁面的高速、零压力梯度（平板）速度分布与低速数据库相关。此外，Goddard（1959）发现由粗糙度引起的壁面速度分布的变化是等效砂粒粗糙度 k_s^+ 的函数（Schlichting，1955）。这与不可压缩流动的情形相同。Van Driest 第二标准的速度分布为

$$
u_{\mathrm{eff}}^{+}=\begin{cases}\dfrac{1}{\kappa}\ln y^{+}+B & \text{（光滑）}\\[2mm] \dfrac{1}{\kappa}\ln\dfrac{y}{k_s}+B^{*} & \text{（完全粗糙）}\end{cases} \tag{7}
$$

式中，B 和 B^* 是可压缩值（见第 1 卷第 10 章）。

速度尺度为

$$
u_{\mathrm{eff}}=\frac{u_{\mathrm{e}}}{a}\left[\arcsin\frac{2a^{2}(u/u_{\mathrm{e}})-b}{\sqrt{b^{2}+4a^{2}}}+\arcsin\frac{b}{\sqrt{b^{2}+4a^{2}}}\right] \tag{8}
$$

式中

$$
a=\sqrt{\frac{T_{\mathrm{aw}}-T_{\mathrm{e}}}{T_{\mathrm{w}}}},\quad b=\frac{T_{\mathrm{aw}}}{T_{\mathrm{w}}}-1 \tag{9}
$$

同时也发现亏损率与 Van Driest 第二标准有关。相对应的 Van Driest 第二理论表面摩擦定律为

$$
\frac{1}{\sqrt{C_{\mathrm{f}}(T_{\mathrm{aw}}/T_{\mathrm{e}}-1)}}\left[\arcsin\frac{2a^{2}-b}{\sqrt{4a^{2}+b^{2}}}-\arcsin\frac{b}{\sqrt{4a^{2}+b^{2}}}\right]=4.15\lg\left(Re_{x}C_{\mathrm{f}}\frac{\mu_{\mathrm{e}}}{\mu_{\mathrm{w}}}\right)+1.7 \tag{10}
$$

或者当雷诺数介于 $10^6\sim10^8$ 时，常用到下面的更为简单的关系式：

$$
\frac{C_{\mathrm{f}}}{C_{\mathrm{f,inc}}}\approx(1+0.11M^{2})^{-0.65} \tag{11}
$$



式中，下标 inc 表示相同雷诺数下不可压缩表面摩擦系数。

对于全粗糙壁面流动，Liepmann 和 Goddard（1957）认为壁面剪切应力主要是粗糙单元上的阻力所致。基于这个理论，他们给出了可压缩与不可压缩表面摩擦系数的比值等于壁面与来流密度的比值的结论，即

$$\frac{C_f}{C_{f,inc}}=\frac{\rho_w}{\rho_e} \tag{12}$$

这个关系和绝热流动的实验数据一致。Nestler（1971）通过将公式右侧的比值用（$0.635+0.365T_w/T_{aw}$）代替来解释传热效应。

Dorrance（1962）也发展了一个将表面摩擦系数按照特征关系效应来分解的理论，即

$$\frac{C_f}{C_{f,NR}}\approx\left(\frac{1+\alpha_e}{1+\alpha_w}\right)^{0.3} \tag{13}$$

式中，α 为分离的二原子分子的质量流量。

当 $(1+\alpha_e)/(1+\alpha_w)=0.5\sim2.0$ 时，关系式的近似误差在±3.3%。$C_{f,NR}$ 是雷诺数和马赫数均没有分解时的表面摩擦系数。结果表明，分解可以促使摩擦系数增大 20%～40%。对于有扰动作用的流动，Dorrance 认为下面的半经验表面摩擦系数关系式对小量的扰动作用有效：

$$\frac{C_f}{C_{f,NB}}\approx1-\left(\frac{u_L}{u_e}\right)\left[\frac{\hat{M}_{inj}}{\hat{M}_{BL}}\right]B_1 \tag{14}$$

式中，下标 NB 表示没有扰动实例；$\hat{M}$是相对分子质量。

扰动系数定义为

$$B_1=\frac{(\rho v)_w}{\rho_e u_e(C_{f0}/2)} \tag{15}$$

5.2 传热

Dorrance（1962）对传热问题给出了一个详细的说明。为了封闭求解，他假设在湍流边界上的所有化学反应在气体与固体或在气体与液体的交界面上达到平衡的，同时化学反应的产物和反应物通过扩散分布。这对应着反应面上的流动是静止的。传热是界面上的气体边界所致，可以将其写成对流率和扩散率的和。从 $y=0$ 的界面上传导到熔化层或固体表面发生升华的净热量，可表示为

$$\begin{aligned}q(0) &= C_{H,c}\rho_e u_e(h_{aw}-h_w)_{Sens}+\\ &C_{H,d}\rho_e u_e\sum\nolimits_{(n)}h^0_{f(n)}\times[Y_{(n),e}-Y_{(n),w}+\\ &(\rho v)_w][h_I(g)-L_{V,S}-h_w]\end{aligned} \tag{16}$$

式中的前两项为气态边界上的化学反应引起的对流和扩散所造成的传热。第一项中的下标 Sens 表示要用到的显焓。第三项代表质量输运效应，这里的 h_I 表示交界面上的材料（熔融态或固态）在气态时的焓。$L_{V,S}$是相变潜热，h_w 是交界面上气态边层的焓。如果有熔化层，那么传递到固体表面的热量就会由于有层流液体层的热容影响而减少。

此外，要采用湍流边界层的双层模型，具体而言就是层流底层和外层湍流区域。在数学上，假设每个层的极限如下：

$$\begin{aligned}&\mu\gg\mu'_T,\ k\gg k_T\ (0<u<u_L)\\ &\mu\ll\mu'_T,\ k\ll k_T\ (u_L<u<u_e)\end{aligned} \tag{17}$$

因为最终方程的形式不会由于对数层而产生明显的改变，所以将对数层忽略。速率比 u_L/u_e 作为模型参数出现。然而，参数 u_L/u_e 不确定，Dorrance 认为基于低速数据，$u_L/u_e\sim C(\frac{T_{ref}}{T_e}\cdot\frac{C_{f0}}{2})^{1/2}$，这里的 T_{ref} 为 Eckert（1955）提出的参考温度，其值由公式 $T_{ref}/T_e=1+0.038M_e^2+0.5(T_w/T_e-1)$ 来确定。实验表明，C 的变化范围为 7.0～13.0。利用这些近似方法，封闭了包含化学反应、表面吹气效应的传热系数（C_H）以及气态边界层到液态或熔融态层的恢复因子（r）的边界层方程。详细资料参见 Dorrance（1962）的文献。对于小量的扰动，在关系式中没有对流传热项，因此关系式简化为

$$C_H/C_{H0}\approx1-B_2\frac{u_L}{u_e}\Big/\left[1+(Pr-1)\frac{u_L}{u_e}\right] \tag{18}$$

这里的扰动系数 B_2 定义为

$$B_2=\frac{(\rho v)_w}{\rho_e u_e C_f/2} \tag{19}$$

这样，表面摩擦和对流传热随着扰动而减小。对于没有质量输运的状况，关系式简化为 $2C_{H,c}/C_f\sim Pr^{-2/3}$，$C_{H,d}/C_{H,c}\sim Le^{2/3}$ 和 $r\sim Pr^{1/3}$。当 $B_2<0.3$时，关系式的误差稳定在 3.0%以内。

5.3 粗糙度理论

烧蚀经常会导致表面粗糙（图 4）。表面粗糙程度取决于烧蚀材料、机械结构，如科学家按蜂巢形状设计阿波罗飞船的隔热板和局部流体单元。高超声速烧蚀中普通的拓扑形状为平行交叉分布或菱形模式分布。表面粗糙造成局部二次流动，进而改变输运特征。人们根据这种流动特征给出了粗糙度

对表面摩擦和传热的修正方法。多数情况下，这些修正方法来源于低速流动的关系式。最基本的修正参数是等效砂粒粗糙度 k_s。值得注意的是，用一个参数来表征复杂的三维局部流动结构则有些过于简单。但这种半经验模型不但体现了粗糙度对流动的影响机理，同时在工程上也非常实用。

Bowersox（2007）得出的雷诺数介于 $10^6 \sim 10^7$ 的绝热流动表面摩擦理论的关系式如下，其误差范围为±20%：

$$\frac{C_f}{C_{f,S}} \approx 0.42 \ln k_S^+ \tag{20}$$

式中，下标 S 表示在相同马赫数和雷诺数以及 $k_S^+ = \rho_w u_\tau k_S / \mu_w$（$u_\tau$ 为速度）时光滑表面摩擦系数。

数据表明，在同等粗糙度下表面摩擦系数明显减小［方程（20）的斜率减小约 25%］。粗糙度对非绝热传热理论的影响程度没有表面摩擦严重，也就是说，对于给定的粗糙度，$C_H/C_{H,S} < C_f/C_{f,S}$。这种差别可以通过粗糙度理论得到的粗糙单元的阻力及增加了传热理论中的表面积和粗糙单元周围的局部二次流来解释。Hill 等（1980）对于传热理论给出了如下半经验公式：

$$\frac{C_H}{C_{H,S}} \approx \frac{C_f}{C_{f,S}} \left[1 + \alpha \sqrt{\frac{T_w}{T_e} \frac{C_f}{2}} (k_S^+)^{0.45} Pr^{0.8} \right]^{-1} \tag{21}$$

式中，可变常数 α 的取值范围为 0.4～1.3，Hill 等（1980）用到的值为 0.75。

该关系式和 Holden（1984）的实验数据吻合得非常好。

6　结　　论

高速流动条件下转捩和湍流流动现象没有得到充分的认识。尽管剪切层在高速时变得更加稳定，但此时的转捩问题会变得非常复杂。新方法和转捩机理的研究进展降低了动态转捩风洞实验时由流动扰动所带来的风险。本章详尽地讨论了不同参数在转捩和湍流中所起的作用。由于诸如分解和烧蚀等高温效应的发生，高速湍流变得更加复杂。积分方法可以预估工程上主要的特性，如传热系数和摩擦系数。目前高超声计划在越来越多的国家受到重视，该领域也必将继续受到关注。这将激励读者研究更多的文献以深入了解该领域。

相关章节

第 1 卷，第 30 章
第 1 卷，第 31 章
第 1 卷，第 32 章
第 1 卷，第 33 章
第 1 卷，第 35 章
第 1 卷，第 36 章
第 7 卷，第 329 章

参考文献

Adumitroaie, V., Ristorcelli, J. and Taulbee, D. (1999) Progressin Favre-Reynolds stress closures for compressible flows. *Phys. Fluids*, 11 (9), 2696－2719.

Arnal, D. and Casalis, G. (2000) Laminar-turbulent transition prediction in three-dimensional flows. *Prog. Aerosp. Sci.*, 36 (2), 173－191.

Berkowitz, A., Kyriss, C. L. and Martellucci, A. (1977) Boundarylayer transition flight test observations. *AIAA* Paper 77－125.

Bowersox, R. (2007) High-Speed rough wall boundary layers and modeling. *AIAA* Paper 2007－3998.

Bushnell, D. M. (1990) Notes on initial disturbance fields for the transition problem, in *Instability and Transition*, vol. I (eds M. Y. Hussaini and R. Voigt), Springer-Verlag, Berlin, pp. 217－232. Materials of the workshop, May 15-June 9, 1989, Hampton, Virginia.

Casper, K. M., Wheaton, B. M. and Johnson, H. B. (2008) Effect of free stream noise on roughness-induced transition at Mach 6. *AIAA* Paper 2008－4291.

Chang, C. L. (2004) LASTRAC. 3d: Transition prediction in 3D boundary layers. *AIAA* Paper 2004－2542.

Dorrance, W. (1962) *Viscous Hypersonic Flow*. McGraw-Hill, New York.

Eckert, E. (1955) Engineering relations for friction and heat transfer to surfaces in high velocity flow. *J. Aeronaut. Sci.*, 22, 585－587.

Ekoto, I., Bowersox, R., Beutner, T. and Goss, L. (2009) Response of supersonic turbulent boundary layers to local and global mechanical distortions. *J. Fluid Mech.*, 630, 225－265.

Favre, A. (1969) Statistical equation of turbulent gases, in *Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics*, SIAM, Philadelphia, PA.

Goddard, F. (1959) Effects of uniformly distributed roughness on turbulent skin-friction drag at supersonic speeds. *J. Aerosp. Sci.*, 26 (1), 1－24.



Harris, J. and Blanchard, D. (1982) Computer program for solving laminar, transitional, or turbulent compressible boundary-layerequations for two-dimensional and axi-symmetric flow. *Tech. Rep. NASA-TM*-83207, NASA.

Herbert, T. (1988) Secondary instability of boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 20, 487 - 526.

Herbert, T. (1997) Parabolized stability equations. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 29, 245 - 284.

Hill, J., Voisinet, R. and Wagner, D. (1980) Measurements of surface roughness effects on the heat transfer to slender cones at Mach 10. *AIAA* Paper 80 - 0345.

Holden, M. (1984) Experimental studies of surface roughness shape and spacing effects on heat transfer and skin friction in supersonicand hypersonic flows. *AIAA* Paper 84 - 0016.

Lee, J.-H. (1985) Basic governing equations for the flight regimes of aero assisted orbital transfer vehicles, in Thermal Design of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles, vol. 96 (ed. H. Nelson), Progress in Astronautics and Aeronautics, New York.

Liepmann, H. and Goddard, F. (1957) Note on mach number effect upon the skin friction of rough surfaces. J. Aerosp. Sci., 24 (10), 784.

Mack, L. M. (1984) Boundary layer linear stability theory, in Report 709, Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow, pp. 1 - 81. AGARD.

Malik, M. R. (2003) Hypersonic flight transition data analysis using parabolized stability equations with chemistry effects. J. Spacecraft Rockets, 40 (3), 332 - 344.

Martellucci, A., Neff, R. S. and True, W. H., Ⅲ (1969) An Experimental investigation of boundary layer transition on a cone a tangle of attack. Tech. Rep. TR-69-383, SAMSO. DTIC citation AD864331.

Morkovin, M. (1961) Effects of compressibility on turbulent flows, in The Mechanics of Turbulence, Gordon and Breach Science Publishers, New York.

Narasimha, R. (1985) The laminar-turbulent transition zone in theturbulent boundary layer. Prog. Aerosp. Sci., 22, 29 - 80.

Nestler, D. (1971) Compressible turbulent boundary-layer heat transfer to rough surfaces. *AIAA* J., 9 (9), 1799 - 1803.

Pantano, C. and Sarkar, S. (2002) A study of compressibility effects in the high-speed turbulent shear layer using direct simulation. J. Fluid Mech., 451, 329 - 371.

Park, C. (1990) Non-equilibrium Hypersonic Aerothermodynamics. John Wiley & Sons, New York.

Pope, S. (2000) Turbulent Flows. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Reed, H. L., Saric, W. S. and Arnal, D. (1996) Linear stability theory applied to boundary layers. Ann. Rev. Fluid Mech., 28, 389 - 428.

Reshotko, E. (2008) Transition issues for atmospheric entry. J. Spacecraft Rockets, 45 (2), 161 - 164.

Ristorcelli, J. and Blaisdell, G. (1997) Validation of pseudo-sound theory for the pressure-dilatation in DNS of compressible turbulence. Tech. rep., NASA CR-201748/ ICASE Report 97 - 53, Hampton, VA.

Saric, W., Reed, H. L. and White, E. B. (2003) Stability and transition of three-dimensional boundary layers. Ann. Rev. Fluid Mech., 35, 413 - 440.

Saric, W. S. (1994) Görtler vortices. Ann. Rev. f Fluid Mech., 26, 379 - 409.

Saric, W. S., Reed, H. L. and Kerschen, E. J. (2002) Boundary-layer receptivity to freestream disturbances. Ann. Rev. Fluid Mech., 34, 291 - 319.

Schlichting, H. (1955) Boundary Layer Theory. McGraw-Hill Book Inc.

Schneider, S. P. (2004) Hypersonic laminar-turbulent transition on circular cones and scramjet forebodies. Prog. Aerosp. Sci., 40 (1 - 2), 1 - 50.

Schneider, S. P. (2008) Development of hypersonic quiet tunnels. J. Spacecraft Rockets, 45 (4), 641 - 664.

Smits, A. and Dussuage, J. (1996) Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow, American Institute of Physics, New York.

Stetson, K. and Kimmel, R. (1992) On hypersonic boundary-layerstability. Paper 92 - 0737, AIAA.

Van Driest, E. (1951) Turbulent boundary layers in compressible fluids. J. Aeronaut. Sci., 26 (3), 287 - 319.

Wilcox, D. (2000) Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, La Canada.

本章译者：吴小胜，李正东（北京理工大学宇航学院）

第 35 章

超声流中的非连续现象

Iain D. Boyd
密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国

1 引　　言

由于在实验室生成或测试高速流动不但花费不菲，而且还存在一系列的技术难题，因此高超声速流领域的研究基本依赖于计算。对于非连续流，还有来自于低信号强度和非平衡流环境下的数据分析方面的挑战。本章介绍非连续流的数值计算方面的内容。首先介绍非连续流的特征；其次以一个实例介绍非连续流的实质计算方法——源于 Bird (1994) 的直接模拟蒙特卡洛法 (DSMC)；再次介绍非连续效应相关的物理现象；最后运用 DSMC 方法来模拟高超声速非连续流并将实验数据和飞行数据进行对比。

2 连续与非连续流动区域

正如 Boyd 和 Agarwal（第 1 卷，第 50 章），Gallis（第 1 卷，第 32 章）所讨论的那样，使用玻尔兹曼方程可以模拟稀释气流的流动。玻尔兹曼方程描述了分子速度分布函数（VDF）的演变。由于没有体积力，玻尔兹曼方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(nf)+\bar{\boldsymbol{C}}\cdot\frac{\partial}{\partial \bar{\boldsymbol{r}}}(nf)=\Delta(f) \tag{1}$$

式中，f 是分子速度分布函数（VDF）；n 是单位密度；$\bar{\boldsymbol{C}}$ 是粒子速度矢量；$\bar{\boldsymbol{r}}$ 是粒子位置矢量；t 是时间；$\Delta(f)$ 代表由于碰撞所产生的 VDF 速率变化。

玻尔兹曼的平衡解是麦克斯韦 VDF：

$$f(\bar{\boldsymbol{C}})\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{C}}=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m(\bar{\boldsymbol{C}}-\bar{u})^2}{2kT}\right)\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{C}} \tag{2}$$

式中，m 是粒子的质量；k 代表玻尔兹曼守恒量；$\bar{u}$ 代表平均流速度；T 是温度。

在物理机制上维持 VDF 平衡的是分子间的相互碰撞，在没有足够多的碰撞发生时，气流进入非平衡态。一般来说，连续性假定对于平衡态下的流动是适用的。另外，本章主要研究平移非平衡态，在此状态下，VDF 可能不是麦克斯韦方程。对于其他能量模式（如旋转和振动）都处于非平衡态，这种非平衡态包括非玻尔兹曼能量分布及不同模式有不同的温度。气体的化学成分都存在有限的变化速率，这些变化可能导致非平衡态产生。诸如此类的细节在 Candler 的第 1 卷第 33 章讨论。

导致平移非平衡态的两个物理流动特征是低密度和小尺度。低密度可以减少碰撞概率，而小尺度可以减小流体单元的大小。在考虑粒子气体流是否在非平衡态时，可用克努森数作为度量单位，即

$$Kn=\frac{\lambda}{L} \tag{3}$$

式中，λ 表示气体的平均自由程；L 表示特征长度。

平均自由程表示一个粒子在两次碰撞之间所走过的平均距离，通常把它描述成一个球模型，即

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \tag{4}$$

式中，n 为单位密度；σ 为球模型碰撞横截面（详见第 1 卷，第 32 章）。



在低密度环境下，平均自由程变大，而对于小尺度范围，L将变小，这都使得Kn变大。因此当$Kn>0.01$时，动态非平衡效应将不能忽略。

当克努森数等于零时，在流动的速度分布函数有着麦克斯韦形式。值得注意的是，这里不存在分子输运过程（如黏度和传热），并且流动可用欧拉方程来模拟。流体的欧拉方程可以通过玻尔兹曼方程和麦克斯韦 VDF 推导得到。当克努森数增长不大于0.01时，流动区域中的速度分布函数可以表示成来自平衡麦克斯韦方程中的小扰动，这就是我们所熟知的 Chapman-Enskog 分布（Vincenti 和 Kruger，1965）。使用 Chapman-Enskog VDF 处理玻尔兹曼方程可以推导出 N-S 方程，当然流体动力学方程包含了剪应力和热流，它们分别依赖于速度和温度的空间梯度。当克努森数大于0.01时，此线性传输关系不能准确地描述强非平衡过程。这就需要发展高阶偏微分方程，如伯纳特方程。虽然伯纳特方程的分析和求解取得了一定的成就，但其边界的处理和实用的克努森数范围并不明确。

连续流动可以通过从欧拉到伯纳特的偏微分方程求解。更确切地说，使用连续这个词表明流动可以被通过使用宏观量来分析，如密度、速度、压强和温度。这些参考量都可以使气体被描述成一个连续的介质。相反地，如果流动由于强非平衡效应不能通过宏观变量来建模，则称为非连续流动。在非连续流动中，气体必须被放在分子和能级上来考虑。非平衡流中的速度分布函数和平衡麦克斯韦方程形式相差甚远，而且在宏观量下（如速度和温度），流动不能被很好地描述。

对于超声速飞行器来说，非平衡状态发生在再入飞行中的高海拔区域，在高海拔中大气密度相对来说较低。这部分超高声速飞行器的飞行轨迹对于再入飞行器初步气动设计非常重要。当飞行器第一次再入大气时，如果它失去了控制，那么整个飞行将陷入绝境。还有一点值得说明的是，对于一些专业的高超声速飞行器所进行的任务，如空中制动和航空机动所包含的跳跃进出上层大气的过程中，会出现明显的非连续流动特征，因此，非常有必要来精确研究非连续超声速流。

3　非连续流的计算

就如 Boyd 和 Agarwal（详见第1卷，第50章）所讨论的那样，虽然有非常多的数学方法来估算非连续稀薄流，但到目前为止最流行和最成功的方法是来自 BIRD 实验室的直接模拟蒙特卡洛法（DSMC）。

DSMC 算法通过大量标准粒子的碰撞和移动仿真了玻尔兹曼方程所描述的物理情景。这些粒子被用作表示非连续流动状况下的速度分布函数。每个粒子都有分子级的信息，包括位移矢量、速度矢量，还具有物理信息如质量和大小。粒子运动和碰撞在时间间隔Δt内被解耦，此时的时间间隔比平均自由时间短。在粒子的运动过程中，需要考虑边界条件（如边界的反弹）。在 DSMC 计算中的物理区域由网格单元覆盖。这些单元放置用于碰撞的粒子。还有一部分的 DSMC 算法在模拟碰撞时，仅统计粒子的碰撞，而忽略了单元内粒子的位置，以此加快计算的速度。这种简化要求每个单元的尺寸都必须小于流动平均自由程。当碰撞发生时，碰撞后的速度可以通过动量和能量守恒来计算。模拟碰撞的单元可用于抽样计算宏观流动量值，如密度、速度和温度。这里模拟碰撞和抽样统计的单元都没有必要相同，因为通常抽样统计的单元较为粗糙。计算从初始状态开始，通过有限步数的迭代计算以使流动趋于稳定。通常来说，当所有粒子的计算数值都波动在一个固定范围内时，就达到了稳定状态。稳定态达到后，流动和边界的抽样就可以开始了，并且为了得到统计意义上的平均值，需要进行进一步的计算。典型的二维高超声速流 DSMC 计算可能拥有100万个粒子，在5万次迭代后可达到稳定态，为了统计抽样，还将继续进行5万次的迭代计算。现如今，在一个个人计算机上，这种程度的计算需要进行大概3 h。

对于超高声速、非连续流、额外气体、碰撞的仿真都必须在 DSMC 算法下实现。针对旋转和振动弛豫有限速率的仿真模型已经被 DSMC 实现，Boyd（1990，1992）计算了在宏观弛豫时间的振动中交换能量的可能性。在众多模式中交换能量的机制都是基于 Borgnakke 和 Larsen 的统计方法（1975）。化学反应同样可通过计算宏观系数中的碰撞概率仿真出来，参见完全仿真能量（TCE）和振动离解法（Haas 和 Boyd）。虽然在电离流中对等离子场的计算也已经开展（如 Boyd，1997），但是在这一领域还有许多工作有待完成。与之相同，虽然 DSMC 模型在模拟超声速流中的

放射现象也已经进行一段时间，但是这一工作还有待完善。

4　在高速流中的非连续效应

下面将讨论两个极大地影响超声速流的基础非连续流现象：①冲击波；②气体表层相互作用。

4.1　冲击波

在使用欧拉方程的连续气体流分析中，冲击波将被视为不连续的。实际上在穿过激波时，宏观的流动参数在几个平均自由程的物理尺度内就发生了巨大的变化。在分子等级上观察，冲击波包括两种不同属性的粒子集合，它们的特性分别是：①激波前低密度粒子集合有着高速和低温的特点；②激波后高密度粒子集合有着低速高温的特点。当穿过正冲击波时，这些集合通过分子间碰撞的物理机制来相互融合。在冲击波内部的速度分布函数有着非平衡的特性。图1（a）展示了在马赫为25的氦原子使用DSMC所进行的VDF计算。由分布图可见，流动方向的平行速度分量表现为一个明显的非平衡态分布，并且这个分布表现为右侧高速度和低温，而中部低速度和高温。垂直速度分布集中在零点，并且它还包含了两个不同的集合，分别是低温自由来流区域和高温后激波区。虽然它使用了单一平均速度和温度，但是不能准确地描述出非连续流现象。相同的马赫数为25的流动曾经被Pham-Van-Diep、Erwin和Muntz（1989）研究过，在他们的研究中用电子束技术的VDF测试结果和DSMC计算结果吻合。这些卓越的研究对于DSMC的使用价值提供了强有力的支持，这使得人们可以模拟速度分布函数上的非连续流现象。

从宏观上来看，如N-S方程的连续性方法不能准确描述激波的非连续VDF现象，如图1（b）所示。DSMC的结果与Alsmeyer（1976）所进行的电子束荧光性检测结果吻合得很好，而N-S方程（CFD）给出的激波较弱。这种趋势在一定范围的马赫数下都存在。

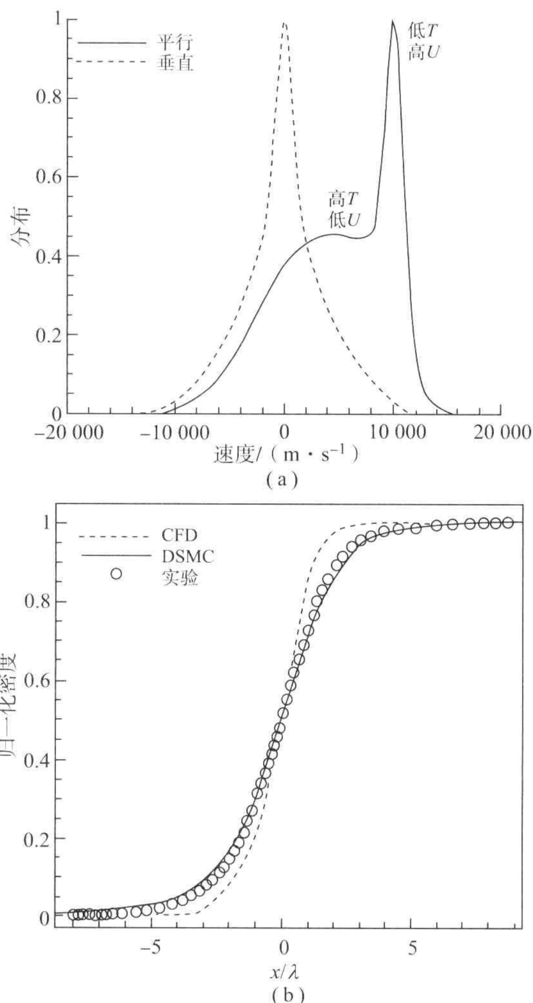


图1　（a）在马赫数25下，氦原子的正激波中的速度分布函数；（b）在马赫数9下，氩原子在正激波中的密度分布
［由Alsmeyer（1976）测量］

4.2　气体表面的相互作用

许多超声速流动的分析结果是要得到飞行器表面的流动特性，特别是飞行器表面的空气动力/力矩、对流传热等。所有的这些特性都受到气体和表面的相互作用的严重影响。在高的克努森数下，气体-飞行器表面相互作用导致了两个重要的非连续现象。在高的克努森数下，相对较低的气体碰撞次数意味着即使在粗糙表面，气体速度也是有限值。这种现象被称为速度滑移，它可以减少剪应力，同时可能影响流动分离。与之相似的，由于低碰撞率，表面气体的温度可能不会与飞行器表面温度相同，从而导致温度跃迁。在高超声速流中，表面的温度大体比气体温度低一些，这种现象直接导致了传热率的降低。

在N-S连续体系下的气体表面相互作用常见



处理方法是绝热和无滑移边界假设。在 DSMC 中最常使用全漫反射假设模拟气体表面的相互作用。完全漫反射假设是指粒子在碰撞壁面后的反射速度满足以温度为特征参数的麦克斯韦分布（与壁面垂直的速度分量满足偏差麦克斯韦分布的抽样）。在扩散模型中粒子内部能量也是从合适的表面温度的平衡分布中抽样而来，与漫反射相反的是镜面反射，在镜面反射中粒子的唯一改变是粒子速度的壁面法向分量。许多 DSMC 计算使用了调节系数 α，模拟漫反射和镜面反射的结合，如 $\alpha=1$ 为完全漫反射，$\alpha=0$ 为完全镜面反射。真正工程实用的表面系数为 0.8～0.9。更复杂的气体表面相互作用模型也在 DSMC 的应用中开发，如 Cercignani-Lampis-Lord（CLL）模型（Lord，1991）。然而这些模型都需要更强的理论支持，如使用互惠关系，并且还用到更多的参数，而且这些方法也没有表现出更好的性能。

图 2（a）展示了氩原子计算分布和测量分布的对比，氩原子是从铂表面反射而来的。我们可以清楚地看到，测量部分没有通过漫反射或镜面反射其中任何一个所产生。图 2（b）为暴露在马赫数为 12 的氮原子在平板前的水平速度分布。在测试量中，Cecil 和 McDaniel 使用了平面激光以诱发荧光（PLIF）。在气体中临近表面的非零滑移速度可以清晰地在测量数据中看到。Padilla 和 Boyd（2009）验证了 DSMC 的结果并且证明使用调节系数 0.85 可以完美匹配实验数据。

通常使用速度滑移和温度跃迁模型来弥补在高克努森数下，连续流在处理壁面参数的不足。虽然在某些例子中，这些模型能够提高连续流分析的精度，但有些算例的结果却与 DSMC 的结果相差较大。

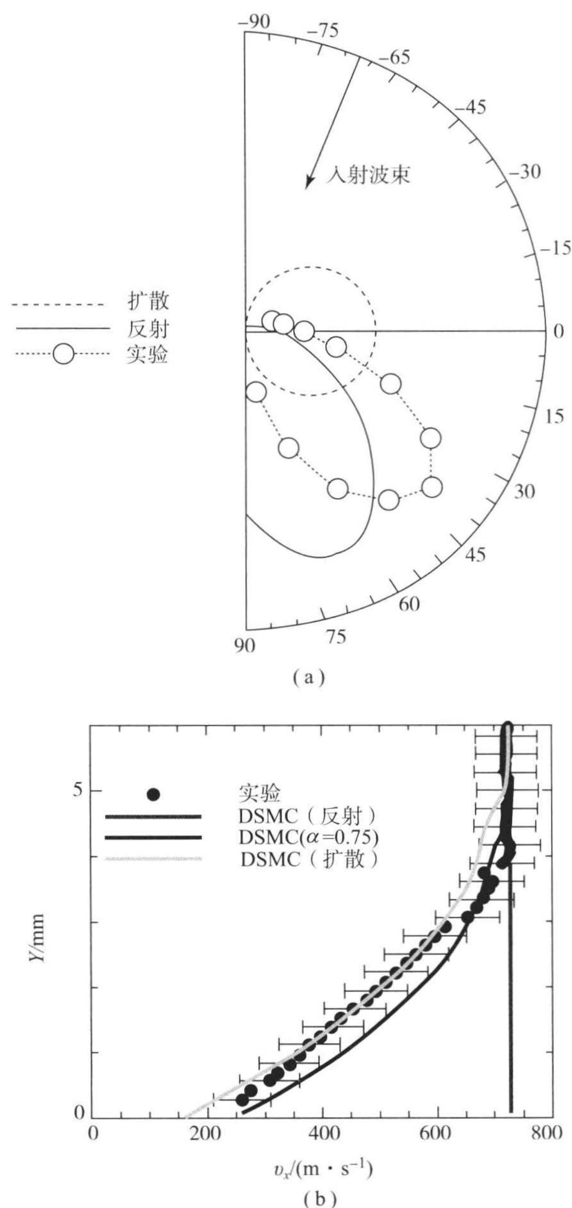


图 2　(a) 从铂中激发出的氩原子分布［由 Hinchen 和 Foley (1966) 测量］；(b) 马赫数为 12 的氮原子平板绕流水平速度剖面图像［由 Cecil 和 McDaniel (2005) 测量］

5　非连续高超声速空气热力学

下面介绍一些非连续超高声速流的最新理论。首先对比超声速流的实验测试结果与 DSMC 计算结果；接着介绍高超声速流的 N-S 方程和 DSMC 计算结果，结果表明在非连续流条件下使用 N-S 方程不可能有精确解；最后介绍使用 DSMC 技术计算几种非连续流条件下不同的超声速飞行器绕流。

5.1　实验室中各 DSMC 结果的比较

由于在地面实验中很难实现稀薄高超声速流动，因此可用来验证 DSMC 的实验结果并不多。这些验证算例中最经典的是宇宙飞船外形在不同实验中得到的稀薄高超声速流中的实验结果。针对这个经典实验结果，有多个研究团队使用 DSMC 方法进行了验证计算，并发表了多篇文章，详细的实验和数值模拟结果可见 Moss 和 Price（1997）的综述。法国默顿学堂的 SR3 风洞就进行过一次类似的风洞实验，风洞的气体为氮气，马赫数为 20，克努森数为 0.03（Allegre 和 Birsch，1995）。

虽然实验的马赫数很高，但是它依然是低焓值实验，总温仅为 1 100 K。因此在流动中，振动弛豫和化学反应都没有出现。飞船周围气体内密度使用电子束诊断仪进行测量。图 3（a）给出了测量值与 DSMC 的计算结果对比图，由图可见，两者吻合得很好。Buffalo 的 LENS 实验室也使用相同的外形进行了一次高焓实验，马赫数为 15.6，克努森数为 0.002，总温为 4 350 K（Holden、Kolly 和 Chadwick，1995）。由于气体的温度较高，

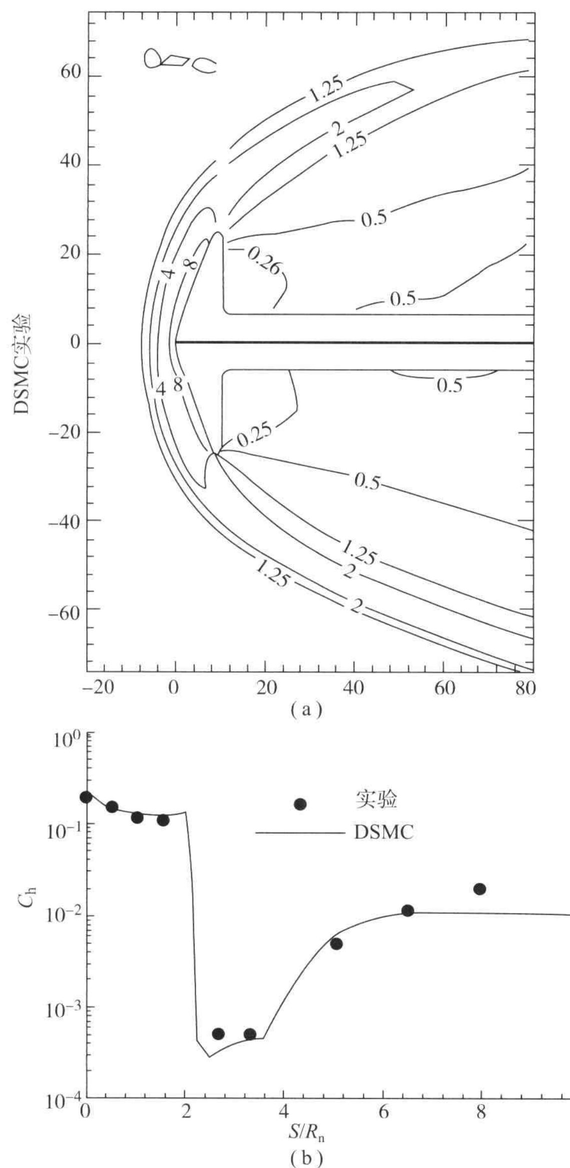


图 3　(a) 马赫数＝20，Kn＝0.03 时的飞船绕流等值线，测量在毫米级别（Allegre 和 Birsch，1995）；(b) 马赫数＝15.6，Kn＝0.002 时绕流的热通量系数（Holden、Kolly 和 Chadwick，1995）

S 是驻点到表面的距离，R_n 是球头半径

气体的振动能量模式被激发，但没有发生化学反应。图 3（b）给出了飞船表面热流分布的实验结果的 DSMC 计算结果。对比得出 DSMC 的计算结果与 LENS 的实验结果相吻合。到此为止，两个实验都验证了 DSMC 的有效性，但对于 DSMC 在热化学方面的实用性，由于缺乏实验数据而有待考证。

DSMC 和 N-S 方程求解的另一个关注点是细长机身外形的高超声速黏性干扰效应。针对这一问题，LENS 实验室进行了大量双锥和圆柱-裙尾外形的风洞实验（Holden 和 Wadhams，2001）。与此同时，多个研究团队也在采用 DSMC 对此进行研究。Moss 和 Bird（2005）使用 DSMC 算法对实验结果进行了综合的对比分析。图 4（a）和（b）分别给出了双锥外形的压力和热通量的分布（马赫数＝15.6，Kn＝0.001，氮气）。显然 DSMC

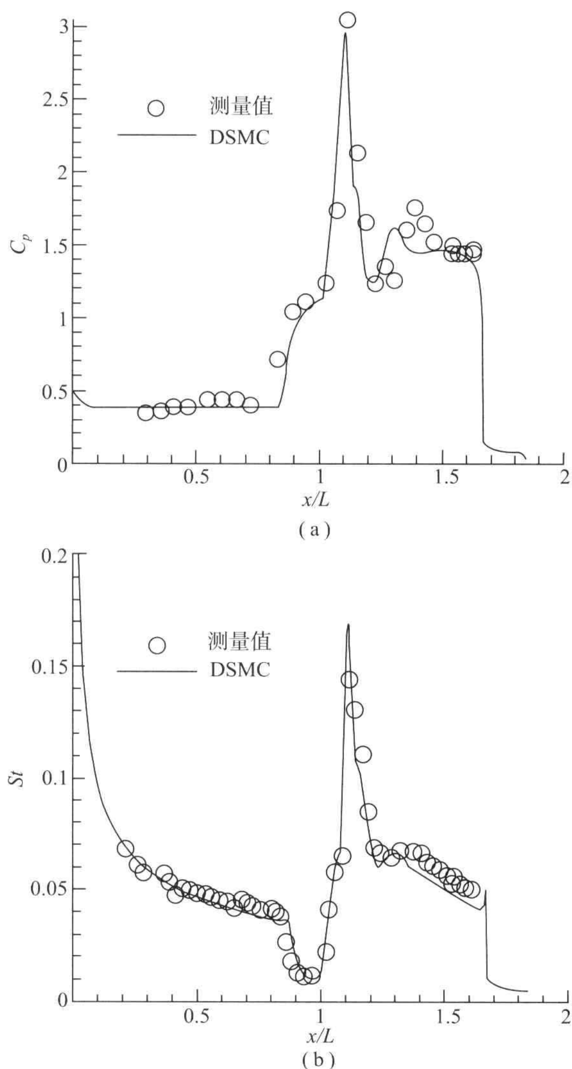


图 4　(a) 氮气流在马赫数为 15.6 时的压力系数；(b) 马赫数为 15.6 的氮气流动中，对顶锥表面的传热系数分布（x 是流向的距离；L 是第一个圆锥的长度）

的结果与实验吻合。Moss 和 Bird（2005）计算的



圆柱-裙尾外形也与实验非常吻合（马赫数=12.4，Kn=0.000 4，氮气）。这些实验的状态与飞船外形的类似，即振动能量模式已经激活，但并没有发生化学反应。

5.2 DSMC和CFD结果比较

在超声速飞行器的分析中，高的克努森数和非连续流现象是否会产生实质性的影响，这个问题对我们来说非常重要。为了回答这一问题，Lofthouse、Scalabrin 和 Boyd（2008）采用的 DSMC 和 N-S 方程模拟了圆柱和楔类在克努森数从连续流（Kn=0.002）到非连续流（Kn=0.25）的流场。研究的重点是非连续流对飞行器表面流动参数（如阻力和热流峰值）的影响。我们发现 Kn=0.002时，DSMC 和 CFD 针对阻力和热流峰值都给出了相同数值。然而，随着克努森数的增长，DSMC 和 CFD 的结果差异开始显现。例如，在高克努森数为 0.25 时，马赫数为 25 的氮气流中，圆柱体绕流的 DSMC 计算结果比 CFD 的低了 23%的阻力和 29%的热流峰值。

5.3 在非连续系统下对超高声速飞行的研究

在讨论完 DSMC 技术在非连续超高声速流方面的模拟能力后，下面通过一些算例来说明 DSMC 在航天领域的应用。

5.3.1 进入地球大气层：细长机身

超高声速的军用飞行器往往采用细长的机身。1991 年进行飞行实验的 Bow-ShockUltra-Violet-2（BSUV-2）高超声速飞行器就采用了这种气动布局（Erdman，1994）。飞行器的几何结构包括一个 15°的球冠和底部半径 10 cm 的圆锥体。BSUV-2 以 5.1 km/s 的速度再入大气，在高度为 60～110 km 的区间内提供了数据。引起的紫外辐射以及由氧原子共振所激发的真空紫外辐射都由机载设备记录。化学反应都是使用 CFD 和 DSMC 来进行计算（Candler、Boyd 和 Levin，1993）。而且，非平衡放射模型也可以通过流场的数据分析到放射量。图 5（a）给出了 DSMC 的计算值与测量数据的对比。很显然，在高空中计算结果与测量值相差较大。这就体现了氧原子离解和氮氧化合物模型在 DSMC 计算中的重要作用。这最终催生了氮氧化学反应随高度变化的新模型（Boyd、Phillips 和 Levin，1998）。值得注意的是，BSUV-2 克努森数的范围是 0.008（71 km 处）～0.215（90 km 处）。由于辐射特性的准确模拟，光谱特性也与实验相吻合［如图 5（b）］，BSUV-2 研究表明，翔实的实验对 DSMC 的热力学模型很有必要。

信号衰减测试往往应用到超声速飞行器的通信中断的研究中。高速飞行中，飞机面临接收和发送信号的困难，因此研究飞行中的等离子体非常有必要。飞行器 RAM-C Ⅱ包含了球形头部的圆锥，半径为 0.512 4 m，锥角为 9°，整长为 1.3 m。当轨道速度达到7.8 m/s时，RAM-CⅡ在高度为 60～90 km

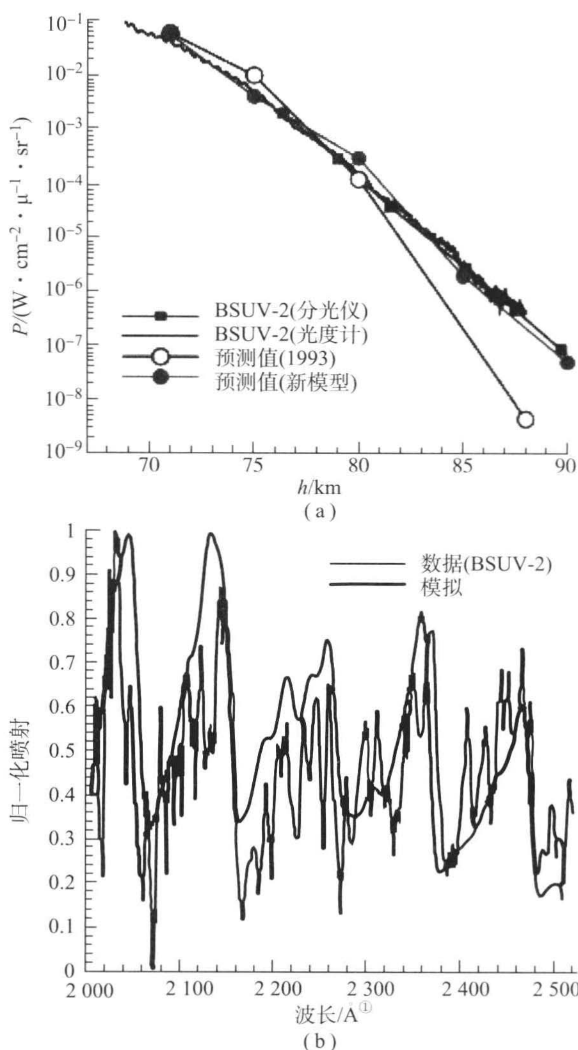


图 5 (a) BSUV-2 高超声速飞行时，氧化氮喷射物关于海拔的函数图像；(b) BSUV-2 飞行时，海拔 90 km 处归一化的氧化氮频谱

［转载自 Boyd、Phillips 和 Levin (1998) © AIAA］

① 1 Å=0.1 nm。

的范围内进行测试。在飞行器周围的等离子层内监测电子密度（Grantham，1970；Linwood-Jones 和 Cross，1972）。Boyd 用 DSMC 分析了 81 km 的 RAM-C 实验值，以评估新方法在追踪带电物方面的能力。比较 DSMC 结果和等离子密度的测量数据（图 6），研究了离散化学反应模型对 DSMC 结果的影响，可以清楚地看到模拟和测量非常匹配。

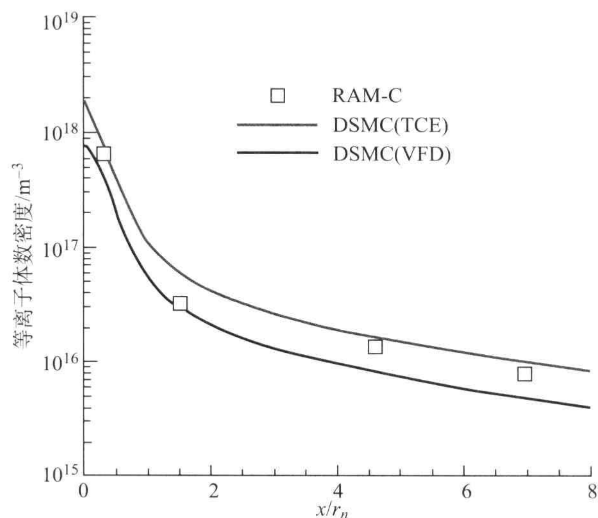


图 6　沿 RAM-C 飞行器，等离子体密度峰值作为轴向位置的函数关系

［转载自 Boyd（2007）© 美国物理学会］

5.3.2　进入地球大气层：钝头机身

有效载荷（包括人）的再入飞行要求采用钝头体的几何结构以实现减速和热防护。Rault 首先启用 DSMC 方法研究全尺寸飞行器再入过程的空气动力学特性（1994b）。他计算了当克努森数从 0.005 变到 2 时，高度在 100～170 km 的飞行器的空气动力特性。在 1993 年左右，三维计算还非常昂贵。DSMC 结果与自由分子理论 CFD 的计算结果和飞行实验的结果对比，发现 DSMC 的升阻比及轴向力系数与实验吻合，但法向力系数和俯仰力矩系数却存在较大差异。

Ivanov 等（1998）使用 DSMC 方法分析了俄罗斯再入舱在 85～130 km 范围内的气动特性，并对比了实验的测量结果，发现两者的轴向力系数、法向力系数及俯仰力矩系数十分吻合。Markelov、Kashkovky 和 Ivanov（2001）还使用 DSMC 方法分析了俄罗斯空间站的离轨过程。这是一个非常复杂的三维物体运动，高度变化为200～110 km，Kn 为 20～0.05。DSMC 仿真发现，在高度 200～120 km 的范围内，空间站的气动特性变化不大，在这个范围内空间站是静稳定的。

NASA 的星尘采样返回舱（SRC）以 12.8 km/s 的速度再入大气层，如此高的再入速度使得再入过程伴随非常剧烈的反应。Wilmoth、Mitchelltree 和 Moss（1999）首先使用 DSMC 方法模拟这一过程。模拟时，他忽略了电离的作用，并使用简单的热化学模型。SRC 于 2006 年返回地球，在再入过程中，光谱仪器检测到了从飞行器表面的强弓形激波中逃逸出来的粒子（Jenniskens，2008）。由于实验测试数据的进一步丰富，DSMC 模拟中包含了最新的热化学模型（包含电驴里效应）（Boyd 等，2008）。非平衡辐射模型再一次应用于 DSMC 的流场结果，以分析放射光谱。图 7 给出了光谱的计算结果与测试结果的比较。总的来说，空气等离子体的线性特性预测得很好。

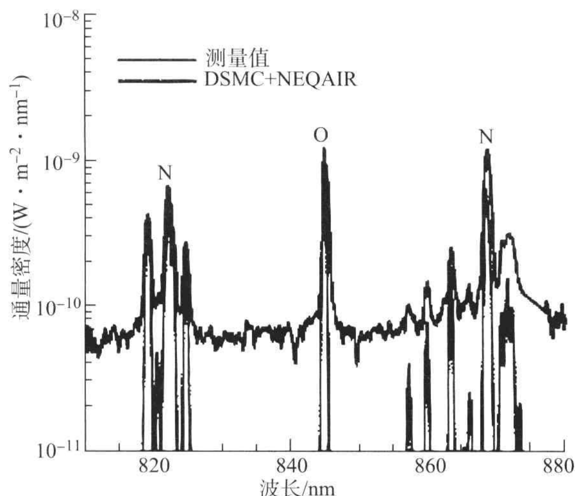
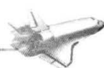


图 7　星尘样品返回舱在 81 km 处测量与计算频谱的比较

5.3.3　进入行星大气

DSMC 方法已经应用于预测飞行器进入火星大气时的空气动力和热环境。火星大气包含95.4%的 CO_2 和 4.6%的 N_2。Viking-1 进入火星大气时所测的法向力与轴向力之比与 DSMC 的计算值非常吻合（Blanchard、Wilmoth 和 Moss，1997）。虽然飞行实验是在连续流中进行，但是阻力系数的对比差异表明，DSMC 方法直接应用于行星大气的预测并不完全适用。Moss 等（1991）应用 DSMC 方法构建火星探测器的空气动力数据库。数据库的 Kn 为 100～0.027，攻角为0°～35°。它可以用于重构火星大气密度模型及飞行器轨道的预测。Wilmoth 等（1999）再次使用 DSMC 方法分



析火星全球勘测者飞行器（MGS）的气动热力学特性。这些数据应用于飞行器的设计、飞行任务设计、飞行控制及大气环境重构等。MGS是第一个通过空中轨道减速进入火星大气的探测器，其整个过程耗时几个月。在其减速的过程中，Kn 由10减小到0.05进入非连续流。DSMC提供的气动热力学特性在整个气动减速的过程中起到了至关重要的作用。

麦哲伦探测器进入金星大气的过程也使用DSMC方法进行了分析。金星大气包含76%的 CO_2、9%的CO、9%的Ar和6%的 N_2。在探测任务的最后，探测器进行了空气减速机动以改变轨道。Rault（1994a）应用了3D DSMC程序计算复杂外形的探测器在高度140 km处的气动特性，以评估其进行机动变轨的风险。此时气流的 Kn 约为10，DSMC的计算结果也显示了与自由分子流分析的微小区别。Haas和Feiereisen（1994）使用了另一个3D DSMC程序对这一过程进行了模拟。他们发现，DSMC计算的力、力矩、气动加热与自由分子流的分析结果相差5%～10%。另外，Haas和Feiereisen（1994）也使用DSMC分析了麦哲伦探测器在机动过程中的气动加热。

Haas和Milos（1995）使用DSMC方法分析了伽利略探测器进入木星大气的再入点。木星的大气包含89%的 H_2 和11%的He。模拟飞行轨道中多处的状态，Kn 为400～0.07。计算的目的是得到阻力系数，而阻力系数需要根据空气的密度和加速度的变化得到。这项工作的独特之处在于需要耦合DSMC的气动加热和传热程序，以确定热解气体的挥发率。热解生成通量的DSMC计算值比自由流通量高一个数量级，并对探测器的空气动力学有显著影响，如使阻力系数减少了15%。

6　结束语

非连续流现象往往发生在高空的高超声速飞行中。非连续效应包括由强激波激发的非麦克斯韦速度分布和固壁表面的速度滑移现象。DSMC方法是一个适用于高速气流中非连续流效应的高精度计算方法。在地面实验中生成和测量非连续流动现象非常困难，但DSMC方法在经过少数几个实验验证后，证实了其实用性。尽管DSMC已经应用于多个行星探测计划，但需要指出的是，DSMC方法在该领域的应用还有待进一步研究。地面实验的数据将会进一步验证DSMC方法在探测行星任务中的实用性。

致　谢

非常感谢NASA NCC3-989和NNX-08AD02A的支持。

参考文献

Allegre, J. and Birsch, D. (1995) Blunted cone at rarefied hypersonic conditions-experimental density flow fields, heating rates, and aerodynamic forces, *CNRS Report*, *RC* 95-2.

Alsmeyer, H. (1976) Density profiles in Argon and Nitrogen shock waves measured by the absorption of an electron beam. *J. Fluid Mech.*, 74, 497-513.

Bird, G. A. (1994) *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*, Oxford University Press, Oxford.

Blanchard, R. C., Wilmoth, R. G. and Moss, J. N. (1997) Aerodynamic flight measurements and rarefied-flowsimulations of Mars entry vehicles. *J. Spacecraft Rockets*, 34, 687-690.

Borgnakke, C. and Larsen, P. S. (1975) Statistical collision model for Monte Carlo simulation of polyatomic gas mixture. *J. Comput. Phys.*, 18, 405-420.

Boyd, I. D. (1990) Analysis of rotational nonequilibrium in standing shock waves of nitrogen. *AIAA J.*, 28, 1997-1999.

Boyd, I. D. (1992) Analysis of vibration-dissociation-recombination processes behind strong shock waves of nitrogen. *Phys. Fluids A*, 4 (1), 178-185.

Boyd, I. D. (1997) Monte Carlo simulation of nonequilibrium flow in low power hydrogen arcjets. *Phys. Fluids*, 9, 3086-3095.

Boyd, I. D., Phillips, W. D. and Levin, D. A. (1998) Sensitivity studies for prediction of ultra-violet radiation in nonequilibrium hypersonic bow-shock waves. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 12, 38-44.

Boyd, I. D. (2007) Modeling of associative ionization reactions in hypersonic rarefied flows. *Phys. Fluids*, 19, Article 096102.

Boyd, I. D., Zhong, J., Levin, D. A. and Jenniskens, P. (2008) Flow and radiation analyses for stardust entry at high altitude, *AIAA* Paper 2008-1218, January.

Candler, G. V., Boyd, I. D. and Levin, D. A. (1993) Continuum and DSMC analysis of bow shock flight experiments, *AIAA* Paper 93-0275, January.

Cecil, E. and McDaniel, J. C. (2005) Planar velocity and temperature measurements in rarefied hypersonic flow using iodine LIF, *AIAA* Paper 2005-4695, June.

Erdman, P. W., Zipf, E. C., Espy, P., Howlett, L. C., Levin, D. A., Collins, R. J. and Candler, G. V. (1994) Measurements of ultraviolet radiation from a 5-km/sec bow shock. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 8, 441 - 446.

Grantham, W. L. (1970) Flight results of a 25 000 foot per second reentry experiment using microwave reflectometers to measure plasma electron density and standoff distance, *NASA Technical Note D* - 6062.

Haas, B. L. and Boyd, I. D. (1993) Models for direct Monte Carlo simulation of coupled vibration-dissociation. *Phys. Fluids A*, 5, 478 - 489.

Haas, B. L. and Feiereisen, W. J. (1994) Particle simulation of rarefied aeropass maneuvers of the Magellan spacecraft. *J. Spacecraft Rockets*, 31, 17 - 24.

Haas, B. L. and Schmitt, D. A. (1994) Simulated rarefied aerodynamics of the Magellan spacecraft during aerobraking. *J. Spacecraft Rockets*, 31, 980 - 985.

Haas, B. L. and Milos, F. S. (1995) Simulated rarefied entry of the galileo probe into the jovian atmosphere. *J. Spacecraft Rockets*, 32, 398 - 403.

Hinchen, J. J. and Foley, W. M. (1966) Scattering of molecular beams by metallic surfaces, in *Rarefied Gas Dynamics*, vol. 2 (ed. J. H. de Leeuw), Academic Press, New York, p. 505.

Holden, M., Kolly, J. and Chadwick, K. (1995) Callibration, validation, and evaluation studies in the lens facility, *AIAA* Paper 95 - 0291.

Holden, M. S. and Wadhams, T. P. (2001) Code validation study of laminar shock/boundary layer and shock/shock interactions in hypersonic flow. Part A: Experimental Measurements, *AIAA* Paper 2001-1031, January.

Ivanov, M. S., Markelov, G. N., Gimelshein, S. F., Mishina, L. V., Krylov, A. N. and Grechko, N. V. (1998) High-Altitude capsule aerodynamics with real gas effects. *J. Spacecraft Rockets*, 35, 16 - 22.

Jenniskens, P. (2008) Observations of the stardust sample return capsule entry with a slit-less echelle spectrograph, *AIAA* Paper 2008-1210, January.

Kossi, K. K., Boyd, I. D. and Levin, D. A. (1998) Direct simulation of high altitude ultra-violet emission from the hydroxyl radical. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 12, 223 - 229.

Linwood-Jones, W. and Cross, A. E. (1972) Electrostatic probe measurements of plasma parameters for two reentry flight experiments at 25 000 feet per second, *NASA Technical Note D*-6617.

Lofthouse, A. J., Scalabrin, L. C. and Boyd, I. D. (2008) Velocity slip and temperature jump in hypersonic aerothermodynamics. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 22, 38 - 49.

Lord, R. G. (1991) Some extensions to the Cercignani-Lampis gas scattering kernel. *Phys. Fluids A*, 3, 706 - 710.

Markelov, G. N., Kashkovsky, A. V. and Ivanov, M. S. (2001) Space station Mir aerodynamics along the descent trajectory. *J. Spacecraft Rockets*, 38, 43 - 50.

Moss, J. N. and Price, J. M. (1997) Survey of blunt body flows including wakes at hypersonic low-density conditions. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 11, 321 - 329.

Moss, J. N., Blanchard, R. C., Wilmoth, R. G. and Braun, R. D. (1999) Mars pathfinder rarefied aerodynamics: computations and measurements. *J. Spacecraft Rockets*, 36, 330 - 339.

Moss, J. N. and Bird, G. A. (2005) Direct simulation monte carlo simulations of hypersonic flows with shock interactions. *AIAA J.*, 43, 2565 - 2573.

Padilla, J. F. and Boyd, I. D. (2009) Assessment of gas-surface interaction models for computation of rarefied hypersonic flow. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 23, 96 - 105.

Pham-Van-Diep, G., Erwin, D. and Muntz, E. P. (1989) Nonequilibrium molecular motion in a hypersonic shock wave. *Science*, 245, 624 - 626.

Rault, D. F. G. (1994a) Aerodynamic characteristics of the Magellan Spacecraft in the Venus upper atmosphere. *J. Spacecraft Rockets*, 31, 537 - 542.

Rault, D. F. G. (1994b) Aerodynamics of the shuttle orbiter at high altitudes. *J. Spacecraft Rockets*, 31, 944 - 952.

Vincenti, W. G. and Kruger, C. H. (1965) *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, New York.

Wilmoth, R. G., Mitcheltree, R. A. and Moss, J. N. (1999) Lowdensity aerodynamics of the stardust sample return capsule. *J. Spacecraft Rockets*, 36, 436 - 441.

Wilmoth, R. G., Rault, D. F. G., Cheatwood, F. M. Engelund, W. C. and Shane, R. W. (1999) Rarefied aerothermodynamic predictions for mars global surveyor. *J. Spacecraft Rockets*, 36, 314 - 322.

本章译者：雷娟棉，卢天宇（北京理工大学宇航学院）

第 36 章

等离子体动力学与流动控制

Igor V. Adamovich
俄亥俄州立大学机械工程与物理化学系，
哥伦布，俄亥俄，美国

1 引　言

当钝头再入式飞行器穿越大气层返回时，飞行器上游会产生很强的激波（弓形激波）。激波层内高超声速流动的突然减速会产生很高的温度。这时，氮气分子和氧气分子的高速碰撞激发了其内能（振动的和电子的），导致了离解、产生一氧化氮（NO）的化学反应等。后一种现象会产生自由电子和离子，因而产生等离子体，这是一种在微观尺度上保持电中性的导电流体。这就使得利用电子场对流动进行控制成为可能。对等离子体流动的控制程度取决于很多相互影响的因素，包括流动速度和密度、电离分数和施加的电磁场强度等。大多数感兴趣的情况下，流动是弱电离的，也就是说，电离粒子的相对分数较小。气流中产生等离子体的不同过程对于流动控制至关重要。根据外部施加电磁场的具体构型，可以使用不同的控制方法，包括磁动流体力学（MHD）和电动流体力学（EHD），其中磁场和电场分别对流动产生重要的影响。两种情况下，施加的场对流体中的带电粒子（电子和离子）产生作用力。通过碰撞，动量和能量被转移到中性粒子（分子和原子）中。在宏观尺度上，这造成了流动夹带（加速或减速）和不可逆的加热（焦耳热）。这两种效应都可以被用于流动控制，对具体的目标应用不同的方法。

2 空气中的电离机制

空气中的电离有不同的产生过程。对于热等离子体，如在重返大气时遇到，是由于在弓形激波后的高温引起了离解。然而，在低温流动时也会产生等离子体。强激波后，一种主要的电离过程是结合性电离，是由氧气和氮气离解过程中形成的氧原子和氮原子高速碰撞形成的（Zel'dovich 和 Raizer，1967），如



$$N+O+2.8\ eV \longrightarrow NO^{+}+e^{-} \tag{1}$$

原子重新结合时释放的能量明显降低了产生电离所需的临界能量值。方程（1）的反向过程中，离解的重新结合是分子等离子体中电子衰变的主要机理。强激波中的电离率还受光化电离的影响，光化电离包括激波后的紫外辐射，如



$$O+h\nu \longrightarrow O^{+}+e^{-} \tag{2}$$

和分子、原子的电子碰撞电离，如



$$N_2+e^{-}+15.6\ eV \longrightarrow N_2^{+} \longrightarrow N_2^{+}+e^{-}+e^{-} \tag{3}$$

如果施加了外部电场以产生额外的电离并维持放电，那么后者将占主导地位。由于电子和离子成对产生和消失，因此其数量密度保持相同，$n_e \approx n_i$，同时在比德拜长度大的空间尺度上，等离子体保持准电中性：

$$\lambda_D=\left(\frac{\varepsilon_0 k T_e}{e^2 n_e}\right)^{1/2} \tag{4}$$

式中，ε_0 是真空中的磁导率；k 为玻尔兹曼常数；T_e 为电子温度；e 为元电荷；n_e 是电子密度。

在黏性激波层中，等离子体会明显地偏离准中

性状态，其中较强的密度梯度导致了电子和离子的分离，这是由于其扩散系数的明显差异和厚度与德拜长度相当的“双电层”的形成。空间电荷层（外壳）也会在近表面形成，如偏压电极。对于明显的电极偏压V，外壳的厚度会超过德拜长度，比例因子为$\sim(eV/kT_e)^{1/2}$（Lieberman 和 Lichtenberg，2004）。在激波层下游得到的接近热力学平衡的条件下，Saha 平衡公式给出了计算等离子体中电子数密度的方法（Zel'dovich 和 Raizer，1967）：

$$\frac{\phi^2}{1-\phi^2}=\frac{1}{p}\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right)^{3/2}(kT)^{5/2}\frac{2Z_+}{Z_n}\exp\left(-\frac{E_{ion}}{kT}\right) \quad (5)$$

式中，$\phi=n_e/(n_n+n_e)$为电离分数，n_e和n_n分别是电子和中性粒子的数密度；p和T分别为压力和温度；m_e是电子质量；h和k是普朗克常数和玻尔兹曼常数；Z_+和Z_n分别是离子和中性粒子（内部间隔函数为$Z=2$）的内部间隔函数；E_{ion}是电离能。

利用电磁力也许不能对空气的热电离进行有效的流动控制，除非弓形激波后的温度非常高。此时，会有电离加强。由方程（5）可以明显看出，电离分数与时间呈指数关系，使用高温且电离能较低的气流可以明显提高电离分数，如碱金属蒸气（Cs、K 或 Na）。等离子体的导电性如下：

$$\sigma=\frac{n_e e^2}{m_e \nu_{coll}}=\frac{n_e e^2}{m_e u_e (Q_{en} n_n + Q_{ei} n_i)} \quad (6)$$

平衡等离子体n_e由方程（5）给出，ν_{coll}是有效的电子-中性和电子-电离碰撞频率，u_e是电子的平均热速度，Q_{en}、Q_{ei}是电子-中性和电子-电离碰撞截面面积。注意：电子-电子碰撞并不影响等离子体的导电性（Raizer，1991）。因为电子-电离（库仑）碰撞的截面面积Q_{ei}为$10^{-13}\sim10^{-12}$ cm^{-2}，要明显大于电子-中性碰撞的截面面积Q_{en}约为10^{-15} cm^{-2}，它们在$n_e/n_n=10^{-14}\sim10^{-13}$时开始影响局部电离等离子体的导电性。图 1 给出了平衡状态的空气等离子体导电性与温度在$p=1$ atm 下的关系（Bacri 和 Raffanel，1989）。

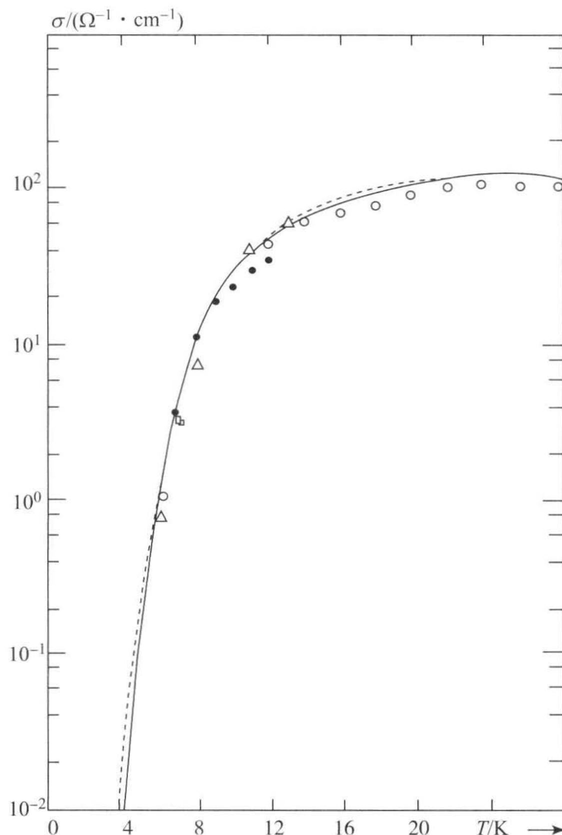


图 1　一个大气压下平衡态的空气等离子体与温度的关系

符号为实验数据；线条为计算结果

[转载自 Bacri 和 Raffanel (1989) © Springer]

3 应　　用

3.1 磁流体流动控制

由于等离子体能够受到外部施加的电磁场的作用，这为控制高超声速飞行器电离绕流提供了机会，而高超声速流动下不再使用控制面和机械制动器也不现实。特别是，对等离子体使用强度为$\boldsymbol{E}$的电场和（或）强度为$\boldsymbol{B}$的磁场会诱导产生电流，由广义欧姆定律给出：

$$\boldsymbol{J}=\sigma(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}) \quad (7)$$

式中，$\boldsymbol{u}$为流动速度；$\boldsymbol{J}$为诱导电流密度。

诱导的电流对流动产生体力（洛伦兹力）：

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} \quad (8)$$

尽管这个力直接作用于电子和离子，但还会通过带电粒子和中性粒子间的碰撞使中性粒子运动，这个过程将电子和离子的动量传递给中性粒子。因此，磁流体（MHD）的相互作用会影响整个激波后的电离流动。例如，在轴对称钝头体的高超声速再入式绕流中，垂直于表面的磁场会在方位角为J_θ的方向产生电流，如图 2 所示。这会产生迟滞的洛伦兹力，使弓形激波后的流动减速，从而增加激波厚度和激波脱体距离，减小表面热通量。激波脱体距离的增加会减少由壁面压力和剪应力在钝头体上产生的气动阻力，同时由于洛伦兹力对飞行器的反作用而增加 MHD 阻力。该效应为减小飞行



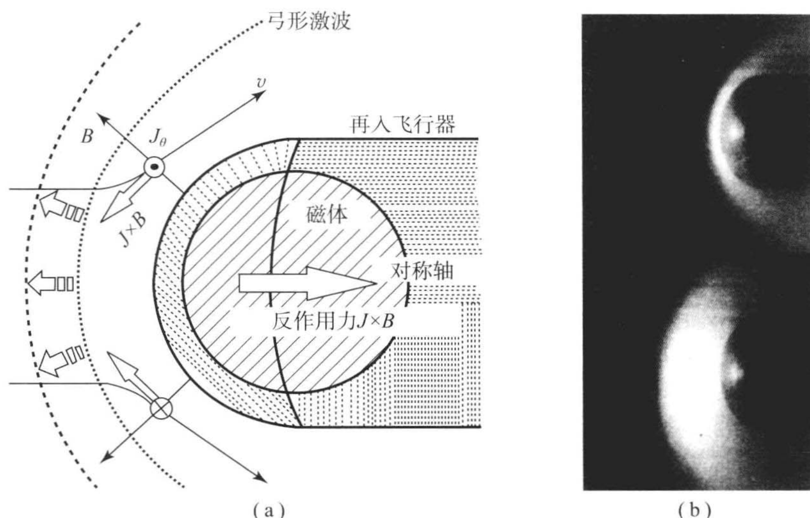


图 2 (a) MHD 相互作用对弓形激波修正（增加激波脱体距离）的原理图
[经 Katsurayama 等（2008）的允许转载© AIAA]；
(b) 钝头体高超声速绕流在有磁场和无磁场时产生的弓形激波图像
[转载自 Ziemer 和 Bush (1958) © American Physical Society]

器热负载提供了可能，同时也可通过增加总阻力而改变飞行器轨迹。最后，方位角 J_θ 方向的电流分量（法拉第电流）或由霍尔效应产生的轴向电流分量由下式给出：

$$J_{\mathrm{Hall}}=\frac{eB}{m_{\mathrm{e}}\nu_{\mathrm{coll}}}J_\theta=\beta J_\theta \tag{9}$$

式中，β 是霍尔参数。

电流可以通过飞行器表面的电极控制，并用作飞行器上的电离能源。

飞行器再入大气层的过程，流动的导电性 σ 会在 $10^2\sim10^3\ \Omega^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}$（$\mathrm{Mho}\cdot\mathrm{m}^{-1}$）的范围内变化（Katsurayama 等，2008）。MHD 对流动的影响变得明显时，磁场的强度可以通过 MHD 相互作用参数估计，即洛伦兹力与流动动能的比：

$$\eta_{\mathrm{MHD}}=\frac{\sigma B^2 R}{\rho_\infty u_\infty}=1 \tag{10}$$

式中，$R=1$ m，为飞行器半径；ρ_∞，u_∞ 为自由流参数。

对于 $\rho_\infty=4\times10^{-5}$ kg/m^3，$u_\infty=7.2$ km/s，海拔 $h=75$ km，$M_\infty=25$，$\sigma=10^2\sim10^3\ \mathrm{Mho}\cdot\mathrm{m}^{-1}$（Macheret、Shneider 和 Candler，2004），需要的磁场相当弱，$B=0.1$ T。这意味着，在此飞行条件下，可以用稀土永磁体（B 约为 0.5 T）进行 MHD 流动控制和发电。低海拔和低飞行马赫数时的 MHD 流动控制和发电需要在气流中加入碱金属蒸气或增强磁场强度至几个特斯拉，这会使磁体过重和功率预算过高。MHD 相互作用诱导的激波脱体距离的增加、传热的减弱和阻力的增加已经由试验证实（Ziemer 和 Bush，1958）。此外，人们通过动力学模型的计算（Katsurayama 等，2008；Macheret、Shneider 和 Candler，2004；Fujino 和 Ishikawa，2009），同时在未播撒和播撒碱金属的气流中实现传热的减弱、再入式飞行器轨迹控制和利用返回时 MHD 相互作用为飞行器提供电力。

在吸气式高超声速飞行时，自由流马赫数 $M_\infty=6\sim10$，激波后的温度 T 约为 2 000 K，这两个值对 MHD 相互作用来说太低而不能产生足够的流动导电性。此时，MHD 流动控制和（或）发电需要外部电离以维持流动导电性，这可能通过放电来实现。在体积很大的低温的未播撒碱金属蒸气的气流中，要产生可与再入式流动相当的导电性 $\sigma=10^2\ \mathrm{Mho}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ 是不可能的，这是因为电力需求过高且等离子体不稳定性会快速发展。从根本上说，在较高的压力和电子数密度下，电离/加热不稳定性会导致扩散等离子体的崩坏并产生局部高温高导电性的电弧丝。同时，在大多数放电中，如 DC、AC、RF 和微波，发生电离的输入功率很低，要远小于 1%。要注意的是，近壁面放电形成的电弧丝会在外部磁场的作用下加速，使边界层的流动加速，因而延缓激波/边界层相互作用诱导的流动分离（Kalra 等，2009）。然而，当边界层厚度明显超过电弧丝直径（大约为 1 mm）时，这种方法就不再有效。

两种有前途的使高速气流有效电离的方法是：

①高能电子束，有 50%以上的初级电子能用于产生刺激电子-离子对；②高峰值电压（上万伏），短脉冲时间（1～100 ns），重复的脉冲放电（50～100 kHz），用于电离的输入功率分数会达到几个百分比（Macheret、Shneider 和 Miles，2002a）。电子束和纳秒脉冲放电已被用于大功率分子激光的开发（Raizer，1991），这两种技术在比其他放电类型较高的压力下能够维持等离子体的稳定扩散。大孔径的电子束能够电离大范围的流动，需要利用冷却的金属箔透射窗（箔片厚度 25 μm）并产生 X 光辐射。纳秒脉冲放电就避免了这些麻烦。小尺度的实验室实验（Nishihara 等，2005）和动力学模型计算（Macheret、Shneider 和 Miles，2002b）证明，这种方法能够维持稳态流导电性在 0.1～1.0。

Mho・m^{-1} 量级在低温超声速气流（T=100～300 K）中是可实现的。这相当于平衡气体等离子体在 T=5 000～6 000 K 时一个大气压下的导电性，如图 1 所示。

吸气式高超声速飞行中，一种被推崇的 MHD 流动控制应用为 MHD 扩散器，超声速燃烧室上游电离的流动由于 MHD 发电而减速，经燃烧室下游的 MHD 加速器重新加速，因此实现流动能量的分流。在所提议的构型中，流动电离由平行射入磁场的电子束产生，发电机和加速器为矩形结构，磁场 B_y 和电场 E_z 方向与流动垂直。此时，法拉第电流和洛伦兹力为

$$J_z=\sigma(E_z+u_xB_y),\ F_x=J_zB_y \tag{11}$$

MHD 通道起发电机的作用，如果负载参数

$$K=\frac{E_z}{u_xB_y} \tag{12}$$

大于 0 且小于 1，那么电离的流动减速；如果 $K>1$，流动加速；如果 $K<0$（如施加的横向电场两级对调），那么通道将使流动减速并将输入的电转化为热。其他的应用包括高超声速进气口 MHD 边界层分离及转捩控制（向流动中加入额外的动量），以及吸气式高超声速飞行器上的 MHD 发电（在利用动力涡轮有困难时）。

边界层流动控制需要很低的导电性，较小的等离体子和磁场尺寸，这是因为区域内的流动动量较低。要注意的是，对低温 MHD 流动控制使用外部电离会导致等离子体对流动的热效应，这是由于等离子体中产生焦耳热 J_zE_z。尽管焦耳热在低温气流中已经由于氮气相对慢的振动弛豫而大大降低，但加热会被推迟，直到流动离开 MHD 通道（Nishihara 等，2006），在处理实验数据和建模计算结果时应该考虑这一效应。

利用由纳秒脉冲放电产生的低温超声速电离流动进行小尺度的实验室实验，人们已经成功地展示了 MHD 边界层流动控制（Kalra 等，2009）、超声速流动减速（Nishihara 等，2006）和发电（Murray 等，2006）。图 3 展示了施加迟滞和加速的 MHD 力条件下，对于标准静压差和 M=3 的氮气流动，准一维理论与实验是一致的（Sutton 和 Sherman，1965），即

$$\frac{p_R-p_A}{p}\cong 2\,\frac{(\gamma-1)M^2+1}{M^2-1}\frac{J_zB_yL}{p} \tag{13}$$

式中，L 是 MHD 区域在顺流方向的长度。对流动速度的影响很弱，因为实验中得到的流动导电性较低（Nishihara 等，2006），σ=0.1 Mho・m^{-1}，并且 MHD 相互作用参数较低。加速流动和迟滞流动的 15%的相对压差（图 3）相当于约 2%的流速差。三维 MHD 分流模型的计算（Gaitonde，2006）验证了利用导电性 σ=1 Mho・m^{-1} 的流动和强度 B=10 T的磁场进行 MHD 流动减速是可行的。然而，产生如此强度磁场的质量问题和功率预算仍是难以解决的技术难题，这限制了低温 MHD 流动控制应用的进一步发展。

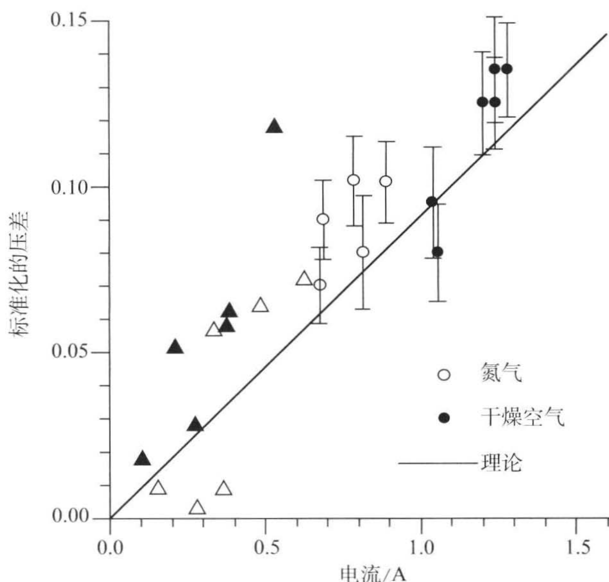


图 3　实验和理论得到的标准化的压差与 MHD 电流的关系

［转载自 Nishihara 等（2006）© 美国物理学会］



3.2 电流体流动控制

如果没有对等离子体施加磁场，那么通过施加电场可以得到相对显著的库仑力的相互作用。由于大多数等离子体保持准中性状态，因此净体力

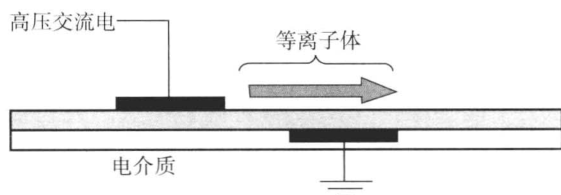
$$\boldsymbol{F}=\rho\boldsymbol{E} \tag{14}$$

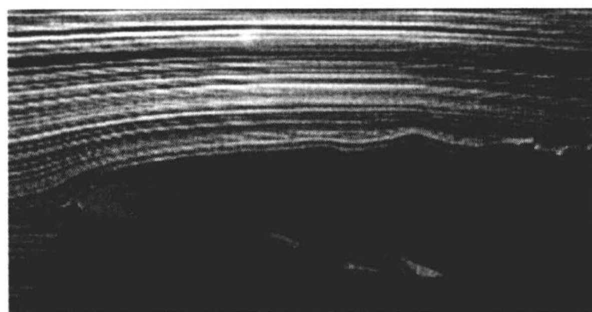
只存在于空间电荷区，如辉光放电阴极层或流光头。此处，ρ 为空间电荷密度。由于较强的离子-中性碰撞耦合，施加于离子的库仑力产生了中性流动夹带，因此在空间电荷区创造出沿施加电场方向的近壁面射流，同时在边界层流动中加入了动量。为使电流体的力的相互作用变得明显，相互作用参数（库仑力与流动动能之比）的大小应为1，即

$$\eta_{\mathrm{EHD}}=\frac{\varepsilon_0 E^2}{\rho u_\infty^2}\cong\frac{en_+\Delta\varphi}{\rho u_\infty^2}\sim 1 \tag{15}$$

式中，ε_0 为电介质的真空磁导率；n_+ 为离子数密度；E 和 $\Delta\varphi$ 分别为电场和空间电荷区的电势差；正常辉光放电的阴极层 $\Delta\varphi=200\sim300$ V（Raizer，1991）；ρ_∞ 和 u_∞ 为自由流速度和密度。

EHD 放电在低速流动中表现出满意的结果。对于边界层分离和表面减阻所考虑的最多的放电类型是介质阻挡放电（DBD，见图4），放电利用的是载波频率为几赫兹到几万赫兹的交流电压波形。这种放电形式在近壁面形成稳定的、准均匀的空气等离子体，条件是常压和 $n_+\approx10^{10}\sim10^{11}$ cm^{-3} 的时均电子/离子数密度。方程（15）表明，边界层内明显的 EHD 效应可以在 $u_\infty\approx1\sim10$ m·s^{-1} 时得到，这与大量关于 DBD 减阻和分离控制的实验相一致（Roth，2003；Post 和 Corke，2004；Moreau，2007）。通过交流电 DBD 等离子体对流动控制机理的研究表明（Enloe 等，2004），EHD 相互作用为主要机理，而焦耳热则无关紧要。在重复的脉冲模式下操作 DBD 等离子体制动器，调整频率以接近一个流动不稳定频率，如圆柱绕流的旋涡脱落频率会出现明显的增强效应（Thomas、Kozlov 和 Corke，2008）。在高速流动中（跨声速至超声速）应用这种流动控制方法会有困难，因为在中压或高压时，稳定的放电空气等离子体的电离分数相对较低，特别是 $\phi=n_e/(n_n+n_e)\sim10^{-7}$。基本上，低电离分数限制了碰撞过程中离子向中性粒子的动量传递量。尽管 EHD 等离子体制动器很节能（制动器的功率预算仅为几瓦特至几十瓦特），但离子密度的增加受到电离不稳定性的限制。结果是，利用 EHD 相互作用对高速流动（流动速度为几百米每秒）进行控制是有问题的。因此，可能的 DBD 等离子体制动器应用应包括起飞和着陆时高攻角的流动控制，以及小尺寸无人机（UAV）的流动控制。




(a)

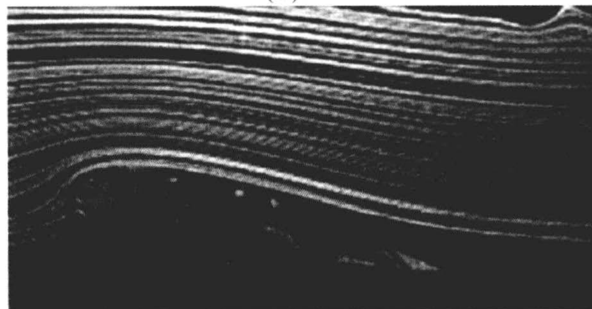

(b)

图4 典型的近壁 DBD 放电几何结构示意图

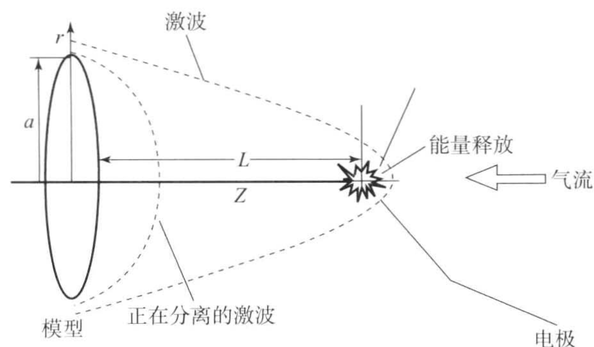
(a) 和 (b) 分别为带有和不带 DBD 等离子体制动器的翼形绕流场（Roth，2003）。［转载自 Moreau（2007）© Institute of Physics and IOP Publishing Limited］

有报道称，当自由流速度达到 $M=0.85$ 时，DBD 等离子体对机翼上的分离边界层流动的重新附着有着重要作用（Roupassov 等，2008）。在这些实验中，电离通过反复的高压纳秒脉冲维持而不是通过交流电波形。对这一令人满意的结果的分析表明，流动重新附着可能是由于压缩波和旋涡的形成，它们由每次脉冲放电后快速的局部加热产生，这在本质上将是热效应而不再是 EHD 力的相互作用效应。

3.3 基于加热的流动控制

正如之前讨论的，产生并维持流体中的放电等离子体会导致焦耳热耗散。特别地，由电弧丝、纳秒脉冲放电或由高能激光束造成的光学击穿所产生

的局部加热，会导致很强的压缩波并形成旋涡，因而影响流场。对于不同的流动几何特征，人们已经提出并证明了等离子体诱导的快速加热对高速流动的控制作用。其中的一种方法是，利用激光、微波放电或等离子枪，可以在钝头体上游的超声速流动中产生高温等离子体，如图5所示。由很强的局部流动加热产生的激波（稳定输出或高频脉冲，$\nu \sim u/R$，其中R是钝头体半径）会修改弓形激波的形状，使其变得更加倾斜并因此而减小波阻（“气钉”效应，Myrabo等，2004）。利用等离子枪进行反向质量流注射会使此效应增强。人们利用高能电弧丝（Myrabo等，2004；Leonov和Yarantsev，2008）作为局部热源的脉冲激光器（Adelgren等，2005）和模型计算，证明了激波修正、减阻和等离子体诱导的流动分离现象。维持高



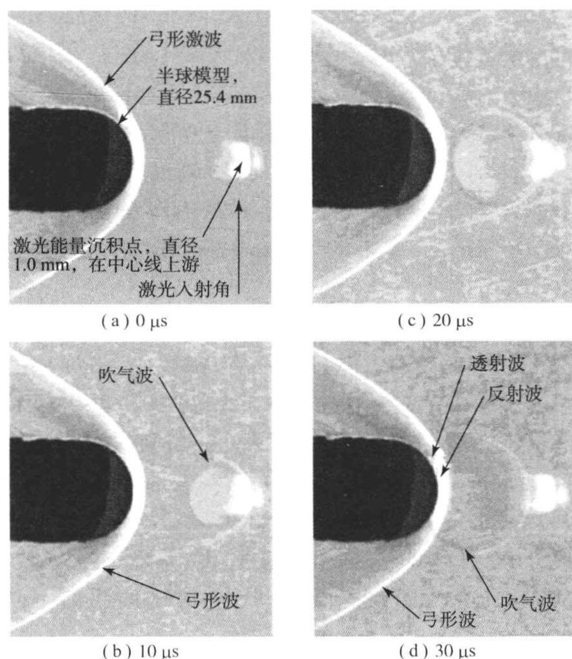


图5 (a)，(c)“气钉”超声速流动控制原理图［转载自Myrabo等（2004）© Springer］；(b)，(d) 利用脉冲激光器破坏钝头体上游得到的激波修正纹影图［经Adelgren等（2005）的允许转载© AIAA］

超声速飞行器上游的局部加热需要利用多个千瓦激光器或微波束，稳定输出或利用高频脉冲。另一种方法同样是进行实验，利用由钝头体上游维持的辉光放电等离子体来产生大量的来流热耗散，这使得弓形激波减弱并降低钝头体波阻（等离子体激波效应）。进一步的实验研究表明（Ionikh等，1999），这种效应主要归因于等离子体产生的热不均匀性（温度梯度）。这种方法需要对超声速来流进行明显的加热，所以会导致过高的等离子体功率分配（与流动焓相比），同时只能用于静压较低的情况，此时辉光向电弧的转换会推迟。气钉效应和等离子体激波效应对于细长旋成体不再显著。

最近有人证明，为了产生局部加热以接近流动失稳频率进行反复脉冲的等离子体，会极大地降低能量，这一能量可能会对流动产生强烈影响。此时，由等离子体脉冲产生的局部加热引起了不稳定性，如剪切层不稳定或高速射流不稳定，流动会很快地将不稳定性放大。这种方法为机械流制动器以相对低的频率运作和压电制动器以高频运作但振幅不大建立了桥梁。这种方法由于依赖由等离子体产生的快速局部加热，已经由针形电极产生的电弧丝实现，因此不需要维持扩散辉光放电并可以用于高压。同时，也不需要高能激光器或微波束。利用频率和相位控制各不相同的多级电弧丝等离子体制动器（脉冲持续时间为几个微秒），会得到各种不稳定模式。这种方法被用于生成大尺度结构并提高雷诺数、大气压强和M为0.9～2.0时的射流混合度，见图6（Samimy等，2007）。这种情况下，最优的受迫振动频率ν由Sr（斯特劳哈尔数）（量纲

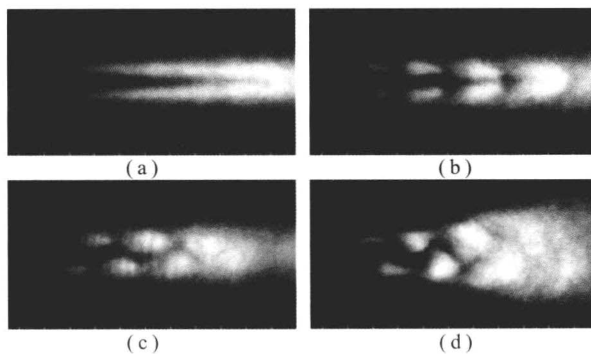


图6 在相应于射流不稳定性的Sr下，$M=1.3$的射流对不同方位角模式进行受迫得到的相均顺气流方向的流动图像

(a) 基线；(b) 轴对称（$M=0$）；(c) 螺旋形（$M=1$）；(d) 摆动（$M=\pm1$）［转载自Samimy等（2007）©剑桥大学出版社］



为 1 的频率）确定，Sr 基于渗流直径和速度，$Sr_D = \nu D/u$，对于射流纵向不稳定性，$Sr_D \approx 0.33$。在每个等离子体制动器功率较低（约 10 W）时，低于流动功率的 0.1%，就能够进行流动控制（Adamovich 等，2009）。这说明了目标流动不稳定性的关键优势，与需要更高功率的"强力"受迫方法相比，这一不稳定性由适当选择的频率和相位在高振幅受迫下得到。最近的研究结果（Kim 等，2010）表明，利用较短的脉冲持续时间 10～100 ns，也可以得到相同的效应。局部电弧丝等离子体制动器（LAFPA）可能的应用包括降低飞行器的可侦测性、超声速进气道流动、激波/边界层相互作用、空泡流控制和射流降噪。目前人们正在进行流动控制方法的优化。

3.4 通信

再入式飞行器周围形成的等离子层导致了电磁波的反射和吸收，这会使返回过程中的通信暂时中断。在较弱或部分电离的由碰撞主导的等离子体中，当电子-中性粒子的碰撞频率 ν_{coll} 和等离子体频率 $\omega_p = (n_e^2/m_e\varepsilon_0)^{1/2}$ 远大于波频 ω，即 $\nu_{coll} \gg \omega$ 且 $\omega_p \gg \omega$ 时，电磁波在等离子体中的穿透深度与电子数密度成反比（Raizer，1991），即

$$d = \left(\frac{2\nu_{coll}}{\omega}\right)^{1/2} \frac{c}{\omega_p} \sim \frac{1}{n_e} \tag{16}$$

且只有 0.1～1.0 cm。对电磁波在磁化等离子体中的传播进行建模表明（Boseman 和 Hooke，1994），施加平行于波传播方向且磁场强度 $B = 0.1 \sim 1.0$ T 的磁场，能够极大地增加波的穿透深度，在上述条件下，穿透深度近似电子回旋加速频率与电子碰撞频率的比，即

$$\frac{d(B)}{d(B=0)} \sim \left|\frac{\omega_B}{\nu_{coll}}\right| = \frac{eB}{m_e \nu_{coll}} \tag{17}$$

对于一些波频，嵌入在飞行器表面的稀土永磁材料（Nd-Fe-B 或 Sm-Co）产生的强度达到 $B = 0.5$ T 的磁场，可以被用于降低等离子体对波的衰减。然而要注意的是，这些磁体的工作温度较低，$T = 150$ ℃～300 ℃，这在高温流动中将是一个难题。

4 前　景

在过去的 10 年间，人们对等离子体辅助的流动控制方法的研究取得了重大进步，文中都有简要的回顾。等离子体流动控制方法，如利用机械、流体、压电的制动器，与传统流动控制方法相比的主要优势在于不存在活动部件、高带宽和高受迫振幅。在实验室中，人们使用了热等离子体、激光器诱导的破坏以及表面与体放电的不同类型的等离子体来修改亚声速和超声速流动。最近的实验结果表明，短脉冲（纳秒至次微秒）外部电离非常有发展前途。可能的等离子体流动控制的应用包括减阻、边界层分离和转捩控制、混合度增强、激波修正及飞行器发电。进一步的工作有必要研究这些方法的效率、可扩展性和应用范围。

参考文献

Adamovich, I. V., Choi, I., Jiang, N., Kim, J. H., Keshav, S., Lempert, W. R., Mintusov, E., Nishihara, M., Samimy, M. and Uddi, M. (2009) Plasma assisted ignition and high-speed flow control: Non-thermal and thermal effects. *Plasm a Sources Sci. Techn.*, 18, 034018.

Adelgren, R. G., Yan, H., Elliott, G. S., Knight, D. D., Beutner, T. and Zheltovodov, A. A. (2005) Control of edney IV interaction by pulsed laser energy deposition. *AIAA J.*, 43, 256.

Bacri, J. and Raffanel, S. (1989) Calculations of transport coefficients in air plasmas. *Plasma Chem. Plasma Process.*, 9, 133.

Boseman, S. P. and Hooke, W. M. (1994) Magnetically enhanced electromagnetic wave propagation in weakly ionized plasmas. *Plasma Sources Sci. Techno.*, 3, 99.

Enloe, C. L., McLaughlin, T. E., Van Dyken, R. D., Kachner, K. D., Jumper, E. J. and Corke, T. C. (2004) Mechanisms and responses of a single dielectric barrier plasma actuator: Plasma morphology. *AIAA J.*, 42, 589.

Fujino, T. and Ishikawa, M. (2009) Feasibility of an onboard surface hall magnetohydrodynamic power generator in reentry flight. *J. Propul. Power*, 25, 83.

Gaitonde, D. V. (2006) Magnetohydrodynamic energy-bypass procedure in a three-dimensional scramjet. *J. Propul. Power*, 22, 498.

Ionikh, Y. Z., Chernysheva, N. V., Meshchanov, A. V., Yalin, A. P. and Miles, R. B. (1999) Direct evidence for thermal mechanism of plasma influence on shock wave propagation. *Phys. Lett. A.*, 259, 387.

Kalra, C., Zaidi, S., Shneider, M. and Miles, R. (2009) Shockwave induced turbulent boundary layer separation control with plasma actuators. *AIAA* Paper 2009-1002.

Katsurayama, H., Kawamura, M., Matsuda, A. and Abe, T. (2008) Kinetic and continuum simulations of electromagnetic control of a simulated reentry flow. *J. Spacecraft and Rockets*, 45, 248.

Kim, J.-H., Nishihara, M., Keshav, S., Adamovich, I. V., Samimy, M., Gorbatov, S. V. and Pliavaka, F. V. (2009) On the development of localized arc filament plasma actuators for high-speed flow control. 40th *AIAA* Plasmadynamics and Lasers Conference, 22-25 June 2009, San Antonio, TX, *AIAA* Paper 2009-4071.

Leonov, S. B. and Yarantsev, D. A. (2008) Near-surface electrical discharge in supersonic airflow: Properties and flow control. *J. Propul. Power*, 24, 1168.

Lieberman, M. A. and Lichtenberg, A. J. (2004) *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, John Wiley & Sons, New York.

Macheret, S. O., Shneider, M. N. and Miles, R. B. (2002a) Modeling of air plasma generation by repetitive high-voltage nanosecond pulses. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 30, 1301.

Macheret, S. O., Shneider, M. N. and Miles, R. B. (2002b) Magnetohydrodynamic control of hypersonic flows and scramjet inlets using electron beam ionization. *AIAA* J., 40, 74.

Macheret, S. O., Shneider, M. N. and Candler, G. V. (2004) Modeling of MHD power generation on board reentry vehicles. *AIAA* Paper 2004-1024.

Moreau, E. (2007) Airflow control by non-thermal plasma actuators. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 40, 605.

Murray, R. C., Zaidi, S. H., Carraro, M. R., Vasilyak, L. M., Macheret, S. O., Shneider, M. N. and Miles, R. B. (2006) Magnetohydrodynamic power generation using externally ionized, cold, supersonic air as working fluid. *AIAA* J., 44 (1), 119.

Myrabo, L. N., Raizer, Y. P., Shneider, M. N. and Bracken, R. (2004) Reduction of drag and energy consumption during energy release preceding a blunt body in supersonic flow. *High Temp.*, 42, 901-910.

Nishihara, M., Jiang, N., Rich, J. W., Lempert, W. R., Adamovich, I. V. and Gogineni, S. (2005) Low-temperature supersonic boundary layer control using repetitively pulsed MHD forcing. *Phys. Fluids*, 17, 106102.

Nishihara, M., Rich, J. W., Lempert, W. R., Adamovich, I. V. and Gogineni, S. (2006) Low-temperature M=3 flow deceleration by lorentz force. *Phys. Fluids*, 18 (8), 086101.

Post, M. L. and Corke, T. C. (2004) Separation control on high angle of attack airfoil using plasma actuators. *AIAA* J., 42 (11), 2177-2184.

Raizer, Y. P. (1991) *Gas Discharge Physics*, Springer-Verlag, Berlin.

Roth, J. R. (2003) Aerodynamic flow acceleration using paraelectric and peristaltic electrohydrodynamic effects of a one atmosphere uniform glow discharge plasma. *Phys. Plasmas*, 10 (5), 2117-2126.

Roupassov, D. V., Nikipelov, A. A., Nudnova, M. M. and Starikovskii, A. Y. (2008) Flow separation control by plasma actuator with nanosecond pulse periodic discharge. *AIAA* Paper 2008-1367.

Samimy, M., Kim, J. H., Kastner, J., Adamovich, I. and Utkin, Y. (2007) Active control of high-speed and high reynolds number jets using plasma actuators. *J. Fluid Mech.*, 578, 305.

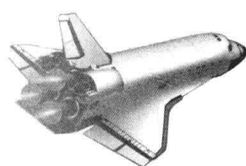
Sutton, G. W. and Sherman, A. (1965) *Engineering Magnetohydrodynamics*, McGraw-Hill, New York.

Thomas, F. O., Kozlov, A. and Corke, T. C. (2008) Plasma actuators for cylinder flow control and noise reduction. *AIAA J.*, 46, 1921.

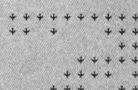
Zel'dovich, Y. B. and Raizer, Y. P. (1967) *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Academic Press, New York.

Ziemer, R. W. and Bush, W. B. (1958) Magnetic field effects on bow shock stand-off distance. *Phys. Rev. Lett.*, 1, 58.

本章译者：吴小胜，卢天宇（北京理工大学宇航学院）



第6部分



传热和热物理学

第 37 章

传热与热物理学基本原理

James F. Klausner
佛罗里达大学机械与航空航天工程系，盖恩斯维尔，佛罗里达，美国

1 热传导

热传导是固体、液体或气体介质中的微尺度能量载体相互作用的结果。随着介质的温度上升，分子间或原子间振动的幅度和频率增加。能量载体分散并与周围的分子或原子相互作用，使热能通过介质分散，导致热量的传导。现有的观测结果表明，无论传导过程中包含什么样的微尺度能量载体，如果该介质被视为连续介质且长度和时间尺度相对于微尺度能量载体的距离和相互作用时间较大，那么介质中任何位置的热流密度和该点的温度梯度成正比。这个关于固体、液体和气体介质的能量传递基本定律称作傅里叶定律，比例常数 k 称作热导率。傅里叶定律的数学表示如下：

$$\boldsymbol{q}'' = -k\nabla T \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{q}''$为热流密度矢量；k 为热导率；T 为当地温度；负号反映的是热力学第二定律，即能量总是从温度较高的区域流向温度较低的区域。

同时热导率代表一个比例常数，但是事实上，通常它并不是一个常数。热导率是一种材料输运特性，并且其被认为是由温度、压力（气体）和材料结构与布局决定的。例如，非均质材料如包含纤维层的木材的热导率表现出方向性。在很多介质为均质且速度梯度不大的实际工程应用中，热导率可以被认为是常数。表 1 给出了一些均质材料在不同温度下的典型热导率值。

表 1　常见材料的典型热导率值

材　料	热导率 k/(W・m^{-1}・K^{-1})			
	100 K	200 K	300 K	400 K
铝	302	237	237	240
铜	482	413	401	393
金	327	323	317	311
304 不锈钢	9.2	12.6	14.9	16.6
无定形碳	0.67	1.18	1.60	1.89
钛	30.5	24.5	21.9	20.4
水（饱和的）	—	—	0.613	0.688
空气（1 atm①）	0.009 34	0.018 1	0.026 3	0.033 8

为了研究傅里叶定律的作用，我们认为热量通过平面壁传递且热导率为常值，如图 1 所示。如果壁的左侧温度为常值 T_1，而壁的右侧为更低的常

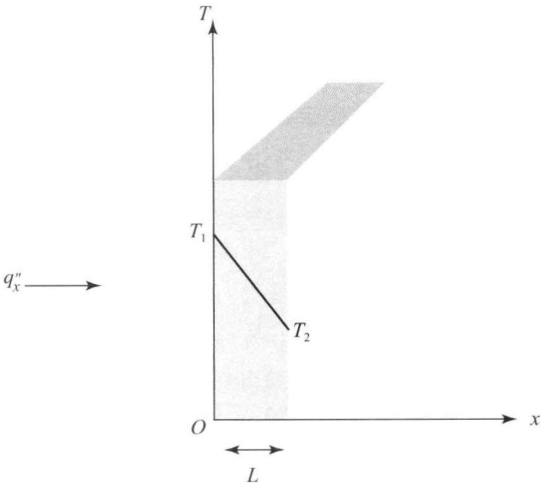


图 1　通过平面壁的一维传热

① 1 atm=101.325 kPa。



值温度 T_2，那么热能通过壁流动的速率是多少？在平面壁内部没有能量产生的定常情况下，由于能量守恒定律（热力学第一定律），定常情况下能量进出平面壁的速率相等，也就是说通过平面壁的热流是定值，而式（1）要求壁内任何位置的温度梯度是定值。由于温度分布是线性的，因此温度梯度为 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x=(T_2-T_1)/L$，而通过平面壁的热流是热流密度和截面面积 A 的乘积，即

$$q=kA\frac{T_1-T_2}{L} \tag{2}$$

在工程实践中，经常必须分析经过复杂几何物体的温度场或热流量。一旦物体周围的温度场已知，傅里叶定律便提供了分析热流量的工具。因此，需要一个分析工具去分析传导热物体的温度场。最广泛的分析温度场的方法是使用差分分析。考虑热流密度矢量，$\boldsymbol{q}''=q''_x\boldsymbol{i}+q''_y\boldsymbol{j}+q''_z\boldsymbol{k}$，其中热能是进出微分控制体的热量（图2）。在固体微分控制体上应用能量守恒定律可知，能量流入控制体的速率－能量流出控制体的速率＋控制体内能量增加的速率＝控制体能储存的能量的变化速率。

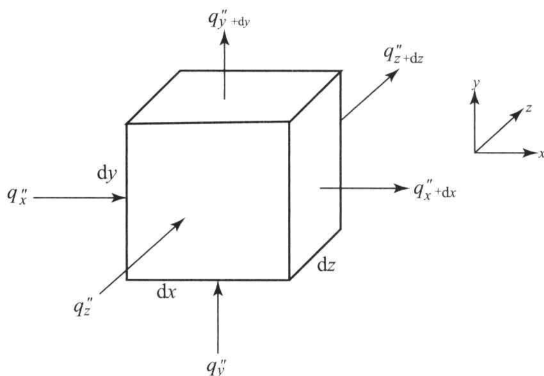


图2　笛卡儿坐标系下的热流微分控制体

考虑以上因素并通过傅里叶定律将热通量和温度场联系起来得以下能量守恒等式，其对于传导介质成立：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+Q'''_{\mathrm{gen}}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \tag{3}$$

式中，Q'''_{gen} 为单位体积的能量生成率；ρ 为密度；c_p 为比定压热容；t 为时间。

式（3）是一个抛物形二阶线性偏微分等式，并被称为热扩散方程。提供适当的边界条件，式（3）可以解析或数值求解得到传导介质的温度场。在导热率为常数的情况下，热扩散方程可以推广到任意坐标系下：

$$\nabla^2T+\frac{Q'''_{\mathrm{gen}}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{4}$$

式中，$\alpha=k/(\rho c_p)$，被称作传导介质的热扩散系数（$\mathrm{m^2/s}$）。

尽管热扩散方程为大多数传热实际应用分析提供了支撑，但其在时间尺度很小的瞬态问题中可能需要修正。这是由于热扩散方程假设了一种在介质中传播速度无限的热扰动传播。在一些实例中，有限的热能传播速度对解十分重要，需要查阅双曲型热扩散方程（Eckert 和 Drake，1987）。

2　对流传热

对流传热被定义为由尺度远大于原子与分子尺度的牵连运动引起的热能传递。通常对流能量传递由流体运动驱使，运动中的流体微粒作为能量载体使对流传热成为可能。对流传热可以由外部设备如泵、风扇或直接作用于流体的动力所驱使。由温度梯度产生的浮力所驱使的流动，称为自由对流或自然对流。当固体在流体中移动时，固体和流体的相对运动会导致对流传递，而固体与流体间的热量交换被称为表面对流。相对应的，流体流过管道则被称为内部对流。流体驱动的对流传热可以是气体、液体或多相混合气体、液体或固体。

在实际工程中，用对流传热系数这一概念来分析来自表面的对流传热最为常见。设定一个物体的外部流动如图3所示。如果物体保持一个恒定温度 T_s，而接近物体的流体的温度为 T_f，则牛顿冷却定律可以被用来表示物面到流体的当地热流，即

$$q''(x)=h(x)(T_s-T_f) \tag{5}$$

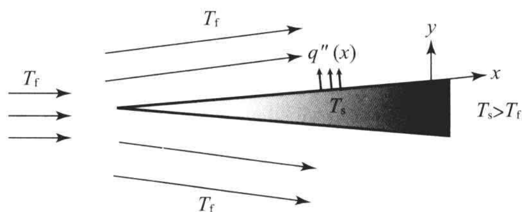


图3　具有表面流的物体的对流传热

式中，$h(x)$ 为局部换热系数；温度差 (T_s-T_f) 为对流热流动的驱动势。

有趣的是牛顿最初为研究瞬态现象提出了对流传热，并且它出现的形式并不是式（5）的形式。但是式（5）在热工程实践中具有重大价值并且渐渐地被习惯使用。对传热系数的认识十分重要，它不是常数而是依赖于热量系统的量，对一些罕见的例子如相变传热来说，传热系数便不再有用。

通过对流机制，从物面离开的能量的总速率可以通过对整个表面求积分取得：

$$q=\int_A h(x)(T_s-T_f)\mathrm{d}A \tag{6}$$

此外，定义一个面积平均对流换热系数 h_A 也会很有帮助，即 $h_A=(1/A)\int_A h\mathrm{d}A$，对于恒定的驱动势$(T_s-T_f)$，来自物面的总对流传热速率可以表示为

$$q=h_A A(T_s-T_f) \tag{7}$$

热能工程师们发现，通过类比热与电的能量输运很有帮助。对于电能量输运，驱动能量势等于能流与电阻的乘积。类比于热能流动，式（7）中的 $1/(h_A A)$ 代表对能量流动的阻力并且有时相当于对流热传导的阻力。再者，对于式（2），$L/(kA)$ 是平面壁传热的热阻，注意热传导中的 A 代表的是截面面积，而对流传热中的 A 代表的则是表面面积。

由于代数表达式及其相关性已经应用于数以千计的热对流中，因此对流传热系数的概念得以广泛应用。这些都可以在传热学教材如《传质和传热基本原理》[*Fundamentals of Heat and Mass Transfer*（Incropera 等，2007）]、《对流传热手册》[*handbooks of convective heat transfer*（Kakac，Shah 和 Aung，1987）] 中或开放期刊及会议中找到。

尽管传热系数对于估计来自物体表面的热量流动十分有用，但从本质来说它并不是必需的。通过关于流经平面流体的温度场的知识可知，无论是流出还是流向平面的热流量都可以通过傅里叶定律计算得到，即应用于流体/物面的界面的式（1）。流体流过图 2 所示的微分控制体的能量守恒定律可以表示为“控制体内能量的改变量=能量进入控制体的速率－能量离开控制体的速率＋对控制体做功的速率－控制体对外做功的速率＋控制体内能量产生的速率”。这个守恒定律应用于可压缩黏性牛顿流体的形式，可以表示为

$$\rho c_p\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}=k\nabla^2T+\beta T\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t}+\mu\phi+Q'''_{\mathrm{gen}} \tag{8}$$

式中，$\mathrm{D}T/\mathrm{D}t=\partial T/\partial t+\boldsymbol{V}\cdot\nabla T$ 是因变量温度的物质导数，$\mathrm{D}p/\mathrm{D}t$ 是压力的物质导数，β 是热扩散系数，μ 是动力黏度，耗散函数 ϕ 可以表示为

$$\phi=2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]-\frac{2}{3}[\nabla\cdot\boldsymbol{V}]^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \tag{9}$$

$\boldsymbol{V}=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}+w\boldsymbol{k}$，是流体流动的笛卡儿速度矢量。在很多情况下，流体是不可压缩的，并没有内能产生，黏性能耗散相对较小，对流能量方程可以简化为

$$\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}=\alpha\nabla^2T \tag{10}$$

求解式（10）需要知道速度场，其可以由不可压形式的 N-S 方程求解：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{D}t}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\nabla^2u\\ \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\nabla^2v\\ \frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{D}t}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\nabla^2w\end{aligned} \tag{11}$$

当已知流速和适当的边界条件时，可以求解式（10）得到流体温度场，而傅里叶法则可以被用来估计流场内任意位置的热流矢量。对于复杂几何的强制对流流动，在使用式（8）或式（10）之前需要先付出相当大的代价来计算流体的速度场和压力场。对于复杂几何体中的自由对流传热，必须同时求解流动速度场和温度场。

3　辐射传热

所有物质在有限的温度下都将放出热量辐射。辐射能的放出是物质的电子、原子或分子的结构发生变化所致。辐射能通过电磁波传播并且在真空中的传播速度达到 $2.999\,8\times10^8$ m/s。辐射粒子被称作移动于波包的光子，并且每个粒子都拥有量子化的单位能 $E=\hbar\nu$，其中 $\hbar=6.626\,069\,3\times10^{-34}$ J·s，为普朗克常数，ν 是波的频率。波长 λ 和频率 ν 的关系是 $\lambda\nu=c$。物体放出的热辐射拥有很大的频率范围且能量各不相同，其依赖于放出辐射的物体的温度。

热辐射热量传递经常发生于物体之间，所以定义一个称作黑体的理想物体很有意义。黑体吸收全部射入辐射，并向所有方向散发，没有物体能散发



出比黑体更多的辐射能。黑体发出的热辐射的光谱分布依照普朗克分布（Planck，1959），即

$$I(\lambda,\ T)=\frac{2\hbar c^2}{\lambda^5(e^{\hbar c/\lambda k_b T}-1)} \tag{12}$$

式中，$k_b=1.380\ 650\times10^{-23}$ J/K，是玻尔兹曼常数。

整合普朗克分布关于在一个半球和所有波长的多面角，式（13）给出了黑体放出的总辐射热流表达式，也被称为黑体辐射功率：

$$E_b=\sigma T^4 \tag{13}$$

式中，$\sigma=5.670\ 4\times10^{-8}$ W/(m^2 · K^4)，为斯特凡-玻尔兹曼常数。

式（12）被称作斯特凡-玻尔兹曼定律。实际表面释放的热辐射总是少于黑体。因此，人们提出了一个被称作放射率的修正因子 ε，即实际表面放出的辐射发射功率 $E=\varepsilon\sigma T^4$。放射率小于 1 且与表面的组成和抛光度有很大关系。

当物体在通过热辐射交换能量时，必须考虑射入物体表面的辐射热流量。入射的辐射热流量称作辐照，用符号 G 表示。对于非黑体表面，一部分入射辐射会从表面反射而另一部分会被表面吸收。表面吸收的辐射能量的总量等于吸收率 α 和辐照的乘积。吸收率同样与表面的组成和抛光度有关，且其值小于 1。对于两种不同的辐射源，同一表面的吸收率可能有所不同。辐射交换中供给物体表面的总热流的表示如下：

$$q''_s=\varepsilon\sigma T_s^4-\alpha G_s \tag{14}$$

对于两个黑体间的辐射能交换，从表面 1 流向表面 2 的净辐射能流为

$$q_{1,2}=A_1F_{12}\sigma(T_1^4-T_2^4) \tag{15}$$

式中，F_{12} 被称作角系数的几何量，其物理意义为表面 2 得到的来自表面 1 的部分辐射能。

注意：辐射能交换根据温度不同表现出较严重的非线性特性。参考文献（Siegel 和 Howell，2002）可以获得更完整的热辐射分析报告。

4 混合模式

实际的热传递大多都有一个以上的热传递模式，所以为多模式热传递建立一个框架十分有用。从根本上说，能量交换中的能量平衡被用于分析能量传递的过程，但要考虑图 4 所示的混合传热问题。一个矩形厚板下方被热流 q''_w 加热，而其上表面有流体流过且温度为 T_∞。如果只关心厚板的温度场，则热扩散方程（3）或方程（4）可以被用于厚板及其下表面的热流边界条件和上表面的对流边界条件。同时对流传热系数也需要根据几何情况和流动状况计算出来。

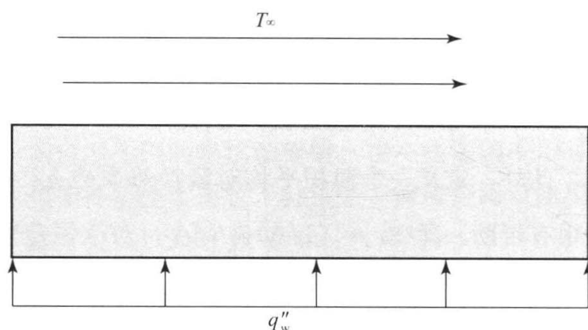


图 4 固体板的热量传递

如果流体和固体厚板的热场都需要被计算，就需要同时求解固体和流体能量方程。两个方程通过流固界面指定的边界条件耦合起来。对于图 4 所示的情况，适当的边界条件是：

（1）流体和固体在固体/流体界面的温度是完全相同的；

（2）流体和固体在界面的热流是完全相同的。

一旦温度场确定，通过两种介质的热量流动都可以按傅里叶定律确定。

5 分析热场的连续方法

如前所述，能量方程被用来计算连续介质的温度场。当需要考虑的长度尺度远大于原子或分子尺度时，这种方法十分有用。为了解释这个概念，下面介绍一个有实际意义的二维问题。图 5 给出的固态物体拥有 100 W/(m · K) 的导热率。物体的右侧为 100 ℃，上方和底部被 20 000 W/m^2 的热流照射，物体左侧受到 1 000 W/（m^2 · K）的热传导系数的热对流传递作用并且流体的温度是 10 ℃。需要分析固体物体内部的温度场。因为问题中的物理尺寸基本是厘米级的，所以使用连续处理是合适的。

由于到达物体的稳定的热量传递具备较显著的意义，故假设为稳态状况。这里厚板内部并没有能量生成，并且热导率也是定值。因此，图 5 所示的物体的热扩散方程为

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \qquad (16)$$

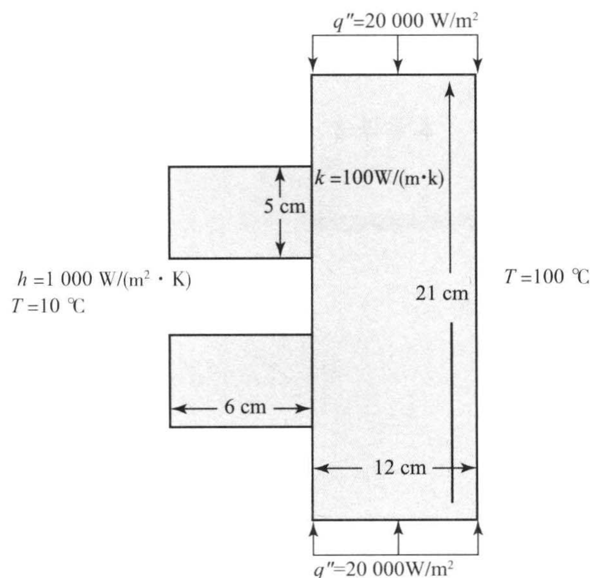


图5　固体物体的热量传递

根据相应的边界条件求解。需要注意的是，式（15)是一个温度作为独立变量的二阶线性偏微分方程。最直接的求解式（15）的方法是使用适当的数值方法，如运用 1 cm×1 cm 方形单元格的有限体积法。Holman（2002）通过一个用于求解热扩散问题的电子表格，提供了非常有用的组合数值技术描述。计算出的温度场如图 6 所示。

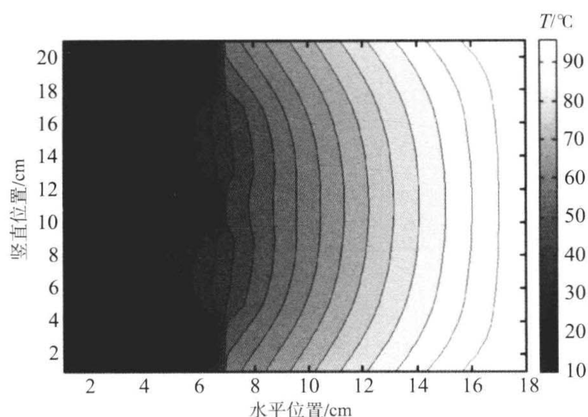


图6　图5中固体物体的等温线分布

虽然网格很粗糙，但是数值解的质量却很好。等温线分布云图显示热量从右侧流向左侧。热量流的轨迹沿着温度梯度的方向并且垂直于等温线。最大的温度梯度出现在左侧表面并且其显示了最大的热流。注意：热量从物体的右、上和下表面流入并从左侧表面流出。如果需要关注温度场的瞬时状态，可以将非定常项加入热扩散方程中，并且给予合适的初始边界条件，就可以求出各离散时间下的温度场。

6　总　　结

任何包含能量转换、利用或转移的设备或系统都需要热量管理策略来保证流动和能量的恰当利用。因此，热传导和热物理应用在纳米尺度到宏观尺度都很广泛。本章主要介绍了连续介质的热传导及其不同模式。如前所述，将能量守恒与能量转移机制耦合起来对于实际分析有很大帮助。

符 号 表

A	截面面积（m²）
c_p	比定压热容［J/(kg・K)］
c	光速（2.999 8×10⁸ m/s）
E	辐射能（W/m²）
F	角系数
G	辐照度（W/m²）
h	传热系数［W/(m²・K)］
$\hbar$	普朗克常数（6.626 069 3×10⁻³⁴ J・s）
k	热导率［W/(m・K)］
k_b	玻尔兹曼常数（1.380 650×10⁻²³ J/K）
L	长度（m）
$\boldsymbol{q}''$	热流密度矢量（W/m²）
Q'''_{gen}	单位体积内的热量产生量（W/m³）
t	时间（s）
T	温度（℃或 K）
α	热扩散系数（m²/s）
β	热膨胀系数（K⁻¹）
λ	波长（m）
μ	动力黏度（N・s/m²）
ν	频率（Hz）
ρ	密度（kg/m³）
σ	斯特凡-玻尔兹曼常数［5.670 4×10⁻⁸ W/(m²・K)］

参考文献

Eckert，E. R. G. and Drake，R. M.（1987）*Analysis of Heat and Mass Transfer*，Hemisphere Publishing Corp.，New York.

Holman，J. P.（2002）*Heat Transfer*，9th edn，McGraw Hill，NewYork.



Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L. and Lavine, A. S. (2007) *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6th edn, John Wiley & Sons, New Jersey.

Kakac, S., Shah, R. K. and Aung, W. (1987) *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons.

Kaviany, M. (2008) *Heat Transfer Physics*, Cambridge University Press, New York.

Planck, M. (1959) *The Theory of Heat Radiation*, Dover Publications, New York.

Siegel, R. and Howell, J. R. (2002) *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, New York.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 38 章

传热的工程分析

James F. Klausner

佛罗里达大学机械与航空航天工程系，盖恩斯维尔，佛罗里达，美国

1 热阻概念在不同传热模式中的应用

在第 37 章热量传递与热物理原理中，热阻概念被用于传导模式和对流模式传热中。其在当热量在介质中传播的方向为一维时尤其有用。假设一个如图 1所示的四边都存在对流传热的三部分混合墙壁，冷墙壁和热墙壁的传热系数分别为 h_h 和 h_c。

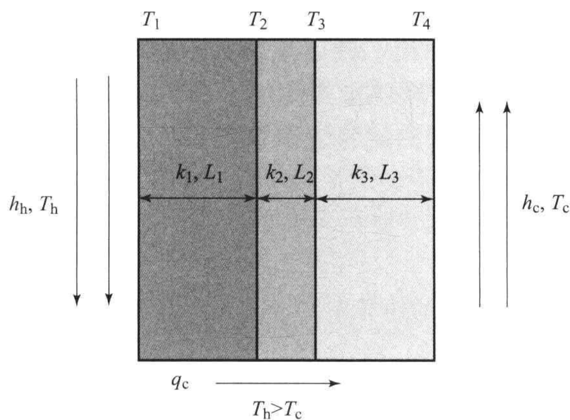


图 1　传热对流共同作用的墙壁

实际上，热量从热流体对流传向左侧固体表面。接着热量由固体墙 1、2 和 3 逐步传导，最终由右侧表面对流进入冷流体。因此，热流体作为一个放热源而冷流体作为一个吸热源。工程设计的传热中核心问题是确定流过墙壁的净热流 q_c，以及墙壁温度 T_1、T_2、T_3 和 T_4。如果热量流动主要是一维的，那么画出一个热量回路来辅助分析传热是很有帮助的。图 2 给出了适用于混合墙壁的热回路。

运用电学类比估计流过热回路的总热量。总的热流速率等于驱动势与总热阻的比值，即

$$q_c = \frac{T_h - T_c}{1/(h_h A) + L_1/(k_1 A) + L_2/(k_2 A) + L_3/(k_3 A) + 1/(h_c A)} \tag{1}$$

类似地，由于每个墙壁的 q_c 相同，因此当 q_c 确定后可以用类比法估计温度 T_1、T_2、T_3 和 T_4。

$$q_c = \frac{T_h - T_1}{1/(h_h A)} = \frac{T_1 - T_2}{L_1/(k_1 A)} = \frac{T_2 - T_3}{L_2/(k_2 A)} = \frac{T_3 - T_4}{L_3/(k_3 A)} = \frac{T_4 - T_c}{1/(h_c A)} \tag{2}$$

图 3 给出了一个简单的通过混合墙壁和作用于热墙以增加辐射的热源构造出的包括传导、对流和辐射的多相问题，其中 q''_{rad} 是热墙壁截获的净辐射热流。图 4 给出了它对应的热回路。

为了求解通过墙壁的热流，将依据图 7 所示的热回路给出后文所述的代数式 (16)～式(18)。

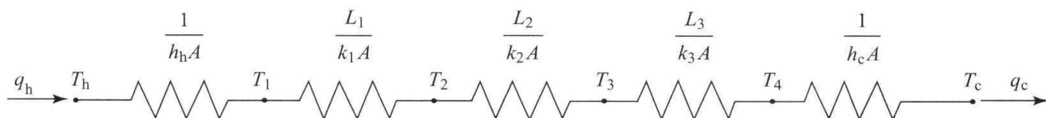


图 2　混合墙壁的热回路



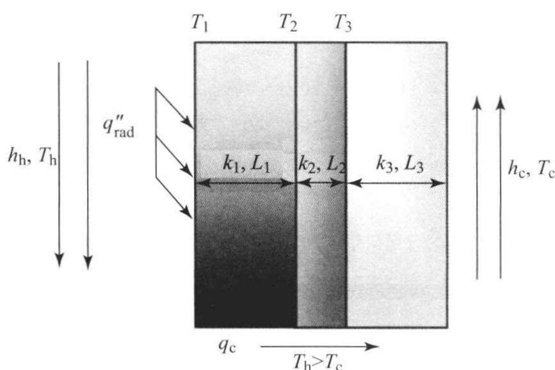


图 3 存在对流传热和辐射传热的混合墙壁

$$q_h=\frac{T_h-T_1}{1/(h_hA)} \tag{3}$$

$$q_c=\frac{T_1-T_c}{L_1/(k_1A)+L_2/(k_2A)+L_3/(k_3A)+1/(h_cA)} \tag{4}$$

$$q_c=q_h+q''_{rad}A \tag{5}$$

式 (3)～式(5) 被用来求解三个未知量 q_h、q_c 和 T_1。虽然热回路和电模拟对于解决很多工程问题十分有用，尤其是对于多模式传热问题，但是它的解并不能详细地描述温度场，因此需要一种连续传热分析以得到详细的温度场。

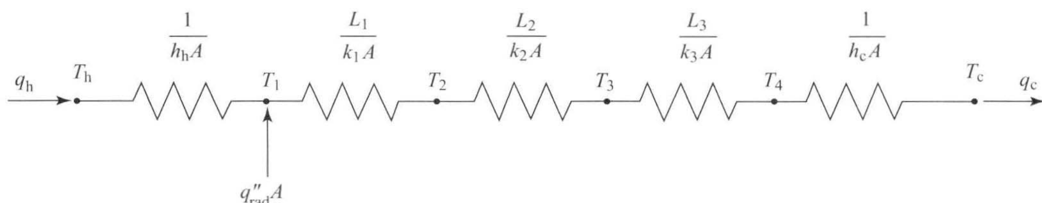


图 4 存在传热、对流传热、辐射传热的混合墙壁的热回路

2 实际应用问题的能量平衡方法

下面举一些例子来说明能量守恒方程是如何被用来求解实际传热问题的。例 1 包括了热量的传导和对流传递模式。

【例 1】 考虑一个表面有空气对流，自由流温度为 T_∞，传热系数为 h_∞ 的硅芯片，如图 5 所示。芯片的其他表面是绝热的。芯片表面的尺寸是 $W\times W$。为了不使芯片失效，最高温度不能超过 T_{max}。试计算芯片在不失效的前提下所能散发的最大热量。

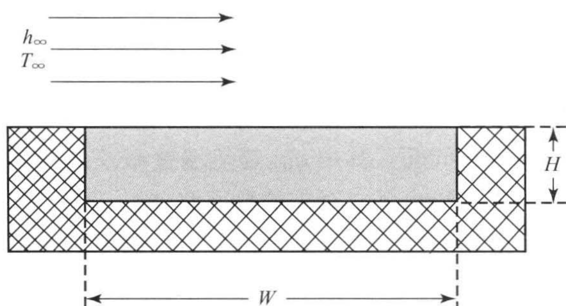


图 5 存在内部热耗散的硅芯片的对流传热

为了得到最大热量，在芯片上设立一种能量平衡十分有用。能量守恒定律表明，能量进入芯片的速率－能量离开芯片的速率＋芯片中能量生成的速率＝芯片内储存能量的速率。假定其为定常问题，则芯片不会储存能量。由于绝热的原因，并没有能量从边界进入芯片。芯片的内部有能量生成而能量从芯片的上表面对流流走。因此能量守恒可以表示为

$$-h_\infty w^2(T_s-T_\infty)+q_{max}=0 \tag{6}$$

为了求 q_{max}，必须知道未知的表面温度 T_s。由于绝热的原因，最高温度出现在芯片的底部。对于内部有持续热量产生的一维热流动，一维定常热扩散方程的解将上表面温度 T_s 和 T_{max} 联系起来：

$$T_s=T_{max}-\frac{q_{max}H}{2kw^2} \tag{7}$$

式中，k 为硅的热导率。

联合式 (6) 和式 (7) 得到芯片的最大允许热散失量为

$$q_{max}=\frac{T_{max}-T_\infty}{1/(h_\infty w^2)+H/(2kw^2)} \tag{8}$$

【例 2】 设想将一种初始温度为 T_i 的气体冷却。为了实现这一点，将气体泵入一个长度为 L、周长为 P 的导管中，并且将它浸入一个巨大的水池中且水池中液体的温度保持在 T_∞，如图 6所示。如果假设液体水池和导管壁的热阻相对于气体对流流动可以忽略不计，则壁的温度会近似地保持在温度 T_∞。气体质量流量 $\dot{m}$ 和对流传热系数 h 给定。试计算流出导管的气体温度 T_0 和热量传入液体水池的速率。

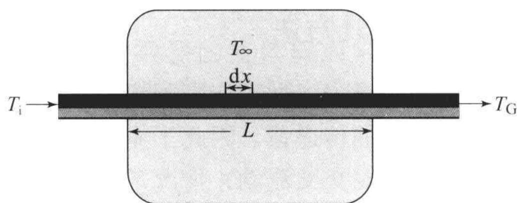


图 6　壁面温度为定值的导管的对流冷却

导管内气体的温度由于能量的传递而连续减小，所以考虑图 6 中一段极小的导管切段存在能量平衡。对于定常状态的情况，小切段的能量守恒为

$$-\dot{m}c_p\frac{\mathrm{d}T_x}{\mathrm{d}x}=hP(T_x-T_\infty) \tag{9}$$

为了得到导管出口的温度，沿导管入口到出口求如下积分：

$$\int_{T_i}^{T_o}\frac{\mathrm{d}T_x}{T_x-T_\infty}=-\frac{hP}{\dot{m}c_p}\int_0^L\mathrm{d}x \tag{10}$$

则出口温度可以用下式表示：

$$q_{tot}=\dot{m}c_p(T_i-T_o) \tag{11}$$

$$=\dot{m}c_p(T_i-T_\infty)\left[1-\exp\left(-\frac{hP}{\dot{m}c_p}L\right)\right] \tag{12}$$

由等式（11）可知，气体温度呈指数衰减并且如果导管足够长，温度最终将与四周环境相同。

但是，由式（12）可知，对于传热问题，当气体温度接近环境温度时增加导管长度会减少热量回传。

【例 3】　设想一个如图 7 所示的三表面圆柱物件。假设所有的内表面都是黑体。表面 1 保持一个非常高的温度 T_1，而表面 2 是绝热的。在表面 3 上存在由外表面到四周的对流热损失。假设物件内

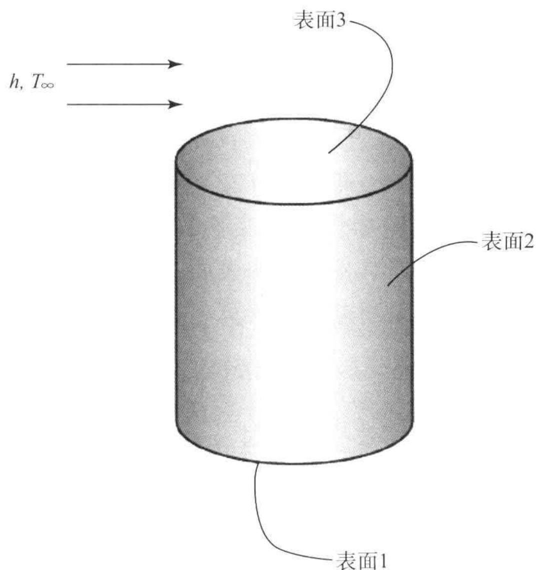


图 7　三表面圆柱物件

部只存在辐射传热，试求在保持温度 T_1 及表面温度 T_2 和 T_3 时需要的表面 1 的能量进入速率 q_1。

为了处理这个问题，假设在 N 个表面物件内的任意黑体表面有稳态的能量平衡。能量守恒要求能量进入表面的速率等于能量离开表面的速率，这可以表示为

$$q_i=\sum_{j=1}^{N}A_iF_{ij}\sigma(T_i^4-T_j^4) \tag{13}$$

式中，q_i 是能量进入表面的速率；A_i 是表面面积；F_{ij} 是表面 i 到 j 的角系数；σ 称为斯特凡-玻尔兹曼常数；下标 i 表示所分析的表面，j 表示其四周所有的表面。

每个表面应用式（13）得到

$$q_1=A_1F_{12}\sigma(T_1^4-T_2^4)+A_1F_{13}\sigma(T_1^4-T_3^4) \tag{14}$$

$$0=A_2F_{21}\sigma(T_2^4-T_1^4)+A_2F_{23}\sigma(T_2^4-T_3^4) \tag{15}$$

$$hA_3(T_\infty-T_3)=A_3F_{31}\sigma(T_3^4-T_1^4)+A_3F_{32}\sigma(T_3^4-T_2^4) \tag{16}$$

因此，得到一个三方程系统，其中未知量为 q_1、T_2 和 T_3。很明显需要一个非线性方程数值求解器来获得求解结果。

3　对流传热的相关性

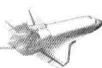
在上面给出的例子中，已经给定对流传热系数。在实际情况中，对流传热系数必须通过计算得到并且其与流动的情况（层流或湍流、单相或多相）及流体的热物理特性和几何情况有关。传热系数可以通过直接求解流动的速度和温度场的守恒方程得到精确值。对于大部分的实际问题，这样的步骤需要进行冗长的分析和计算，通常用其他方式取代，如将传热系数表示为量纲为 1 的形式，如努塞尔数——对于一个给定的传热问题的几何情况和雷诺数及普朗特数关联在一起。类似的相关性见 *Handbook of Heat Transfer*（Rohsenow、Hartnett 和 Cho，1998）中。对于充分发展的湍流管流，Gnielinski（1976）关系十分有用：

内部管流：

$$Nu_D=\frac{C_f/2(Re_D-1\,000)Pr}{1+12.7(C_f/2)^{1/2}(Pr^{2/3}-1)} \tag{17}$$

式中，$Nu_D=hD/k$，是努塞尔数；$Re_D=U_mD/\nu$，是雷诺数；$Pr=\mu c_p/k$，是普朗特数；C_f 是范宁摩擦系数；D 是导管的水力直径。

这个关系在 $0.5<Pr<2\,000$ 和 $3\,000<Re_D<5\times10^6$ 时十分可靠。摩擦系数可以通过 Petukhov



关系求出：

$$\frac{C_{\mathrm{f}}}{2}=(2.236\ln Re_{\mathrm{D}}-4.639)^{-2} \qquad (18)$$

对于圆柱的外部流动，Churchill 和 Bernstein（1977）建议使用努塞尔数的以下关系：

圆柱的外部流动：

$$Nu_{\mathrm{D}}=0.3+\frac{0.62Re_{\mathrm{D}}^{1/2}Pr^{1/3}}{[1+(0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{Re_{\mathrm{D}}}{282\ 000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad (19)$$

其适用于 $Re_{\mathrm{D}}Pr\geqslant 0.2$ 时。这里 D 是圆柱的外部直径，而特征速度是靠近圆柱的自由流速度。所有的流体属性是在膜层温度被定义为 $\dot{T}_{\mathrm{f}}=(T_{\infty}+T_{\mathrm{s}})/2$ 的情况下求得的，其中 T_{∞} 是自由来流的流体温度，T_{s} 是圆柱的平均表面温度。

4　传热设备的分析方法

对流热交换器常用于工业热管理和能量生成。热交换器运用非常广泛，所以它们拥有各种尺寸、形状和流动配置。下面简单地讨论一些简单的热交换器的概念并提供一个分析方法。详细的热交换器设计内容可参阅 Hewitt（2002）的《热交换器设计手册》(*Heat Exchanger Design Handbook*)。

设想一个如图 8 所示的非常简单的单管环形热交换器设计。入口和出口的热流体的温度分别被表示为 T_{hi} 和 T_{ho}，同时对于冷流体，被表示为 T_{ci} 和 T_{co}。对于平行流动情况，热流体和冷流体同时进入热交换器的同一端，并且同时流出。在相对流动情况中，热流体进入热交换器的一端是冷流体离开的一端。虽然热交换器的构造完全一样，但是它们的流动情况完全由流动的路径决定。

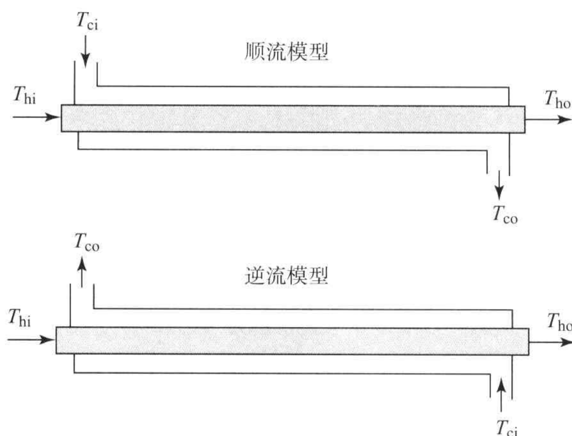


图 8　单管环形平行流动和相对流动的热交换器

4.1　LMTD 方法

在大多数例子中，由于与平行流动情况相比可以明显增加热量的传递量，因此工业传热设备都工作在相对流动（或交叉流动）情况下。图 9 给出了热流体和冷流体流过平行和相对热交换器时的温度图。通过热交换器的总的传热速率＝导热性×平均温度，导热性＝总的传热系数 U×热交换面积 A。对数平均温度差 ΔT_{LMTD} 表示为

$$\Delta T_{\mathrm{LMTD}}=\frac{\Delta T_1-\Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \qquad (20)$$

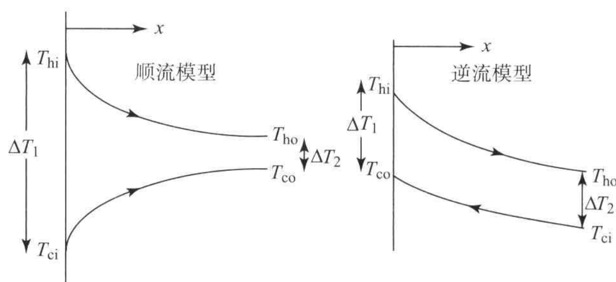


图 9　热流体和冷流体流过平行和相对热交换器时的温度图

因此，传热的总速率表示为

$$q=UA\Delta T_{\mathrm{LMTD}} \qquad (21)$$

热交换率 UA 是通过热交换表面的由热流体到冷流体的总热阻的倒数。因此，热交换率可以通过下式计算得到：

$$\frac{1}{UA}=\frac{1}{(hA)_{\mathrm{h}}}+R_{\mathrm{w}}+\frac{1}{(hA)_{\mathrm{c}}} \qquad (22)$$

式中，h 是对流传热系数；A 是热交换面积；R_{w} 是通过热交换壁的热阻；下标 h 和 c 分别表示热交换器的热边和冷边。

式（22）仅限于无散热片的表面。如果有延伸的面附于热交换表面，则式（22）需要修正以便考虑散热片的影响。通常式（22）被用于确定某一给定热移除量或增加量的热交换器设计需要的表面积。当传热表面具备延伸的表面（散热片）时，总的传热系数可以通过下式计算出来：

$$\frac{1}{UA}=\frac{1}{(\eta_{\mathrm{o}}hA)_{\mathrm{h}}}+R_{\mathrm{w}}+\frac{1}{(\eta_{\mathrm{o}}hA)_{\mathrm{c}}} \qquad (23)$$

式中，η_{o} 为温度效率，通过 $\eta_{\mathrm{o}}=1-A_{\mathrm{f}}/A(1-\eta_{\mathrm{f}})$ 算出。这里 A_{f} 是延伸（散热片）表面的面积；A 是总的传热面积，其包含了散热片和非散热片面积。散热片效率 η_{f} 是通过散热片的几何形状求出的。当对流传热系数很低时，热交换器设计通常

都会采用散热片。因为液体通常有较高的传热系数，所以热交换器的液体侧通常不需要散热片。相反，气体通常具有较低的传热系数，所以需要散热片表面。

4.2　NTU 方法

当分析一个热交换器的传热效率时，使用 NTU 方法十分方便，因为对数平均温度差(LMTD) 并不能事先确定。因此，一个量纲为 1 的变量传递单元数（NTU）被定义为

$$\mathrm{NTU}=\frac{UA}{(\dot{m}c_p)_{\min}} \tag{24}$$

式中，$(\dot{m}c_p)_{\min}$ 是 $\dot{m}c_p$ 在热交换器热表面和冷表面上的最小值。

类似地，$\dot{m}c_{p\max}$ 是 $\dot{m}c_p$ 在热交换器的热表面和冷表面上的最大值。热交换器效率 ε 定义为热交换器的总能量传递速率与热交换器在有限面积内的最大传递热量的比，即

$$\varepsilon=\frac{q}{q_{\max}} \tag{25}$$

并有 $q_{\max}=(\dot{m}c_p)_{\min}(T_{hi}-T_{ci})$。使用这种分析的好处是入口的冷侧和热侧温度为已知，并且对于一个确定类型的热交换配置的热交换效率，可以表示为 NTU 的方程，而热容比 $C_r=(\dot{m}c_p)_{\min}/(\dot{m}c_p)_{\max}$。一旦热交换器有效率被计算出来，总的传热速率也就可以通过式（25）计算出来。对于简单的相对流动热交换器，有效率可以通过下式计算得到：

$$\varepsilon=\frac{1-\exp[-\mathrm{NTU}(1-C_r)]}{1-C_r\exp[-\mathrm{NTU}(1-C_r)]} \tag{26}$$

5　进一步的讨论

实际上任何能量及工作系统都需要热量管理，而此类系统的需求非常广泛。因此，热管理系统在尺寸、功率、结构材料上的设计和配置多种多样。为给定的应用选择热管理系统时，通常有几个基本因素需要考虑。其中有三个参数在选择热交换设备时十分重要，它们是能密度（热交换器的单位质量传递的热量）、致密因子（单位热交换器体积传递的热量）、性能系数（热交换器泵动流体的单位电能传递热量）。虽然本章对传热分析方法的介绍十分简单，但是给出了热系统设计者可用的分析方法的总体概述。很明显，当各种传热方式参与到传热过程中以及能量流动变为多维流动时，分析的复杂程度将显著增加。

符 号 表

A	面积（m²）
c_p	比定压热容 [J/(kg · K)]
C_f	范宁摩擦系数
C_r	热容比
F	角系数
h	传热系数 [W/(m² · K)]
k	热导率 [W/(m · K)]
L	长度（m）
$\dot{m}$	质量流量（kg/s）
NTU	传热单元数
Nu	努塞尔数
Pr	普朗特数
q	加热率（W）
q''	热流密度（W/m²）
Re	雷诺数
R_w	热阻（K/W）
T	温度（℃或 K）
ΔT_{LMTD}	对数平均温度差（℃或 K）
U	总传热系数 [W/(m² · K)]
ε	热交换器效率
η_f	散热片效率
η_o	有效温度
σ	斯特凡-玻尔兹曼常数 [5.670 4×10⁻⁸ W/(m² · K)]

参考文献

Churchill, S. W. and Bernstein, M. (1977) *J. Heat Transfer*, 99, 300.

Gnielinski, V. (1976) *Int. Chem. Eng.*, 16, 359.

Hewitt, G. F. (2002) *Heat Exchanger Design Handbook*, vol. 1-4, Begell House, Redding, CT.

Petukhov, B. S. (1970) *Adv. Heat Transfer*, 6, 503-504.

Rohsenow, W. M., Hartnett, J. P. and Cho, Y. I. (1998) *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 39 章

传热强化：相变、几何特性与射流/喷雾

Jungho Kim[1]，Tailian Chen[2]

1　马里兰大学机械工程系，马里兰大学帕克分校，马里兰，美国

2　贡萨加大学机械工程系，斯波坎，华盛顿，美国

1　相　　变

相变可以用来在相对小的温差条件下传递大量的热，这是由于在一定压强下将液体转化为蒸气所需的能量非常大。使液体气化所需的能量通常要远大于由液体的显热所带走的能量。

1.1　池内沸腾

池内沸腾发生在液体的平均流速为零时。传热过程常常通过对热通量和壁面过热度（壁面温度-饱和温度）曲线来描述。典型的沸腾曲线如图 1 所示。

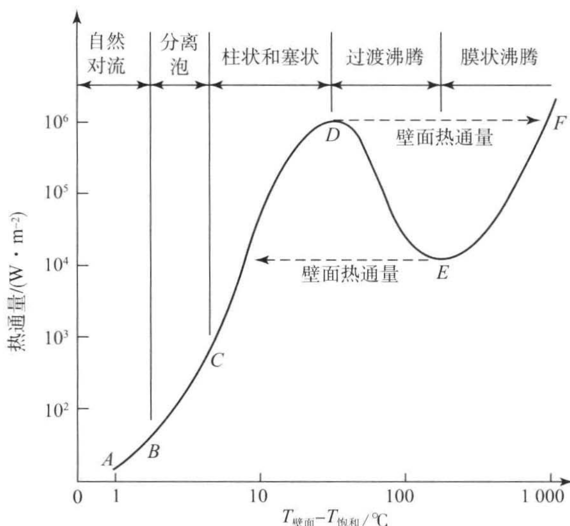


图 1　典型沸腾曲线（水，1 atm）

1.1.1　自然对流

壁面过热度较低时（$A-B$），热量通过自然对流从表面传导，并且可以从许多相关文献中得到形如第 1 卷第 37 章给出的形式：

$$Nu=f(Gr,\ Pr) \tag{1}$$

1.1.2　核态沸腾

核态沸腾发生在壁面温度足够高，被加热表面的蒸气/气体原子核克服表面张力并形成气泡以离开表面（$B-D$）。一旦气泡形成，热通量将随着壁面过热度快速增长。在分离泡区域（$B-C$），气泡产生并且脱离表面，且不受到周围气泡的影响。随着壁面温度的升高，越来越多的成核点变得活跃，气泡间可以横向与纵向合并形成大的蒸气泡（$C-D$）。Rosenhow 关系（Rosenhow，1955）常被用作估计核态沸腾下的传热：

$$\frac{C_{\rho l}\Delta T_x}{h_{fg}Pr_l^s}=C_{sf}\left[\frac{q''}{\mu_l h_{fg}}\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l-\rho_v)}}\right]^{0.33} \tag{2}$$

式中，C_{sf}对于特定的液体-表面组合是一个常数，实验数据见表 1，对于水 s 是 1.0，其他液体 s 是 1.7。因为它是一个拟合参数，在常数 C_{sf}已知或已测量时，这个关系是非常准确的。观察证实，自由流的低温冷却对于核态沸腾的传热状态不会有什么影响，但是确实会使壁温和热通量变得更高。

Stephan 和 Abdelsalam（1980）使用量纲分析和统计回归技术对池内大量的沸腾数据进行最佳拟合。他们假设传热系数是一个关于一系列实验参数和流体特性的函数，使用量纲分析来获得相应的量纲为 1 的量。回归分析包括对计算和测量的量纲为 1 的传热系数（努塞尔数 $Nu=hL/k$）进行绘图，

表 1 Rosenhow 关系中的 C_{sf} 值

液-面结合	C_{sf}
水-镍	0.006
水-铂	0.013
水-铜	0.013
水-黄铜	0.006
水-特氟隆外套不锈钢	0.005 8
水-抛光不锈钢	0.008
水-化铣不锈钢	0.013 3
水-铂	0.013
四氯化碳-铜	0.013
苯-铬	0.010
正戊烷-铬	0.015
正戊烷-研磨铜	0.004 9
正戊烷-金刚砂抛光镍	0.012 7
正丁醇-铜	0.003
乙醇-铬	0.002 7
异丙醇-铜	0.002 5
苯-铬	0.010

保留最小误差量。这一过程重复使用额外的量纲为1的量，直到误差在统计学意义上可以忽略。最终的结果是

$$Nu=207X_1^{0.745}X_5^{0.581}X_6^{0.533} \tag{3}$$

式中

$$X_1=\frac{q''}{k_l T_s},\ X_5=\frac{\rho_v}{\rho_l},\ X_6=\frac{\nu_l}{\alpha_l}=Pr_l \tag{4}$$

数据的误差为22%。同时也得到了能够更好地适应不同流体（如水、烃类、低温流体和制冷剂）的数据。

1.1.3 临界热通量

临界热通量（D 点处，又被称作最大热通量、热通量峰值、熔损点、沸腾临界）发生在蒸气产生足够快，以至于开始限制表面的液体供给时。在设计任何高热通量设备时，对其进行可靠预测都是非常重要的，因为超过临界热通量会导致沸腾向薄膜沸腾状态（$D-F$ 沿着虚线）转变，会导致加热表面燃尽。

一种由 Kutateladze 提出并在之后由 Zuber（1959）定义的临界热通量的模型，假定处于逸散蒸气与流入液体之间的界面变得不稳定，出现蒸气覆盖层。最大热通量由下式给出：

$$q''_{\max,Z}=0.149\rho_v h_{fg}\left[\frac{\sigma(\rho_l-\rho_v)g}{\rho_v^2}\right]^{1/4} \tag{5}$$

通过一个基于特征长度的项热源的几何尺寸可以被考虑在内：

$$\frac{q''_{\max}}{q''_{\max,Z}}=f\left(\frac{L}{L_b}\right) \tag{6}$$

式中，$L_b=\sqrt{\dfrac{\sigma}{(\rho_l-\rho_v)g}}$，是微管的长度范围。

L/L_b 反映了相对于蒸气柱间隔的热源尺寸，蒸气柱从靠近 CHF 处的热表面带走蒸气。如果 L/L_b 的值接近或低于1，在 CHF 机制中，有可能发生一个重要的转化。Lienhard 和他的同事得到了各种不同形状（如有限的板状、球体、柱体、条状）的热源的最大热通量，并将其发表（Carey，2008）。

1.1.4 过渡沸腾态

过渡沸腾态是一种不稳定状态，其特点是随着壁温升高，传热减少。它通常是由传热控制系统通过在膜状沸腾中降低热源功率来控制的。这一状态可以视作泡核沸腾和膜状沸腾的混合。

1.1.5 最小热通量

在最小热通量点（点 E），表面形成稳定的蒸气膜。平板的热通量可以通过下式进行估计，此式是在 Berenson（1960）工作的基础上得出的：

$$q''_{\min}=0.09\rho_v h_{fg}\left[\frac{\sigma g(\rho_l-\rho_v)}{(\rho_l+\rho_v)^2}\right]^{1/4} \tag{7}$$

式中，蒸气的特性应用膜状沸腾的温度进行评估与描述。

1.1.6 膜状沸腾

在高温下，一个连续的稳定蒸气膜会覆盖被加热表面（$E-F$）。在这一状态下，热量的传递主要通过蒸气的传热、热对流和热辐射进行。对于水平放置的圆柱，Breen 和 Westwater（1962）提出：

$$h=\left(0.59+0.069\frac{\lambda_c}{D}\right)\frac{F}{\lambda_c^{1/4}} \tag{8}$$

式中

$$F=\left[\frac{k_v^3 g h'_{fg}(\rho_l-\rho_v)\rho_v}{\mu_v(T_w-T_{sat})}\right]^{0.25} \tag{9}$$

$$h'_{fg}=h_{fg}\left[1.0+\frac{0.34c_{pv}(T_w-T_{sat})}{h_{fg}}\right] \tag{10}$$

$$\lambda_c=2\pi\left[\frac{\sigma}{g(\rho_l-\rho_v)}\right]^{1/2} \tag{11}$$



式中，λ_c 是泰勒不稳定性的最小波长。

其他的几何形状，如垂直管和水平管可以查阅文献（如 Carey，2008）。

1.1.7 重力对沸腾的影响

沸腾显著地受浮力的影响。在低重力的环境下，影响的大小与自然对流和浮力的关系非常小，这一物理现象通常被地球重力影响下的自然对流所掩盖，如马兰格尼对流可以充分影响沸腾和气泡动力学。实验数据显示，通常使用的统计结果并没有正确地考虑到重力对沸腾过程的影响。例如，Rosenhow 关系式［式（2）］用于泡核沸腾可以得出热通量减少 $g^{1/2}$，但是有研究证明，在微重力环境下，热的传递会远高于在确定的地球重力条件下的水平（Lee、Merte 和 Chiaramonte，1996）。Zuber 关系式［式（5）］也证明 CHF 按照 $g^{\frac{1}{4}}$ 减少，但是实验数据常常表现出更高的 CHF。事实上，相比于在高强度的过冷条件下的地球重力环境中得到的数据（Kim、Benton 和 Wisniewski，2002），CHF 的数值在低重力下可以上升 80%。低重力环境下的沸腾过程，似乎是由小气泡聚结而成的最主要气泡所决定的。这个最主要气泡限制了其周围的小气泡尺寸，通过合并将它们从表面带走，使新的气泡得以形成并传递能量。最主要气泡的尺寸是由周围小气泡聚结导致的底部蒸气增加速率，以及在低温冷却条件下顶部发生凝结而增加的速率所决定。用来预测在低重力环境下传热的关系式在这里不可用。

低重力产生的影响可以通过使用电学和声学领域的技术进行削弱，即提供一个力用来去除表面的气泡。同样也可以用自由流的运动从受热表面吹走气泡。在高速率下，传热变得与重力无关。可以在 Zhang、Mudawar 和 Hasan（2008）的工作成果中找到关于这一速率的估算。对低重力环境、沸腾态下的传热的总结可以在三篇回顾性的论文（DiMarco，2003；Kim，2003；Ohta，2003）中找到。

1.2 流动沸腾

流动沸腾在微小通道中的传热已经被人们广泛地研究过。图 2 解释的是流动沸腾的不同状态，这一过程发生在一个低热通量的垂直管中。

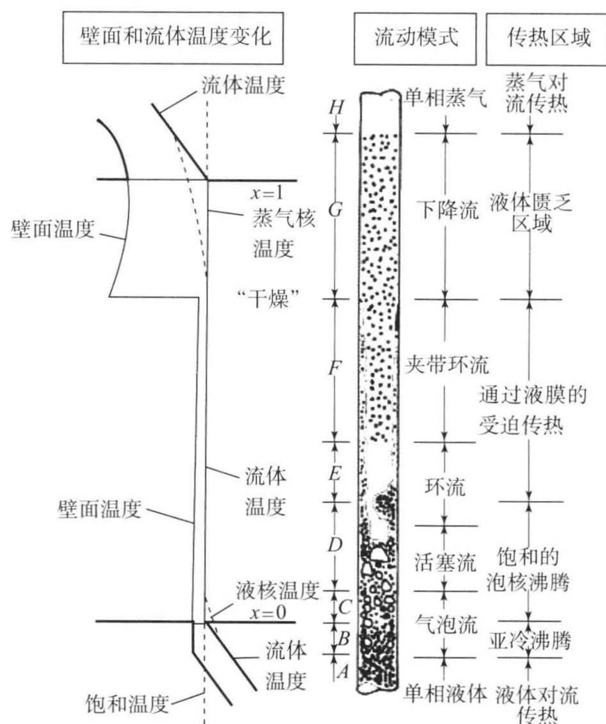


图 2 垂直管中的流动沸腾

［转载自 Collier 和 Thome（1994）© Oxford University Press］

单相液体进入这个管中后发生泡核沸腾，气泡以独立个体脱离表面。随着蒸气量的增加，气泡之间相互融合以形成蒸气塞，随后进一步融合形成环流。在这一状态下，传热水平很高且通过表面的一层液体薄膜进行传导。在液体耗干流体转变为蒸气态时，传热水平会迅速下降。

在水平管中的流动沸腾更为复杂，这是由于液体与蒸气分层导致的。在低质量时，将会发生泡沫式和塞式流动。随着质量的升高，会出现蒸气在液相之上的层状流。如果液相和气相的速度差异足够大，界面将会变得不稳定并产生波动。波动的振幅会增大，直到波峰触及管的顶部，此时将进入塞流状态。蒸气速率很高时，会发生环状流。管顶部液膜的厚度将明显变薄，管底部将变得更厚，因此，失去水分的情况通常发生在管顶部。

三个最为常用的预测流动沸腾的方法分别是求和模型、渐近模型和流态模型。求和模型最好的代表是早期由 Chen（1966）提出的模型，该模型假设流动沸腾传热系数是泡核沸腾传热系数（h_{mic}）和强制对流传热系数（h_{mac}）的和，即

$$h=h_{\mathrm{mic}}+h_{\mathrm{mac}} \tag{12}$$

泡核沸腾的作用是，使用经过抑制因素修正的池沸腾的关系式来说明随着流动速度的增加成核过程受到抑制。强制对流系数由建立在两相雷诺数基础上的 Dittus-Boelter 关系得到（Dittus 和 Boelter，1930）：

$$Nu_{\mathrm{D}}=0.023Re_{\mathrm{D}}^{0.8}Pr^{n} \tag{13}$$

式中，加热时 $n=0.4$，冷却时 $n=0.3$。

Steiner 和 Taborek（1992）所做的研究就是渐近模型的例子。在他们的研究中，两个传热系数依照幂次法则进行相加，传热系数更加接近两者中数值较大的一个并且平滑地从一个向另一个转换。他们提出了如下形式：

$$h_{tp}=(h_{nb}^3+h_l^3)^{1/3} \tag{14}$$

式（14）应用于泡核沸腾时并不需要限制因素，因为随着速度的增加，相比于强制对流情况，传热系数会变小很多。

在流态模型中，流动沸腾的传热率可以通过流动型态和空隙率来进行预测。例如，Wojtan、Ursenbacher 和 Thome（2005a，2005b）研究出了一个基于传热的水平管道流动状态图谱，之后研究出针对每一种状态下的子模型并且用实验数据加以验证。Bell 和 Mueller（1984）还研究出了许多关于管道表面、方向及液体成分的关系式。

2 几何特性

2.1 扩张表面

在许多工业应用中，传热过程发生在被壁面分离的两种液体之间，如壳管式换热器。在分隔板的单侧或双侧，常常用到同时强化传热的换热器。传热的强化方法可以被归纳为主动与被动两种。主动方法包括机械辅助、表面振动、流体振动、静电液体及注射法，这些方法用外部的能量注入来强化热量的传导。由于技术难度、成本及性能的可靠性等问题，主动方法并没有被广泛采纳。被动方法通过改变传热表面或液体的特性，或者通过两者相结合的方法来强化传热。强化传热的详细内容可以参考相关文献（Webb 和 Kim，2005；Manglik，2003）。传热的速率可以被写成

$$Q=UA\Delta T \tag{15}$$

式中，U 是总体传热系数；A 是传热面积；ΔT 是两种液体的温度差。

强化传热的目的是同时增加 U 和 Q 的数值或根据特定的使用环境和设计降低 A 和 ΔT。

改变传热表面的一个传统方法是在壁面传热系数较低的一侧增加传热面积。如图3（a）所示的加装铝散热片的铜管，这种住宅用的空调冷凝器使接触空气一侧的传热速度提高。另一个例子是为了提高传热制成挤出式的整体鳍片，以加强在有鳍片一侧的传热，如图 3（b）的 Trufin® 管（Bell 和 Mueller，1984）。强化传热方法的选择主要取决于表面的传热模式。其他方面如污染、腐蚀、热应力及成本，同样也是选择强化换热手段时需要考虑的问题。

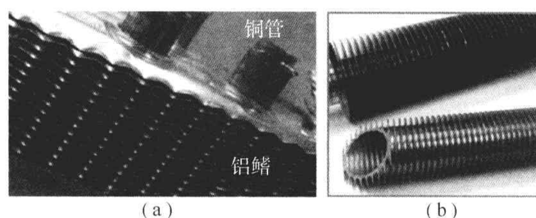


图 3 通过增加传热面积来强化传热的实例

（由 Wolverine Tube 公司提供）

2.1.1 单相

用来强化单相（气相或液相）状态下的传热方法可以归纳为以下两种：

（1）增加壁面附近的湍流，以此在传热区域不变的基础上提高传热系数。如粗化管壁表面或者在管内加工线圈［图 4（a）和（b）］，又如由 GTI 所开发的用以回收热量的带窝痕的管［图 4（c）］。

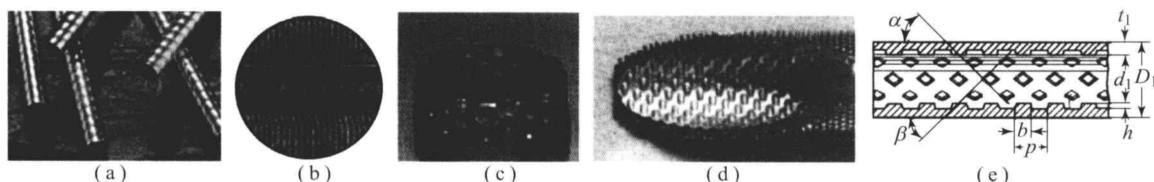
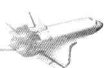
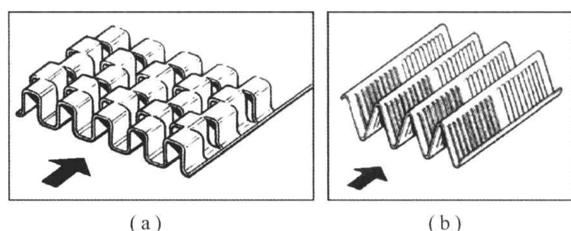


图 4 通过增强湍流来加强传热的实例

（a）打毛管壁（由 Wolverine Tube 公司提供）；（b）嵌入线圈［经 Champagne 和 Bergles（2001）的允许转载］；（c）坑洼状表面（由 Gas Technologies 公司提供）；（d）内壁交错的坑洼状表面（由 Sumitomo Light Metal Industries 提供）；（e）cross-rifled 内表面［转载自 Nakamura 和 Tanaka（1973）］



（2）增加传热的面积，此时不一定增加传热系数。图3所示的两个例子就增加了传热面积，图5所示的鳍片和百叶窗式的肋片是用来增加传热面积和增强湍流的。



(a)　　　　(b)

图5　同时增加表面积和湍流强度来增加传热的实例

（a）补偿式条形板［转载自So（1998）］；（b）百叶窗式平板［转载自Broadbent（1990）］

2.1.2　沸腾表面

增强沸腾传热的表面改良方法有两类，即表面结构化和使用表面涂层。表面结构化常用于HVAC、石油化学和发电等工业领域。如应用于冷却装置的Turbo-B管，管外有再入式腔来增强沸腾传热（图6）。

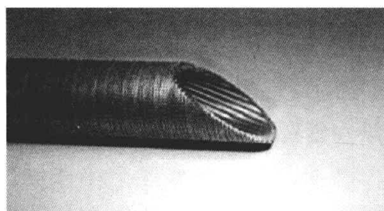
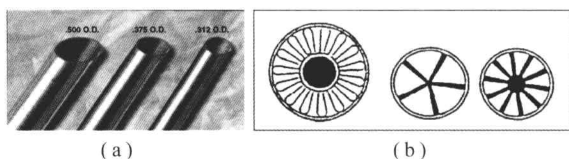


图6　外表面有再入式腔来增强沸腾传热的Turbo-B管

（由Wolverine Tube公司提供）

家用空调部件中的管子通过增大内表面积来增强沸腾传热。增大的面积包括内槽表面、“人”字形表面和微肋面。这些管子的外径在1/2～5/16 in［图7（a）］。现在已经开发出外径为0.5 mm的圆形管。相比于光滑内表面的传热，传热增强了80%～120%。图7（b）给出了其他类型的内部沸腾表面。可能是由于制造困难和成本的原因，内表面并没有利用再入式腔。



(a)　　　　(b)

图7　增强传热系数的管道表面

（a）螺旋形表面；（b）嵌入式结构［经Bergles（2000）的允许转载］

2.1.3　冷凝面

冷凝可分为薄膜冷凝和滴状冷凝。由于冷凝液滴的破裂，使冷面的蒸气得到有效的更新，滴状冷凝（图8）效率更高。同样地，增强冷凝传热的方法之一是在冷凝面上喷涂有机涂料来形成滴状凝结。

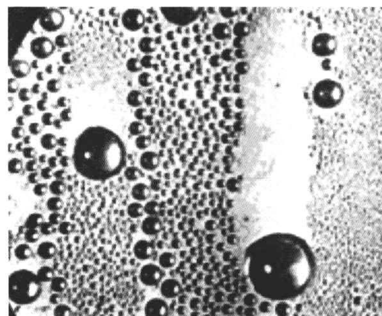
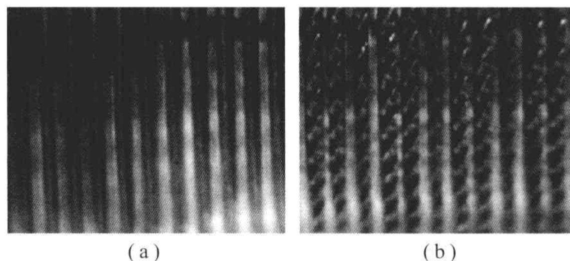


图8　光滑表面的滴状凝结

［经Hampson和Ozisik（1952）的允许转载］

另一个增强传热的方法是应用挤压鳍片（图9）。这种方法的机理是通过增大表面积和增强表面张力效应，从而促进表面的冷凝排水。



(a)　　　　(b)

图9　外表面上用来增强传热的二维(a)和三维(b)挤压鳍片

2.2　微通道

微通道的历史可以追溯到Kun和Czikk（1969）在HVAC和石油化工应用中的工作。自Tuckerman和Pease（1981）对电子设备冷却所做的工作之后，对于微通道及其潜在应用的研究出现了剧增。Kandlikar（2002）将通道或管道按水利直径分类，直径在200 μm～3 mm的称为迷你通道，直径小于200 μm的称为微通道。新技术的发展使管道尺寸减小，由传统的管壳式换热器（10～50 mm）到板框换热器（3～10 mm）再到迷你或微通道换热器（换热管尺寸小于2 mm）。减小直径的新技术有以下优点：体积热通量大，并且由于较短的平行流路径，压降较小，同时与其他管道相比，传热面有很好的密实度。更重要的是，微通道换热器尺寸和质量的减小对于空间紧凑的硬件有重要的应用（如便

携式系统)。表2给出了空调部件最新的发展。由于知识产权和专利问题，不能给出详细的技术信息。

表2 微通道技术在空调产品中的新发展

公司	微通道技术产品
American standard	All aluminum DuraCoil™
Trane	All aluminum Spine Fin™
Goodman	SmartCoil®
Nordyne	Microtube Technology™
Johnson controls	Luxaire®

关于微通道应用的研究还包括大功率电子器件的冷却。有些文献中可以找到关于这些应用的详细内容（Garimella 和 Sobhan，2003；Garimella，2006)。

3 射流喷雾

3.1 射流冲击

射流冲击能够使滞止区的温度边界层变薄，从而能够获得高效的传热。射流可分为多种类型，如图10所示。周围只有空气时，液体冲击一个表面被称为自由射流冲击，两种介质之间有明显的分界面。当流体通过孔口流入同种流体时，称为淹没射流。当射流和废液被限制在两个平板之间时，称为受限射流。当流体通过平行于表面的狭槽时出现壁面射流。喷嘴可以是圆形、狭槽或其他形状。一般来说，淹没射流的传热高于自由射流，受限射流比无限制射流的传热低。射流能够被排成阵列，从而为大范围区域提供较高的传热。

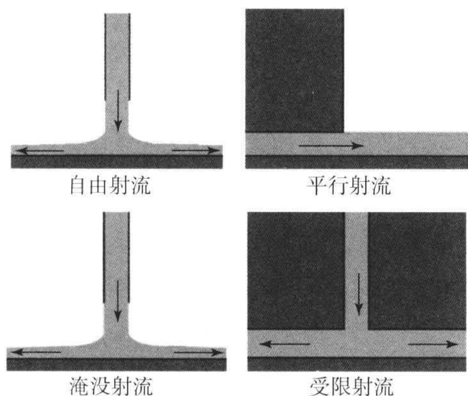


图10 射流冲击的类型

对于导热面上简单的循环自由射流，最大的传热出现在射流中心线处，向外呈放射状递减。局部传热取决于多种因素，如喷嘴形状、喷嘴到表面的距离、喷嘴直径、流率和流体特性。流动由层流向湍流转捩时出现次级峰值。对于层流射流垂直冲击导热壁的情况，Liu、Lienhard 和 Lombara (1991) 将温度边界层中的传热分为以下4个区域：

区域1：射流冲击之下的滞止区，$0<r/d<0.8$。

区域2：动量和温度边界层增长。

区域3：动量边界层达到自由面，温度边界层继续增长。

区域4：温度边界层达到自由面，自由面的温度随半径增加。该区域会出现层流向湍流的转捩。

由半径为 r 的圆盘通过直径为 d 的圆截面射流向冲击距离为 H 的导热面传热，面均传热可以表示为（Martin，1977)

$$\frac{Nu}{Pr^{0.42}}=G\left(A_r, \frac{H}{d}\right)\left[2Re^{1/2}(1+0.005Re^{0.55})^{1/2}\right] \tag{16}$$

$$A_r=\frac{d^2}{4r^2} \tag{17}$$

$$G=2A_r^{1/2}\frac{1-2.2A_r^{1/2}}{1+0.2\left(\frac{H}{d}-6\right)A_r^{1/2}} \tag{18}$$

$$2\,000\leqslant Re\leqslant 400\,000$$
$$2\leqslant H/d\leqslant 12 \tag{19}$$
$$0.004\leqslant A_r\leqslant 0.04$$

冲击射流可以在滞止区内提供很高的传热系数，但由于温度边界层的发展，这一区域之外传热迅速下降。通过射流的阵列可以减轻这一效应。间隔为 S 的圆形喷嘴，传热由下式给出（Martin，1977)：

$$\frac{Nu}{Pr^{0.42}}=0.5K\left(A_r, \frac{H}{d}\right)G\left(A_r, \frac{H}{d}\right)Re^{2/3} \tag{20}$$

$$K=\left[1+\left(\frac{H/d}{0.6/A_r^{1/2}}\right)^6\right]^{-0.05}$$

$$G=2A_r^{1/2}\frac{1-2.2A_r^{1/2}}{1+0.2\left(\frac{H}{d}-6\right)A_r^{1/2}} \tag{21}$$

$$2\,000\leqslant Re\leqslant 100\,000$$
$$2\leqslant H/d\leqslant 12 \tag{22}$$
$$0.004\leqslant A_r\leqslant 0.04$$

式中，$A_r=\pi d^2/(4S^2)$（沿线排列）或 $A_r=\pi d^2/(2\sqrt{3}S^2)$（交错排列)。



射流排列的问题是，中间区域的射流会导致向外的横向流动，从而扰乱边缘的流动，降低传热效率。一种解决方法是在每一股射流周围利用排液口移除局部的液体。Mezzotech 开发出了微型喷气发动机冷却阵列（MJCA），利用水来冷却翅面时，有很高的传热系数［达到 50 W/（cm²·K）］，但同时需要很高的流率［11 L/（min·cm²）］。MJCA 的压降很合理，在之前的流率下为 2 bar[①]（30 psi）（Montanier，2005）。

有大量关于射流冲击传热的文献，这些文献包括单相和两相射流、狭槽射流、受限射流等（Wolf、Incropera 和 Viskanta，1993；Webb 和 Ma，1995；Lienhard，1995；Li 和 Garimella，2001）。

3.2　喷雾冷却

液体受迫通过小孔变为微细液滴，再冲击到加热表面，这一过程称为喷雾冷却。液滴散播到表面，接着蒸发或形成薄液膜，除了单相对流效应带走的热量之外，蒸发也会带走大量的热。由于加热表面的蒸气移除并没有太大阻力，喷雾可以获得比池内沸腾高得多的传热率。它的优点还包括大表面的均匀冷却、较低的液滴冲击速度及不会出现温度超调，缺点是需要泵和过滤器，以及需要将液体和蒸气输送到冷凝器。

根据不同的喷嘴类型，可以产生不同的喷雾类型（图 11）。空心圆锥喷雾是让液体受迫沿切向进入涡流室，或者让液体通过小孔上游带纹道的叶片，涡流从小孔像液滴环一样流出。完整的圆锥喷雾是迫使液体通过完整的圆锥来增强湍流。喷雾器的形状可以是圆形、方形或椭圆形，平扇喷雾器也是可行的。简单的喷嘴可以用于冷却小面积的芯片，列阵的喷雾嘴可以用于大面积冷却。

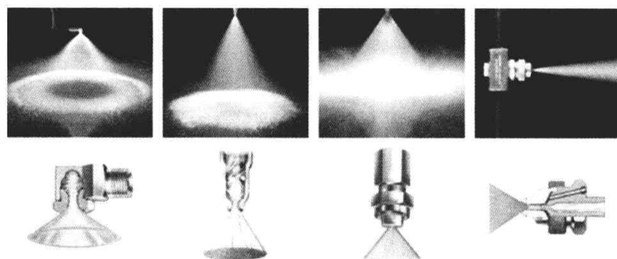


图 11　不同类型的喷嘴

（喷雾模式摄影由 Spraying Systems Co.，Wheaton IL 提供）

气化喷雾嘴利用气体射流将液体打碎为高速的细小液滴。气体射流也会形成驻点，但液滴并不沿流线运动且冲击表面。气体射流通过剪切力使液膜变薄，卷走蒸气，减小液膜上的蒸气分压力，增强蒸发。

雾由大小不等的液滴组成。通常用来描述雾的特征的参数是索特尔平均直径 d_{32}，这就是代表液滴平均表面积的液滴的尺寸：

$$d_{32}=\frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i d_i^2} \tag{23}$$

Estes 和 Mudawar（1995）提出了估计 d_{32} 的关系式：

$$\frac{d_{32}}{d_0}=3.07\left(\frac{\rho_v^{0.5}\Delta P d_0^{1.5}}{\sigma^{0.5}\mu_1}\right)^{-0.259} \tag{24}$$

液体雾化喷雾剂喷嘴出口液滴的速度可以由下式估计（Ghodbane 和 Holman，1991）：

$$V_0=\left[V_{\text{tube}}^2+\frac{2\Delta P}{\rho_1}-\frac{12\sigma}{\rho_1 d_{32}}\right]^{1/2} \tag{25}$$

喷雾冷却的数据一般被绘制为热通量和壁面温度的关系图。图 12 是平面的喷雾冷却。壁面温度较低时，曲线基本呈线性，表明传热主要由单相对流决定，尽管也会出现一些蒸发。通常，低温液体的补充非常快（为了将传热最大化），以至于加热器根本没有时间来增加局部液体的温度。在液体被加热至产生气泡之前，就有新的低温液体将其取代。许多研究者已经观察到了在流动沸腾中对流效应对成核作用的抑制（Chen，1966）。高温壁面是气泡成核的必要条件。液滴冲击液膜也会产生扰

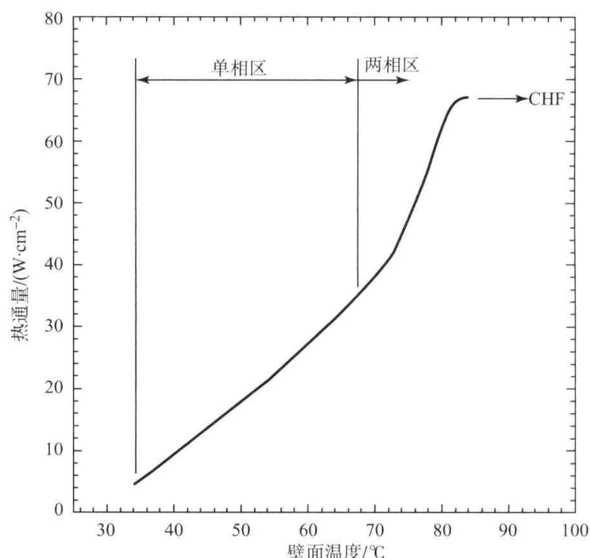


图 12　典型喷雾冷却曲线

① 1 bar=10^5 Pa。

动，增大传热。过热时，相变非常重要，喷雾冷却曲线的斜率增大。由于蒸气和气体被带入液膜，温度超调并没有出现。随着传热的增加，在液滴冲击区域外，加热器开始变干。逐渐地，加热器越来越多的部分会变干直到达到 CHF，此时加热器提供的热量与表面液体带走的热量平衡。喷雾冷却的 CHF 比沸腾高得多，因为在表面由于相变产生的蒸气更容易移除。

Mudawar 和 Estes（1996）利用完整圆锥喷雾嘴来冷却铜制表面，得到了 CHF 数据，铜的尺寸为 12.7 mm×12.7 mm，且有 FC-72 和 FC-87。他们发现，仅通过喷嘴的几何形状就可以预测冲击表面的体积通量，关系式如下：

$$\frac{\dot{q}''}{\rho_g h_{fg} \bar{\dot{V}}''}=1.467\left\{\left[1+\cos\frac{\theta}{2}\right]\cos\frac{\theta}{2}\right\}^{0.3}\left(\frac{\rho_1}{\rho_v}\right)^{0.3}\times \left[\frac{\rho_f \bar{\dot{V}}''^2 d_{32}}{\sigma}\right]^{-0.35}\left[1+0.0019\frac{\rho_1 c_{p,1}\Delta T_{sub}}{\rho_v h_{fg}}\right] \tag{26}$$

这是流率、液滴大小、流体特性和冷却的关系式。不确定性为±30%。Estes 和 Mudawar（1995）利用水对这一方程进行了检验，高体积通量［5×10^{-3} m³/（m²·s）］和低温冷却（$\Delta T_{sub}=77$ ℃）的一些数据超过了±30%的不确定范围。

增加加热器表面积能够使喷雾冷却的传热有显著提升。Coursey、Kim 和 Kiger（2007）发现，在加热面增加扩展结构，尤其是平直翅片，能够获得更好的传热。增加翅片也会导致两相效应（并增强传热），且出现两相效应的壁面温度比平直表面低。两相区域是增加的面积、改变的流通量、流动通道和传导阻力之间的平衡。他们同样发现，强化表面上液体的蒸发率大于平直表面，因而更能有效利用液体。Kim（2007）对喷雾冷却进行了总结，还可以参阅 Chow、Sehmbey 和 Pais（1997）及 Yao（1994）的工作。

参考文献

Bell, K. J. and Mueller, A. C. (1984) *Wolverine Engineering Data Book* Ⅱ. http://www.wlv.com/products/databook/databook.pdf.

Berenson, P. J. (1960) Transition boiling heat transfer from a horizontal surface. *MIT Heat Transfer Laboratory Tech Report* 17.

Bergles, A. E. (2000) New frontiers in enhanced heat transfer, in *Advances in Enhanced Heat Transfer* (eds R. M. Manglik, T. S. Ravigururajan, A. Muley, A. R. Papar and J. Kim). ASME, New York, pp. 1-8.

Breen, B. P. and Westwater, J. W. (1962) Effect of diameter of horizontal tubes on film boiling heat transfer. *Chem. Eng. Prog.*, 58 (7), 67-72.

Broadbent, J. A. (1990) Louvered fin heat exchanger. U. S. Patent 5,042,576.

Carey, V. P. (2008) *Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena*, 2nd edn, Wiley, New York.

Champagne, P. R. and Bergles, A. E. (2001) Development and testing of a novel, variable roughness technique to enhance, on demand, heat transfer in a single-phase heat exchanger. *J. Enhanc. Heat Transf.*, 8 (5), 341-352.

Chen, J. C. (1966) A correlation for boiling heat transfer to saturated fluids in convective flow. *I & EC Process Des. Dev.*, 5 (3), 332-329.

Chow, L. C., Sehmbey, M. S. and Pais, M. R. (1997) High heat flux spray cooling. *Annu. Rev. Heat Transf.*, 8, 291-318.

Collier, J. G. and Thome, J. R. (1994) *Convective Boiling and Condensation*. Oxford Science Publishing, Oxford.

Coursey, J. S., Kim, J. and Kiger, K. T. (2007) Spray cooling of high aspect ratio open microchannels. *J. Heat Transf.*, 129, 1052-1059.

Dittus, F. W. and Boelter, L. M. K. (1930) *Publications in Engineering*, vol. 2. University of California, Berkeley, CA, p. 443.

DiMarco, P. (2003) Review of reduced gravity boiling heat transfer: European research. *J pn. Soc. Micro-gravity AIAA. J.*, 20 (4), 252-263.

Estes, K. A. and Mudawar, I. (1995) Correlation of Sauter mean diameter and critical heat flux for spray cooling of small surfaces. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 38 (16), 2985-2996.

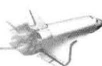
Garimella, S. V. and Sobhan, C. B. (2003) Transport in microchannels-a critical review. *Annu. Rev. Heat Transf.*, 13, 1-50.

Garimella, S. V. (2006) Advances in mesoscale thermal management technologies for micro-electronics. *Microelectron. J.*, 37 (11), 1165-1185.

Ghodbane, M. and Holman, J. P. (1991) Experimental study of spray cooling with Freon-113. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 34, 1163-1174.

Hampson, H. and Ozisik, N. (1952) An investigation into the condensation of steam. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 1B, 282.

Kandlikar, S. G. (2002) Fundamental issues related to flow boiling in mini-channels and micro-channels. *Exp.*



Therm. Fluid Sci., 26, 389 - 407.

Kim, J. (2007) Spray cooling heat transfer: the state of the art. *Int. J. Heat Fluid Flow.*, 28 (4), 753 - 767.

Kim, J. (2003) Review of reduced gravity boiling heat transfer: US research. *Jpn. Soc. Micro-gravity AIAA. J.*, 20 (4), 264 - 271.

Kim, J., Benton, J. F. and Wisniewski, D. (2002) Pool boiling heat transfer on small heaters: effect of gravity and subcooling. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 45 (19), 3921 - 3934.

Kun, L. and Czikk, A. M. (1969) Surface for boiling liquids. U. S. Patent 3, 454, 081.

Lee, H. S., Merte, H. and Chiaramonte, F. (1996) Pool boiling curve in microgravity. *AIAA J. Thermophys. Heat Transf.*, 11 (2), 216 - 222.

Li, C. Y. and Garimella, S. V. (2001) Prandtl-number effects and generalized correlations for confined and submerged jet impingement. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 44, 3471 - 3480.

Lienhard, J. H. (1995) Liquid jet impingement. *Annu. Rev. Heat Transf.*, 6, 199 - 270.

Liu, X., Lienhard V., J. H. and Lombara, J. S. (1991) Convective heat transfer by impingement of circular liquid jets. *J. Heat Transf.*, 113 (3), 571 - 582.

Manglik, R. M. (2003) Heat transfer enhancement, in *Heat Transfer Handbook* (eds A. Bejan and A. D. Kraus). John Wiley & Sons, Inc., pp. 1029 - 1130.

Martin, H. (1977) Heat and mass transfer between impinging gas jets and solid surfaces. *Adv. Heat Transf.*, 13, 1 - 60.

Montanier, P. (2005) Simulation of a micro jet cooling array. MS thesis, Louisiana State University.

Mudawar, I. and Estes, K. A. (1996) Optimizing and predicting CHF in spray cooling of a square surface. *J. Heat Transf.*, 118, 672 - 679.

Nakamura, H. and Tanaka, M. (1973) Cross-rifled vapor generating tubes. U. S. Patent 3, 734, 140.

Ohta, H. (2003) Review of reduced gravity boiling heat transfer: Japanese research. *Jpn. Soc. Micro-gravity AIAA. J.*, 20 (4), 272 - 285.

Rosenhow, W. M. (1955) A method of correlating heat transfer data for surface boiling of liquids. *Trans. ASME*, 74, 969 - 975.

So, A. K. (1998) Optimized offset strip fin for use in compact heat exchangers. U. S. Patent RE35890.

Steiner, D. and Taborek, J. (1992) Flow boiling heat transfer in vertical tubes correlated by an asymptotic model. *Heat Transf. Eng.*, 13 (2), 43 - 69.

Stephan, K. and Abdelsalam, M. (1980) Heat-transfer correlations for natural convection boiling. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 23, 73 - 87.

Tuckerman, D. B. and Pease, R. F. W. (1981) High-performance heat sinking for VLSI. *IEEE Electron Device Lett.*, 2, 126 - 129.

Webb, R. L. and Kim, N. H. (2005) *Principles of Enhanced Heat Transfer*, 2nd edn, Taylor and Francis, New York.

Webb, B. W. and Ma, C. F. (1995) Single-phase liquid jet impingement heat transfer. *Adv. Heat Transf.*, 26, 105 - 217.

Wojtan, L., Ursenbacher, T. and Thome, J. R. (2005a) Investigation of flow boiling in horizontal tubes. Part I: a new diabatic two phase flow pattern map. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 48, 2955 - 2969.

Wojtan, L., Ursenbacher, T. and Thome, J. R. (2005b) Investigation of flow boiling in horizontal tubes. Part Ⅱ: development of a new heat transfer model for stratified-wavy, dryout and mist flow regimes. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 48, 2970 - 2985.

Wolf, D. H., Incropera, F. P. and Viskanta, R. (1993) Jet impingement boiling. *Adv. Heat Transf.*, 23, 1 - 131.

Yao, S. C. (1994) Dynamics and heat transfer of impacting sprays. *Annu. Rev. Heat Transf.*, 5, 351 - 382.

Zhang, H., Mudawar, I. and Hasan, M. M. (2008) Application of flow boiling for thermal management of electronics in microgravity and reduced gravity space systems. Proceedings of the 2008 IEEEI Therm Conference, Orlando.

Zuber, N. (1959) Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer. *AEC Report AECU-4439: Physics and Mathematics*.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 40 章

航天器热管理

Kathryn M. Hurlbert
NASA 约翰逊航天中心船员和热能系统部，休斯敦，美国

1 引　言

21 世纪，随着新的太空计划的提出，美国国家航空航天局（NASA）、欧洲航天局（ESA）、俄罗斯联邦航天局、乌克兰国家航天局、中国国家航空航天局，以及代表其他国家的航天组织都将为之奋斗。另外，商业公司开始追求太空的商业化，包括太空旅游和资本经营。未来的航天任务可能会包含轨道卫星、轨道平台、空间站、星际交通工具、行星表面任务和行星研究调查。许多任务都会有人类参与，包括对科技和地球利益的研究和太空旅游。这个世纪，人们的活动将超出地球的界限。其他一些没有人类参与的任务会自主进行（如卫星和无人航天器等），并为探索太空和人类服务。本章集中探讨人类探索太空时的热管理系统，其原理也可以用于无人航天器。

所有航天器都需要热管理系统，来保持适宜航天员和机械设备的热环境。载人航天器的控温范围很独特（275～310 K），关键设计准则源于飞行器的整体操作/程序系统。这一准则包括高可靠性、轻质、最低功率要求、合理的开发和运作成本以及高度的安全性。本章主要介绍两个系统，即航天器主动和被动热控系统（TCS），强调了载人航天器中的主动热控系统（ATCS）和主要的子系统。此外，还介绍了可能用于从未有过的火星载人任务的专业或先进热力系统。

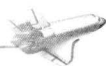
2 航天器热控制概述

航天器热控制系统有两类——主动和被动。在一些航天器中，如小卫星，被动热力系统能够满足热管理的需求。一般地，航天器的功率低于 1 kW 就可以应用被动系统。这一点非常吸引设计师，因为这样就能够提供轻质、低复杂度和可靠的系统。较大的航天器单独利用被动热力系统达不到要求，需要主动热力系统，包括分布式系统/组件、有独特的热管理需求的航天器（如载人任务）和大功率系统的航天器（一般功率在 1 kW 到几百千瓦）。

2.1 被动热控系统

被动热控系统（PTCS）包含的子系统和组件都是被动机械，通常不含流动介质。PTCS 典型的子系统和组件包括专业涂层、绝缘层、散热片、散热孔、加热器、热管以及经过专门加工和处理的材料。例如，多层绝缘结构（MLI）主要由多层较薄的特殊材料组成，是航天器上常见的组件之一。MLI 可以极大地减少飞行器由于热辐射导致的热损失。更多关于 MLI 效益的计算方法和其他 PTCS 元件可以参阅文献（Gilmore，2002）。

另一个 PTCS 组件的例子就是热管，它是通过毛细作用利用两相（气/液）流动的被动装置。传统的热管是充有工质的空心管或通道，在液体气化的一端吸收热量，在另一端排热并冷凝。紧接着，液体由于毛细现象经过内壁的通道或细槽回到吸热端。有关热管设计和衍生物的更详细的概述见第 41 章。热管在大型航天器上的应用被称为平行通



道热管，如图1所示，这一装置最初是为自由号空间站的散热片组而设计和制造的（Brown、Ungar和Cornwell，1992）。

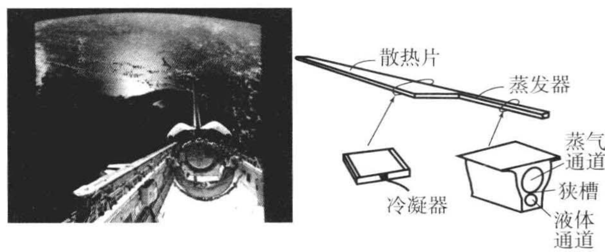


图1 NASA/Grumman share Ⅱ平行通道热管原理图

［经Brown、Ungar和Cornwell（1992）以及Northrop Grumman公司的允许转载］

热管通过航天飞机的飞行实验进行了零重力检测，验证了设计原理。正如Brown、Ungar和Cornwell（1992）的论文所述，飞行测试很成功，验证了热管在正常工况和瞬变工况下的性能，使其在未来大型航天器上的应用成为可能。

PTCS的设计原理是，在可接受的温度范围内，通过加热（如加热器）和排热（如散热片）实现热能平衡。PTCS中的一些组件与主动系统中的相同，但是功能不同。以冷凝板为例，在PTCS中，为了排热而将冷凝板直接安装在散热片中，而在ATCS中，冷凝板还包含内部通道来使冷却剂传输余热。设计师需要仔细完成PTCS元件的总体布局，判断其在不同任务环境下的性能，并且通过解析建模和实验来验证。

2.2 主动热控系统

当航天器的PTCS不能满足自身热力需求时，主动热控系统将与PTCS结合起来使用。ATCS包括四个主要子系统，如图2所示。

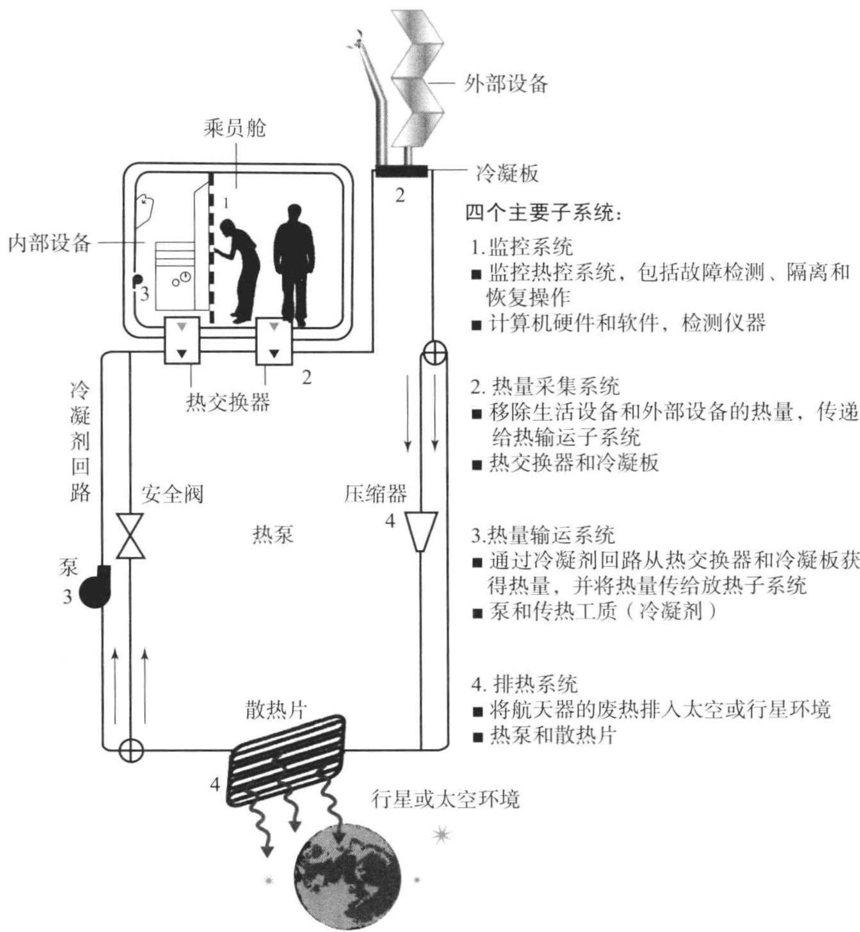


图2 航天器主动热控系统原理图

主动热控综合系统：

(1) 为航天员和设备提供长期任务所需的热环境；

(2) 进行舒适度和湿度控制，保证合适的温度范围；

(3) 设计取决于很多因素，如重力水平（零重力与部分重力）和环境（轨道与行星）。

2.2.1 热量采集系统

热量采集系统（HAS）包括获取航天器设备和居住空间余热的组件，以及将这些热量传递给热量输运系统（HTS）的组件。这一系统中的组件包括冷凝板和热交换器，两者都是载人航天器热管理的标准器件，尺寸也与热负荷设备相协调。利用多级冷凝板和热交换器的优点是提高了获取余热的能力，但这会使系统的质量和复杂性增加。

冷凝板通常有平直的表面和内部冷却剂通道。散热装置直接安装在冷凝板上，传热会使余热由表面材料传递给冷却剂而带走热量。冷凝强化技术是在设备的交接面利用碳纤维材料，从而减小表面接触热阻，如热油脂会产生较高的接触热阻。先进的冷凝板拥有各种几何形状的冷却套管（Stambaugh，2002），并且由轻质复合材料制造（如 Hurlbert 等，2004）。

热交换器在载人航天器上非常普遍，用于在不同温度的工质之间传递热量。液-液热交换器常用于带有内外分离的冷却剂回路的航天器（如航天器中的居住部分有单独的冷却剂回路）。虽然这可能会存在危险，但确实提高了冷却剂效率，如在外部系统中使用氨会降低其渗漏至居住环境中的危险。这一类型的热交换器在航天飞机上有所应用，居住区域拥有水冷回路，通过液-液热交换器将余热传导给外部的氟利昂热回路（Bond、Metcalf 和 Ascuncion，1991）。

另一种热交换器为气-液热交换器，常被用于控制航天器居住区域的温度和湿度。国际空间站就是采用这种热交换器（Carrasquillo，2005），船舱内的空气与热交换器连通，由冷却剂通道中的低温工质冷却。然而，由此可能会产生冷凝物，这对零重力环境、低重力环境和可变重力环境（飞行器发射和爬升）下冷凝物的管理提出了挑战。为了应对这一问题，此类型的热交换器会与专门的设备联合使用，如旋转式水分离器（Samplatsky 和 Dean，2002）。

2.2.2 热量输运系统

热量输运系统的作用是将热量采集系统的热量传递给排热系统（HRS），这些来自航天器的热量被用于某些设备或需要额外能量的区域，如航天员的饮用水加热。这一系统中包含的组件有管道系统、连接器、单相或多相（气-液）冷却剂、蓄能器、机械泵、热能存储装置和再生器。这里要注意的是，热管也可以被认为是一种被动传热方式。HTS 的优化十分重要，因此建模在设计阶段起到了重要作用。冷却剂回路在载人航天器的设计中是通用的，以下是在系统设计和优化过程中需要特别注意的几个因素：

(1) 冷却剂回路的类型（如内部与外部）。

(2) 冷却剂的类型（如工质的选择，单相或多相）。

(3) 冷却剂回路和组件（如泵）的冗余度。

(4) 冷却剂的工作环境（如冰点）。

(5) 发射之前和着陆之后的系统测试。

(6) HTS 组件的材料兼容性（如柔性材料，气囊或密封圈）。

(7) 优化回路路径（如热能的重新利用）。

(8) 执行的任务对生命和设备的要求。

为生物产生行星生命支持综合测试系统（BIO-Plex）设计的 HTS 包含能够满足未来太空任务的大型冷却剂回路结构。这是一个先进的可再生生命维持系统的地面实验台（Morton 等，2001）。人们设计了可行的构架，决定利用并联的内部冷却剂回路，以水为工质，将其用于模拟行星基地的各个模块中。图 3 是 BIO-Plex 内部冷却剂回路的想象图及在 TCS 中的集成图，包括热量采集组件和排热组件。

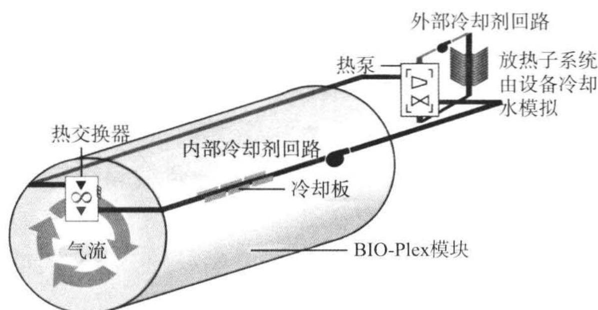


图 3 BIO-Plex 热控制系统中冷却剂回路结构概念图

（转载自 NASA）



另一个拥有复杂冷却剂回路的例子是载人探索飞行器（Crew Exploration Vehicle，CEV）中TCS的概念，如图4所示。Lewis等（2007a）的文章中表示，CEVTCS的可行构型已经在找到承包人之前完成了开发和建模。CEV参考构型应用了双重冷却剂回路，冷却剂由60%的丙二醇和40%的水的单相混合而成，由此来采集和传递热能。冗余度是这一概念的关键，重要的TCS组件都由两个回路连接而且可以通用。另外，还有较小的冷却剂回路来对航天员的服装进行水冷。这一回路通过液-液热交换器与主要回路相连。这篇文章中的另一个ATCS概念是由NASA工程与安全中心（NESC）提出的，称为Smart Buyer（SB）组。两个回路中都包含TCS的关键组件。然而，Smart Buyer的概念中，首先初级回路正常工作，次级回路在初级回路故障的情况下代替其工作。次级回路也有冗余泵，因为这一备用回路的利用对飞行器至关重要，而泵被视为输运回路中关键的组件。另一点重要的设计差异是SB概念中冷却剂的选择，即Syltherm XLT的硅酮聚合物（由Dow Corning公司开发）。它的使用原理就是其较低的冰点，这对于CEV任务极限的太空环境十分有利。需要注意的是，SB概念不包括液冷服装的界面连接，只有气-液热交换器。作为对比，Lewis等（2007a）提供了关于这一概念更为详细的内容。



图4　在绕月轨道上的NASA“猎户座”载人探索航天器构想图

TCS和航天器的设计是一个迭代过程，在得到最终结果之前需要考虑很多因素。CEV的HTS和TCS结构正在最初概念的基础上不断成熟（Lewis等，2007b、2008）。

2.2.3　排热系统

排热系统的作用是将航天器在任务过程中产生的余热排入大气环境或行星环境中。排热系统的技术组件包括散热器、升华器、蒸发器、喷雾器和热泵。通常，长期任务需要利用散热器来排除对于大量可消耗冷却剂（如水）的需求。对于短期任务或任务具体的某一部分，如下降过程，蒸发排热就是可行的选择。航天飞机是同时利用散热器和喷雾器的混合HRS的例子。为了冷却辅助动力设备和液压系统，升空之前的发射阶段、进入轨道调整姿态的过程、下落之前的表面检查过程和下降与着陆阶段都是利用喷雾冷却。然而，当航天飞机在轨道时，有效载重舱门是打开的，安装在内侧的散热器被用于排热，如图5所示。

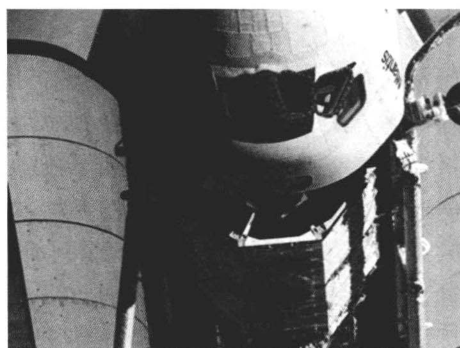


图5　安装在航天飞机载重舱门内侧的散热板
（转载自NASA）

假如在任务中遇到一些具有挑战性的环境条件，在之后的部分中称为“任务环境”，对于HRS需要有特殊的考虑。如月球表面恶劣的热环境，当地温度取决于表面和太阳的相对位置（如月球赤道温度为120～400 K）。为了设计在这种环境下工作的散热器，其工作温度或排热温度可能会低于外部环境温度，因而无法放热。可行的解决途径之一是将热泵与HRS结合，在冷却剂到达散热器之前，将冷却剂的温度提升，使其高于环境温度，这样就能够排热。一项地面测试利用这种方式模拟登月任务，包括一个高扬程二级热泵和压缩循环（Morton等，1998）。另外，单级蒸气压缩热泵也可用于登月设计（Ewert和Bergeron，2005；Cole等，2007）。其他有关HRS的组件和技术还包括散热窗、蓄热器和反光片。

2.3　监控子系统

图2的最后一个子系统是对TCS的监控子系统，包括电子硬件（如计算机、仪表）和相关软件，这些软件允许自动控制，使设备利用程度最大化。这一领域科技的快速进步，使人们能够从局部和整体两个角度来研究系统或子系统。然而，对于

健康监控和TCS监控的监控仪表，还是要给予特殊关注的。以下列出了几个注意事项：

（1）传感器的数量需要考虑冗余度；

（2）航天器不同的区域和组件都需要精密的热管理；

（3）有校准需求；

（4）独特的航天器环境下硬件需要有稳定性［如散热器、电磁干扰（EMI）］；

（5）整体结构的复杂性（如线路）；

（6）质量；

（7）功率利用率。

同样需要注意的是新型技术，如无线传感器，还没有在载人航天应用中验证，因此技术评级较低。先进技术得到了稳定的陆基开发程序，而不用再进行验证测试，正如在航天飞机电子系统总体实验室（Shuttle Avionics Integration Laboratory，SAIL）中进行的那样（如Mayer，1981）。

2.4　TCS整体设计

对于初级工程师，TCS的整体设计可谓是一个令人怯步的过程。然而，通过综合的交互方式、先进的建模程序的利用、飞行前对系统的测试，就可以获得可靠的TCS并且能够保证任务的完成。简单看来，TCS的设计和应用是为了保证在所有任务过程中，航天器系统和外部环境之间的热平衡，因此需要严格控制居住区域和设备的温度范围。同时应该注意，航天器本身在平衡过程中也是一个变量，如其外形。最突出的例子是航天飞机，如前所述，在轨飞行时航天器载重舱门是打开的，将内侧的散热板暴露在外。这一设计使散热板从两侧或一侧展开以增加散热能力或保持状态。

另一个影响热平衡的因素是航天器姿态的调整，包括推进系统的喷气热量和类似空气动力制动的独特操作产生的热量。典型的例子是阿波罗号的地月往返飞行，其间航天器利用连续滚转来调整外表面的曝光，将温度保持在温度极限内。下面对设计TCS时的关键参数和技术做进一步介绍。

2.4.1　任务需求

设计航天器的任何系统时，首先要明确航天器的任务，以便制订可行的计划来完成任务目标。很明显，设计航天器将人从地球运送到月球和设计小型无人绕月轨道卫星完全不同。TCS设计的关键需求如下所列：

（1）航天器构型和尺寸；

（2）其他航天器组件和系统的设计（如推进系统、电子系统）；

（3）是否载人；

（4）总功率及能源位置；

（5）理想的航天器寿命；

（6）航天器和TCS质量限制；

（7）航天器外部组件需求及是否需要在任务中展开；

（8）维护和整修限制；

（9）可靠性；

（10）任务危险程度的限制。

建议工程师在开始设计前，完整地回顾任务的根本目标、航天器技术需求以及航天器设计和操作理念。根据这些信息，设计者们可以制定TCS的关键设计需求。

2.4.2　任务环境

认识航天器在任务过程中将会经历的热环境对于TCS的设计和验证都至关重要。例如，作为ATCS的一部分，散热器的排热效率与周围环境温度直接相关。环境参数将随任务阶段的不同产生明显改变，如上升阶段和行星轨道运行阶段。航天器在轨道运行阶段可能会有很长一段时间暴露在阳光下，产生极高的热量，但在星球背面又会遭遇深空的低温。又如，航天器接收的行星发射能量可能会变化，如受大气条件（如云层、尘暴）、表面特征和日夜交替的影响。建议工程师/设计师将发射之前到着陆或者达到任务寿命之间的这些天气条件制成表格，并将航天器执行任务过程中可能会遇到的所有天气情况进行模拟。

尽管大多数航天器的设计都对于其任务过程遇到的环境进行了优化，如地球轨道环境或行星表面环境，但是设计者还必须考虑发射前及发射上升阶段的情况。在发射前的所有过程，如运输过程和处于发射坪，以及发射过程中保持航天器所处条件（如温度和湿度）在可接受的范围是至关重要的。有时会引入一些组件或系统来控制航天器的环境，如加热器、气体净化器和空调。对于航天器本身的操作也是必要的，如为组件或系统加热、关闭组件或系统来避免温度过高。另外，也可以将航天器置于可以模拟外部环境的建筑内。任何任务的上升阶段，如上升穿过地球大气和月球表面，都应该对环



境参数进行评估，因为在此过程的参数都是动态的，而且会出现对流。在上升穿过大气层时，由于气动加热、地球反射、红外暴露等其他因素，航天器外部温度会迅速上升。设计人员应该对航天器TCS可能会遇到的极限工作环境做出预测，或者对任务操作做出限制，以保证航天器不会超出设置限值。航天器在当下阶段或其他阶段，所有的操作应尽可能保持航天器环境不变，如发射或操作时的环境温度边界不变。

当航天器的任务阶段包含行星轨道飞行或近天体探测时，太阳可能会成为航天器加热的主要因素。航天器相对于太阳的方位以及局部的热梯度会为航天器的健康和操作带来巨大挑战。轨道运行时，其他注意事项包括行星表面反射的阳光（如星体反射）、红外辐射和高层大气效应。在地球轨道需要考虑范艾伦辐射带中的带电粒子，由于这一独特环境TCS和整个航天器都需要进行评估。

对于运输阶段，如在航天器离开地球轨道去往月球的轨道，热环境会出现更明显的波动，会比在发射轨道时的定常直射阳光更加强烈。需要注意的是，随着与太阳的距离增加，环境温度会下降，温度可以当作距离的函数来计算。当航天器去往火星或更远的行星时，温度会明显下降，火星可以被视为一个界线，这个界线以内，航天器的环境热量来源于直射阳光。

对于行星表面任务，如火星或月球表面，需要考虑其独特的环境。例如，月球上没有大气，有很多其他因素影响表面环境的计算，如昼夜交替、地理位置的变化（如向光面和背光面、山脉和环形山）、低反照率和灰尘的存在。描述火星的环境是更大的挑战，有限的可用数据和诸如尘暴这样的全球性事件都会影响大气和表面条件。需要进一步评估火星灰尘对航天器的影响，特别是有关航天器健康和操作关键系统的影响。通过模拟实例发现，灰尘使散热器涂料的散热效率明显降低（Hollingsworth等，2006）。为了应对这一点，采取的措施有加大散热器尺寸、设计防止灰尘积累的外形或对于敏感部位采用操作动质来除尘。

返回地球时，航天器必须通过大气层，需要对极热环境进行管控。这就需要采用特殊的热防护系统（TPS）来保护航天器，如航天飞机大部分的外表面都附有一层抗热瓷砖。另一种TPS的选择是利用烧蚀剂制成的防热罩，阿波罗太空舱就应用了这种方法。然而，此方法的缺点是质量大，并且在进入大气层时这种材料会消耗，不能重复利用。先进的TPS设计包括防热罩的主动冷却或金属合金的应用。TPS的设计是一个专业领域，设计师需要咨询业内专家，回顾现有的设计和先进的理念，以便更好地完成设计过程。

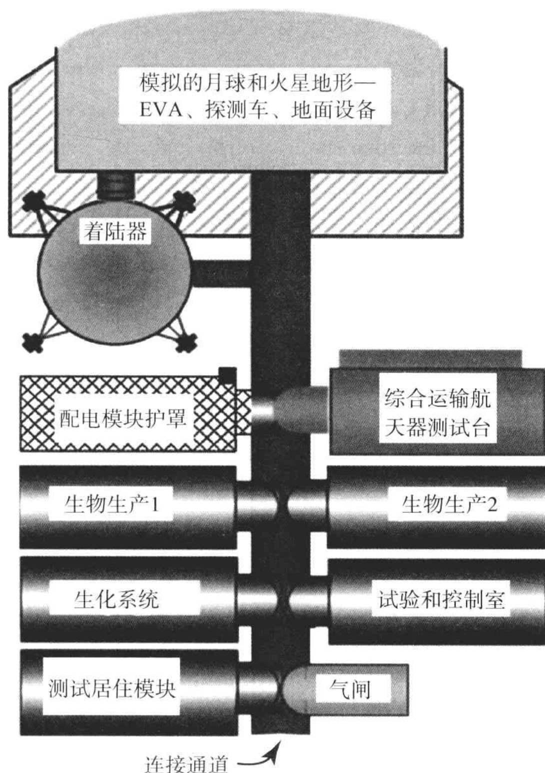
其他环境因素，包括自然因素和诱导因素，都对航天器系统的设计和性能有重要影响。需要考虑的自然环境参数有微流星体和等离子体。诱导环境包括航天器发射和其他阶段经历的振动与冲击。尽管这里并没有详细讨论这些条件，但设计师们应该完整地评估与TCS设计和操作相关的所有环境参数。

2.4.3 概念开发与建模

了解了任务需求和航天器环境之后，工程师开始忙于规划系统，从概念性的布局设计开始着手，可以参看之前引用的有关行星实验台BIO-Plex的文章（Morton等，2001）。TCS的设计理念是为长期任务开发大型载人行星式基地，包括许多具有高度分布式结构的子系统。图6展示了BIO-Plex的整体设计和一些模块。多样的模块和功能在很大程度上使船员能够自我维持，包括生物模块，在那里生长的植物作为食物来源并且废料被回收。这一实验台的TCS概念在文中有完整的描述，它包括为实验台提供环境条件的基础设施子系统，如加热系统、通风系统和空调系统（HVAC）。实验台的结构非常灵活，能够评估TCS测试样品在未来航天器设计中的潜在应用，如太阳能蒸气压缩热泵、复合冷却板和冷却套管。之前提到的另一个TCS例子是CEV，更早的TCS概念见文献（Lewis等，2007b、2008）。

概念开发阶段的关键因素是建立系统模型并进行相关分析。这样工程师就可以通过成本效益评估其结构和性能。通常，对TCS进行完整分析所需的模型不止一个，包括对航天器组件和系统进行建模的商业或定制软件，预测TCS要素的性能（如冷却剂回路和散热器），提供航天器任务过程会遇到的环境模型，以及为不同的运行模式开发电力负荷方案。Morton等（2001）为BIO-Plex提供了这一过程的实例，其中，用到了早期的模型来制定内部冷却剂回路尺寸以及评估HVAC在不同环境下的性能。为了了解可用的建模工具，工程师还应该参看另外的文献（如Larson和Pranke，1999）。

此外，通过检索会议出版物和期刊文章还能找到航天器设计建模实例。值得注意的是，TCS 模型和分析结果需要合并为更高级的航天器模型，用于评估航天器整体性能和关键参数（如功率级、工作温度）。



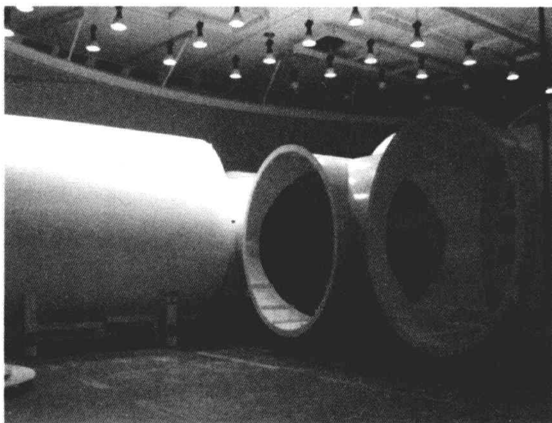


图 6　模拟行星基地的 BIO-Plex 概念设计和模块

2.4.4　测试

TCS 的概念设计和初始建模完成后，紧接着是硬件的开发，这可以通过组件和系统的测试进一步评估设计方案。工程团队应该在设计周期早期合理地计划并完成测试程序，不但需要考虑对程序的约束（如预算、制造能力），还需要优先考虑主要设计与重要程序相关的性能数据和验证模型。对于测试，没有硬性规定和指导，工程师在完成测试的过程中可能会遇到很多挑战，包括预算和时间的限制。然而，在 2003 年，麻省理工学院的学生完成了一项令人感兴趣的研究，提出了测试 NASA 载人航天器相关的注意事项（Britton 和 Schaible，2003）。设计师和工程师应该多参考这些公开的文献。

Edelstein、Liandris 和 Rankin（1987）的文章提出了关于完整的航天器热控制集成测试的例子，作者们开发了验证实验台，在模拟任务条件下对改进的 ATCS 结构进行了测试。测试样本的一些要素包括用于评估热采集性能的各种不同的冷却板和热交换器、新型的两相热量输运子系统，以及空间散热器（Alario、Brown 和 Otterstedt，1984）。这个测试项目非常成功，其对早期的载人空间站 ATCS 结构概念做出了评估。为了未来的系统发展，推荐的设计方案包括了在零重力条件下对组件的测试。

测试结果和相关的分析为设计过程提供了关键的数据和指导。经过主要设计或其他关键点的评审后，如完成集成测试后，工程师应该将结果代入任务需求、环境参数、系统设计和结构模型以便对性能进行更新或优化。TCS 随着航天器设计的进展逐渐成熟，并在飞行之前得到完整的验证程序。

3　结　　论

本章综述了航天器 TCS 的设计和开发，包括的关键步骤有认识任务需求和任务环境、开发概念设计与系统模型，以及完成测试项目。一个有效的热力系统会维持航天器的热平衡，即在所有任务阶段，生成的热负荷与外界环境达到平衡。



参考文献

Alario, J., Brown, R. and Otterstedt, P. (1984) Space Constructible Radiator prototype test program. Paper no. 84-1793 presented at the 19th AIAA Thermophysics Conference, Snowmass, Colorado, June 25 - 28, 1984.

Bond, T. A., Metcalf, J. L. and Ascuncion, C. (1991) Shuttle Orbiter active thermal control subsystem design and flight experience. Paper no. 911366 presented at the International Conference on Environmental Systems, San Francisco, California, July, 1991.

Britton, K. J. and Schaible, D. M. (2003) Testing in NASA human-rated spacecraft programs: how much is just enough? Master thesis. Massachusetts Institute of Technology.

Brown, R., Ungar, E. and Cornwell, J. (1992) Flight test results of the Share Ⅱ monogroove heat pipe. Paper no. 92 - 2886 presented at the AIAA 27th Thermophysics Conference, Nashville, Tennessee, July 6 - 8, 1992.

Carrasquillo, R. (2005) ISS ECLSS technology evolution for exploration. Paper no. AIAA-2005-337 presented at the 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, January 10 - 13, 2005.

Cole, G. S., Scaringe, R. P., Grzyll, L. R. and Ewert, M. K. (2007) Development of a gravity-insensitive heat pump for Lunar applications. Proceedings of the Space Technology and Applications International Forum, Albuquerque, New Mexico, February 11 - 15, 2007.

Edelstein, F., Liandris, M. and Rankin, J. G. (1987) Thermal test results of the two-phase thermal bus technology demonstration loop. Paper no. 87 - 1627 presented at the 22nd AIAA Thermophysics Conference, Honolulu, Hawaii, June 8 - 10, 1987.

Ewert, M. K. and Bergeron, D. J. (2005) Development of a solar heat pump for space. ASME Paper no. 76130. Proceedings of the ISEC2055, Solar World Congress, Orlando, Florida, August, 2005.

Gilmore, D. G. (2002) *Spacecraft Thermal Control Handbook: Fundamental Technologies*, The Aerospace Corporation Press, California.

Hollingsworth, D. K., Witte, L. C., Hinke, J. and Hurlbert, K. M. (2006) Reduction in emittance of thermal radiator coatings caused by the accumulation of a Martian dust simulant. *AIAA. Therm. Eng. J.*, 26 (17 - 18), 2383 - 2392.

Hurlbert, K. M., Ruemmele, W., Nguyen, H. D., Andish, K. K. and McCalley, S. (2004) Lightweight, rack-mountable composite cold plate/shelves. NASA Tech Briefs, Lyndon B. Johnson Space Center, Houston, Texas, July 1, 2004, p. 47.

Larson, W. J. and Pranke, L. K. (1999) *Human Spaceflight Mission Analysis and Design*, The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.

Lewis, J. F., Anderson, M. S., Ewert, M. K., Stephan, R. A. and Carrasquillo, R. L. (2007a) Crew Exploration Vehicle environmental control and life support design reference missions. Paper no. 2007 - 01 - 3041 presented at the 37th International Conference on Environmental Systems, Chicago, Illinois, July 9 - 12, 2007.

Lewis, J. F., Barido, R., Cross, C., Peterson, L., Tuan, G. and Carrasquillo, R. L. (2007b) Crew Exploration Vehicle environmental control and life support development status. Paper no. 2007 - 01 - 3044 presented at the 37th International Conference on Environmental Systems, Chicago, Illinois, July 9 - 12, 2007.

Lewis, J. F., Barido, R., Cross, C., Peterson, L., Tuan, G. and Carrasquillo, R. L. (2008) Crew Exploration Vehicle environmental control and life support development status. Paper no. 2008 - 01 - 2079 presented at the 38th International Conference on Environmental Systems, San Francisco, California, June 29-July 3, 2008.

Mayer, J. T. B. (1981) The Space Shuttle vehicle checkout involving flight avionics software. Paper no. AIAA-1981-2141 presented at the 3rd Computers in Aerospace Conference, San Diego, California, October 26 - 28, 1981.

Morton, R. D., Bergeron, D., Hurlbert, K. M., Ewert, M. K. and Cornwell, J. (1998) Proof of concept high lift heat pump for a lunar base. Paper no. 981683 presented at the 28th International Conference on Environmental Systems, Danvers, Massachusetts, July 13 - 16, 1998.

Morton, R. D., Stambaugh, I. C., Weaver, G. S., Ewert, M. K. and Hurlbert, K. M. (2001) BIO-Plex thermal control system design. Paper no. 01ICES - 136 presented at the 31st International Conference on Environmental Systems, Orlando, Florida, July 9 - 12, 2001.

Samplatsky, D. and Dean, W. C. (2002) Development of a rotary separator accumulator for use on the International Space Station. Paper no. 2002-01-2360 presented at the International Conference on Environmental Systems, San Antonio, Texas, July, 2002.

Smith, R. E. and West, G. S. (1982) Space and planetary environment criteria guidelines for use in space vehicle

development. Technical Memorandum published by the National Aeronautics and Space Administration, *NASA TM* 82478, vol. 1, Washington, D. C.

Stambaugh, I. (2002) Advanced cooling jacket final report. *Technical Memorandum MSAD*-02-0450, issued to the NASA Johnson Space Center from Lockheed Martin, Houston, Texas, August 30, 2002.

Xu, J. and Fisher, T. S. (2006) Enhancement of thermal interface materials with carbon nanotube arrays. *Int. J. Heat Mass Trans.*, 49 (9-10), 1658-1666.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 41 章

热管和热虹吸管

Tailian Chen[1]，Jungho Kim[2]
1 贡萨加大学机械工程系，斯波坎，华盛顿，美国
2 马里兰大学机械工程系，马里兰大学帕克分校，马里兰，美国

1 热 管

Gaugler 于 1942 年发明了热管，并在 1944 年获得了专利（Gaugler，1944）。“热管”一词首先出现在 Grover、Cotter 和 Erikson（1964）的工作中。Grover 等最初发展热管是为了将其用于航天器高度专业化的供能系统，但随后热管的应用扩展到了若干个工业部门，包括电子设备的冷却、燃气轮机叶片、压铸和喷射造型、航天器、能量转换和回收，以及保证输油管的低温。因此，人们对热管理论的认识有了显著的进步（Chi，1976；Faghri，1994；Dunn 和 Reay，1995）。

1.1 工作原理

如图 1 所示，热管包括蒸发器（高温供热端）、冷凝器（低温放热端）以及连接蒸发器和冷凝器的套管。当冷凝液通过毛细力回到蒸发器时，从蒸发器到冷凝器之间产生蒸气流动。与其他热循环系统相比，热管有两个突出的优点——恒温运行并且无须外部泵。由于恒温运行，一些热管比热导率最高的金属的传热效率高几个量级（Eastman，1968）。对于界面现象的更多细节，读者可以参考文献（Carey，2007；Wayner，1999）。根据供热和放热端的相对高程，在具体的应用中重力会辅助或阻碍液体传输。因此，在应用中通常将放热端置于较高的位置，这样重力就有助于液体传输。

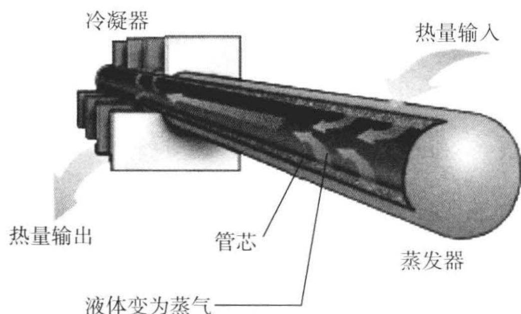


图 1 热管工作原理示意图
（由 Thermacore 公司提供）

热管热传输能力受几个因素影响。毛细作用力的限制，毛细力决定了供热和放热端的压力差，这就影响着液体向供热端的最大回流，因此，限制了热传输能力。当供热端被置于较高的位置时，液体需要克服重力，这一限制尤为明显。

当热管在高热流密度下工作时，由于较大的液-气密度比，蒸气速度变得非常高。较高的蒸气速度会携带一些液体回到放热端，降低热传输能力。同时，在高热流密度时，管芯的温度变得非常高，足以引起沸腾。出现这种现象时，管芯中产生的蒸气会阻碍液体流动，导致供热端液体补充不充分。这一现象有时被称为沸腾限制，同样会限制热传输能力。

另一个影响热管性能的因素是冷凝现象。在供热端，沿冷凝壁向下流动的冷凝液会成为热蒸气和冷壁间的障碍物。这一层冷凝物的热导率比壁面低得多，从而降低了热传输效率。

1.2 管芯结构

管芯结构是热管设计和热管性能最重要的因素，因为它决定了液体由放热端向供热端传输的效率。它也会影响流动路径上的径向温度梯度。对于具体的设计，需要使液体流动阻力最小化，有足够的毛细力，并且控制在流动路径上的热量损失，这三者要做一权衡。管芯可以是单一结构，也可以是组合结构，这取决于所用材料的类型（图 2 和图 3）。管芯结构包括烧结多孔基质、编织网、玻璃纤维、纵向槽以及这些结构各种各样的组合。

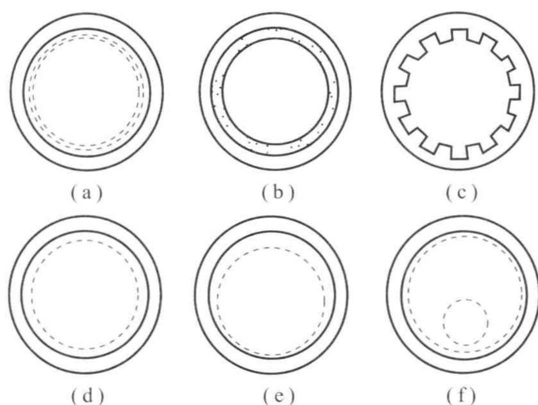


图 2 单一结构管芯截面

(a) 绕丝筛管；(b) 烧结金属；(c) 轴向槽；(d) 环状；(e) 新月形；(f) 动脉形［转载自 Ochterbeck (2003) © John Wiley & Sons Ltd］

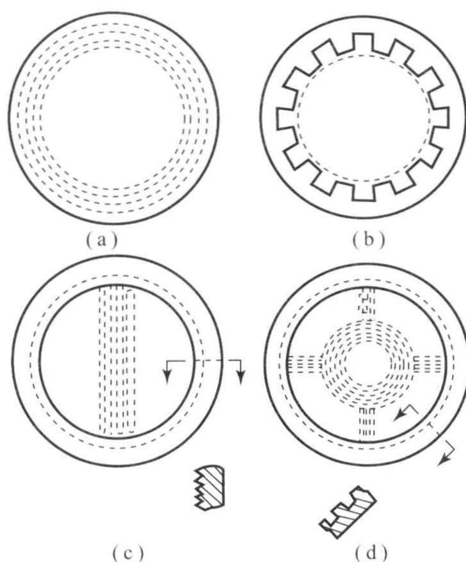


图 3 组合结构管芯截面

(a) 复合材料；(b) 绕丝-轴向槽；(c) 平板型；(d) 隧道型［转载自 Ochterbeck (2003) © John Wiley & Sons Ltd］

1.3 工质

热管在 55～2 400 K（Ochterbeck，2003）的温度领域都有应用。决定工作温度的主要因素是热管的工质。表 1 列出了各种工质及其工作温度。现有的工质包括甲醇、丙酮、水、含氟碳氢化合物、水银、铟、铯、钾、钠、锂、铅、铋和一些无机盐。环路热管中最常用的工质是无水氨和丙烯，但也有其他选择，如丙酮和甲醇，它们在操作过程中危险性较低，同时也可降低蒸馏成本。低温循环热管（LHP）也在研究中，热负荷达到 30 W，工质为氮气和二氧化碳。

表 1 典型的热管工质（Ochterbeck，2003）

工质	氧	氮	乙烷	丁烷	甲醇	甲苯	丙酮	氨	水银	水	钾	钠	锂
三相点/K	54.3	63.1	89.9	134.8	175.2	178.1	180.0	195.5	234.3	273.2	336.4	371.0	453.7
临界点/K	154.8	126.2	305.5	425.0	513.2	593.9	508.2	405.6	1 763	647.3	2 250	2 500	3 800
有效范围/K	55～154	65～125	100～305	260～350	273～503	275～473	250～475	200～405	280～1 070	273～643	400～1 800	400～1 500	500～2 100

1.4 新热管技术

1.4.1 变热导率热管

变热导率热管可保持热管的压力和温度恒定。Dunn 和 Reay（1995）对这一技术有详尽的介绍。传统的热管中，压力和温度随着供热端热负荷的变化而变化。随着热负荷的增加，压力和温度增加，这并不是我们所期望的。变热导率热管对传统热管做了改进，使压力和温度恒定。实现恒温恒压的原理是，利用恒温不可凝气体储气罐来改变放热端有效的传热面。随着放热端热负荷的增加，管内的蒸气压力有增大的趋势。压力的增加使不可凝气体退回储气罐，因此有效传热面增加，蒸气冷凝率增加，从而使蒸气压力降低。随着热负荷的降低，相反的过程会出现。



1.4.2　脉动热管

脉动热管（PHP）没有管芯，在封闭的毛细管回路中工作，工质由液体/蒸气压力驱动，并由此传递热量。脉动热管并不是在供热端和放热端之间循环，热管中的工质在轴向振荡并传递热量。PHP 中最基本的传热机制是工质的振荡运动和相变（蒸发和冷凝）。PHP 由一个连续的毛细管弯折成一束而形成。毛细管的直径必须能够允许液体和气体共存。出于这一条件，Akachi 和 Polasek（1995）给出了最大直径要小于 $2(\sigma/\rho Lg)^{1/2}$ 的结论。更多关于 PHP 的内容可以参考文献（Faghri，1994；Dunn 和 Reay，1995）。

1.4.3　循环热管和毛细泵环

循环热管（LHP）由在蒸发器部分带有管芯结构的传统热管发展而来，为了减小液体流动的液压损失，系统的剩余部分应由光壁管代替。在 LHP 中，蒸气和液体有各自的通道，并与蒸发器和冷凝器形成回路，如图 4 所示。毛细泵环（CPLs）与 LHP 的工作原理基本相同，有一点不同，就是 LHP 通常在定热导率模式下工作，而 CPLs 在保持恒温的条件下，以变热导率模式工作。根据 Maydanik（2004），LHP 拥有传统热管的主要优点，现在 LHPs 能够在重力场中的任何方向上进行有效的长距离（达到数米）热量传递。因而，LHP 特别适用于需求结构灵活性的大型空间系统，以及长途热传输线路，它能够将较远的卫星载荷产生的热量传递到散热面。对于这些空间应用，氨是最流行的工质。除了低压损失，拥有相同管芯材料的 LHP 的热功率比传统热管高 1～2 个数量级。LHP 或 CPL 的工作原理仍然是毛细力，毛细力在蒸发器中产生并驱动工质传递热量。工质在蒸发器中由液态变为气态，蒸气只能通过蒸气管线流向冷凝器。当到达冷凝器时，工质冷凝为液态，从液体管线流回蒸发器。在 LHP 中，结合毛细管式蒸发器，有一个两相储气罐（称为补偿室），负责控制循环工作的温度和液体储量。在 CPL 中，储气罐在环路之外，与液体管线连接，其温度被控制在使整个循环都可以工作的温度范围内。循环中的液体储量取决于应用在毛细蒸发器的热量：当用到的热量较少时，管线中存在较多的液体；当利用的热量较高时，管线中的液体较少，液体存在于补偿室或储气罐中。

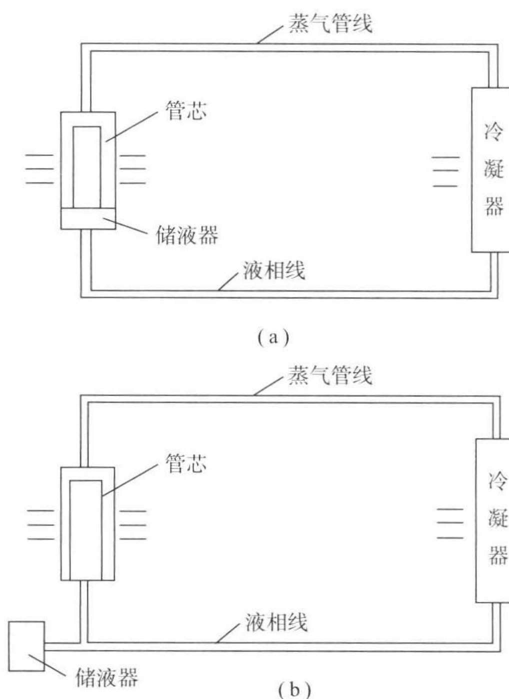


图 4

(a) LHP 示意图；(b) CPL 示意图

1.4.4　蒸气室热管

蒸气室为水平的薄热管，通常作为大功率、高热量电子器件的导热片（Oliveira、Mantelli 和 Milanez，2007）。图 5 展示了蒸气室热管的工作原理。集中的高热流源紧贴蒸气室的一个表面。输入的热量使工质汽化。蒸气充满整个内室，并通过蒸气室另一较大的冷却面冷凝。冷凝液沿着蒸气室内壁的管芯结构被送回供热端。一些情况下，蒸气室被称为“热流量转换器”，因为它能够将高热流量转换为低热流量。

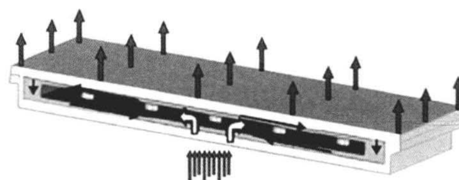


图 5　蒸气室热管的工作原理

（由 Advanced Cooling Technologies 提供）

1.4.5　微型热管

为了对精密加工的半导体器件进行温度管理，Cotter（1984）最早提出了微型热管的概念。由于空间的限制，微型热管的密实度恰好合适。微型热管与传统热管的主要区别在于，它没有管芯，几何形状并非圆形（三角形、梯形等），内径的量级为

30～1 000 μm，且有促进毛细液体泵工作的作用。为了获得最佳性能，微型热管内工质的填充至关重要，填充过量或不足都会使其性能降低。读者可以参见 Peterson（1994）及 Sobhan、Rag 和 Peterson（2009）的工作进一步认识影响微型热管性能的物理机理和因素。

2 热虹吸管

与热管和传统的液体循环泵不同，热虹吸管是一种基于自然对流的，更为简单、合算的被动热交换方法，它可使液体在垂直的闭环回路中循环。液体循环能够以单相或双相模式进行并由重力驱动。这是一个能够自我维持的回路。由于回路有重力驱动，放热端需要被放置在比吸热端更高的地方。根据液体是否会在回路中发生相变，热虹吸管可分为简单热虹吸管和相变热虹吸管。

在简单热虹吸管区，液体在供热端就被加热而开始运动，液体扩张并且密度减小，因而变得更加活跃。对流使加热的液体在系统中上升，同时重力驱动冷却液代替其位置。许多情况下，液体流动很容易，因为热虹吸管设计时的水阻力很小。在供热端，液体变为蒸气的热虹吸管被称为相变热虹吸管。相变热虹吸管可以通过填充液体和控制循环系统的压力实现，由于其具有更有效的相变传热过程，因此其通常比简单热虹吸管的性能优越。

热虹吸管有许多应用，如燃气轮机叶片冷却（Cohen 和 Bayley，1955；Corsmeier，1999）、热加固（Long，1963）、气对气换热器（Wakiyama 等，1978）、防结冰浮标（Larkin，1971）、热水的利用（Canello 等，1982），以及工业领域的余热回收（Imura 等，1979）。其他还包括地热、太阳能、脱盐、螺杆压缩机的润滑油冷却和电子器件的冷却。图 6 展示了一个被动-主动热虹吸管，用于移除建筑地基、管道、高速公路、铁路以及有冻土的建筑结构的热量，并且避免地下冻土的融化。这一类热虹吸管有时又被称为混合热虹吸管，当周围空气温度低于土壤温度时，称为被动热虹吸管；当气温较高时结合嵌入式制冷装置就称为主动热虹吸管。混合热虹吸管利用了被动热虹吸管无运营成本的优点，并且消除了在温暖季节不工作的缺点（Haynes、Zarling 和 Quinn，1994a、1994b）。螺杆压缩机的润滑油冷却十分必要，冷却将带走被压缩机加热的润滑油的热量。热虹吸润滑油冷却是一种冷却压缩机润滑油的被动方法，它利用了来自压缩机的冷凝水回水。这一方法没有功率损失，因为不涉及泵送和压缩机容量。热虹吸管是一种可靠且节能的冷却方法。将热虹吸管应用到太阳能加热器时，热水箱应安装在较高位置，如图 7 所示。由于太阳能热虹吸加热系统简单，易于安装，投资少，因此得到了广泛应用，特别在亚洲。一般地，太阳能系统不能被视为气热或电热的代替品，而是一种补充。太阳能系统不能完全地取代人们对其他能源的需求，因为即便有阳光，太阳能也微乎其微。

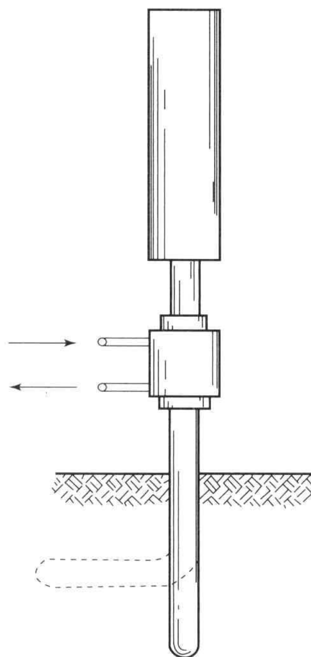


图 6 Haynes、Zarling 和 Quinn（1994a）提出的被动-主动热虹吸管

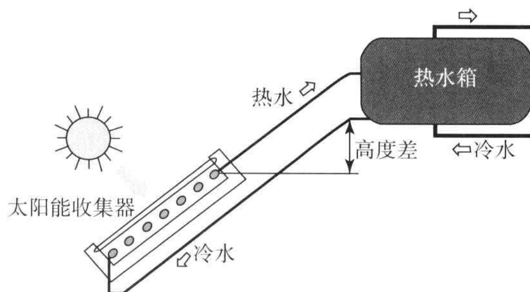


图 7 基于热虹吸管理论的太阳能系统水循环

参考文献

Akachi，H. and Polasek，F.（1995）Pulsating Heat Pipe Review of the Present State of the Art. *Tech. Rep. ITRI-ERL*，Chutung，Taiwan.

Canello，M.，Casarosa，C.，Latrofa，E.，Ma&o&o，



L. and Reale, F. (1982) Gravity heat pipes as geothermal convectors, in *Advances in Heat Pipe Technology* (ed. D. A. Reay), Pergamon Press, pp. 759 - 766.

Carey, V. P. (2007) *Liquid-Vapor Phase-change Phenomena*, 2nd edn, Wiley, New York.

Chi, S. W. (1976) *Heat Pipe Theory and Practice*, Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Cohen, H. and Bayley, F. J. (1955) Heat transfer problems of liquid cooled gas turbine blades. *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 169, 1063 - 1080.

Corsmeier, R. J. (1999) Gas turbine with secondary cooling means. US Patent 4136516.

Cotter, T. P. (1984) Principles and prospects for micro heat pipes, Proc. 5th Int Heat Pipe Conf., Tsukuba, Japan, pp. 328 - 335.

Dunn, P. D. and Reay, D. A. (1995) *Heat Pipes*, 4th edn, Pergamon Press, New York.

Eastman, G. Y. (1968) The heat pipe. Sci. Am., 218 (5), 38 - 46.

Faghri, A. (1994) Heat Pipe Science and Technology, Taylor & Francis, Washington, DC.

Gaugler, R. S. (1944) Heat transfer devices. US Patent 2350348.

Grover, G. M., Cotter, T. P. and Erikson, G. F. (1964) Structures of very high thermal conductivity. J. Appl. Phys., 218, 1190 - 1191.

Haynes, F. D., Zarling, J. P. and Quinn, W. F. (1994a) Passive-active thermosyphon. US Patent 5327734.

Haynes, F. D., Zarling, J. P. and Quinn, W. F. (1994b) Apparatus for containing toxic spills employing hybrid thermosyphons. US Patent 5339893.

Imura, H., Kusuda, H., Ogata, J. I., Miyazaki, T. and Sakamoto, N. (1979) Heat transfer in two phase closed type thermosyphons. Heat Transfer Jpn. Res., 8, 41 - 53.

Larkin, B. S. (1971) An experimental study of the two-phase thermosyphon tube. CSME Trans. EIC, 14, 1 - 8.

Long, E. L. (1963) The long thermopile, in Proc. Permafrost Int. Conf., pp. 487 - 491.

Maydanik, Y. F. (2004) Loop heat pipes. Appl. Therm. Eng., 25, 635 - 657.

Ochterbeck, J. M. (2003) Heat pipes, in Heat Transfer Handbook, (eds A. Bejan and A. D. Kraus), John Wiley & Sons, Ltd, 1181 - 1230.

Oliveira, A. S., Mantelli, B. H. and Milanez, F. H. (2007) Use of vapor chamber on electronic devices to eliminate hot spots under fin heat sinks, in Proc. 14th Int. Heat Pipe Conf. (14th IHPC), Florian'o polis, Brazil.

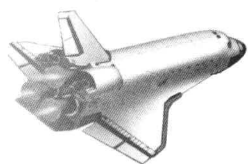
Peterson, G. P. (1994) Introduction to Heat Pipe, John Wiley & Sons, New York.

Sobhan, C. B., Rag, R. L. and Peterson, G. P. (2009) A review and comparative study of the investigations on micro heat pipes. Int. J. Energ. Res., 31, 664 - 688.

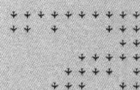
Wakiyama, Y., Harada, K., Inoue, S., Fujita, J. and Suematsu, H. (1978) Heat transfer characteristics of a gas-to-gas heat exchanger using heat pipes. Heat Transfer Jpn, 7, 23 - 39.

Wayner, P. C. Jr (1999) Long range intermolecular forces in changeof-phase heat transfer. Proc. 33rd National Heat Transfer Conf., 15 - 17 August 1999, Albuquerque, NM.

本章译者：雷娟棉，刘清扬（北京理工大学宇航学院）



第7部分



计算流体动力学

第 42 章

计算流体力学简介

Bram van Leer，Kenneth G. Powell
密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国

1 计算流体力学（CFD）的诞生与发展

计算流体力学诞生于第二次世界大战期间。洛斯阿拉莫斯国家实验室不仅研究原子弹，同时也在研发能够描述原子弹爆炸产生的剧烈气流流动的数值方法。其中数学家 J. von Neumann 做出了非常重要的贡献。他提出了人工黏性这一概念，用来捕捉数值解中的激波（Richtmyer 和 Morton，1967），并且被誉为计算流体力学之父。人工黏性方法对于当时的可编程电子计算机来说是一个较大的挑战。

在诞生的 65 年里，CFD 在流体力学领域的诸多学科中为自己赢得了一席之地。由于这一学科可以激发强烈的斗志并且带来自豪感，它不仅吸引着数学家和物理学家，还吸引着许多工程师之类的精英。CFD 的创造使与流动有关的任何问题都能够在虚拟环境下发生成为了可能，并且突破尺寸的限制。例如，气流托起整个飞机、燃烧室中火焰喷出、核反应堆中熔解原子核的不稳定运动等。当然流动的概念是很广泛的，其中也包括多车道公路的交通流量或者一组天体在相位空间中的运动等。另外，CFD 还可以让使用者建立虚拟实验，而这些实验往往在现实生活中是花费巨大的、困难的、危险的，甚至是不可能完成的。

假设流动是连续的，该流动就可以根据守恒定律通过偏微分方程的形式表达。当描述一个微小的有限体积的流体微团时，可以用积分方程来表示该流动。CFD 采用有限差分法、有限体积法或者有限元法对这些描述流动的方程进行离散化。对于稀薄气体，由于气体分子间没有足够的碰撞，流动不再是连续的，这种情况下可引入流体伪粒子模型。

虽然 CFD 可以将实际的流动参数缩小或放大，但是其计算结果的可靠性却只能通过实验或理论研究进行评定。比较常用的方法是计算时采用一系列不同质量的网格，近似连续变化的网格分辨率就能够显示出偏微分方程在求解流场时的渐近精确解，但是这种渐近的方法存在数值误差。若通过实验进行比较，这种方法也会存在问题，即实验条件和测量方法存在着一些不确定因素。

2 CFD 与航空航天领域

推动 CFD 快速发展的学科是航空航天工程，但是最初 CFD 并不是为了航天航空工程才产生的。事实上，直到 1980 年，学者们发现 CFD 在武器和天体物理学的研究方面具有诸多优点，从这以后 CFD 就与航空航天工程紧密地结合在一起。

2.1 20 世纪 80 年代以前的 CFD

20 世纪 50 年代，CFD 在美国洛斯阿拉莫斯国家实验室和利弗莫尔国家实验室（拥有现今为止最大的计算机组）得到了巨大的发展，主要用于武器研究。CFD 早期发展的推动者是美国纽约大学数学系，此系有 R. Courant、K. O. Friedrichs 和 P. D. Lax 等人，并且获得了原子能委员会的大量资金支持。在苏联（USSR），做出最大贡献的应



属数学家 S. K. Godunov，他推导出了表述可压缩流动的数值方法，从而促进了现在有限体积法和有限元法的发展。

美国洛斯阿拉莫斯国家实验室和利弗莫尔国家实验室开发了大量的计算机代码，足以处理气体、流体和固体相互结合的任何情况。然而对于航空航天工程领域中所研究的符合线性小扰动理论的低速稳定流动，这种代码很少会被应用。

电子计算机的兴起使通过面元法计算低速稳定流动成为可能。早期的面元法代码出现在 20 世纪 60 年代，由道格拉斯飞机公司 J. Hess、A. Smith 和波音公司 P. R. Rubbert、G. R. Saaris 开发而来，并且包括 NASA 的艾姆斯研究中心在内的许多公司和研究机构都对面元法的发展做出了很多努力（Hess 和 Smith，1966）。

值得注意的是，超声速飞行早在 1947 年就已经由美国空军实现了，并且在 1958 年 NACA 更名为 NASA，研究的侧重点转为火箭，标志着航天时代的到来。然而在航空航天工程领域内，人们依然没有将可压缩 CFD 的算法视为发展的重点。

早期可压缩 CFD 的核心算法仅仅具有一阶精度，这就意味着，在保证计算正确的情况下，数值计算的误差与网格尺度的大小成正比。二阶精度的算法出现并发展于 20 世纪 60 年代，这种算法较一阶算法具有更高的效率与精度。在这十年间，International Business Machines（IBM）和 Control Data Corporation（CDC）公司研制的计算机为 CFD 的快速发展提供了基础。

CFD 的二阶算法中最为著名的就是 Lax 和 B. Wendroff 在 1960 年提出的算法以及 R. W. MacCormack 在 1969 年提出的变异算法。然而这些方法在数值应用中都有局限性，因为在伴有强激波的超声速流动中或是仅存在水蒸气或微量元素的大气内，数值计算会在非连续处产生振荡，而这些数值振荡有可能导致温度或密度等参数变成负数。

20 世纪 70 年代，高分辨率算法的出现标志着数值计算领域的突破，也正因为如此，CFD 进入了崭新的时代。这些高分辨率算法通过限制器对非连续进行处理，并且得到至少二阶精度的计算结果。

其中最早的算法是由天体物理学家 J. P. Boris 和 Collaborators 提出的通量修正输运（FCT）以及 B. Van Leer 提出的守恒律的单调迎风格式（MUSCL）。这两种方法都引入了限制器，从而通过减少高阶项来达到避免数值振荡的目的。其中 FCT 是一种预测-修正方法，修正步产生的高阶精度限制了通量中不会出现新的极值。MUSCL 是一种 Godunov 类方法，离散流动单元在交界面处的交汇作用基于当地激波管或黎曼问题方法进行求解。在 MUSCL 中，数值振荡被看作对初始离散值非单调化的结果，所以它的修正方法就是限制初始离散值在变化过程中的二阶或高阶导数。

直到 20 世纪 70 年代末期，FCT 和 MUSCL 这两种方法才足够成熟，得到了广泛应用。由于许多原因，FCT 方法直到现在依然被更多地应用在非定常、高能量或反应流动中。而 MUSCL 方法也获得了很多学科的偏爱，特别是航空航天工程。

与此同时，为了对跨声速流动进行建模，航空航天领域正投入非线性理论的研究中。

在面元法依然是一项主要的分析工具期间，计算空气动力学经历了一系列精度不断提高的非线性流动建模过程。最初的两个模型依然是势流模型，虽然是等熵无旋的，但是要处理跨声速流动中的非线性问题。Murman 和 Cole 在 1971 年最先对跨声速小扰动方程进行离散求解，而 NASA 艾姆斯研究中心的 Beam 和 Warming 在 1978 年取得了巨大的飞跃，他们实现了对隐式可压缩 N-S 方程进行一系列算子分裂。另外，艾姆斯研究中心还发明出了“近似因式分解法”。

2.2　20 世纪 80 年代的 CFD

美国 NASA 的兰利研究中心（LaRC）向计算机科学与工程应用研究所（ICASE）投放了大量资金，旨在将 Godunov 类高分辨率算法引入航空航天领域。这使该研究所的研究人员能够与其他美国本土科学家和国外科学家进行广泛的交流，从而非常好地完成引入算法这项工作，并且使兰利研究中心在世界范围内的航空航天领域及其他民用领域中成为 CFD 发展的新领导者。

在 ICASE 的诸多成果中，最为显著的包括：数学家 A. Brandt 对全势能方程的求解引入了多重网格松弛方法；数学家 D. Gottlieb 引入了谱算法；M. Y. Hussaini 带领团队从事谱算法对湍流转捩的研究；天体物理学家 B. Van Leer 引入了类 Godunov 算法，为兰利研究中心的 CFL2D/CFL3D

欧拉/纳维尔-斯托克斯代码奠定了基础；数学家A. Harten提出了总变差减小（TVD）格式；P. L. Roe发展了真正的多维欧拉法，现今被称为残差分布格式；数学家S. J. Osher和A. Harten共同发展了基本无振荡（ENO）插值法等。

航空航天领域中，高分辨率算法之外最有影响的贡献者是宇航学家A. Jameson，他发明了一系列高效的通过高阶人工黏性来获得数值计算的稳定性的欧拉/纳维尔-斯托克斯代码、模拟常微分方程解的龙格-库塔法以及加速收敛的多重网格松弛方法。

航空航天工程中纯欧拉时代仅持续了5年，在1985年，第一个基于高分辨率欧拉法的纳维尔-斯托克斯代码问世。从此数值计算的收敛速度变得更加重要，显式和隐式算法都需要进行探讨。随着向量计算成为一种标准，这两种算法会根据其各自能够允许的向量化程度具有不同的计算效率。在20世纪80年代末，符合欧拉计算的网格自适应性成为一个研究主题，特别是在固体边界处的树状结构自适应笛卡儿网格。与此同时，非结构网格从开始的三角形网格到后来的四面体网格也同样处于发展阶段。T. J. Baker和Jameson两人首先应用四面体网格对简化飞机进行了三维无黏求解。

1990年左右，研究者和使用者在高超声速领域外的大多数流动问题中，对气体动力学的高分辨率算法都很满意。直到1988年，人们才清楚地意识到，在马赫数高于5的来流条件下对高质量网格应用已经获得巨大成功的有限体积法如CFL2D，会在钝头体周围的流场中产生奇异解。比较有代表性的现象是会在头部产生非对称的“粉刺”状的弓形激波。

总的来说，20世纪80年代是一个CFD快速发展且开始作为一门学科在诸多大学中进行传授的时代。

2.3　20世纪90年代的CFD

1990年左右，弓形激波问题仍没有很好地解决，但是此时的CFD研究方向已经开始从欧拉/纳维尔-斯托克斯离散化的发展转向自适性和非结构网格的发展。这就意味着从此打开了计算多尺度流动的大门。除此之外，对于复杂流动的研究也有所增加，如多相流体动力学。1992年水平集方法的出现推动CFD继续向前发展，数学家W. A. Mulder、Osher和J. Sethian将流动分界面定义为距离函数的零水平集，并且距离函数满足演化方程。此外，欧拉/纳维尔-斯托克斯求解器的加速收敛法依然是研究的热点。1998年D. L. Darmofal和K. Siu通过以预处理方法和多重网格松弛法为主要形式的全显式方法，实现了对流经机翼的未知阶数无黏升力流的计算。在20世纪90年代的最后期间，随着求解伴随流动方程方法的出现，网格优化、设计优化以及不确定量化方面都取得了较大进展。值得一提的是，这种伴随流动方程是由Jameson在1989年提出的，能够详细地表示出每个流动单元对一些全局设计参数值的影响，如阻力等。

计算机计算能力质的飞跃使20世纪90年代成为首个应用大规模并行高性能计算和通信面对极具挑战性任务的年代，在很大程度上，这些努力与成就的影响力覆盖了整个世界。

2.4　21世纪的CFD

21世纪的第一个十年，由于大规模并行计算的普及，CFD与以往相比变得更加强大，这就要求面对如今CFD应用的多元性与挑战性，能够求解更加复杂的几何外形及更加复杂的流动情况。对于这种发展趋势，网格优化、设计优化以及不确定量化依然是眼下研究的主要方向。

为了有效地解决复杂的流动情况，有必要将界面通量进行公式化，这种公式化可以让使用者不需要了解求解方程所代表的具体物理含义，如黎曼求解器（Harten、Lax和Van Leer，1983）。为了有效地处理复杂的几何外形，就需要借助有限元方法（FEMs）。特别地，当依照一组基本函数对子单元数值解进行延拓时，现今较为普遍的解决办法是将延拓系数看作无关量，每一个延拓系数对应自己的更新方程，而不是像以往的方法一样，通过对相邻单元的解进行插值计算。这种方法保证了计算具有高阶精度（Barth和Deconinck，1999），而且还可以抵消低质量网格带来的不良影响。如果网格尺度为h，计算精度能够达到p阶，那么就称之为h-p细化策略，同样这也是现代CFD的重要内容。

古老的间断伽辽金法［Discontinuous Galerkin (DG)，1973］是这类方法的一个典型例子。这种方法在每个单元内部都采用多项式基函数的手段，通过求解方程与基函数的内积得到更新方程。怎么将DG法与多维限制器联系起来，并且保证高精度依



然是 CFD 学科中的研究要点。

3 计算流体力学（CFD）的原理

CFD 是一种通过数值渐近方法来求解偏微分方程的学科，需要有一系列的数值理论来支撑 CFD，使其求解得到的数值解能够具有有效性与实用性。

3.1 离散化

一台计算机只能储存并处理有限数量的信息，因此，偏微分方程的解必须通过有限的数据来进行表述。为了保证这一点，需要将所求解的问题在空间和时间上划分为多个区域（网格或单元），使计算机分别对其进行求解。例如，当流场中的信息是通过网格节点处的数据表达出来时，这种方法称为有限差分法（finite-difference methods，FDM）；当信息是通过每个单元网格内部数据的平均值表达出来时，这种方法称为有限体积法（finite-volume methods，FVM）。这两种方法是建立在插值计算的基础上的，也就是说，每个节点或单元网格上的信息都是通过插值计算得到的。相反，有限元法（finite-element methods，FEM）不是采用插值计算每个节点或单元网格上的信息，而是通过一组基函数的求和来描述其信息，这些基函数是相互独立的。上述三种方法都通过一系列有限的数据来描述整个问题，这种将问题划分为多个区域再进行求解的方法就叫作离散化。

3.2 一致性

若对一个偏微分方程进行渐近求解，所求得的解相对于原偏微分方程的解具有一致性，就表明当网格尺度接近无限小时离散化所带来的误差趋近于零。为了便于理解，假设偏微分方程为 $D_{ex}(U)=0$，其有限差分为 $D_{fd}(u)=0$。这里的 u 表示在网格节点处（$j\Delta x$，$n\Delta t$）对偏微分方程精确解 U 的一个离散近似解。将这些离散值 u_j^n 视作偏微分方程 $D_{ex}(u)=TE(u)$ 的精确解中提取的样本点，这个方程称为校准方程。方程右边的项为截断误差，之所以称为截断误差，是因为它等于精确解在某节点处的泰勒级数展开式中被舍入的部分项，即 Δx 或 Δt 的高阶项。为了更好地理解这一概念，考虑一维线性对流-扩散方程：

$$U_t+aU_x-\mu U_{xx}=0 \quad (a,\ \mu=\text{常数},\ \mu\geqslant 0) \tag{1}$$

这一模型广泛应用于 N-S 方程。根据图 1 中所示的四个节点，对上述方程进行有限差分，并加入量纲为 1 的参数 $q>0$ 可得

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}+a\frac{u_{j+1}^n-u_{j-1}^n}{2\Delta x}-\left[u+\frac{q(\Delta x)^2}{2\Delta t}\right]\frac{u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n}{(\Delta x)^2}=0 \tag{2}$$

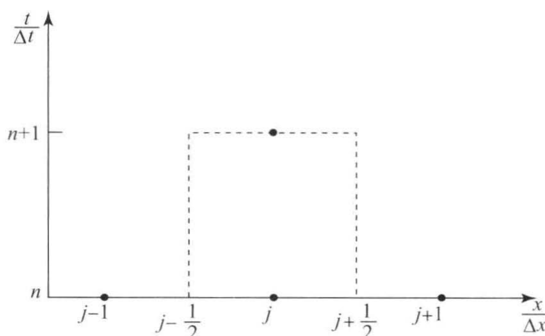


图 1 差分格式的节点分布

虚线框表示守恒定律作用的区域

由于方程（1）的截断误差具有无穷多项，因此在后续的分析中将其归结为两项。

首先考虑纯对流情况，即 $\mu=0$。差分格式可表示为

$$u_j^{n+1}=u_j^n-\frac{\nu}{2}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)+\frac{q}{2}(u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n),$$

$$\nu=\frac{a\Delta t}{\Delta x} \tag{3}$$

量纲为 1 的数 ν 最初是由 Courant、Friedrichs 和 H. Lewy 在 1928 年提出来的，也就是所谓的 CFL 数。假设方程（2）截断误差包括主项和其余的泰勒级数展开式，通过校准方程消除时间导数，可以得到如下形式的截断误差：

$$TE=\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}(q-\nu^2)u_{xx}+\text{高阶项} \tag{4}$$

方程（4）右端分母中 Δt 的存在意味着主项中的 q 应当也含有 Δt 的相关项，或者量纲为 1 的数 $|\nu|$，否则，对于给定的空间网格，选取很小的时间步长会导致截断误差的骤然增大。一种办法是取 $q=|\nu|$，这就是所谓的迎风差分格式：

$$u_j^{n+1}=u_j^n-\begin{cases}\nu(u_j^n-u_{j-1}^n) & (a,\ \nu\geqslant 0)\\ \nu(u_{j+1}^n-u_j^n) & (a,\ \nu<0)\end{cases} \tag{5}$$

Lax 和 Wendroff 提出了另外一种方法，即取 $q=\nu^2$，这样就消去了截断误差（4）中的主导项，

使差分格式具有二阶精度。根据 Lax 和 Friedrichs，对于任何 ν 值，当 $q=1$ 时，差分格式（3）的精度最差，特别是在 $\Delta t=(\Delta x)^2$ 时。

其次考虑纯扩散情况，即 a、ν、$q=0$，差分格式变化为

$$u_j^{n+1}=u_j^n+r(u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n),$$

$$r=\frac{\mu\Delta t}{(\Delta x)^2} \tag{6}$$

根据假设，差分格式（6）的截断误差的形式为

$$TE=\frac{(\Delta x)^4}{2\Delta t}r\left(\frac{1}{6}-r\right)u_{xxxx}+\text{高阶项} \tag{7}$$

当 $\Delta t=(\Delta x)^2$ 时，截断误差（7）中的主导项里只剩下分子中的$(\Delta x)^2$，这样仅通过平衡$(\Delta x)^2$来改变差分格式（6）的精度就可以了。

3.3　稳定性

采用有限差分方法对偏微分方程进行数值求解，当初始值出现小扰动时，不论网格的尺寸如何，在随后的任何时间点经过计算得到的数值解也保持着在很小的范围内发生扰动，那么这种有限差分方法就是稳定的，即数值求解的稳定性是有限差分方法抵抗初始值小扰动的能力。对于定常流动，在小扰动出现后的无限长时间内都应当保持求解的稳定性，这样就要求数值求解方法具有绝对的稳定性。

最有效的判断有限差分方法是否具有稳定性的方法是冯·诺伊曼分析法（von Neumann analysis）。相对于前面提及的截断误差分析，冯·诺伊曼分析法具有更加直观、浅显易懂的特点。考虑差分格式（2），其稳定条件为

$$\nu^2\leqslant q+2r\leqslant 1 \tag{8}$$

可以看到，上述稳定条件中隐含了 CFL 条件 $|\nu|\leqslant 1$，或者 $\Delta t\leqslant\Delta x/|a|$。换言之，数值计算的时间步长不会超过空间上流经网格间距所需的时间，或者空间流速不应当超过网格能够承载的最大流速（$\Delta x/\Delta t$）。

对于纯对流的有限差分格式，当 $\nu=\pm 1$ 时，稳定性要求任何差分格式中的 q 应当等于 1。在这种取值情况下，差分方程（5）简化为 $u_j^{n+1}=u_{j\mp 1}^n$，简化的差分方程（9）是纯对流情况下距离 $\mp\Delta x$ 以内的精确解，这是 $|\nu|=1$ 条件下独有的特点。CFI 条件的图形化描述如图 2 所示。

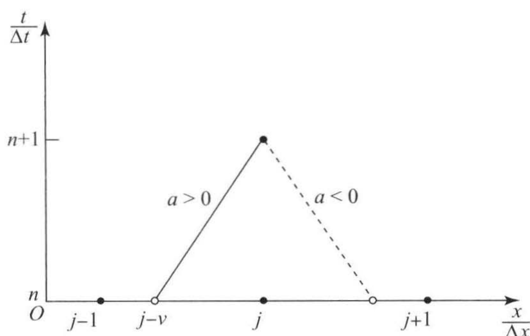


图 2　CFI 条件的图形化描述

图中显示的是对流路径，实线和虚线分别代表正负对流速度。t^n（开环）时对流的起点必须与 x_j 保持一个网格的距离。

当 q 取不同的值时，有限差分方程的精度也是不一样的。考虑截断误差（4），在 $q>\nu^2$ 时，主导项是稳定扩散项。在 $q=\nu^2$ 即 Lax-Wendroff 格式时，主导项消失，这种格式通过另一带有负系数的误差项$(\Delta x)^3u_{xxxx}$实现稳定性。

扩散项的存在制约了时间步长的选取，这种约束较 CFL 条件即方程（8）更加严格。对流与扩散之间的相互平衡由皮克列数（Peclet Number）进行描述，具体为 $Pe=|a|L/\mu$，与雷诺数相似，其中 L 为参考长度尺度。当 $L=\Delta x$ 时，皮克列数就与网格尺寸紧密联系在了一起，此时 $Pe_\Delta=|a|\Delta x/\mu=|\nu|/r$。取特殊情况 $q=|\nu|$，稳定性条件则变为 $|\nu|+2r\leqslant 1$ 或者 $\Delta t\leqslant(\Delta x/|a|)(Pe_\Delta/(Pe_\Delta+2))$。根据皮克列数与网格尺度的关系，若 Δx 增大则 Pe_Δ 随之增大，当量值增大到一定程度时，对流起主导作用。此时的扩散尺度 $\mu/|a|\ll\Delta x$，计算网格无法识别。若改善网格，皮克列数会随着网格尺度的减小而减小，最终可以变得很小，这时扩散在整个流动中起主导作用，并且 $\Delta t=Pe_\Delta\Delta x=(\Delta x)^2$。当 $q\sim|\nu|$ 时，对于任何 Pe_Δ 值，有限差分方程（2）的截断误差都不会超过 $O(\Delta t)$，所以对流-扩散方程总是渐近一致的。

对应于纯扩散方程，a、ν、$q=0$，稳定性条件变为 $r\leqslant 1/2$。截断误差（7）并不能直接反映出有限差分方程（5）是否具有稳定性。事实上，当 $r<1/6$ 时，截断误差中的主导项$(\Delta x)^2u_{xxxx}$带有负的系数，是不稳定的，但是偏微分方程中自带的扩散项会克服这一点。

当方程由扩散项主导时，网格速度会随着网格密度的增加而趋于无穷。也就是扩散方程中的特征速度为 $\pm\infty$，即初始扰动会立即传递到整个计算区



域。如差分方程（6）这样的显式格式不能达到这一效果，但是通过网格密度及偏微分方程精度的改善可获得近似的效果。相反，隐式格式可以做到这一点，如克兰克-尼科尔森格式：

$$u_j^{n+1}-\frac{r}{2}(u_{j+1}^{n+1}-2u_j^{n+1}+u_{j-1}^{n+1})=$$

$$u_j^n+\frac{r}{2}(u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n) \quad (9)$$

差分方程（9）能够在一个时间步长内将初始扰动传递至边界，达到无穷大的速度。隐式格式在 $r>0$ 的条件下都是稳定的，截断误差为 $O((\Delta t)^2)+O((\Delta x)^2)$。

3.4　收敛性

采用一种差分方法对空间和时间进行离散求解，需要确保得到的离散解能够逐渐趋近于真实的精确解，这一能力即为求解的收敛性。早在 1953 年，Lax 证明了他著名的等价定理（Equivalence Theorem），广泛适用于对线性偏微分方程的线性近似。该定理阐明差分格式的一致性和稳定性是数值解具有收敛性的充分必要条件。这一等价定理也常常被应用于非线性情况，此时刚性、一致性和稳定性仍然是收敛性的必要条件。

3.5　单调性

当初始值呈单调性分布时，偏微分方程（如对流-扩散方程）对应的数值解也具有单调性，这是对数值计算离散化的要求。满足单调性的差分方程称为保单调或无振荡差分格式，很明显，保单调格式能够保证初始值为正的情况下数值解也为正值。

为了实现保单调格式，假设更新方程不会因初始值的单调性而产生新的当地极值。Godunov（1959）指出线性更新方程，形如 $u_j^{n+1}=\sum_{l=-k}^{k}c_l u_{j+l}^n$，必须通过负的系数来保证单调性。而对于对流方程，单调性意味着其精度不会超过一阶，也就是 $TE=O(\Delta x, \Delta t)$，这被称为 Godunov 屏障理论。当方程为非线性时，可以回避这一屏障（第 4 节中有详细的说明）。

当 q 方程中 $k=1$，$c_{-1}=\frac{1}{2}(q+2r+\nu)$，$c_0=1-(q+2r)$ 和 $c_1=\frac{1}{2}(q+2r-\nu)$ 时，单调性要求方程系数具有非负值，即需要满足如下关系式：

$$|\nu|\leqslant q+2r\leqslant 1 \quad (10)$$

上述关系式的约束限制强于稳定条件（8）。$q+2r$ 取下限值时，方程在所有具有单调性的 q 方程中精度最高。对于纯对流情况，$r=0$，q 方程为迎风差分格式（5）。对于纯扩散情况，ν、$q=0$，单调性条件与稳定性条件相同，为 $r\leqslant 1/2$。

总的来说，更新方程系数的非负性保证了数值解与初始值之间的单调变化，即增大或减小初始值，数值解也会出现同样的变化规律。这一性质称为单调性，在多维度数值计算中依然具有重要意义。另一个多维度概念是极大值原理，来自于纯边界值问题，这一原理表明数值解的极大值往往会出现在计算区域或子域的边界上。对于数值离散求解，这一性质也很重要。

3.6　守恒性

计算流体力学基本方程分别描述了质量守恒、动量守恒和能量守恒。这三种守恒概念对数值计算也很重要，尤其是在需要正确求解激波的传播速度时。为了便于理解，考虑散度形式或守恒形式的一维 N-S 方程：

$$\boldsymbol{U}_t=(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{U})-\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}_x)_x=0 \quad (11)$$

式中，$\boldsymbol{U}$ 为守恒变量矢量（密度、动量密度和总能密度）；$\boldsymbol{F}$ 为无黏通量或欧拉通量，$\boldsymbol{D}$ 为扩散系数矩阵，包含黏性和热导率。对于图 1 的节点分布，通过对 PDE 在计算单元 $[x_{j-\frac{1}{2}}, x_{j+\frac{1}{2}}]\times[t^n, t^{n+1}]$ 上进行积分，发现了积分形式的守恒定理，其具体形式为

$$\frac{\overline{\boldsymbol{U}}_j^{n+1}-\overline{\boldsymbol{U}}_j^n}{\Delta t}+\frac{\langle \boldsymbol{F}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}_x\rangle_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}-\langle \boldsymbol{F}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}_x\rangle_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x}=0 \quad (12)$$

这里上划线和单书名号分别表示空间和时间平均，在平均处理中选取的是空间和时间间隔的中点。上述方程表明包含在空间间隔（$\overline{\boldsymbol{U}}\Delta x$）中的 $\boldsymbol{U}$ 的量值只因时间而改变，取决于流动在边界处（$\mp\langle \boldsymbol{F}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}_x\rangle\Delta t$）的流入或流出。积分守恒性质是无黏情况下推导激波传播跳跃方程的基础。方程（12）虽然在形式上与离散方程相似，但是它是精确的表达式，并不是近似方程；当近似求解通量的时间积分时，方程会保留近似计算的数值误差。

下面通过举例进行说明。当把离散点数据看作单元平均值，将方程（12）转化为有限体积格式时，有限差分 q 方程被应用到非线性方程（11）中，N-S 通量通过如下方程来近似表述：

$$F_{\mathrm{NS}}(\bar{u}_j^n, \bar{u}_{j+1}^n)=\frac{1}{2}[F(\bar{u}_j^n)+F(\bar{u}_{j+1}^n)]-\left[\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}Q(\bar{u}_j^n, \bar{u}_{j+1}^n)+D(\bar{u}_j^n, \bar{u}_{j+1}^n)\right]\frac{\bar{u}_{j+1}^n-\bar{u}_j^n}{\Delta x} \tag{13}$$

式中，Q 是满足稳定性或单调性的矩阵。$F_{\mathrm{NS}}(u_j^n, u_{j+1}^n)$ 称为数值通量函数，至少要满足一致性条件 $F(U, U)=F(U)$。

每一空间点 $x_{j+\frac{1}{2}}$ 上的数值通量概念和每一时间点上对 $\bar{u}_j$ 的预估方式使空间和时间上对方程（12）求和时不需要对全内部区域项进行运算，仅剩下靠近区域边界处的值对最终的计算结果有贡献。

N-S 通量中，特别是无黏贡献已经成为数值计算领域内广泛的研究对象。数值欧拉通量函数的分类输入 u_j 和 u_{j+1} 之间最初出现不连续后，$x_{j+\frac{1}{2}}$ 处产生通量，如激波管。这种交互问题就是已知的黎曼初始问题，它的精确解由 Godunov（1959）首次提出并使用。基于 Godunov 解的数值通量是偏迎风格式。任何其他的通量函数都可以被看作通过“近似黎曼求解器”推导而来，详细内容见第 1 卷 44 章。

3.7 不可逆性

如果非线性 PDE 的离散方法能够求解激波，那么它一定具有守恒性和不可逆性。对于激波内的不可逆过程（摩擦和传热），甚至激波仅被看作数学上的不连续时，需要考虑不可逆性。冯·诺伊曼早就意识到了这一点，并且首先在可压缩流动的差分方程中添加了人工黏性项（Richtmyer 和 Morton，1967）。缺少人工黏性项的差分方程在有激波的情况下会变得不稳定或出现剧烈的振荡。因此，时间可逆蛙跳格式方程可以用来求解线性波传递（如声波），但是不能应用在可压缩欧拉方程中。

$$u_j^{n+2}=u_j^n-\nu(u_{j+1}^{n+1}-u_{j-1}^{n+1}) \tag{14}$$

欧拉方程的离散通常还包含人工传热和人工质量扩散项，所有的人工项都属于人工耗散。尽管求解激波需要离散方法具有稳定性，但人工耗散始终是一种数值误差，必须尽可能地保证它在其他地方很小。特别是在 N-S 离散中，欧拉项导致的人工耗散误差相对于方程中物理耗散项必须保持足够小，以免边界层出现非物理性的变薄以及计算阻力值不准确。值得注意的是，通过人工耗散这一方法捕捉到的激波结构的厚度会过大，通常需要几个网格的宽度，但是这不会影响研究兴趣。只要真实的激波结构对问题分析很重要，如在高超声速中，它就必须精确地通过网格进行解析。

4 分析工具

4.1 冯·诺伊曼分析

冯·诺伊曼通过对恒定参考状态开展更新格式的线性化傅里叶分析，预测数值解扰动的增长规律。下面在一维条件下对这一分析过程进行阐述。

考虑复杂初始干扰的形式为 $\epsilon(x, 0)=\epsilon_0\exp(2\pi ikx)$，$k$ 表示单一傅里叶级数的空间频率。当把这些初始干扰代入 U 的线性有限差分方程中时，更新解的形式变为 $\epsilon(x_j, \Delta t)=g_{\mathrm{fd}}(U, \Delta x, \Delta t\cdots)\epsilon(x_j, 0)$。这里，$g_{\mathrm{fd}}$ 表示格式的放大系数，取决于 U、网格常数和一些可能出现的自由变量。有限时间间隔上稳定性条件变为 $|g_{\mathrm{fd}}|\leqslant 1+O(\Delta t)$。$O(\Delta t)$ 项在有限的时间上允许自身出现有限的增长，并且能够抵消 PDE 中可能出现的源项；对于对流类问题，有 $O(\Delta x)=O(\Delta t)$，所以这一项允许 U 和 Δx 上出现光滑的空间变化。通过消去 O 项，可以得到绝对稳定性条件，即 $|g_{\mathrm{fd}}|\leqslant 1$。

当将这一分析过程应用到 q 格式（2）中时，有

$$g(\beta, \nu, q, r)=1-(q+2r)(1-\cos\beta)-\nu i\sin\beta, \quad \beta=2\pi k\Delta x \tag{15}$$

并且

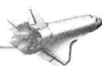
$$|g(\beta, \nu, q, r)|=\left(1-4\left\{q+2r-\nu^2-[(q+2r)^2-\nu^2]\sin^2\frac{\beta}{2}\right\}\sin^2\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

需要满足绝对稳定性条件才能得出之前的结果（8）。

当应用到 PDE 时，冯·诺伊曼分析会产生放大矩阵 G，而 G 的特征值必须都满足稳定性条件。对采用了通量（13）的欧拉格式应用冯·诺伊曼分析相对容易，其中 $D=0$。首先线性化欧拉方程，得到 $U_t+A(U_0)U_x=0$，矩阵 $A(U)=\mathrm{d}F(U)/\mathrm{d}U$ 是雅克比通量，放大矩阵变为

$$G=1-Q(1-\cos\beta)-i\frac{A\Delta t}{\Delta x}\sin\beta \tag{17}$$

Q 通常为与 A 有相同基本特征向量的矩阵，因此，G 也有同样的特征值。通过标量条件（8）可以确保稳定性，此时 $r=0$。所有 G 的特征值都满足



$$|g_k| \leqslant 1 \quad (k=1,\ 2,\ 3) \tag{18}$$

特征值可以表示为如下形式：

$$g_k = 1 - q_k(1-\cos\beta) - \mathrm{i}\frac{a_k \Delta t}{\Delta x}\sin\beta \tag{19}$$

其中包含了矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 的特征值 a_k 和 q_k。典型地，特征值 $q_k=1$，2，3，与 a_k 具有相同的标量函数形式，甚至精度更高。对于 $\nu_k = a_k\Delta t/\Delta x$，有 $q_k = q(\nu_k)$，这就使 a_k 和 q_k 具有类似的形式。

特征值 a_k 通常也被称为特征速度，对于欧拉方程，可以分别表示为 $a_1 = u-c$，$a_2 = u$，$a_3 = u+c$，其中 u 和 c 分别是流体速度和声速。时间步长的稳定范围将由最大速度的绝对值决定，即 $\Delta t \leqslant \Delta x/(|u|+c)$。因为 u 和 c，可能 Δx 会在空间上变化，所以这一条件必须被视为当地稳定性条件，在每一时间步，时间步长必须足够小，以满足每一网格节点处的稳定性条件。

对于多维格式，则需要进行多维傅里叶分析，包括各个方向的独立空间频率。

4.2 耗散与色散分析

冯·诺伊曼分析能获得微分方程的精确解，以傅里叶变换 g 的形式给出，与 PDE 中放大系数 g_{ex} 进行比较，可以得到关于离散数值误差的完整信息。在 g 中，这些误差表现为幅值误差或耗散，以及相位误差或色散。为了进一步阐明这两种误差，再次考虑对流-扩散方程（1）和它的离散方程（2)，特别要注意纯对流情况（μ，$r=0$）。

一维对流扩散方程（1）精确解的放大系数为

$$g_{\mathrm{ex}}(\beta,\ \nu,\ r) = \exp(-r\beta^2 - \mathrm{i}\nu\beta) \tag{20}$$

我们希望将其与方程（15）给出的放大系数 g_{fd} 作比较，出于这一目的，把放大系数 g_{fd} 表达为 $g_{\mathrm{fd}} = |g|\exp(\mathrm{i}\phi)$。其中，$|g|$ 通过表达式（16)给定，ϕ 如下式所示：

$$\phi = \arg(g_{\mathrm{fd}}) = \arctan\frac{-\nu\sin\beta}{1-(q+2r)(1-\cos\beta)} \tag{21}$$

首先考虑嵌入式对流方程（$r=0$），这一格式同时具有耗散性和色散性，通过如下小量在每一时间步上改变傅里叶级数的幅值：

$$|g| - 1 = -\frac{1}{2}(q-\nu^2)\beta^2 + O(\beta^4) \tag{22}$$

当稳定性条件（8）满足的情况下，上述小量表示的是阻尼项。对流速度的改变由下述小量来描述：

$$\frac{\phi-(-\nu\beta)}{-\nu\beta} = -\frac{1}{3}(1-3q+2\nu^2)\beta^2 + O(\beta^4) \tag{23}$$

上述小量可以是正值也可以是负值。除了 $q=\nu^2$（Lax-Wendroff）时，幅值误差减小为 $O(\beta^4)$，对应的是二阶格式。如果 $q=(1+2\nu^2)/3$，相位误差也会随之降低到 $O(\beta^5)$。当幅值误差正比于 β^2，使相位误差 $\phi-(-\nu\beta)$ 正比于 β^3，这是典型的一阶格式。这样就得到了低相位误差（LPE）格式，但是由于耗散误差为 $O(\beta^2)$，因此此时格式的精度依然是一阶的。通过反扩散校正步可以将耗散误差降低到 $O(\beta^4)$，校正步形式如下：

$$(u_j^{n+1})_{\mathrm{cor}} = u_j^{n+1} - \frac{1}{2}(q-\nu^2)(u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}) \tag{24}$$

利用上述校正形式，能够以 LPE 格式为起始格式，最终得到三阶精度的结果。这一预测-校正过程就是 Boris 的 FCT 方法的基础。

$q=|\nu|$ 时的迎风格式与 $|\nu|=\dfrac{1}{2}$ 时的 LPE 格式极为相似，对于此时的 CFL 数，从表达式（21）可以看到，对于所有的 β 值，相位误差不是仅仅减小了而是彻底消失了，这一特性与高阶迎风偏斜格式相同，是非常令人满意的。

时间可逆对流格式，如表达式（14)，$|g|=1$，所以不存在耗散误差。如第 3 节中所述，当近似于非线性守恒定律时，这一格式是不可取的。另外，扩散方程的离散化通常没有耗散误差。例如，格式（6）具有实放大系数 $g(\beta,\ r) = 1-2r(1-\cos\beta)$，所以不影响相位。

4.3 修正方程

修正方程在 CFD 的早期主要用于描述差分格式的特性，通常不会给出比截断傅里叶展开式更多的信息。例如，修正方程右端项（4）的扩散项与方程（22）右端的阻尼项反映的是相同的信息。因此，对于线性方程，需要对校正方程进行全傅里叶变换，实际上，可以通过全傅里叶变换方便地得到修正方程任意阶的误差项。修正方程唯一的优点在于它还能够用于非线性差分格式，但超出了其适用性，特别是在激波结构内，幂级数不收敛导致方程右端截断项没有意义。

4.4 限制器

对线性对流方程的更新格式采取非线性化，就

可以化解 Godunov 的屏障理论（第 3 节），这就意味着，更新格式的系数要取决于输入的数据。在概念上有许多不同的方法能够达到这一目的，其中最被广泛接受的是子单元求解。子单元结果可以以显式形式来描述（FEM）、通过插值来获得（FVM）或者由假设而来，同时还必须满足一些单调性或非振荡约束。在实际应用中，它意味着要限制非连续首尾处单元中子单元分布的名义导数值。

守恒的非振荡插值要求在每一通量预测处至少有三个初始数据。适合限制器的格式之一为 1968 年由 J. E. Fromm 提出的二阶迎风偏斜对流格式，对于 $\nu\geqslant 0$，其形式为

$$\bar{u}_j^{n+1}=\bar{u}_j^n-\nu\left[\left(\bar{u}_j^n+\frac{1-\nu}{2}\delta u_j^n\right)-\left(\bar{u}_{j-1}^n+\frac{1-\nu}{2}\delta u_{j-1}^n\right)\right] \tag{25}$$

式中，$\delta u_j^n=\frac{1}{2}(\Delta_-\bar{u}_j+\Delta_+\bar{u}_j)$，且 $\Delta_-\bar{u}_j\equiv\bar{u}_{j+1}-\bar{u}_j$，$\Delta_+\bar{u}_j\equiv\bar{u}_j-\bar{u}_{j-1}$。

条形柱表示的是离散解在单元格内的平均值。为了完成有限体积插值，假设时间点为 t^n，任意选取单元格 j，存在线性分布并且其形式为 $u(x,t^n)=\bar{u}_j^n+(x-x_j)\delta u_j^n/\Delta x$，$x_{j-\frac{1}{2}}<x<x_{j+\frac{1}{2}}$，见图 3(a)。对初始值分布，应用精确对流算子，这意味着在接下来的时间步内将结果转移了 $\nu\Delta x$ 的距离。在 t^{n+1} 时间点上，单元格内含有分段的线性分布，经过平均化能精确地得到方程（25）中 $\bar{u}_j^{n+1}$ 的值。

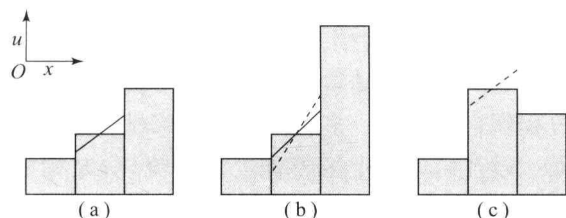


图 3　Fromm 格式的非振荡插值法

(a) 中间单元的标准线性差值；(b) 中间单元的无限（虚线）和有限（实线）线性差值，适用于无限分布未达到左边单元平均值的情况；(c) 中间单元的无限（虚线）和有限（实线）线性差值，适用于中间单元有局部极值的情况

单元格初始平均值是非降的序列，如果任意子单元格分布梯度过大，则可能会产生极值，特别是在子单元格分布值超过紧邻单元格平均值差值的时候。这种情况发生在 t^n 时刻光滑度监视器 $s_j=\Delta_+\bar{u}_j/\Delta_-\bar{u}_j$ 取值接近 1、大于 3 或者小于 1/3 时。在图 3（b）中，为了达到约束 δu_j 是min（$\Delta_+\bar{u}_j$，$\Delta_-\bar{u}_j$）的两倍这一目的，需要引入限制器。另外，在插值过程中已存在的极值是不允许出现增长的，这意味着极值为 $\bar{u}$ 的单元格内梯度应当设置为零，见图 3（c）。全限制器形式为

$$(\delta u_j)_{\lim}=\begin{cases}\min\{2|\Delta_-\bar{u}_j|,\ |\delta u_j|,2|\Delta_+\bar{u}_j|\}\operatorname{sgn}\delta u_j \\ \quad(当\ \operatorname{sgn}\Delta_-\bar{u}_j=\operatorname{sgn}\delta u_j=\operatorname{sgn}\Delta_+\bar{u}_j\ 时) \\ 0\ (其他)\end{cases} \tag{26}$$

在方程（25）表示非连续伽辽金格式（一种 FEM 格式）时，$\bar{u}_j$ 和 δu_j^n 都是网格上独立的离散变量，上述表达式依然有效（额外还需要关于 δu_j^n 的更新方程）。

Van Leer 在 1974 年提出的限制器［式(26)］被称为“double minmod”，它含有宽范围的光滑度监视器，$1/3\leqslant s\leqslant 3$，其他限制器不具备这一点。无限制线性格式（Fromm 格式）被称为目标格式。另一方面，“minmod”限制器首先由 V. V. Kolgan 在 1972 年采用，即

$$(\delta u_j)_{\lim}=\begin{cases}\min\{|\Delta_-\bar{u}_j|,\ |\Delta_+\bar{u}_j|\}\operatorname{sgn}\Delta_-\bar{u}_j \\ \quad(当\ \operatorname{sgn}\Delta_-\bar{u}_j=\operatorname{sgn}\Delta_+\bar{u}_j\ 时) \\ 0\ (其他)\end{cases} \tag{27}$$

它总是在系数中选择最小梯度的有限差分法来作为子网格的梯度，它不具有线性目标方式，然而，另外一个经常起作用的限制器也是源于 1974 年的 Van Leer 的谐波限制器：

$$(\delta u_j)_{\lim}=\begin{cases}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Delta_-\bar{u}_j}+\frac{1}{\Delta_+\bar{u}_j}\right)\right]^{-1}=\frac{4s_j}{(s_j+1)^2}\delta u_j \\ \quad(当\ \operatorname{sgn}\Delta_-\bar{u}_j=\operatorname{sgn}\Delta_+\bar{u}_j\ 时) \\ 0\ (其他)\end{cases} \tag{28}$$

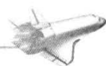
当 s 接近于 1 时，它就偏离于“double minmod” $O\{(1-s)^2\}$，并且可能将其认为是“double minmod”的平滑版本。

1982 年的 Van Albada 的限制器为

$$(\delta u_j)_{\lim}=\frac{[(\Delta_+\bar{u}_j)^2+\epsilon]\Delta_-\bar{u}_j+[(\Delta_-\bar{u}_j)^2+\epsilon]\Delta_+\bar{u}_j}{(\Delta_+\bar{u}_j)^2+(\Delta_-\bar{u}_j)^2+2\epsilon}$$

$$\epsilon>0,\ \epsilon\sim(\Delta x)^3 \tag{29}$$

通过设计，它具有两个属性：①在光滑极值附近，$\Delta_\pm\bar{u}_j$ 的量级为 $O(\Delta x)^2$，限制作用就会消失，并且可以避免由于局部设置的 $\Delta_\pm\bar{u}_j=0$ 而造成对极值的限制；②（δu_j）$_{\lim}$ 对于输入的数据 $\bar{u}_j^n$ 及 $\bar{u}_{j\pm1}^n$ 是连续可微的，当推进趋向于定常状态时，这



将有利于在一个限制周期内求解不会受到限制。

最后，这里给出1985年Roe的“Superbee”：

$$
(\delta u_j)_{\lim}=\begin{cases}\min\{2\,|\Delta_-\bar{u}_j|,\ 2\,|\Delta_+\bar{u}_j|,\\ \max(|\Delta_-\bar{u}_j|,\ |\Delta_+\bar{u}_j|)\}\mathrm{sgn}\delta u_j\\ \quad(\text{当 }\mathrm{sgn}\,\Delta_-\bar{u}_j=\mathrm{sgn}\delta u_j=\mathrm{sgn}\Delta_+\bar{u}_j\text{ 时})\\ 0\ (\text{其他})\end{cases}\tag{30}
$$

将这些限制器结合起来，这样会减小 δu_j，就会有过度或者脱靶的危险，但是人工压缩可以增加 δu_j，就不会有过度或者脱靶的危险。人工压缩在加剧间断接触的数值曲线方面是非常有效的，否则曲线就会随着时间延伸出去。

对于对流扩散的非线性偏微分方程组的离散化，在1983年，Harten基于对离散解的总体变化 $\sum_j|u_j-u_{j-1}|$ 的检测做了单调性分析，它会随着新极值的出现而增加。不会增加总的变化的方法被称为总变差减小法（TVD），所有以上的限制除了式（29）都对Fromm方法［方程（25）］做了补偿。

TVD的概念在很多方面都没有得到有效的延伸，但是Harten和Osher在1986年提出的ENO插值法确实得到了广泛延伸。该方法是任意高阶的分级插值法。在该方法中，将模板扩展到可以容许对后续高阶微分的计算，通过增加节点或者网格，将会导致那些微分的值最小。ENO方法是总变差限制的方法，总变差的增加仅仅是 $O(\Delta x)^2$，因此可以确保平滑极值不会发生变化。Van Albada限制器［式（29）］也可产生一种TVB格式。ENO方法具有高度的非线性，具有连续变化的模板和内置目标方法；为了克服相关的问题，C. W. Shu在1996年研究了加权基本无振荡方法（WENO），当不需要限制时，该方法的确回到了目标格式。WENO只用于结构网格，来研究基本流动等物理问题，如湍流转捩。

当计算非结构网格的多维解时，所用到的限制器通常都会是“double minmod”［方程（26）］的扩展。多维限制仍然是人们研究的项目；在可能候选的一个高阶微分值的最小局部值选择上，主要依据ENO方法。

5　流动求解器的分析

上面提到的定律致使CFD方法有了强烈的限制，空气动力学问题的一个实际的方法——通常包括激波，并且一般为高雷诺数——必须满足一致性、稳定性、单调性、守恒性以及不可逆性的限制。即使满足了这些限制，在涉及和选择一个方法时，仍然会有许多可能的方法供选择。下面给出一些选择的非常简短的纲要，而更为全面的描述可以在Hirsch’s（1989—1991）对于CFD的相关研究中找到。

5.1　物理模型

第一个可以影响求解器设计的选择就是什么样的物理过程需要建模。如果可压缩性效应不重要，那么不可压缩流动求解器的具体设计将会很简单，并且相比于那些适用于一定马赫数范围内的求解器更加有效。流动中的湍流可以用很多方法来处理，这对求解器的设计具有深刻的影响。对于假设全部为层流（空气动力学流动中的一小部分）的流动，或者在那些湍流长度和时间尺度都能在所选网格上完全解析的流动（空气动力学流动中更小的一部分），对湍流建模而言，不需要单独的封闭条件。然而，空气动力学中的大多数流动都会出现湍流并且在网格上不能解析。在这种情况下，雷诺应力项、亚格子项，以及为了封闭方程组需要的附加方程组都需要一个稳定的离散方法（参见第1卷第47章对于雷诺平均N-S方程的讨论，以及第1卷第48章对大涡模拟的讨论）。

其他的物理效应也可能会出现：化学反应、多相流、流体-结构的相互作用都是空气动力学中常见的问题。反应流动致使大的刚性常微分系统与流动方程耦合在一起；多相流需要追踪材料之间的交界面，以及交界面上的特殊处理；流体-结构的相互作用需要对数值边界步骤进行仔细的设计，并且经常代入拉格朗日或者混合拉格朗日/欧拉的流动处理中。

5.2　基本的离散和网格

如前所述，三个最常见的离散方法是有限差分法、有限体积法和有限元法。除了离散方法的选择之外，网格类型也需要选择。有限差分法通常用于结构网格，在这种网格中，网格点可以很自然地以数组类型的数据结构来保存。有限体积法和有限元法适用于那些不适用于数组的网格；链表数据结构经常用于这种情况。此外，网格可以通过多个相邻

的阵列结构化块（多块网格）、重叠阵列结构化块（重叠网格），或者点的动态适应设置（自适应网格，参见第1卷第45章）来构建。

5.3 对流项和黏性项的空间离散化

N-S方程中的对流项和黏性项带来不同的挑战。因为对流项中固有的非线性特点，稳定性和单调性控制着它们的离散化方法的设计。对于可压缩N-S方程，流函数和限制条件的选择是离散方法的重要因素，不可压缩流动N-S方程求解器通常不会出现在流函数项中，但是限制条件的选择是关键。对于黏性项，精确控制离散化的选择。

5.4 时间离散

在几乎所有实际可行的空气动力学求解器中，稳定性考虑要求一个格式带有一些隐式特征，也就是说，这种格式不能写成如下形式：

$$\frac{\bar{U}_j^{n+1}-\bar{U}_j^n}{\Delta t}=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{U}^n) \tag{31}$$

而必须写成

$$\frac{\bar{U}_j^{n+1}-\bar{U}_j^n}{\Delta t}=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{U}^n,\ \boldsymbol{U}^{n+1}) \tag{32}$$

这里的$\boldsymbol{R}$叫作残差，由方程（9）代表的该方法可以写成这种形式。像这种隐式方法需要$\boldsymbol{R}$的线性化近似，以及典型的迭代方法来求模拟方程大型系统的解。对于大雷诺数流动，最终系统除了大以外，条件稀缺并且必须进行预处理，以便加速迭代方法的收敛。

6 结束语

CFD在航空航天分析和设计方面起着重要的作用，而航空航天工程主导着CFD在许多领域的发展。由于计算机计算能力的逐渐增加，在计算机上运行CFD代码可以处理越来越复杂的问题。即便代码和应用程序变得更为复杂，仍然有几个核心的定律和方法对于CFD代码的分析和设计是不可或缺的。

参考文献

Barth, T. J. and Deconinck, H. (eds) (1999) *High-Order Methods for Computational Physics*, Springer.

Beam, R. M. and Warming, R. F. (1978) An implicit factored schemefor the compressible Navier-Stokes equations. *AIAA J.*, 16, 393-402.

Brackbill, J. U. (ed.) (1997) *J. Comput. Phys.*, 35 (2), (30th Anniversary Issue).

Deconinck, H. and Koren, B. (eds) (1997) *Euler and Navier-Stokes Solvers Using Multidimensional Upwind Schemes and Multigrid Acceleration*, Vieweg, vol. 57 in the series *Notes on Numerical Fluid Mechanics*.

Drikakis, D. and Rider, W. (2005) *High-Resolution Methods for Incompressible and Low-Speed Flows*, Springer.

Godunov, S. K. (1959) A finite-difference method for the numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics. *Mat. Sb.*, 47, 271-306.

Godunov, S. K. (1999) Reminiscences about difference schemes. *J. Comput. Phys.*, 153, 6-25.

Hafez, M. (ed.) (2000) CFD and education. *Comput. Fluid Dyn. J.*, 9, 3 (Special issue dedicated to K. Oshima).

Harten, A., Lax, P. D. and Van Leer, B. (1983) Upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Rev.*, 25, 35-61.

Hess, J. and Smith, A. (1966) Calculation of potential flow about arbitrary bodies. *Progr. Aeronaut. Sci.*, 8, 1-138.

Hirsch's, C. (1989-1991) *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Wiley (two volumes, paperback edition).

Hirschel, E. H. and Krause, E. (eds) (2009) *Notes on Numerical Fluid Mechanics - 40 Years of Numerical Fluid Mechanics and Aerodynamics in Retrospect*, Springer, vol. 100 in the series *Noteson Numerical Fluid Mechanics*.

Hussaini, M. Y., van Leer, B. and van Rosendale, J. H. (eds) (1997) *Upwind and High-Resolution Schemes*, Springer.

Jameson, A. (1989) Computational aerodynamics for aircraft design. *Science*, 245, 361-371.

Jameson, A., Baker, T. J. and Weatherill, N. P. (1986) Calculation of inviscid transonic flow over a complete aircraft. AIAA 86-0103.

Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E. (1981) Numerical solutions of the Euler equations by a finite-volume method using Runge-Kutta time-stepping schemes. AIAA 81-1259.

Murman, E. and Cole, J. (1971) Calculations of plane steady transonic flow. *AIAA J.*, 9, 114-121.

Oran, E. S. and Boris, J. P. (eds) (2001) *Numerical Simulation of Reactive Flow*, 2nd edn, Cambridge University Press.



Richtmyer, R. D. and Morton, K. W. (1967) *Difference Methods for Initial-Value Problems*, Interscience.

Roe, P. L. (1981) Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys.*, 43, 357 - 372.

Rumsey, C. L., Biedron, R. T. and Thomas, J. L. (1997) CFL3D: its history and some recent applications. *Technical Report TM*112861, NASA.

Van Leer, B. (1979) Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method. *J. Comput. Phys.*, 32, 101 - 136.

Van Leer, B. (2000) CFD education: past, present, future. *Comput. Fluid Dyn. J.*, 9, 157 - 163.

Van Leer, B. (2009) Development of numerical fluid mechanics and aerodynamics since the 1960s: US and Canada, in vol. 100, *Noteson Numerical Fluid Mechanics*-40 *Years of Numerical Fluid Mechanics and Aerodynamics in Retrospect* (eds E. H. Hirscheland E. Krause), Springer, pp. 159 - 185.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 43 章

基于湍流流动实验的CFD验证和确认

Fernando F. Grinstein
洛斯阿拉莫斯国家实验室应用物理系，洛斯阿拉莫斯，美国

1 背　　景

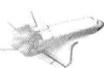
基于计算流体力学（CFD）的有效预测的可用性在许多工程如地球物理学、气象学和天体物理学应用中是至关重要的。实验室研究通常说明了复杂非线性三维物理过程的最终结论，而这些物理过程都具有不能解释的细节和机理。基于数值模拟的流动实验的开展需要利用初始精度控制和边界条件(BCs)，非常适合用于获取关于实验室观察的本质动力学的见解。

对 CFD 模拟工具的局限性和用途的了解和掌握，是成功应用的先决条件。验证和确认都是获取计算模拟（Oberkampf 和 Trucano，2008）的精度和可靠性的最基础的方式。验证就是评估软件代码的可靠性和 CFD 解的数值精度，确认主要解决模拟的物理模型精度。验证就是一个过程，该过程确保求解方程组的程序代码是正确的，它一般是通过收敛研究和解析测试来完成。确认就是一个说明的过程，该过程利用相关的初始条件和边界条件求解适当的方程组，它主要是通过比较可行的实验数据和理论研究而得到解决。本文的一个基本的方面就是评估实验中的不确定性。

当涉及湍流流动实验时，流动特征问题具有特殊的意义。主要依靠与网格无关的 N-S 方程的数值解的收敛和建立直接数值模拟（DNS），来捕捉湍流流动的所有相关尺度的动力学特性。在可以预见的未来，该方法对于大多数在适当的高雷诺数（*Re*）条件下的有意义的实际流动来说，其成本昂贵得令人难以承担。数值模拟的另一种方法，雷诺平均 N-S（RANS），通过在均匀方向和时间方向取平均，用于工业中典型的复杂湍流流动。大涡模拟（Sagaut 2006；Grinstein、Margolin 和 Rider，2007）已经成为有效的中间方法，该方法介于 DNS 和 RANS 之间，能够获得一些流动特征，而这些流动特征不能用 RANS 来处理，如明显的流动非定常性和强烈的涡声耦合现象。LES 期望将湍流的物理意义上的尺度划分为两部分，一部分由可解尺度构成，也就是所谓的能量包含尺度，另一部分是与小涡相关的不可解尺度，为此可用亚格子尺度（SGS）封闭模型来代替可能更为普适的流。

需要解决的 CFD 相关的问题就是在 SGS 等级上，即在计算网格内，以及在超格子尺度（SPGS）上，即在初始值和计算边界之外，对不可解的流动进行体动学建模。对于将要数值求解的方程的封闭性来说，必须给定 SGS 和 SPGS 信息。SGS 模型作为修正流场中的附加源项，应该显式或隐式出现，方程通过数值方法求解，而 SPGS 模型提供给定的必要的一系列初始和边界条件，以确保唯一适定解。从这个观点来说，很明显，模拟过程本来就由 SGS 和 SPGS 信息的给定过程来决定。另外，实验室中的观察经常是由测量/可视化设备的分辨率的有限空间/时间尺度特征化的。实验室实验，由于设备的有限尺寸和边界上的实际流动条件而受到限制。再者，计算和实验室实验中可能的初始条件（ICs）的瞬态和长期效应都需要解决。因此，认识数值模拟和实验室实验两者固有的干涉特性是非常重要的。

下文给出了关于相关 SGS 和 SPGS 问题的概



述，同时也给出了相关的离散因素。接着主要讨论试图对目前具有实际意义的复杂流动问题的 CFD 和实验进行整合时，所面临的初始条件特征化和建模困难。

2　亚格子尺度问题

我们就只模拟具有最小特征可解尺度的流动，而这些特征可解尺度由截断波长的分辨率决定，而截断波长由离散化或者可解的空间滤波过程来决定。SGS 建模的有效分析可以建立在被称为修正方程分析（MEA）的正式过程上——参见 Grinstein、Margolin 和 Rider（2007）和这里的参考文献。为了简化讨论，我们致力于概念性的最简单的例子，该模型是具有标量混合的不可压缩流动。修正后的方程组（由数值计算解来满足）如下：

$$\partial_t(\bar{\boldsymbol{v}})+\nabla\cdot(\bar{\boldsymbol{v}}\otimes\bar{\boldsymbol{v}})+\nabla\bar{\boldsymbol{p}}-\nu\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{S}}=-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_v+\boldsymbol{t}_v$$

$$\partial_t(\theta)+\nabla\cdot(\bar{\boldsymbol{\theta}}\bar{\boldsymbol{v}})-\kappa\nabla^2\bar{\boldsymbol{\theta}}=-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_\theta+\boldsymbol{t}_\theta \quad (1)$$

公式中的上横线代表空间滤波，$\boldsymbol{v}$ 是螺旋速度场，θ 是守恒物质的标量浓度，v 和 κ 分别是动量和物质扩散，$\boldsymbol{t}_v$ 和 $\boldsymbol{t}_\theta$ 是离散化效果和微分与滤波的联系。为了确保滤波未知项中的方程能够封闭，必须给出这样的显式模型：$\boldsymbol{\sigma}_v=\overline{\boldsymbol{v}\otimes\boldsymbol{v}}-\boldsymbol{v}\otimes\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_\theta=\overline{\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{v}}-\bar{\boldsymbol{\theta}}\bar{\boldsymbol{v}}$。

在没有普遍接受的湍流理论的情况下，为了解决 SGS 建模问题，该模型的发展和改善必须包含经验信息的合理使用和实践。SGS 建模问题一直在尝试许多处理方法（Sagaut，2006）。近 40 年来，对于基于涡黏性模型的湍流 LES 的精心研究，大家一致认为该方法受到基本原理限制的影响。涡黏性模型可以很好地复现 SGS 耗散，但不能复现动量方程中的 SGS 力，因此，该方法不太适用于复杂高雷诺数流动，求解效果也不好。近来，致力于发展混合模型，结合了耗散的涡黏性模型和更精确但稳定性差的尺度相似模型，可以得到更精确的 SGS 力近似。从这种混合模型中得到的结论大部分都能得到满足，但是应用和计算的复杂性限制了它们的普及。

需要一个关键性的实际计算方法来将空间滤波效应和 SGS 重建模型从它们不可避免的隐式部分中明显地分离出来，这些都是因为离散化造成的。事实上人们已经注意到，在典型的 LES 方法中，$\boldsymbol{t}_v$ 和 $\boldsymbol{t}_\theta$ 为由于离散化和滤波造成的截断项，所具有的贡献与显式模型所具有的贡献是直接可比的（Ghosal，1996）。为了解决这个看似不可能解决的问题，提出了低分辨率的 LES，有些研究人员探索由数值隐式给出的 SGS 建模。这就是一般所指的数值 LES，是由 Pope（2004）提出来的。依据数值方法的选择和具体实现，可以将良好的或者不好的 SGS 物理模型内置在模拟模型中。MEA 给逆向工程数值设计中所期望的特点提供了一个很自然的框架。

Boris（1990）第一次提出了隐式 LES（ILES），是一种单调集合 LES 方法（MILES）。ILES 在可解尺度上，利用高分辨率非振荡有限体积法（NFV）实现对流通量的重构，并借此包含了 SGS 物理模型的效果。这包括普遍的物理现象捕捉模型，如通量校正输运、分段抛物线方法和总变差减小算法（Grinstein、Margolin 和 Rider，2007）。

在强迫各向同性的湍流模拟环境中，由与 LES 和 ILES（Fureby 和 Grinstein，1999）有关的 SGS 黏性的瞬态概率密度函数的比较得出，对所涉及的实际显式或者隐式 SGS 模型的敏感表现类似。泰勒-格林研究（Drikakis 等，2007）表明在模拟转捩到湍流和湍流耗散中，ILES 具有鲁棒性（图 1），同时也表明在预测与雷诺数无关的渐近区域，与 LES 和 ILES 相关的 SGS 模型的表现非常相似，该区域是由增加网格的分辨率得到的。在工程应用中，地球物理学和天体物理学中，对于湍流广泛的 ILES 验证和确认研究已经有所报道（Grinstein、Margolin 和 Rider，2007）。对于那些有大尺度流动特征推动的问题，人们已经设计了 LES，与 NFV 模型有关的隐式模型也可以通过它们自己（$\sigma\equiv0$）来评估湍流速度振荡统计的 SGS 物理效应。流动现象的主要特点可以利用局部自适应动态 NFV 方法来捕捉：①高雷诺数湍流的小尺度各向异性（如线涡、激波）；②与湍流的耗散特征无关的黏性；③有限规模的实验室观测所固有的动力学。通过致力于有惯性力控制的流动动力学和不可解流动的规范化，ILES 顺着这些利用 NFV 方法来捕捉激波的前例，需要弱解和满足熵条件。

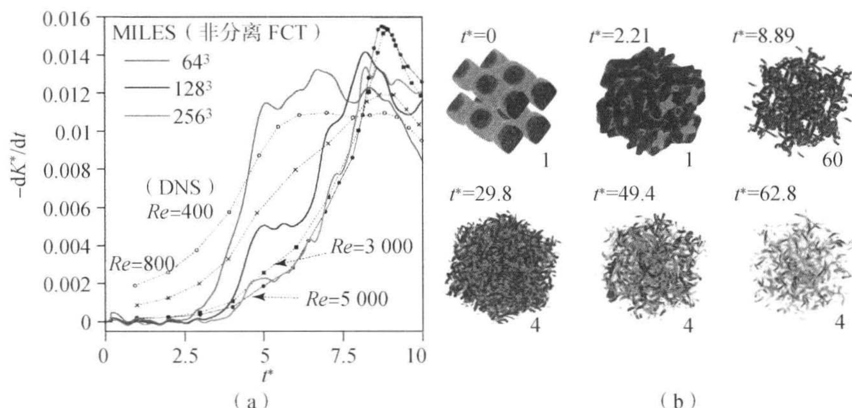


图 1 泰勒-格林涡的 MILES 和 DNS 模拟

（a）动能耗散率的变化；（b）从初试时间 $t^*=0$ 过渡到 t^* 约为 9 的流动显示，逐步增加了更小尺度的涡（首行），然后完全发展为（混乱的）湍流的螺旋涡流特征（$t^*>30$）（复制于 Drikakis 等（2007）© Taylor & Francis Group）

2.1 SGS 的敏感性

图 2（a）和（b）显示了一个孤立的圆环下游的对流变化的 ILES 结果，时间从左下方到右上方而增加，每一帧中的流动方向为由下到上，包含涡量的可视化效果（Grinstein、Fureby 和 Devore，2005）。ILES 模型要么使用多一维 NFV 算法的保正法［图 2（a）］，要么使用保单调法［图 2（b）］。每层中最底部的六帧显示了自我诱导变形和涡环的轴向变化。曲率比较大的拐角加速了前面的变形并靠近中心线，逐渐形成沿轴侧的分布。该过程使环沿着主轴弯曲。主轴侧中点处的曲率逐渐增大，加速了那些流线朝向次侧面前端，同时也远离喷射中心线。在两个模拟中，涡环形状的轴向变化结果几乎是在一个平面内完成的。两个案例中早期的变换很容易辨认，图 2（a）所示的案例由于一些间歇振荡的存在而保存。因此，环形的主要侧面相互挤压并连接，从而形成一对在下侧由两条细线相连的涡环。这个现象在图 2（a）、（b）随后的 4 张图片有所显示。虽然两个模拟都清晰地捕捉到了实验观察到的环分叉动态［图 2（c）］，但是预测得到的良好结构和后面的所有动态与这两种方法不同。

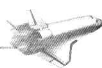
该例说明具体的转捩过程可能会受到 SGS 模型的显著影响。通过在保正或者保单调数值方法之间选择，我们可以为虚拟的 SGS 扰动影响大尺度动力学定义不同的 SGS 反串模型。每一种方法都有其优势，隐式解决方案的好坏取决于模拟需要解决的特定方程组，而且可行意味着要确认不同预测方法的相对优点。一个方法不可能适用于所有的问题，甚至不能适用于某一特殊问题中可能面对的问题。对于一个特殊问题，这就增加了怎样选择优化的（显式或者隐式）SGS 建模的难度。要识别好性能，必须用实验室参考实验和研究来建立一个良好的物理基础来改善选择。

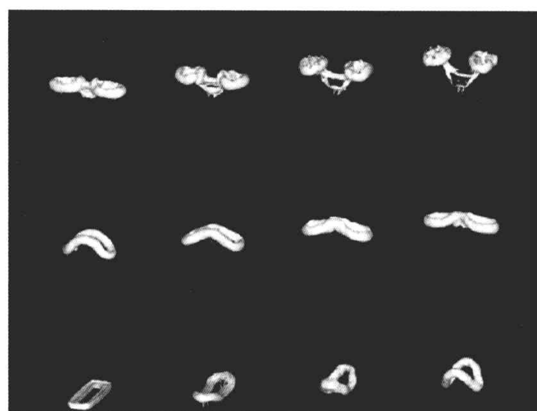
非均匀网格引入的各向异性，通过网格张量 $\boldsymbol{d}\otimes\boldsymbol{d}$ 直接反映到了对于隐式 SGS 应力张量的贡献（Fureby 和 Grinstein，1999），这里的网格矢量 $\boldsymbol{d}$ 连接着中间网格点。这是另外一种方式，在该方式中，好的或者不好的 SGS 物理现象都可以在数值方法中进行隐式设计。

最后，根据网格分辨率和流动规律，还需要额外的建模方法来进一步解决 SGS 驱动的流动现象。例如，壁面附近和当流动模拟出现反串混合以及化学反应时，由于用合适的数值方法来描述湍流速度脉动，可以对特殊 SGS 物理效应建模，而主要研究热点就是对该建模方法好坏的评估，当附加显式模型或者数值处理时，需要辨别以及确保显式和隐式混合的 SGS 模型如何能够协同而不是相互干涉，起到有效的作用。

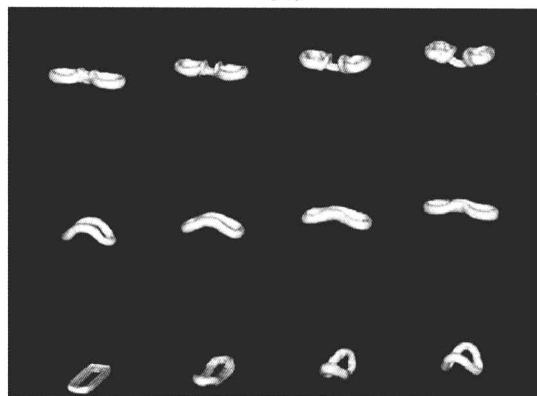
3 超网格尺度问题

虽然 SGS 问题已经受到密切的关注，但是相关的超网格尺度建模却没有引起人们同样程度的关注，它的重要性通常被人们忽视。因为 SPGS 选项选择了流动解，要实现特殊流动的估算，需要精确



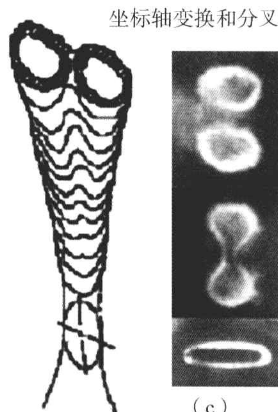


（a）



（b）

坐标轴变换和分叉



（c）

图 2 自我变形和随后的单个涡环的分叉模拟图和实验室实验（Grinstein 等，2005）

（a）基于使用保正通量限制器的 ILES 模拟；（b）基于使用保单调通量限制器的 ILES 模拟；（c）实验室图片［复制于 Hussain 和 Husain（1989）©剑桥大学出版社］

初始特征条件和渐近条件，以及实体条件和其他相关的边界条件。当涉及实验室实现时，流动特征问题是一个特殊的难题，因为可行的 SPGS 信息是典型的、不完整的。SPGS 特性的影响在驱动流动力学方面，在实验室实验（Gutmark 和 Ho，1983；George，1990；Li 和 Gutmark，2006）中已经得到了确认，并且很明显（George，1990）：不像理论学者，实验学者已经知道了答案，因为他已经认识到了那就是流动。他的目标就是要找到哪一个方程和哪种边界和初始条件与他的解相对应，然后将它们和他的结果与理论学者的处理结果相比较。

在研究流动在时间和空间上的发展时，模拟求解必须初始化，并且只有流动的有限空间部分才可以研究。我们必须确保人工开放边界的出现充分隔断计算域，而不会以任何显著的方式影响到求解（Poinsot 和 Lele，1992；Grinstein，1994）。物理问题包括在 BC 分析中所涉数值一致性问题和数学的限定实际物理模型的困难。为了确保明确的、期望的流动可以被模拟，边界条件模型必须具有以下能力：①限定有效的湍流初始条件；②评估最终的反馈效果，这些效果是由于假设的虚拟流动在入流、出流和交叉流边界处（Grinstein，1994）超出了有限大小的计算域而造成的；③强迫近壁面处有合适的流动特性和能量交换（如 Grinstein，2004）；④在计算边界上使用合适的离散方式，使数值误差最小化。

由于微分离散只能在边界上近似，因此需要定义额外的数值边界条件（NBC）以保证离散的系统方程封闭。NBC 与离散的物理边界条件（PBC）截然不同，因为物理边界条件需要唯一确定传统连续流体动力学的解，并作为参考。我们的目标是确保对计算域外所期望的后者的求解表现不但合理，而且与内部的求解也一致。这个一致性要求需要，在连续条件下，NBC 与流动方程以及 PBC 相容，这样就不会产生过定义流体动力学的新边界条件。对于双曲线方程，关于 BC 的应用，一个相对简单的框架就是致力于流动方程中的一些包含有与边界垂直的方向的微分项（Thompson，1990）。除了这个限制条件以外，就是一维和基于特征的分析（Colonius、Lele 和 Moin，1993），该方法为特殊模拟中 PBC 和 NBC 的施加问题给出了系统化的方法。

4 入流和初始条件

按照惯例，在湍流研究中已经做出了记忆丢失假设，即初始条件的效果会随着湍流的发展而失效。然而，随着基础研究的逐渐深入，只有非常特殊的湍流流动才真正自我相似。近年来，对于初始条件的敏感性的研究已有广泛的报道（Slessor、Bond 和 Dimotakis，1998；George 和 Davidson，2004；Ramaprabhu、Dimonte 和 Andrews，2005）。模拟结果的稳定性是一个非常重要的还没有得到解

决的问题，在本章中：即被包含于过滤掉的更小的和SGS空间尺度内的初始条件是否可以显著改变大尺度运动的发展和实际综合措施，然后利用LES对它们进行预测，在目前是有疑义的，同时也是不合理的，也没有科学的依据。所选案例的研究说明了关键初始条件的特征以及整合具有实际意义的复杂流动的CFD和实验所面临的建模困难。

4.1　特征入流

为了阐明典型的PBC要求，我们侧重于开放BC问题，可参考Poinsot和Lele（1992）的研究来获得更多详细资料和其他案例的特殊要求。所要求的入流/出流开放边界条件的数量是为确保欧拉和N-S方程在给定的有限计算域内流动求解适定和完全确定。这些都在表1中列了出来以便参考。

表1　适定三维亚声速流动所需要的物理边界条件的数量

边界条件类型	欧拉	N-S
入流	4	5
出流	1	4

为了讨论这个问题，我们考虑三维欧拉方程，同时指定问题所必需的x方向上的开放边界条件，我们假设该方向为流动方向。在入流边界处，可以选择四个入流物理边界条件来确定自由来流的速度分量，以及附加的规定特性，如质量密度、温度或者压力。人们期望N-S方程附加的黏性入口边界条件对入流特征有较小的影响。

不同的入流物理边界条件提供的封闭方法都是不同的，也就是说，它们绝对不可能得到相同解。当计算结果或者实验室实验与推测比较起来很相似但是边界条件却完全不同时，这个重要因素需要牢记。在下文中用到了通用电气的无反应式LM-6000旋流燃烧室模拟（Kim、Menon和Mongia，1999；Grinstein和Fureby，2004），以此为例，就可以证明图3中的这个问题。在亚声速燃烧室入口，通过Dirichlet条件可以确定四个重要的流动变量，并且，至少必须容许另外的一个参数是变化的。GEAE LM-6000的实验室研究中得到的有用信息构成了所选入口截面上的平均（基于时间的）速度分量分布，这里的湍流速度脉动很低。需要标准温度和压力条件，但是实验数据中没有任何迹象表明，是否需要在入流处定义第四个流动变量，而不是优先定义速度分量。

在LM-6000模拟中，入流湍流的估计要么利用宽频段随机脉动（Kim、Menon和Mongia，1999），要么全部忽略（Grinstein和Fureby，2004）。Kim、Menon和Mongia（1999）选择配置入口速度分量和温度（Suresh Menon，私下交流）。Grinstein和Fureby（2004）基于以下两个条件测试其他两个入口边界条件方法：①配置入流速度分量和质量密度，同时依据条件通过特征化分析，容许压力和温度变化。②容许径向速度变化（通过私下交流，由Zvi Rusak提出）。从Kim、Menon和Mongia（1999），以及Grinstein和Fureby（2004）的无反应LES来看，通过比较图3中中心线处的平均速度，我们可清楚地了解入口附近的燃烧室流动对入口可变条件很敏感，另外，图3（b）表明只要所涉及的入流边界条件充分相似，基于不同方法的LES预测就变得非常稳定。

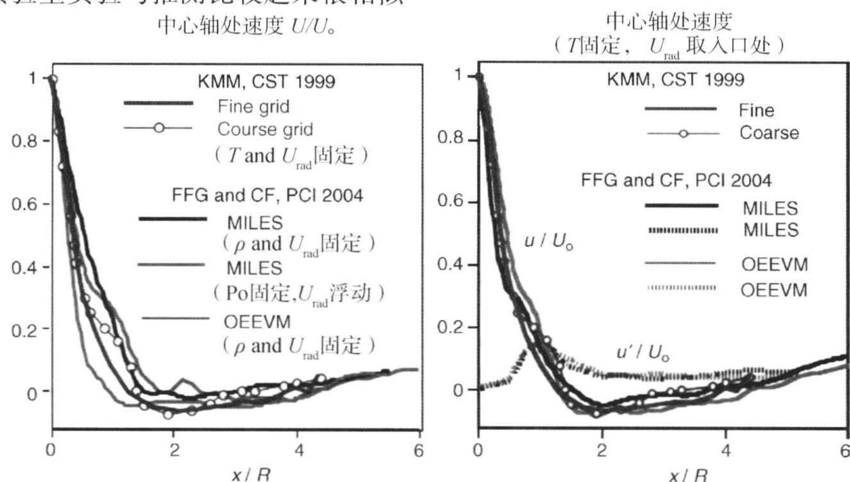
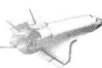


图3　涡燃烧室流动的LES和MILES

燃烧室内中心轴处的模拟灵敏度选择定常来流条件，沿气流方向的变量随入口直径变化。由Grinstein和Fureby（2004）分别通过MILES和单方程涡黏性模型LES方法所得结果，并与之前的（动态Smagorinsky）LES的结果进行比较。



4.2　湍流入流

湍流对特殊初始条件选择的敏感性已经得到了很好的认识（George 和 Davidson，2004）。湍流的远场部分记住了它们的特殊的近场特点，通过这种机制，即从初始条件到相关的渐近流动发生的特殊条件，可以包含非定常大尺度相干结构动态——这种结构可以由 LES 捕捉到，但是通过单点封闭湍流建模（如 RANS）却不能捕捉到。作为一个非常特殊的结果，以单点统计数据的特殊可行性为开端，只能利用湍流涡来定义现实的入流边界条件，重建一个三维非定常速度场。例如，对不均匀流动的 LES 的湍流入流边界条件进行参数化，这些数据通常是不充分的（如 Druault 等，2004）。

Sagaut（2006）对湍流入流建模方法做了广泛的研究。因为流动或多或少由入流条件驱动，得到一个现实可行的湍流脉动，而这种脉动，通过强加的平均流动和其他边界条件，必须达到某种平衡。这种固有的缺陷需要入流边界条件的合理重建，在模拟中已经致使需要利用强加了流动条件的转捩流动区域，逐渐发展成为现实的湍流速度脉动。之后，随着模拟的进行，要容许反馈效应发生。问题是怎样使这个发展的区域长度最小化，因为它的出现，对涉及的所需要的网格点和数据进行额外的处理，会使总的计算成本增加。然而在一个更基本的水平上，利用人工转捩的入流区域，可能不足以评估实际湍流入流条件所涉及的问题，如初始条件的影响是否被忘记。在实际模拟中，湍流入流条件的特征化和建模所面临的典型困难将在下文讨论。

迎风大气边界层的特征直接影响了城市模拟方案中的所需入流条件的确定。风脉动细节是决定污染物输运的主要因素。阵风中的重要长度尺度（几十米到上千米）和时间尺度（秒到分）原则上可以解析。然而，利用实际流场测试的流动数据或者风洞实验来完全特征化城市流动模拟模型中所需要的边界层条件通常都是不充分的。最近对某个城市模型流动和扩散的模拟，在风洞实验中采用立方体排布（Patnaik 等，2007）。实验室实验获得的数据集质量很好，空间（但不是时间分辨的）单点统计数据分布很密。模拟模型中的入流速度是平均速度并叠加脉动量。利用迭代过程，在该过程中校准了现象学的非定常风模型，以便在城市模型的上游位置得出一个合理的实验观察的均方根值。在非定常风模型中，通过调整强加的风脉动的振幅，空间波长和瞬时频率可以达到一致。对于湍流入流边界条件定义问题，该方法提供了一个实际可行的近似，同时该近似与可行的实验室数据一致。相关的研究也随着这项工作而展开，当比较初次少量的城市峡谷模型中预测的和测量的追踪标量的体积分数时，这种峡谷模型利用了不同的入流条件模型，如图 4 所示。人们发现配置一些合理的入流湍流作为配置的定常流动的对立面，是非常关键的。另一方面，立方排布中在第一个峡谷外面的流体动态，与边界上的流动产生了某种隔离效果，也就是说，它对建模的入流湍流模型的详细情况的依靠更少了，同时在城市分布中，在很大程度上，它是由城市的几何分布驱动的。

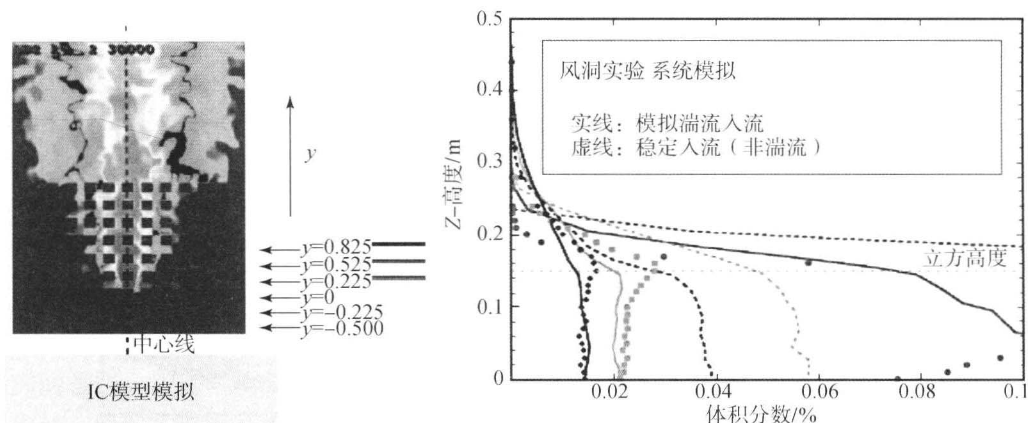


图 4　对于市区（立方体分布）模型的流动和散布的 MILES 研究

灰色区域就是对起初几个少量的位于城市峡谷中的追踪体的预测和散布测量，如左图显示。

［经 Patnaik 等（2007）的许可转载］

如前所述，利用人工转捩流动区域来估算湍流入流现象可能不太适用。这是一个具有多旋流入口（Grinstein 等，2002；Grinstein 和 Fureby，2004；Li 和 Gutmark，2006；Fureby 等，2007）的复杂流动燃烧室流动的模拟案例，这里的入口长度控制了旋流运动与突然膨胀的耦合，这不能通过随意改变来适应入流边界条件的应用。有前景的伪确定性模型方法提出，基于利用两点统计的 LES 结合线性随机估算与恰当的正交分解技术（Druault 等，2004）在入流边界条件之间创建一个交界面。线性随机方法可以用来对多重旋流入口速度数据（Verfaillie 等，2006）进行后处理。仅仅根据少量的近场声音信号，它就可以在多旋流器出口重建完整的逆序流场，这样对于实验室数据的减少，对在实际 LES 燃烧室的研究中构建湍流入流边界条件，给出一个期望有效的工具。然而，混合方法试图利用有效的边界条件重现物理交界面，而所用到的边界条件应该包含穿过边界条件平面的声波或者燃烧不稳定的流动耦合效应。根据后者耦合的重要性，以及具体的问题，也就是需要解决的模拟，开展更为昂贵的更大系统的 LES——包括复杂几何外形的入口流动的模拟，而这种模拟可能是不可避免的（Fureby 等，2007）。

5　结　论

量化不确定性的准确预测对于实际湍流流动非常重要，它的应用主要针对极其复杂的几何外形与长度和时间尺度的大范围变化。计算机研究在这样的应用中是不可避免的，并且主要依据实际需要而非人为选择，LES 是有效的模拟方法。我们已经发现计算机研究和实验室实验研究，这两者与生俱来就相互影响，因为它们对 SGS 和 SPGS 因素具有潜在的敏感性，而这两个因素经常相互交织在一起。本文中最关键的难题是对 SGS 和 SPGS 的特点进行辨别和建模，以便将需要模拟的流动完全特征化，从而评估 LES 预测的相关不确定性。

在过去 40 年中，SGS 问题已经受到密切的关注和研究。实际计算问题的关键是需要明显区分开显式滤波效应和 SGS 重建模型，而这两者都是离散化之后的隐式方法造成的。ILES 通过低分辨率，以及利用数值计算捕捉物理现象，对隐式给出的 SGS 建模和滤波的应用的研究，解决 LES 不可能解决的问题。ILES 已经成功应用于大范围的自由流动和边界约束流动，在目前的流动模拟能力的研究前沿中，从权威的标准流动到极其复杂的流动。人们已经发现，具有代表性的 LES 和 ILES 方法的性能，在评估湍流速度脉动的物理学统计方面表现良好，同时也没有特征差异表明应该支持这个或者另外一个。然而，再看看实际复杂流动和物理条件，ILES 有能力给出一个更为简单的计算环境，这一点应该得到明确的重视。

依据网格分辨率和流动情况，LES 中可能需要引入显式 SGS 建模，来考虑 SGS 控制流动现象，例如在近壁面，当模拟中发生反串、物质混合或者化学反应，一个主要的研究热点就是可以估算隐式建模特殊 SGS 物理效应，如湍流速度脉动，确认什么时候需要附加显式模型和/或数值处理，同时如果这样的话，怎样确保混合显式和隐式模型相互协调而不是相互干涉，起到有效的作用。本节中的主要挑战是怎样改善 MEA 即分析和研究中的数学物理框架，从而进一步理解隐式 SGS 模型和数值算法之间的联系，并提出如何在里面构建 SGS 物理现象。

人们对 SPGS 建模方面的关注比较少。我们这里讨论的一个特殊的焦点一直是关于湍流的初始和入流条件问题。当整合复杂非均匀流动的 LES 和实验室实验时，我们讨论了所面临的关键特征和建模困难。实验室数据通常得不到充分的特征；在模拟中，与可用信息相同的不同初始条件和边界条件选择是不等效的，并且可能导致流动求解产生明显的差别。其中的一个问题是：如果要完成数据库，在模拟中就需要封闭的初始条件和边界条件，另外一个问题涉及合理的实验室数据获取和缩减，以便捕捉到相关的迎风流动的物理现象。

由于分辨率和湍流对于初始条件和边界条件选择的内在的敏感性混合在一起，SGS 和 SPGS 的建模问题不可避免地相互交织在一起，使建模更加困难。理想化的基本问题（如方格区域中模拟的湍流衰减与数学上完全定义的周期性边界条件）的出现可能会避免遇到初始条件和边界条件的问题。然而，周期性方格模拟实际上涉及所有的 SGS 和 SPGS 难题。如前所述，该问题已经得到了很好的认识，湍流流动对它们的初始条件有记忆效果。再者，人们已经证明如果有足够长的模拟时间，那么湍流的积分尺度最终会饱和，因为更大的模拟尺度对方格以外的区域的增长有影响，并且最终会改变湍流衰减的特征指数定律（Wang 和 George，



2002；Drikakis等，2007）。

既然自然控制流动现象不再受到实验室或者数值实验过程中的SGS和SPGS限制，那么很合理的就将出现这么一个问题，即是否存在这样的例子，观察到的某些种类的流动特征和动态的大尺度收敛有关，也就是说，它的尺度要大于数值的或者设备的截断分辨率，但是空间的和当时的尺度可能足够小，我们可以假设它们没有受到SPGS特点的严重影响。一般而言，收敛问题和分辨率相比都是典型问题，它们相互耦合，同时也难以解决。以雷诺数的实际值作为最小的可变尺度上的流动特征，如依据泰勒微尺度，这些问题在LES或者ILES中都不是先验可行的。与不同分辨率有关的求解与相对应的不同有效特征雷诺数的值有关，这通过比较ILES和DNS的解，可以得到结论，参见图1。这实际上是任何LES或者ILES方法都固有的，在这里，最小可分辨特征尺度由截断波长的分辨率决定，而截断分辨率由显式或者隐式的空间滤波过程来控制。这些问题需要直接投射到建立合适的步骤和LES确认指标的过程中。

致　谢

洛斯阿拉莫斯国家实验室由洛斯阿拉莫斯国家安全部运行，是美国能源部国家核安全管理局的一个有限责任公司，注册号为No. DE-AC52-06NA25396. 这篇文章的出版受到了洛斯阿拉莫斯国家实验室的直接研究和发展计划的资助，直接的研究项目号为20090058DR。

参考文献

Boris, J. P. (1990) On large eddy simulation using subgrid turbulence models, in *Whither Turbulence? Turbulence At The Crossroads* (ed. J. L. Lumley), Springer, New York, 344.

Colonius, T., Lele, S. K. and Moin, P. (1993) Boundary conditions for direct computations of aerodynamic sound. *AIAA J.*, 31, 1574.

Drikakis, D., Fureby, C., Grinstein, F. F. and Youngs, D. (2007) Simulation of transition and turbulence decay in the Taylor-Green vortex. *J. Turbul.*, 8, 020.

Druault, P., Lardeau, S., Bonnet, J. P., Coiffet, F., Delville, J., Lamballais, E., Largeau, J. F. and Perret, L. (2004) Generation of three-dimensional turbulent inlet conditions for large-eddy simulation. AIAA *J.*, 42, 447 - 456.

Fureby, C. and Grinstein, F. F. (1999) Monotonically integrated large-eddy simulation of free shear flows. AIAA *J.*, 37, 544 - 556.

Fureby, C., Grinstein, F. F., Li, G. and Gutmark, E. J. (2007) An experimental and computational study of a multi-swirl gas turbine combustor. *Proc. Combust. Inst.*, 31, 3107 - 3114.

George, W. K. (1990) Governing equations, experiments, and the experimentalist. *Exp. Thermal Fluid Sc.*, 3, 557 - 566.

George, W. K. and Davidson, L. (2004) Role of initial conditions inestablishing asymptotic flow behavior. AIAA *J.*, 42, 438 - 446.

Ghosal, S. (1996) An analysis of numerical errors in large-eddy simulations of turbulence. *J. Comp Phys.*, 125, 187 - 206.

Grinstein, F. F. (1994) Open boundary conditions in the simulation of subsonic turbulent shear flows. *J. Comp. Phys.*, 115, 43 - 55.

Grinstein, F. F. (2004) Boundary conditions for large eddy simulation. AIAA *J.*, 42, 437 - 492.

Grinstein, F. F., Young, T. R., Gutmark, E. J., Li, G., Hsiao, G. and Mongia, H. C. (2002) Flow dynamics in a swirl combustor. *J. Turbul.*, 3, 1468.

Grinstein, F. F. and Fureby, C. (2004) LES Studies of the flow in aswirl gas combustor. *Proc. Comb. Inst.*, 30, 1791.

Grinstein, F. F., Fureby, C. and Devore, C. R. (2005) On MILES based on flux-limiting algorithms. *Internat. J. Numer. Meth. Fluids*, 47, 1043.

Grinstein, F. F., Margolin, L. G. and Rider, W. J. (eds) (2007) *Implicit Large Eddy Simulation: Computing Turbulent Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.

Gutmark, E. and Ho, C. M. (1983) Preferred modes and the spreading rates of jets. *Phys. Fluids*, 26, 2932.

Hussain, F. and Husain, H. S. (1989) Elliptic jets. Part I. Characteristics of unexcited and excited jets. *J. Fluid Mech.*, 208, 257 - 320.

Kim, W.. -W., Menon, S. and Mongia, H. C. (1999) Large-eddy simulation of a gas turbine combustor flow. *Combust. Sci. Tech.*, 143, 25 - 62.

Li, G. and Gutmark, E. J. (2006) Experimental study of boundary condition effects on non-reacting and reacting flow in a multiswirl gas turbine combustor. *AIAA. J.*, 44, 444.

Oberkampf, W. L. and Trucano, T. G. (2008) Verification and validation benchmarks. *Nucl. Eng. Des.*, 238, 716 - 743.

Patnaik, G., Boris, J. P., Young, T. R. and Grinstein, F. F. (2007) Largescale urban contaminant transport simulations with MILES. *J. Fluids Eng.*, 129, 1524-1532.

Poinsot, T. J. and Lele, S. K. (1992) Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comp. Phys.*, 101, 104.

Pope, S. B. (2004) Ten questions concerning the large eddy simulation of turbulent flows. *New J. Phys.*, 6, 35.

Ramaprabhu, P., Dimonte, G. and Andrews, M. J. (2005) A numerical study of the influence of initial perturbations on the turbulent Rayleigh-Taylor instability. *J. Fluid Mech.*, 536, 285-319.

Sagaut, P. (2006) *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*, 3rd edn, Springer, NY.

Slessor, M. D., Bond, C. L. and Dimotakis, P. E. (1998) Turbulent shear-layer mixing at high Reynolds numbers: Effects of in flow conditions. *J. Fluid Mech.*, 376, 115-138.

Thompson, K. (1990) Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, Ⅱ. *J. Comp. Phys.*, 89, 439.

Verfaillie, S., Gutmark, E. J., Bonnet, J. P. and Grinstein, F. F. (2006) Linear stochastic estimation of a swirling jet. *AIAA J.*, 44, 457-468.

Wang, H. L. and George, W. K. (2002) The integral scale in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 459, 429-443.

本章译者：黄晓鹏（北京理工大学宇航学院）

第 44 章

航空航天工程中的黎曼求解器

Eleuterio F. Toro
多伦多大学公民及环境工程系，多伦多，意大利

1 引　　言

航空航天的几个领域中具有实际意义的许多问题需要数学建模和模拟，这不可避免地涉及非线性偏微分方程组（PDE）系统的数值解。所涉及的几个重要领域包括空气动力学、气动声学、燃烧学、推进理论、材料和结构学。偏微分方程的数值解经过适当的验证，为分析和设计提供了强有力的理论工具。随着更好的数值方法和强大的计算机技术的发展，工程和科学中的模拟已经成为研究不可或缺的工具，再者，当实验非常昂贵、危险或者不可能时，对于科学家来说，模拟就是唯一可行的方法。

这里主要介绍 Godunov 类型的数值方法（Godunov，1959）。这类方法一般都用于求解双曲型方程组，如气体动力学的欧拉方程，但是最近几年，它们也被用来求解其他类型的进化的偏微分方程。Godunov 类数值方法的主要部分是黎曼问题。这是一个给定方程组的初始值问题（IVP），初始条件由两个间断分开的常向量组成。黎曼问题的物理描述就是激波管问题。Godunov 方法局部求解黎曼问题来计算数值通量或者一个数值源项，以及确定数值方法。近似地或者是精确地求解黎曼问题的算法，通常都称为黎曼求解器，也是如今的有限体积方法和离散的加勒金有限元方法的组成部分。

本章在第 2 节中将介绍在简单设置中黎曼问题的角色；第 3 节讨论所给定的实例的求解方法；在第 4 节，在更广阔的数值方法背景下讨论黎曼问题以及得到的一些结论。本章最后所选择的参考文献可以用于进一步研究。

2　数值方法：有限体积法

下面说明在有限体积法中的黎曼问题的作用。

2.1　守恒型方程

考虑带有源项的时间相关的一维双曲型方程系统。

$$\partial_t \boldsymbol{Q} + \partial_x \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q}) = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{Q}) \tag{1}$$

这里的 $\boldsymbol{Q}=[q_1, q_2, \cdots, q_m]^{\mathrm{T}}$ 是守恒变量的向量，$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q})=[f_1, f_2, \cdots, f_m]^{\mathrm{T}}$ 是通量向量，$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{Q})=[s_1, s_2, \cdots, s_m]^{\mathrm{T}}$ 是源项向量。$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q})$ 的每个分量 $f_i=f_i(q_1, q_2, \cdots, q_m)$ 以及 $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{Q})$ 的每个分量 $s_i=s_i(q_1, q_2, \cdots, q_m)$，都是未知量 $q_k(x, t)$ 的函数。假设该系统为双曲型的，而且系统具有 m 个实数特征值即 $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m$，同时对应 m 个线性无关的特征向量。方程（1）的一个简单的例子就是标量线性对流反应方程：

$$\partial_t q + \partial_x f(q) = s(q),\quad f(q)=\lambda q,\quad s(q)=\beta q \tag{2}$$

这里的 $f(q)$ 是通量，$s(q)$ 是源项，是 $q(x, t)$ 的线性方程，假设参数 λ 和 β 为常数。

2.2　有限体积法

回想一下在出现的离散求解中，偏微分方程（1）的有效形式为积分形式，它的得到可能需要考虑 $x-t$ 空间内的控制体积 $V_i=[x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]\times[t^n, t^{n+1}]$，如图 1 所示。可以得到在体积 V_i 内方程（1）随时间和空间的积分，即

$$\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \boldsymbol{Q}(x,t^{n+1})\mathrm{d}x = \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \boldsymbol{Q}(x,t^{n})\mathrm{d}x + \int_{t^n}^{t^{n+1}} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q}(x_{i-\frac{1}{2}},t))\mathrm{d}t - \int_{t^n}^{t^{n+1}} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q}(x_{i+\frac{1}{2}},t))\mathrm{d}t + \int_{t^n}^{t^{n+1}}\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{Q}(x,t))\mathrm{d}x\mathrm{d}t \quad (3)$$

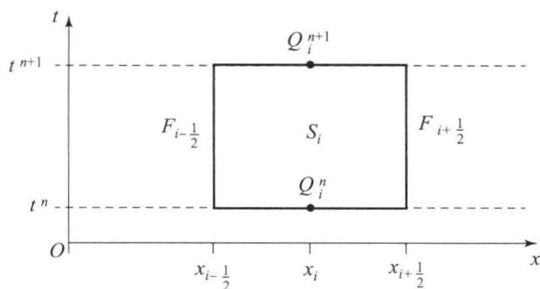


图1　积分形式的守恒定律的有限体积法，利用区间的数值通量和数值源项将平均解从时间 t^n 更新到 t^{n+1}

通过定义 $\Delta x = x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}$，$\Delta t = t^{n+1} - t^n$，将方程（3）除以 Δx，则得到

$$\boldsymbol{Q}_i^{n+1} = \boldsymbol{Q}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}(\boldsymbol{F}_{i+\frac{1}{2}} - \boldsymbol{F}_{i-\frac{1}{2}}) + \Delta t\boldsymbol{S}_i \quad (4)$$

如果采用如下定义，那么该方程是精确的。

$$\boldsymbol{Q}_i^n = \frac{1}{\Delta x}\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \boldsymbol{Q}(x,t^n)\mathrm{d}x,$$

$$\boldsymbol{Q}_i^{n+1} = \frac{1}{\Delta x}\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \boldsymbol{Q}(x,t^{n+1})\mathrm{d}x \quad (5)$$

和

$$\boldsymbol{F}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t^n}^{t^{n+1}} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q}(x_{i+\frac{1}{2}},t))\mathrm{d}t,$$

$$\boldsymbol{S}_i = \frac{1}{\Delta t\Delta x}\int_{t^n}^{t^{n+1}}\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{Q}(x,t))\mathrm{d}x\mathrm{d}t \quad (6)$$

$\boldsymbol{Q}_i^n$ 是在时间 $t=t^n$ 时，在体积 V_i 上的空间积分平均值，$\boldsymbol{Q}_i^{n+1}$ 也类似。$\boldsymbol{F}_{i+\frac{1}{2}}$ 是通量在界面 $x_{i+\frac{1}{2}}$ 处的瞬时积分平均。$\boldsymbol{S}_i$ 是源项向量在体积 V_i 时对时间空间的积分平均。现在可以依据方程（4）来构建有限体积数值方法，将计算域 $D\subset R\times R^+$ 离散成一系列的体积 V_i，如图1所示，然后再将方程（4）转换为数值方程，以便在时间近似积分平均上变化。在数值环境中，网格是由 Δx 和 Δt 决定，而 $\boldsymbol{Q}_i^n$ 是单元格 $I_i=[x_{i-\frac{1}{2}},\ x_{i+\frac{1}{2}}]$ 在时间 $t=t^n$ 内的网格平均值，一旦方程（6）中的 $\boldsymbol{F}_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $\boldsymbol{S}_i$ 有了合适的值，数值方法（4）就得到了确定。这样的近似值分别称为数值通量和数值源项。图1描述了有限体积法在时间从 t^n 到 t^{n+1}，利用数值通量和数值源项所得到的解。注意在初始时间，方程（5）中 $\boldsymbol{Q}_i^n$ 的近似值应该以初始项 $\boldsymbol{Q}(x,\ t^n)$ 的形式明确给出。

2.3　有限体积法的例子

在对流反应方程（2）的简单模型环境中，我们就考虑两个例子。

2.3.1　naive 格式

为了计算数值通量，假设方程（6）的第一个积分为 $q\ (x_{i+\frac{1}{2}},\ t) = \frac{1}{2}(q_i^n + q_{i+1}^n)$，为了计算数值源项，在方程（6）第二个积分方程中，假设整个体积 V_i 上有 $q(x,\ t)=q_i^n$，那么有限体积就变化为如下形式：

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{1}{2}c(q_{i+1}^n - q_{i-1}^n) + rq_i^n \quad (7)$$

这里 $c=\lambda\Delta t/\Delta x$ 是科朗数，或者为 CFL 数，$r=\Delta t\beta$ 是反应数，对于各向同性例子来说，$s(q)=0$，即时间向前空间中心（FTCS）格式。一个简单的线性稳定性分析表明该方法是无条件不稳定的，导致得出令人非常沮丧的结论，即该方法是无用的。然而，我们很容易发现，当存在源项时，方程（7）是线性稳定的。这个例子说明一个事实，那就是设计数值方法是一项令人沮丧同时也令人惊奇的活动。

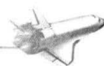
2.3.2　Godunov 方法，一个用到黎曼问题的格式

为了找到数值通量，我们求助于定义在界面 $x=x_{i+\frac{1}{2}}$ 上的函数 $q(x_{i+\frac{1}{2}},\ t)$。在这里控制方程 $\partial_t q + \lambda\partial_x q = 0$ 可能会有所帮助，这种期望是合理的。然而，为了在 $x=x_{i+\frac{1}{2}}$ 的领域内求解该方程，首先得定义在时间 $t=t^n$ 时的初始条件，通常这样做的方法就是要利用界面左右两侧的一对（常量）积分平均值 q_i^n 和 q_{i+1}^n。这种方法就是后面的 IVP，被称为黎曼问题：

$$\left.\begin{aligned}&\partial_t q + \lambda\partial_x q = 0\\ &q(x,\ t^n) = \begin{cases} q_i^n & (x < x_{i+\frac{1}{2}})\\ q_{i+1}^n & (x > x_{i+\frac{1}{2}})\end{cases}\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

方程（8）精确的相似解为

$$q_{i+\frac{1}{2}}(x/t) = \begin{cases} q_i^n & \left(\dfrac{x - x_{i+\frac{1}{2}}}{t - t^n} < \lambda\right)\\ q_{i+1}^n & \left(\dfrac{x - x_{i+\frac{1}{2}}}{t - t^n} > \lambda\right)\end{cases} \quad (9)$$



通过检查可以发现方程（9）满足守恒方程（2）的积分形式（3）。图2说明了黎曼问题，它的初始条件［图2（a）］，以及在$\lambda>0$的条件下在$x-t$平面上的解［图2（b）］。将方程（9）代入方程（6）中的第一个积分方程，便可以得到数值通量。

$$f_{i+\frac{1}{2}}=\frac{1}{\Delta t}\int_{t^n}^{t^{n+1}}f[q(x_{i+\frac{1}{2}},t)]\mathrm{d}t=f[q_{i+\frac{1}{2}}(0)]$$
$$=\begin{cases}\lambda q_i^n & (\lambda>0)\\ \lambda q_{i+1}^n & (\lambda<0)\end{cases}\tag{10}$$

截至目前，源项的效应一直被忽略。这可能在一定程度上提醒我们什么时候计算数值源项，例如，利用各向同性黎曼问题（8）的解（9）来估算方程（6）中的体积分，即当$\lambda>0$时，$q(x,t)=q_{i-\frac{1}{2}}(x/t)$；当$\lambda<0$时，$q(x,t)=q_{i+\frac{1}{2}}(x/t)$。估算方程（6）的体积分在给定时间$t=\alpha\Delta t$，且$0\leqslant\alpha\leqslant1$时的值为：

$$s_i=\begin{cases}\beta[\alpha c q_{i-1}^n+(1-\alpha c)q_i^n] & (\lambda>0)\\ \beta[(1+\alpha c)q_i^n-\alpha c q_{i+1}^n] & (\lambda<0)\end{cases}\tag{11}$$

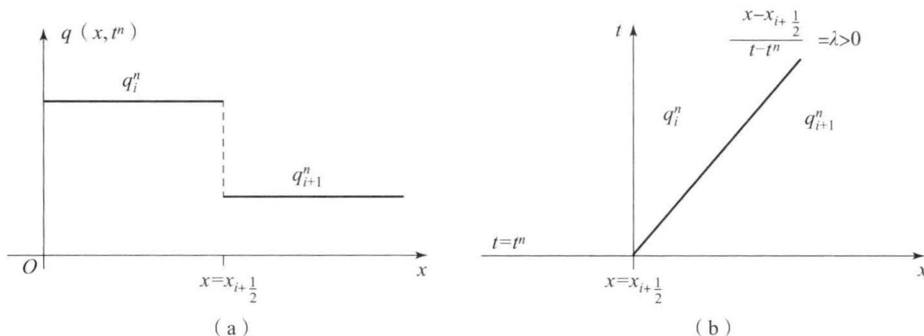


图2 线性扩散方程的黎曼问题

（a）在时间t^n处的初始条件包含两个被交界面处的间断分开的恒定状态；（b）当$\lambda>0$，在$x-t$半平面的解构成了单波从交界面推进到右边，如图所示，当$\lambda<0$，波向左推进

对流反应方程（2）的最终数值方程为

$$q_i^{n+1}=q_i^n-\begin{cases}c(q_i^n-q_{i-1}^n)+r[\alpha c q_{i-1}^n+(1-\alpha c)q_i^n] & (\lambda>0)\\ c(q_{i+1}^n-q_i^n)+r[(1+\alpha c)q_i^n-\alpha c q_{i+1}^n] & (\lambda<0)\end{cases}\tag{12}$$

对具有常系数的各向同性线性系统而言，该方法与Courant-Isaacson-Rees（CIR）方法一致。同样读者可能会发现，当CFL数的变化范围为$0\leqslant|c|\leqslant1$，且为一阶精度时，方程（12）是线性稳定的，当它截断误差第一项为$\tau_i^n=\frac{1}{2}\lambda\Delta x(1-|c|)$，当$\lambda=0$或者$c=1$时，该项就会消失。对于对流反应方程（2），方程（12）相当于对流部分使用了Godunov通量，源项采用了迎风格式。

2.4 一般设置的有限体积法

现在考虑带有源项的一般三维双曲系统

$$\partial_t\boldsymbol{Q}+\partial_x\boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q})+\partial_y\boldsymbol{G}(\boldsymbol{Q})+\partial_z\boldsymbol{H}(\boldsymbol{Q})=\boldsymbol{S}(\boldsymbol{Q})\tag{13}$$

定义$\mathcal{H}=(\boldsymbol{F},\boldsymbol{G},\boldsymbol{H})$，相应的积分形式下的有限体积法公式为

$$Q_i^{n+1}=Q_i^n-\frac{\Delta t}{|V_i|}\sum_{k=1}^{K_i}\left\{\frac{1}{\Delta t}\int_{t^n}^{t^{n+1}}\left(\iint_{A_k}\mathcal{H}\cdot\boldsymbol{n}_k\mathrm{d}A\right)\mathrm{d}t\right\}+\Delta t S_i\tag{14}$$

与公式（4）相比，这里的V_i表示控制体，它的边界为平面K_i和面A_k，$\boldsymbol{n}_k$是面A_k向外的法向量，$\mathcal{H}\cdot\boldsymbol{n}_k$是垂直于$A_k$面的通量分量，$|V_i|$是控制体$V_i$的体积，则平均源项为

$$\boldsymbol{S}_i=\frac{1}{\Delta t|V_i|}\int_{t^n}^{t^{n+1}}\iiint_{V_i}\boldsymbol{S}[\boldsymbol{Q}(x,y,z,t)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}t\tag{15}$$

有限体积法计算方程（14）中相加的每一项的数值通量和方程（15）中的数值源项。实际的有限体积法求解垂直于每个交界面的增强型一维黎曼问题，以便计算通量的法向分量。

3 黎曼问题

首先讨论一般的双曲系统的黎曼问题的解的结构，然后解决求解的问题。

3.1　解的结构

对于具有 m 个特征值的双曲型系统，黎曼问题是一个初始值问题，即

$$\left.\begin{aligned}&\partial_t \boldsymbol{Q}+\partial_x \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q})=0 \quad(-\infty<x<\infty,\ t>0)\\&\boldsymbol{Q}(x,0)=\begin{cases}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}} & (x<0)\\ \boldsymbol{Q}_{\mathrm{R}} & (x>0)\end{cases}\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

初始值是两个常矢量 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{R}}$，在 $x=0$ 处被间断分开。方程（16）的相似解可以表示为 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{LR}}(x/t)$，图3展示了 $x-t$ 平面内解的结构，它包含有 $m+1$ 个常值区域，这些区域被与特征值 $\lambda_k(k=1,2,\cdots,m)$ 相关的 m 个波所分开。目前波动的类型取决于对系统的研究以及它的封闭条件。对于具有凸状态方程的欧拉方程，波的类型是激波、稀疏波、接触间断和剪切波。求解方程（16）意味着在与 λ_1 和 λ_m 相关的波之间的 $m-1$ 个未知状态量中找到 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{LR}}(x/t)$，并完全定义这 m 个波，以及它们的特征、结构以及速度。对于具有常系数的线性系统，波就是 m 个间断面，所有解可以利用标准方法在封闭形式中找到。对于一些著名的非线性系统，可以通过迭代找到它们的解，对于任意期望的精度，并且将一个参考解作为精确解，可能是错误的。对于一般的双曲型系统，求解是不可行的。对黎曼问题的深入研究，参考文献（Toro，2009）和其中的文献。

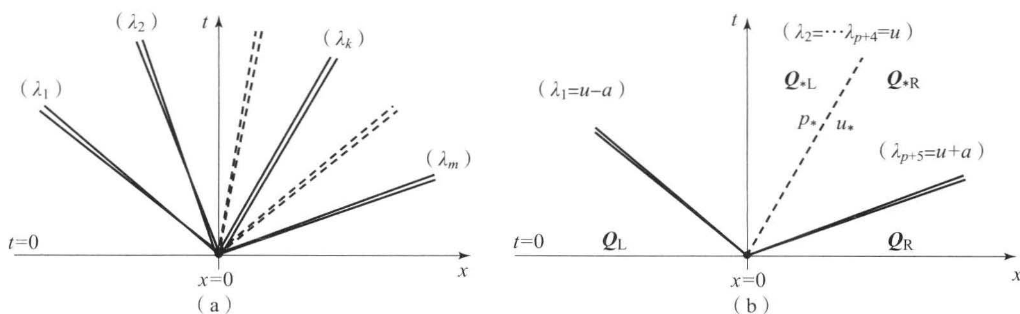


图3　黎曼问题在 $x-t$ 平面内解的结构

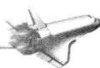
（a）一般 $m\times m$ 的双曲系统具有 m 个波族；（b）特殊例子由具有 p 种物质，并沿着交界面的法向的多组分三维欧拉方程构成，在未知星形域内的压力和法向速度都是常数

3.2　求解黎曼问题的方法

对于Godunov方法，只需要求解交界面上的解 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{LR}}(0)$，局部沿着 t 轴来估算通量。参见方程（10），这里的数值通量 $f_{i+\frac{1}{2}}=f(q_{i+\frac{1}{2}}(0))$。通常不需要寻找近似状态，人们直接为数值通量寻找一个近似。精确黎曼求解器，尽管它们的计算成本不像有时所描述的那样多，即使可行，一般也在实际数值计算中避免使用。然后一直寻找近似求解器，它们将试图用各种各样的方式来简化所有问题，对于此，存在两种主要的方法：①将方程线性化；②利用波结构的简化导致的减波模型。

线性求解器依靠的是方程的线性化。对于此方法有许多不同的步骤，在一些特殊例子中，人们可以很容易地得到近似线性化黎曼问题的非常接近精确的解。线性求解器明显的优势就是简单。首次报道的线性求解器可以在Godunov、Zabrodin和Prokopov（1961）根据特征值所著的欧拉方程的文献中找到，详情参见Toro（2009）第9章。更为复杂的线性求解器可参见Roe（1981）的相关文献，这里的方程组都被写成了拟线性的形式，并且为系数矩阵强加了3个条件。对于确定的系统而言，该步骤形成了求解中表达式的封闭形式。最简单的线性求解器是将系数冻结为平均值，参见Toro（2009）第9章。线性化的求解器通常保留精确黎曼问题中波的数量。具有这种属性的求解器，无论线性的还是非线性的，都称之为完全黎曼求解器。

减波模型提供了另外一种方式来简化该问题。通常是保留方程的非线性特征。本质上，在结构模拟中可以先选择保留先验波族，中间的波长通常被忽略，从而导致了不完全黎曼求解器。单波模型是最简单的，产生了鲁萨诺夫通量，有时候也叫作拉克斯-弗里德里希斯通量。双波模型，著名的是HLL，由Harten、Lax和Van Leer（1983）提出。该求解器对于任何多于两方程的系统都是不完整的。三波模型就是HLLC求解器，由Toro、



Spruce 和 Speares（1994）提出，该求解器对于三维空间的欧拉方程是完整的。

两种简化黎曼求解的方法都有缺陷。线性求解器不能够求解稀疏波的结构，该结构是跨声速造成的不等熵波，并且需要基于特别的给定熵。强稀疏波通常领先于初期的真空或者本来是正的负物理量。线性求解器一般都缺少稳定性，它的使用一般都应非常小心。它的最大优点就是简单和其完整特征。减波模型非常简单，而且是保留了非线性的稳定的求解器。它的缺点是其不完整特征导致中间波存在过多的缺陷。在波模型中增加波的数量可以得到明显的改善。

理想的黎曼求解器是非线性的而且是完整的，它的一个例子就是 Osher 和 Solomon（1982）提出的一个求解器。另外一个例子就是 HLLC，对于三维的欧拉方程是非线性完整的，但是对于一般的更大的系统来说是不完整的，参见 Takahiro 和 Kanya（2005）对于磁流体动力学的 HLLC 的扩展。其他包括双稀疏波和双波类型的求解器，参见 Toro（2009）第 9 章。

4 黎曼求解器的例子：三维多组分流动的 HLLC

这里我们给出了详细的黎曼求解器，即 HLLC 求解器（Toro、Spruce 和 Speares，1994），将其应用于三维多组分流动的欧拉方程，方程中有 p 个组分。在不缺失一般性的情况下，假设用 x 表示控制体交界面的法向，然后考虑黎曼问题（16）

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{Q}=[\rho,\rho u,\rho v,\rho w,E,\rho q_1,\cdots,\rho q_l,\cdots,\rho q_p]^{\mathrm{T}}\\&\boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q})=[\rho u,\rho u^2+p,\rho uv,\rho uw,\\&u(E+p),\rho uq_1,\cdots,\rho uq_l,\cdots,\rho uq_p]^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

我们用常用的标记作为守恒量和物理量。对于多维流动，必须考虑扩展系统包括切向动量方程，同时多组分流动必须包含 p 个新的关于 $\rho u q_l(l=1,2,\cdots,p)$ 的守恒方程。扩展系统的特征值为 $\lambda_1=u-a$，$\lambda_2=\lambda_3=\cdots=\lambda_{p+4}=u$（多重性为 $p+3$），$\lambda_{p+5}=u+a$，此处 a 为声速。注意切向速度 v 和 w 以及汇 q_l 都是标量。黎曼问题［式（16）～式（17）］的精确解在图 3 中有所描述。左右两侧的波要么是激波，要么是稀疏波，切向速度分量和组分浓度在穿过波时保持常量。穿过中间的多重 $p+3$ 的线化波时，除了密度变化以外，压力 p_* 和法向速度 u_* 都保持不变。切向速度分量和组分浓度跳跃间断。HLLC 保留了精确问题的波结构，并寻找与状态 $\boldsymbol{Q}_{*\mathrm{L}}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{*\mathrm{R}}$ 相对应的通量，详情如下：

（1）波速估计。首先在拟星形域估算压力值 p_*：

$$\begin{gathered}p_*=\max\{0,p_{\mathrm{pvrs}}\}\\p_{\mathrm{pvrs}}=\frac{1}{2}(p_{\mathrm{L}}+p_{\mathrm{R}})-\frac{1}{2}(u_{\mathrm{R}}-u_{\mathrm{L}})\bar{\rho}\bar{a}\\\bar{\rho}=\frac{1}{2}(\rho_{\mathrm{L}}+\rho_{\mathrm{R}}),\bar{a}=\frac{1}{2}(a_{\mathrm{L}}+a_{\mathrm{R}})\end{gathered} \tag{18}$$

然后估算波速 S_{L}、S_* 和 S_{R}：

$$\begin{gathered}S_{\mathrm{L}}=u_{\mathrm{L}}-a_{\mathrm{L}}q_{\mathrm{L}}\\S_*=\frac{p_{\mathrm{R}}-p_{\mathrm{L}}+\rho_{\mathrm{L}}u_{\mathrm{L}}(S_{\mathrm{L}}-u_{\mathrm{L}})-\rho_{\mathrm{R}}u_{\mathrm{R}}(S_{\mathrm{R}}-u_{\mathrm{R}})}{\rho_{\mathrm{L}}(S_{\mathrm{L}}-u_{\mathrm{L}})-\rho_{\mathrm{R}}(S_{\mathrm{R}}-u_{\mathrm{R}})}\end{gathered} \tag{19}$$

$$S_{\mathrm{R}}=u_{\mathrm{R}}+a_{\mathrm{R}}q_{\mathrm{R}}$$

其中的 q，当 $K=\mathrm{L}$ 和 $K=\mathrm{R}$ 时分别为

$$q_{\mathrm{K}}=\begin{cases}1 & (p_*\leqslant p_{\mathrm{K}})\\\left[1+\dfrac{\gamma+1}{2\gamma}(p_*/p_{\mathrm{K}}-1)\right]^{1/2} & (p_*>p_{\mathrm{K}})\end{cases} \tag{20}$$

（2）HLLC 通量。按照如下方法计算：

$$\boldsymbol{F}_{i+\frac{1}{2}}^{\mathrm{hllc}}=\begin{cases}\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}} & (0\leqslant S_{\mathrm{L}})\\\boldsymbol{F}_{*\mathrm{L}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}+S_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{Q}_{*\mathrm{L}}-\boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}}) & (S_{\mathrm{L}}\leqslant 0\leqslant S_*)\\\boldsymbol{F}_{*\mathrm{R}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}+S_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{Q}_{*\mathrm{R}}-\boldsymbol{Q}_{\mathrm{R}}) & (S_*\leqslant 0\leqslant S_{\mathrm{R}})\\\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} & (0\geqslant S_{\mathrm{R}})\end{cases} \tag{21}$$

其中

$$\boldsymbol{Q}_{*\mathrm{K}}=\rho_{\mathrm{K}}\left(\frac{S_{\mathrm{K}}-u_{\mathrm{K}}}{S_{\mathrm{K}}-S_*}\right)\begin{bmatrix}1\\S_*\\v_{\mathrm{K}}\\w_{\mathrm{K}}\\\dfrac{E_{\mathrm{K}}}{\rho_{\mathrm{K}}}+(S_*-u_{\mathrm{K}})\left[S_*+\dfrac{p_{\mathrm{K}}}{\rho_{\mathrm{K}}(S_{\mathrm{K}}-u_{\mathrm{K}})}\right]\\(q_1)_{\mathrm{K}}\\\vdots\\(q_l)_{\mathrm{K}}\\\vdots\\(q_p)_{\mathrm{K}}\end{bmatrix} \tag{22}$$

还有其他估算波速的方法，要么依据不同的压力估算，要么直接计算速度值的估算值。更多详情参见 Toro（2009）第 10 章和参考文献。

5　蓝图和结论

黎曼求解器是有限体积 Godunov 类型方法的基础，但是完全实现 Godunov 方法的能力所使用的理想求解器是非线性黎曼求解器。使用不完整的求解器得出的结果太差，而且与那些更简单的方法类似，如中心类型方法，相关的最新研究，参见 Toro、Hidalgo 和 Dumbser（2009）的研究资料。黎曼求解器的应用已经扩大到其他数值方法，如间断的加勒金有限元法（Cockburn 和 Shu，1989）；相关最新研究参见 Dumbser 等（2008）的研究资料。

这里还有一些问题没有讨论到。高阶 Godunov 方法就是一个例子。该方法需要绕开 Godunov 定理（Godunov，1959），结果就是，构建非线性方法，甚至对于求解线性问题也是如此。Kolgan（1972）发表的非线性方法似乎是目前发表的这种类型中的第一个，也可以找到其他研究，例如在 Van Leer（1973）的研究；也可以参见 Sweby（1984）的研究资料和参考文献。后来对于非线性方法的研究源于 ENO 和 WENO 方法（Harten 和 Osher，1987；Shu 和 Osher，1988），最近的发展参见 Dumbser 等（2007）的文献。高阶 Godunov 方法的构建同样也引入简单黎曼问题中，在该问题中，初始条件是两个由间断面隔开的光滑向量，参见 Toro 和 Titarev（2002），Toro（2009）的第 19 章和参考文献。对于源项的处理仍然是个研究的热门领域。最近的方法将源项的处理耦合到了包含有非守恒乘积的双曲系统的处理中，非守恒项的乘积如模型中的多项流，参见 Parés（2006）和参考文献。

利用基于高级黎曼问题的有限体积法和间断加勒金有限元法来解决航空航天工程中有实际意义的问题和其他学科的问题，在现今是可行的。这些方法对于复杂几何体是可用的，对于非结构网格也适用。这些方法也可以在时间和空间上得到非常高的精度。对于有些应用来说，如气动声学和长时间波传播问题，这是一个必须满足的要求。这些方法也可以精确处理刚性源项，刚性源项是典型的燃烧学应用。对于最新先进方法的更多详情和相关文献，参见 Toro（2009）第 19～21 章。

参考文献

Cockburn，B. and Shu，C. W.（1989）TVD Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws Ⅱ：general framework. *Math. Comput.*，52，411－435.

Dumbser，M.，Käser，M.，Titarev，V. A. and Toro，E. F.（2007）Quadrature-free non-oscillatory finite volume schemes on unstructured meshes for nonlinear hyperbolic systems. *J. Comput. Phys.*，226（8），204－243.

Dumbser，M.，Balsara，D.，Toro，E. F. and Munz，C. D.（2008）A unified framework for the construction of one-step finite volume and discontinuous Galerkin schemes. *J. Comput. Phys.*，227，8209－8253.

Godunov，S. K.（1959）A finite difference method for the computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics. *Mat. Sb.*，47，357－393.

Godunov，S. K.，Zabrodin，A. V. and Prokopov，G. P.（1961）A computational scheme for two-dimensional nonstationary problems of gas dynamics and calculation of the flow from a shock wave approaching a stationary state. *USSR J. Comp. Math. Math. Phys.*，1（6），1187－1219.

Harten，A. and Osher，S.（1987）Uniformly high-order accurate nonoscillatory schemes I. *SIAM J. Numer. Anal.*，24（2），279－309.

Harten，A.，Lax，P. D. and van Leer，B.（1983）On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Rev.*，25（1），35－61.

Kolgan，V. P.（1972）Application of the principle of minimum derivatives to the construction of difference schemes for computing discontinuous solutions of gas dynamics［in Russian］. *Uch. Zap. TsaGI，Russia*，3（6），68－77.

Osher，S. and Solomon，F.（1982）Upwind difference schemes for hyperbolic conservation laws. *Math. Comput.*，38（158），339－374.

Parés，C.（2006）Numerical methods for nonconservative hyperbolic systems：a theoretical framework. *SIAM J. Numer. Anal.*，44（1），300－321.

Roe，P. L.（1981）Approximate Riemann solvers，parameter vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys.*，43，357－372.

Shu，C. W. and Osher，S.（1988）Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. *J. Comput. Phys.*，77，439－471.

Sweby，P. K.（1984）High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM J. Numer. Anal.*，21，995－1011.



Takahiro, M. and Kanya, K. (2005) Multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magneto hydrodynamics. *J. Comput. Phys.*, 208 (1), 315 - 344.

Toro, E. F., Spruce, M. and Speares, W. (1994) Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. *Shock Waves J.*, 4, 25 - 34.

Toro, E. F. and Titarev, V. A. (2002) Solution of the generalized Riemann problem for advection-reaction equations. *Proc. R. Soc. London*, 458, 271 - 281.

Toro, E. F. (2009) Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. A Practical Introduction, 3rd edn. Springer-Verlag, Berlin.

Toro, E. F., Hidalgo, A. and Dumbser, M. (2009) FORCE schemes on unstructured meshes I: conservative hyperbolic systems. *J. Comput. Phys.*, 228, 3368 - 3389.

Van Leer, B. (1973) Towards the ultimate conservative difference scheme I. The quest for monotonicity. *Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, Berlin vol. 18, pp. 163 - 168.

本章译者：吴小胜，卢天宇，李正东
（北京理工大学宇航学院）

第 45 章

网格生成技术

Bharat K. Soni, Alan M. Shih, Yasushi Ito
阿拉巴马伯明翰大学机械工程系，伯明翰，美国

1 引 言

对于普通外形，计算流体力学所必需的元素就是离散网格的构建，也就是众所周知的网格。在网格上，流场方程以有限的形式出现，以及相关边界条件都与离散策略有关，并要在求解技术中用到。因此，网格生成就是将物理的场离散为有限点或者有限源的集合。在网格上，偏微分方程（PDE）被代替，然后进行数值求解。网格提供了离散的空间框架，在其上展开数值求解和解的可视化。

如果用一些符合逻辑的矩形或者六面体代替点，以便在两个方向或者三个方向上能很容易地辨别相邻点，这样的网格被称为结构网格。这种自动的相邻关系的识别就会大大地简化，无论是数据结构还是微分的离散代替和积分，最终都会变为有序的系数矩阵问题。由于逻辑顺序，每一个空间点可以被明确地引用。然而，这种结构是以几何外形的灵活性为代价得到的，虽然人们已经对结构网格做了大量的研究，但是复杂几何外形很难用这种方法处理，因为要将它的物理场离散成逻辑有序非常困难，而合理的形状以及子区域可以产生高质量的结构网格。非结构网格就是相邻或者不相邻的点之间没有逻辑联系，也就是说每个点都是独立的。但是，必须得构建一个明显的相互关联的表格并保存，用于PDE求解。微分和积分的代替也非常复杂，而且产生的矩阵问题也更加无序。因此，相比于结构网格，非结构网格中，PDE的求解步骤会变得更加复杂，但是它能够自动处理真正复杂的外形，而不会有结构网格生成过程中要保证逻辑顺序的问题。无网格技术可以控制偏微分方程的数值求解，而不需要任何类型的显式或隐式网格点之间的联系。在流场中有一系列的点，基于计算谱半径内的每个点的邻域内点的数值离散方法得到发展。该项技术的发展仍然处于初期且没有广泛地用来解决实际的航空航天问题。

网格点的分布影响计算精度、效率及PDE的求解成本。网格空间应该足够精确且网格线、面和体上的比例变化应该缓慢平滑。还有，一个网格单元由相邻点构成，所以网格单元不能间断变化而且它的形状不应该太过歪斜。有时要依据计算结果的变化，对网格做适当的调整，如网格点的位置的调整或者网格单元加密。网格生成是CFD过程中劳动强度高且需要不断重复的步骤，同时经常妨碍CFD模拟的输出效率。此外，由于工业推动了高精度模拟，近十年来，模拟中的网格规模急剧增加。在单个工作站上生成如此大规模的网格是一项可怕的任务。并行网格生成是必需的，可以实现计算机存储的高效利用，同时生成的网格必须与并行CFD求解程序兼容。关于并行网格生成和CFD的进一步讨论可以在第一卷第46章中找到。

2 网格生成策略和技术

下面讨论网格生成策略以及结构（笛卡儿坐标和曲线坐标）和非结构（四面体网格、混合网格和一般网格）系统。读者要了解详细算法和描述，可参考文献（Thompson、Soni 和 Weatherill，1998）。



2.1　结构网格系统

2.1.1　笛卡儿网格

在该方法中，网格线构成的网格位于矩形内或者长方体内，每个格子的尺寸是由实体几何组件的尺寸函数来决定的，并用于 CFD 计算。与实体几何组件有关的离散化从网格中脱离。边界条件应用于靠近内部几何实体的网格线上。这也是离散给定场的最简单也最直接的方法。整个网格生成过程和边界条件的定义都可以自动实现。与之相关的非线性 PDE 可以利用基于单元格或者基于节点的高阶近似来离散。

Aftosmis、Berger 和 Melton（1998）一直在研究无黏流动的切割单元笛卡儿网格生成方法。Nakahashi 提出了立方体建立方法，来利用高效存储为基于四叉树/八叉树的数据结构的大规模纯笛卡儿网格，如图 1 所示的并行模拟亦可使用（Nishimoto、Sasaki 和 Nakahashi，2010）。边界面需要非常密的单元以避免使用切单元，并以此来模拟边界层。计算资源的进一步改善，对立方体建立方法的实际应用至关重要。

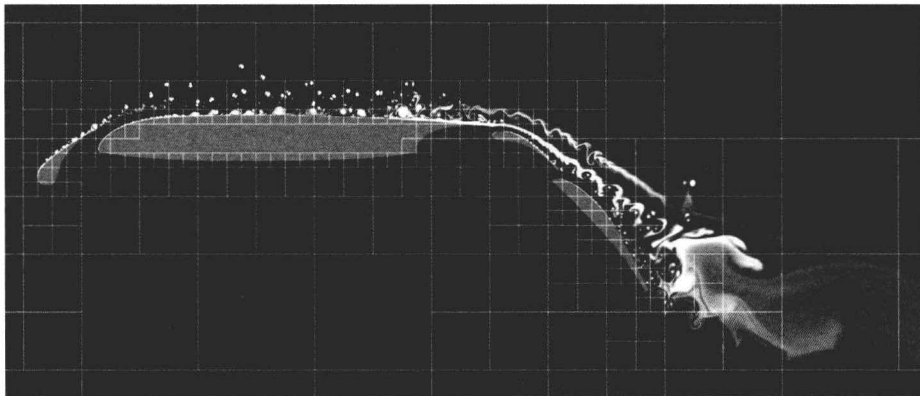


图 1　NASA 超临界四段翼型周围时间精确的 RANS 模拟的瞬态熵分布

（日本东北大学 Kazuhiro Nakahashi 博士提供）

2.1.2　曲线网格

曲线网格就是弯曲的坐标线网格，以便在物理空间与计算域的均匀分布之间建立一一对应关系。曲线网格点符合实体表面/边界，因此，提供了最经济、最精确的方法来定义边界条件。图 2 所示的是 NACA0012 翼型周围的曲线网格的一个简单实例。对于复杂的几何外形，就将物理空间划分为子区域，在每个子区域里面再生成曲线网格，然后再将这些子网格在交界面处通过重叠或者遮盖（通常指镶嵌或者重置网格）连接在一起。每个区域边界上求解信息的转化对模拟是否成功非常关键。关于该主题的进一步讨论参见第 1 卷第 53 章，网格自适应和嵌入网格方法。

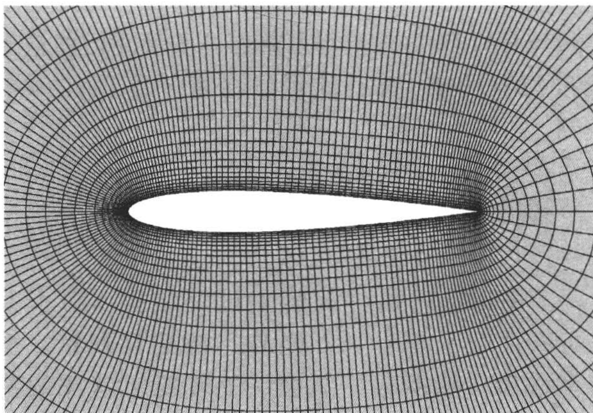


图 2　NACA0012 翼型周围的曲线网格实例

在 20 世纪 70 年代到 80 年代，由于 Thompson、Warsi 和 Mastin（1982）取得了突破性创新方法，曲线网格使 CFD 在航空航天领域取得了巨大的进展。曲线网格生成技术基于代数插值方法（Gordon 和 Thiel，1982；Soni，1992）和 PDES 方法，包括椭圆系统和抛物系统（Steger 和 Chausee，1980）。在使用一个三维插值的参数形式中利用无限插值方法（TFI）就可以产生曲线网格。在三个坐标方向上，通过对插值投影使用布尔和运算即可生成网格。

$$P_\xi \oplus P_\eta \oplus P_\zeta = P_\xi + P_\eta + P_\zeta - P_\xi P_\eta - P_\eta P_\zeta - P_\zeta P_\xi + P_\xi P_\eta P_\zeta \tag{1}$$

这里的（ξ，η，ζ）表示三个坐标方向。投影参数 P_ξ，P_η 和 P_ζ 是线性、拉格朗日、赫米特、贝塞尔、B 样条、NURBS 或者其他任意形式的插

值或者近似方法，供研究人员在 ξ，η 和 ζ 三个方向上分别选择。

使用椭圆生成系统的关键因素就是合理地控制函数变化以达到网格平滑和正交。该项技术得到了很好的发展，并且可以对任意复杂区域生成高质量的网格。椭圆系统的公式为

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g^{ij} r\xi^{i} r\xi^{j} + \sum_{k=1}^{3} \phi_k r\xi^{k} = 0 \qquad (2)$$

此处的 $r=(x, y, z)$ 是物理空间，$(i, j, k)=(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$ = 计算空间，$g^{ij}=r_{\xi}^{i}\cdot r_{\xi}^{j}$ = 协变度量项，并且协变度量项的公式为

$$g^{il}=\frac{1}{g}(g_{jm}g_{km}-g_{jn}g_{kn}),\ i=1,2,3;$$

$$j=1,2,3;\ (i,j,k),\ (l,m,n)\ \text{循环} \qquad (3)$$

那么控制函数变化时，椭圆系统可以写成下面的形式：

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g^{ij}(g_{iq})_{\xi^j} + \sum_{k=1}^{3}\phi_k g_{kq} - \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g^{ij}\times \left[\frac{(g_{ij})_{\xi^k}-(g_{jq})_{\xi^i}+(g_{iq})_{\xi^j}}{2}\right]=0, q=1,2,3 \qquad (4)$$

假设正交，控制函数可以变化为

$$\phi_k=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi^k}\ln\frac{g_{kk}}{g_{ii}g_{jj}},\ (i,j,k)\ \text{循环}$$

$$k=1,2,3 \qquad (5)$$

控制函数（Soni 和 Weatherill，1996）的定义非常直接，并且已经发现在结构网格中，是改善网格正交和平滑最有效的。如图 3 所示，发现正交平滑的网格具有非常良好的分布控制和凸凹区域附近的黏性模拟。

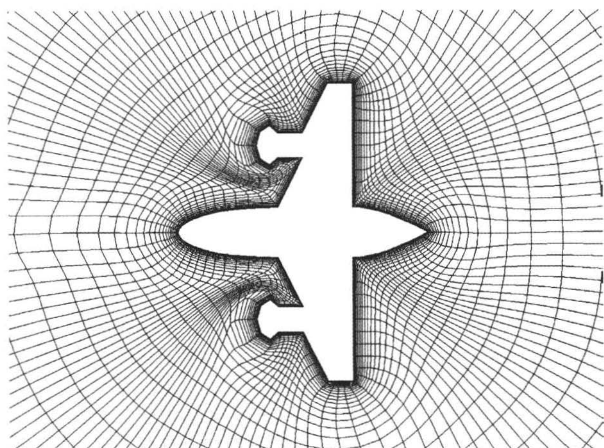


图 3　一个带有两个剧烈凹陷和凸起拐角外形的飞机周围的曲线网格

在嵌入/重叠网格例子中，抛物生成方法非常有利于外部流动问题和组件网格的生成，下面的方程是线性化的，然后数值求解生成网格：

$$\begin{aligned} r_\zeta\cdot r_\xi &= \sqrt{g_{11}g_{33}}\cos\phi \\ r_\zeta\cdot r_\eta &= \sqrt{g_{22}g_{33}}\cos\varphi \\ r_\zeta\cdot(r_\xi\times r_\eta) &= V \end{aligned} \qquad (6)$$

在实际应用中将方程里面的 ϕ 和 φ 值给定为 90°时，可以保证正交。

文献（Soni 等，2008）中记录了各种各样的方法，结合代数的椭圆抛物技术，使静态和自适应/动态网格生成达到质量良好。另外一个使用的方法，尤其是在二维应用中，是基于可变函数的（Knupp 和 Steinberg，1993）嵌入/重叠网格（Steger、Dougherty 和 Benek，1983），可以灵活解决移动体问题，该问题容许动态网格。曲线多重网格在 CFD 中得到了广泛的应用。该方法的主要问题是自动化。生成多重网格的劳动强度极高，尤其是非常复杂的几何外形。在网格生成中，用户思维和用户经验控制着响应时间。过去几年，人们已经进行了各种各样的研究活动来研究算法，以便开展与多重网格生成相关的自动网格划分，然而，用户交流和图形界面在结构网格的生成中极其重要。

2.2　非结构网格系统

非结构网格放松了对节点关系的要求。在每个节点上有任意数量的单元实际上都是允许的，也容许边界协调网格的生成。网格信息由一系列节点的坐标和节点之间的关系来表达。相互关系表制定了节点和单元之间的关系以及相邻关系。以三角网格和混合网格为例，壁面上的四边形网格可以解析边界层，而 NACA0012 周围的其他三角网格分别如图 4 和图 5 所示。非结构网格对复杂几何体具有更大的几何灵活性。由此可见，现在在航空航天 CFD 应用中，非结构网格正在普及。然而，高质量网格的生成，尤其是那些高宽高比单元网格的模拟，仍在研究中。非结构网格的规模随着几何外形的复杂程度呈几何增长，因此就产生了存储问题以及网格生成的运行时间。因此，并行网格生成，重叠网格和局部网格化技术经常是非结构网格生成中所期望的。并行网格生成的一个很有前景的方法是：首先将代表物理空间的封闭网格进行表面分割，然后再用并行方法（Pirzadeh 和 Zagaris，2009）生成



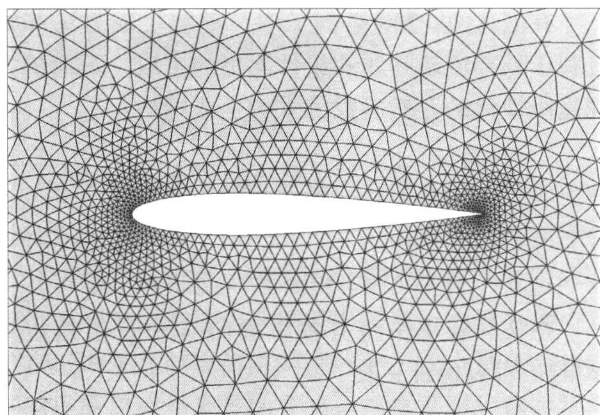


图 4 NACA0012 翼型周围的三角形网格实例

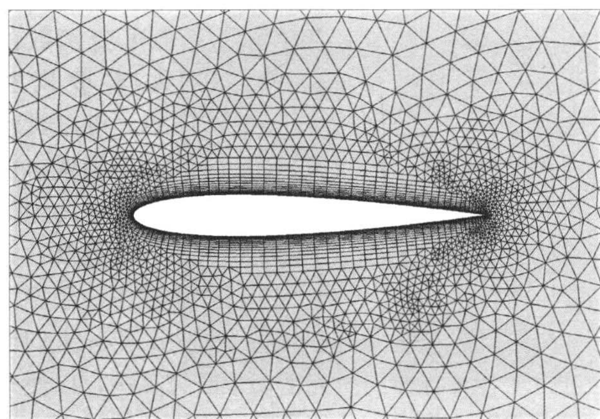


图 5 NACA0012 翼型周围的混合网格实例

一套体网格。许多航空航天 CFD 应用包括复杂几何体的移动问题，这些不能简单地用结构网格代替，而是需要在模拟过程中动态划分网格。已经提出的非结构重叠/嵌入网格方法就是用来解决这个要求的（Nakahashi、Togashi 和 Sharov，2000）。机翼挂架周围重叠网格的例子如图 6 所示。当它们的相对位置发生变化时（Ito 等，2009），通过修改现有的网格，局部网格化技术在快速创建单独体网格时就会非常有用。DLR-F6 机身周围和机翼周围应用局部网格化方法得到的混合网格，其效果如图 7 所示，数据结构在高效处理非结构网格中起到非常重要的作用。非结构网格主要的优点是自动化趋势和更大的几何灵活性。

有好几种方法可以用来生成非结构网格，如四叉树/八叉树细分算法（Yerry 和 Shephard，1983；Dawes、Kellar 和 Harvey，2009）、德劳内三角划分法（Weatherill，1988；Baker，1991）、阵面推进算法（Ito 和 Nakahashi，2002），对于高雷诺数黏性流动模拟而言，无滑移壁面上需要用各向异性非均匀网格，以便能正确解析边界层（Pirzadeh，1996；Ito 等，2007）。层推进和类似的方法广泛用于创建非均匀四叉树网格（图 8）或者半结构单元网格（图 5）以满足要求。相对于结

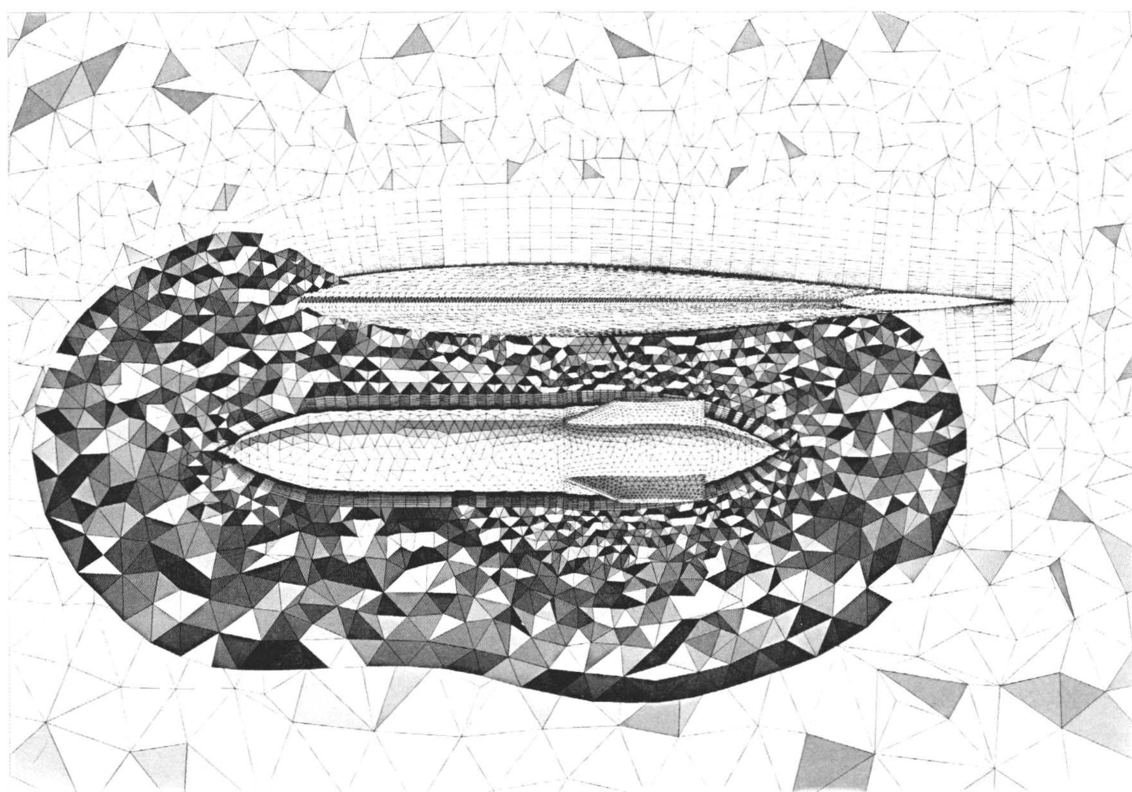


图 6 机翼（母体：浅灰）和油箱（子体：深黑）周围的非结构重叠网格的截面

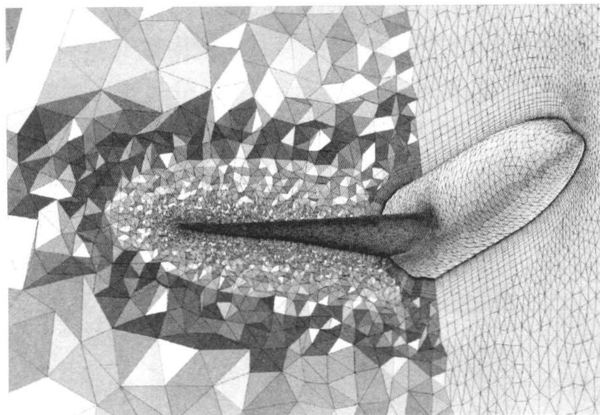


图7　对DLR-F6机身周围和机翼周围的混合网格进行局部重新划分网格

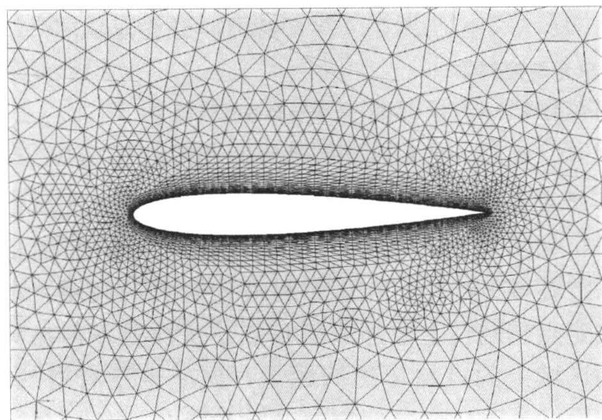


图8　NACA0012翼型周围的非均匀三角形网格实例

构网格方法，采用非结构网格方法实现网格自适应中的加密更容易。非结构网格生成方法将在下面的部分做简短讨论，使用非结构网格的高效CFD模拟方法讲解见第1卷第53章。

2.2.1　四叉树/八叉树方法

四叉树是二维树数据结构，在该结构中，每一个节点都有四个规模相同的子树，八叉树是四叉树的三维形式。可以采用简单可行的数值算法在任意级别上查询树数据结构，以便分辨该等级上相关子树的特征。四叉树和八叉树可以用于网格生成，因为它们可以规范地离散计算域，四叉树/八叉树网格生成方法可以很容易地实现自动化并同时在三维空间内生成面网格和体网格。自从Yerry和Shephard（1983）第一次提出这个方法，四叉树/八叉树网格生成方法就一直在使用。然而，与笛卡儿方法相比，需要在自动化生成、贴体网格和尖锐特征保持网格生成方面开展持续的改进（Dawes、Kellar和Harvey，2009）。

2.2.2　德劳内三角化方法

德劳内三角化方法是基于狄利克雷分布（或沃罗诺伊图）的概念，即用一系列无重叠的凸多面体覆盖整个封闭的区域而得的。在二维空间中，沃罗诺伊图线段的长度等于被该线段分开的两点之间的距离，因此，沃罗诺伊图的顶点与三个节点之间的距离必须相等（著名的德劳内三角形）。显然，可以以沃罗诺伊图顶点为圆心创建一个圆，该圆通过三角形的三个顶点。同时，很明显，由于沃罗诺伊线段和区域的定义，没有任何点在三角形的外接圆内部，该条件就是内切圆准则。因此，当给定一系列任意节点时，这些点就可以被三角化以保证没有其他点被包含在二维网格三角形的外接圆中（或者空间四叉树网格的外接球），这个数学标准是德劳内方法的强有力的支柱。该方法已经成功用于复杂飞行器（Weatherill，1988；Baker，1991）外形周围的网格生成。然而，内接圆/球对实际计算中的截断误差很敏感。特别是三维空间中的边界恢复是另外一个问题，需要被解析以满足德劳内三角形限制条件。

2.2.3　阵面推进算法

阵面推进算法通过从阵面逐步向内推进的方式生成三角形或者四叉树。定义初始阵面为用于生成面网格的曲线段或者是用于生成体网格的面网格。通过估算计算域内部的新点而在阵面上创建单元。这使生成的网格会随着人们所期望的伸长量而改变大小。初始阵面附近的局部网格密度控制很容易。与德劳内三角化方法相比，初始阵面的连通性可以很自然地得到保留。然而，阵面推进法比德劳内三角化方法所需的计算时间更多，通常是由于在网格生成中需要几何关系检索。为了避免创建低质量的网格，在网格生成的后期很需要一种光滑方法，如拉普拉斯算子，基于角度或者基于优化的平滑方法。阵面推进方法和德劳内三角化方法都可以用来改善网格质量。

2.2.4　层推进法

层推进法是由Pirzadeh（1996）首次提出的，作为对阵面推进法的延伸，用于创建无滑移壁面上的非均匀四面体网格，该方法也可以用于创建半结构网格单元。基本上，无滑移壁面上的每一个节点依据可视条件向内推进。然而，三维空间中的点为



了避免创建负体积网格，可以有多个推进方向。这些点通常被称为奇点。该问题可以通过多推进方向法得到解决，多推进方向法可以改善尖顶点拐角周围的单元质量，如图9所示（Ito等，2007）。利用这种方法，即使在奇点周围，半结构单元也可以很容易地放置。

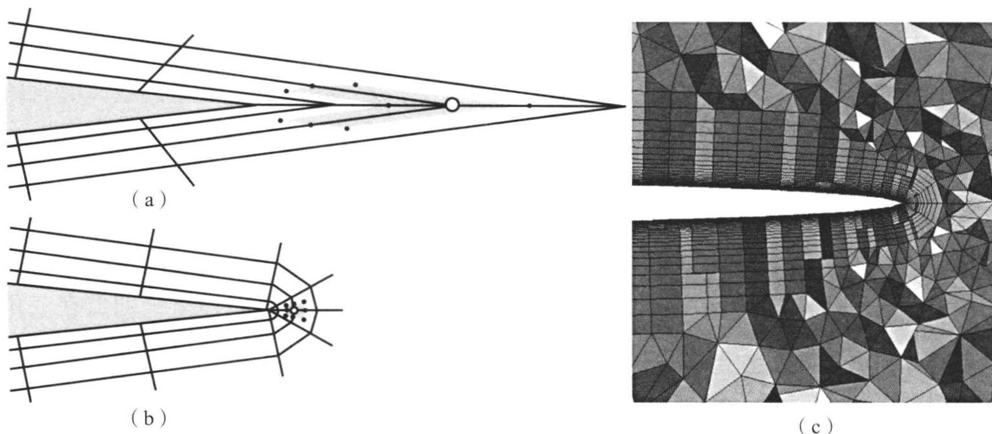


图9 机翼后缘附近的单元与控制体

(a) 一个普通尖角创建高度倾斜的控制体；(b) 多个普通尖角改善了相对应的控制体的质量；(c) 实际混合网格的截面

利用相似的方法，普通多面体单元容许创建四面体、金字塔、棱柱、六面体和n面多面体。多面体单元的主要优点是，它有很多相邻的单元，所以，与四面体单元相比，它的梯度可以得到较好的近似。然而这样的普通网格，对于许多用于航空航天的CFD程序来说，都不能被广泛接受。普通多面体网格的例子见图10。

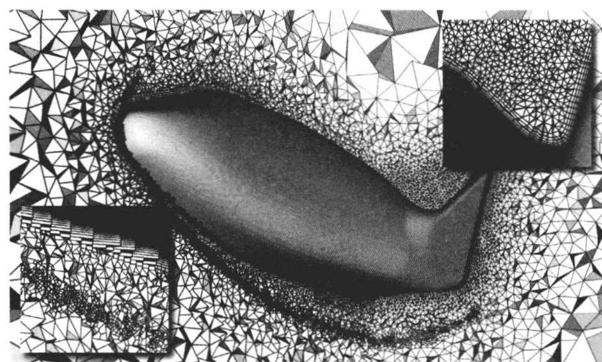


图10 概念飞行器X-38周围的一般网格和激波区域的细网格

（密西西比州立大学David Thompson博士提供）

2.3 自适应网格生成

自适应网格生成有三种基本方法，在动态自适应网格以及物理问题的PDE中用到。第一种方法是重新分配一定数量的点。在该方法中，点从误差相对小的区域移动到误差大的区域。但是通过这种点的移动，总的近似阶数没有增加。它可能会改善局部近似程度。只要重新分布点的数量不严重耗尽其他区域的点的数量，这个方法就是一个切实可行的方法。第二种方法是局部细化法。在该方法中，在误差相对比较大的区域，在固定点集结构上添加或删除点，这样就不存在其他区域上的点耗尽的问题了，误差也没有增加。然而计算时间和存储空间会随着细化操作而有所增加，并且数据结构也比较困难。该方法非常适合于非结构网格（Ito等，2009）。第三种方法是自适应网格生成法。自适应网格是基于细化和重新分布法而发展来的。它是建立在解特征的变化基础上的，对于复杂外形，自适应网格已经显示出了很好的潜力。一个自适应网格的重建依据图11中所示

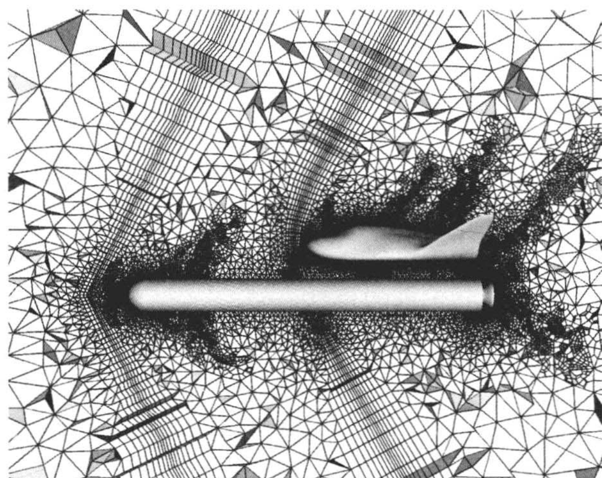


图11 概念飞行器X-38/发射器外形的带有嵌入面和细化的自适应网格求解

［经Ito等（2009）© AIAA许可复制］

的解的变化情况。在最后一个方法中，求解方式会在相对误差较大的区域变为局部高阶近似。这又增加了全局精度，但是涉及的求解器实现起来更为复杂。这种方法在多尺度 CFD 中没有明显的应用。关于自适应网格生成方法的更多讨论已经在第 1 卷第 53 章自适应网格和嵌入网格方法中给出。

2.4　网格生成过程

无论考虑哪一种网格策略，计算网格的创建都需要完成以下步骤：

（1）计算映射：建立一个从物理空间到计算空间的合理映射，在结构网格例子中容许合适的多重网格策略或者在结构网格例子中建立一个合适的节点顺序。

（2）几何离散：所有实体组件（面）的数值离散连同计算映射准则和期望的点分布。这些几何组件位于几何数据库中。

（3）计算模型：依据一定的准则，在结构网格中，在面周围生成合适的网格一般使用多重网格策略、点分布、光滑和正交，在非结构网格中，用期望的背景网格代替点分布。

网格生成过程中的几何关系类似于边界条件和流体控制方程的解之间的关系。利用合适的点分布构建一个精确的几何外形需要消耗整个网格生成的时间的 85%～90%。与网格生成有关的几何详情包括：

（1）确定期望的网格点分布，这取决于所期望的流动特征。

（2）为了解决将要处理的几何问题的精确数学描述，对边界区域评估并定义曲面。

（3）选择要使用的几何工具来定义这些边界区域和曲面。

（4）结合上述任务，遵循一个合理的逻辑途径，利用合理的点分布，得到几何体的期望的离散数学描述。

基于参数的曲面曲线非均匀有理 B 样条（NURBS）模型，广泛应用于 CAD/CAM/CAE 系统里的几何实体建模。凸壳、局部支持、外形保持形式、仿射变换和 NURBS 的总变差属性，在工程设计应用中极具吸引力。在实际航空航天问题中，大多数有意义的几何外形都是在 CAD/CAM 系统里设计的，并且将 IGES 或者 STEP 格式的文件应用于分析。在 CFD 过程中，几何外形的准备被认为是最关键且劳动强度高的，同时还包括我们所关心区域的期望的点分布、光滑和正交准则对多有边界和面的离散定义。

2.5　网格软件、工具和详细信息

用来解决复杂 CFD 应用的许多多用途网格生成软件工具/系统，在公共领域也是可行的，同时也可以作为专门的商业代码。要获得详细信息和基本分析工具以及更多最新的详情和处于实践状态的网格生成技术，可以进入以下网站了解：

（1）网格生成国际学会，每年两次关于数值网格生成进展的会议：http://www.isgg.org。

（2）CFD 在线：http://www.cfd-online.com/Links/meshing.html。

（3）Robert Schneiders 的在线网格生成网站：http://www-users.informatik.rwthaachen.de/~roberts/meshgeneration.html。

（4）网格研究中心，综合信息获取和每年一度的国际网格学术会议进展：http://www.andrew.cmu.edu/user/sowen/mesh.html。

（5）NASA 兰利研究中心几何实验室：http://geolab.larc.nasa.gov/CSCMDO/。

（6）科技应用实验室，阿拉巴马大学伯明翰分校（UAB），几何体-网格工具箱，迷你 CAD 系统相关资源：http://me-wiki.eng.uab.edu/etlab/。

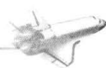
（7）几何体和网格生成工具箱，圣地亚国家实验室：http://cubit.sandia.gov/cubitprogram.html。

（8）数值网格生成，基础研究和应用（第一部关于网格生成的电子书）：http://www.erc.msstate.edu/publications/gridbook/refer.php。

许多商业代码提供了网格生成工具和系统。由 Pointwise 公司研发的商业代码 Gridgen（http://www.pointwise.com）和 PDC 公司研发的商业代码 GridPro（http://www.gridpro.com）完全致力于提供网格生成系统。这两种程序在航空航天领域得到了广泛的应用，并且提供了交互的和基于脚本的建模和多重网格系统以及非结构网格生成系统。

3　未来发展趋势和关键技术

网格生成策略是在结构-非结构领域，得到了很好的发展和验证。对于 CFD 而言，快速周转、几何的灵活性、精度、成本和稳定性是要解决的关



键要求，它需要在支持工业航空航天外形设计中起到应有的作用。然而，目前的网格生成过程需要解决各种各样的问题以达到这些要求，过去、现在和未来的终极目标如图12所示。

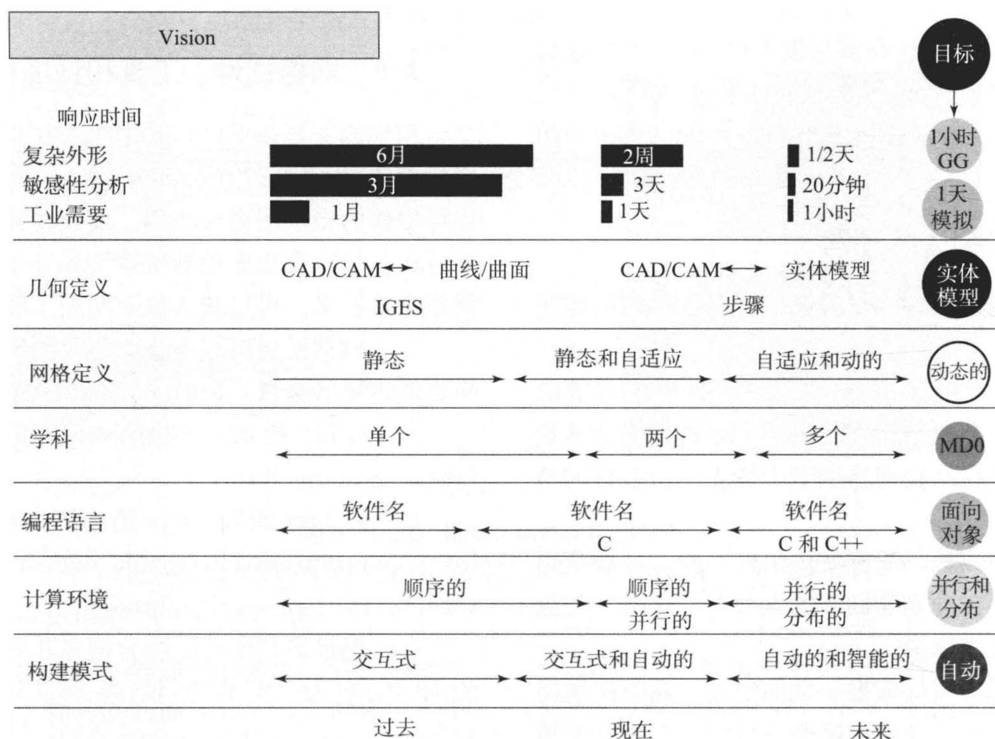


图12　网格生成的技术展望

最主要的问题就是响应时间。一般来说，对于最简单的应用，几何体的创建和网格的生成很快或者很容易实现工业需求。最终的工业目标是在1小时内实现复杂的网格生成，同时流场模拟只需要1天就能完成。今天，利用所期望的格式中的明确几何定义，复杂飞行器周围的结构多重网格（用于N-S模拟）需要两到三周才能完成。然而，一个非结构网格，在1天内就可以完成（用于欧拉模拟），而笛卡儿网格只需要1小时（用于欧拉模拟）。对于欧拉模拟来说，非结构的和笛卡儿的网格策略满足了今天的工业需求，然而，对于具有化学反应的复杂湍流N-S模拟和多相多种类物理问题，这些模拟都需要通过利用结构多重网格实现。以流场模拟的观点来看，非结构正交技术仍然处于复杂物理问题的研究中，响应时间表代表了执行网格生成、敏感性分析（具有较小的几何分布干扰的网格生成）以及工业预期所需要的时间。

从成本和精度方面来看，研究基于场分布特征（自适应网格）或者基于流场中几何组件的移动的高质量网格非常重要。对动（自适应/运动）网格的需求在逐渐增长。目前，动网格算法仅仅局限于简单外形的情况。有关复杂外形的自适应方法的适用性技术仍然需要提高。然而，动网格划分的能力，是非结构正交网格所固有的特点。

工业环境也正在随着面向对象的环境快速地进入并行/分布计算。在这样的计算环境下，通过致力于工业多学科设计和优化分析（MDAO）应用，CFD发挥着重要的作用。与MDAO应用有关的网格生成的目标之一应该是发展关于复杂外形的自动化智能网格算法（没有视觉交互）。

参考文献

Aftosmis, M. J., Berger, M. J. and Melton, J. E. (1998) Robust and efficient cartesian mesh generation for component-based geometry. *AIAA J.*, 36, 952 - 960.

Baker, T. J. (1991) Shape reconstruction and volume meshing for complex solids. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 32, 665 - 675.

Dawes, W., Kellar, W. and Harvey, S. (2009) Using Level Sets as the Basis for a Scalable, Parallel Geometry Engine and Mesh Generation System. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 5-8 Jan 2009, Orlando, Florida, AIAA Paper 2009 - 372.

Gordon, W. J. and Thiel, L. C. (1983) Transfinite

mappings and their application to grid generation, in *Numer. Grid Generation* (ed. J. F. Thompson), North Holland, pp. 171 – 233.

Ito, Y. and Nakahashi, K. (2002) Direct surface triangulation usingstereolithography data. *AIAA J.*, 40, 490 – 496.

Ito, Y., Shih, A. M., Soni, B. K. and Nakahashi, K. (2007) Multiple marching direction approach to generate high quality hybrid meshes. *AIAA J.*, 45, 162 – 167.

Ito, Y., Murayama, M., Yamamoto, K., Shih, A. M. and Soni, B. K. (2009) Efficient computational fluid dynamics evaluation of small device locations with automatic local remeshing. *AIAA J.*, 47, 1270 – 1276.

Ito, Y., Shih, A. M., Koomullil, R. P., Kasmai, N., Jankun-Kelly, M. and Thompson, D. (2009) Solution adaptive mesh generation using feature-aligned embedded surface meshes. AIAA *J.*, 47, 1879 – 1888.

Knupp, P. and Steinberg, S. (1993) *Fundamentals of Grid Generation*, CRC Press, Boca Raton.

Nakahashi, K., Togashi, F. and Sharov, D. (2000) Intergrid boundary definition method for overset unstructured gridapproach. *AIAA J.*, 38, 2077 – 2084.

Nishimoto, S., Sasaki, D. and Nakahashi, K. (2010) RANS Simulation around airfoils using building-cube method. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 4-7 Jan 2010, Orlando, Florida, AIAA Paper 2010 – 0710.

Pirzadeh, S. (1996) Three-dimensional unstructured viscous grids by the advancing-layers method. AIAA *J.*, 34, 43 – 49.

Pirzadeh, S. Z. and Zagaris, G. (2009) Domain decomposition by the advancing-partition method for parallel unstructured grid generation. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 5 – 8 Jan 2009, Orlando, Florida, AIAA Paper 2009 – 979.

Soni, B. K. (1992) Grid generation for internal flow configurations. *Comput. Math. Appl.*, 24, 191 – 201.

Soni, B. K. and Weatherill, N. P. (1996) Geometry-grid generation. *Computer Science and Engineering Handbook*, CRC Press, BocaRaton.

Soni, B. K. (2000) Grid generation: past, present, and future. *Appl. Numer. Math.*, 32, 361 – 369.

Soni, B. K., Koomullil, R. P., Cheng, G., Shih, A. M. and Kim, J. E. (2008) Enabling technology tools for design of aerospace vehicles. *Comput. Fluid Dyn. J.*, 16, 336 – 345.

Steger, J. L. and Chausee, D. S. (1980) Generation of body-fitted coordinates using hyperbolic pratila differential equations. *SIAMJ. Sci. Comput.*, 431.

Steger, J. L., Dougherty, F. C. and Benek, J. A. (1983) A chimera gridscheme, in *Advances in Grid Generation* (eds K. N. Ghia and U. Ghia), New York, pp. 59 – 69.

Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W. (1982) Boundary fitted coordinate systems for numerical solution of partial differential equations-a review. *J. Comput. Phys.*, 47, 1 – 108.

Thompson J. F., Soni B. K. and Weatherill N. P. (eds.) (1998) *CRCH and book of Grid Generation*, CRC Press, Boca Raton.

Weatherill, N. P. (1988) A method for generating irregular computational grids in multiply connected planar domains. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 8, 181 – 197.

Yerry, M. A. and Shephard, M. S. (1983) A modified quadtree approach to the finite element mesh generation. *IEEE Comput. Graph.*, 3, 39 – 46.

本章译者：吴小胜，姚冉（北京理工大学宇航学院）

第 46 章

CFD 的高性能计算

Marc Garbey
休斯敦大学计算科学系，休斯敦，得克萨斯，美国

1 引　　言

摩尔定律（Moore，1965）：芯片上的晶体管数目将年复一年地保持指数增长，平均每 18 个月将增长一倍，参见图 1。现在，在广泛意义上，这个定律可以理解为处理器单元的峰值性能每 18 个月会增长一倍。摩尔定律在过去的 30 年已经被证明是非常正确的。微处理器变得更小、更密，而且性能更高。新处理器的设计是由计算机软件高度自动化的，有机器人进行的生产也是高度自动化的。这在某种程度上可以解释计算机结构发展的快速变化过程。高性能计算（HPC）的指数增长最初是由具有空间向量结构需求的科学计算的应用，如 Cray 1 系统驱动发展的，但是这种刺激已经转向了个人计算机（PC）市场、手机上的游戏和无处不在的计算功能，以及电视机到洗衣机占据了大多数的计算市场份额。在更好性能和更低成本的探索中，HPC 以便宜的微处理器和芯片数目不断增加的并行处理为基础。今天，HPC 系统距离数值计算科学家的“梦想计算机”非常遥远，而相比于并行处理而言，这些数值计算科学家对创造新的航空航天工程科学更感兴趣。软件环境和数值计算库具有极高的重要性，可以帮助用户编写一些富有成效的并行代码。

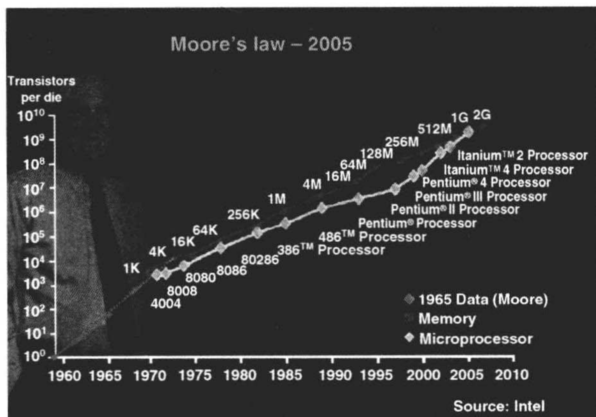


图 1　摩尔定律

由于指数增长的性能和竞争成本的 HPC 的巨大潜力，航空航天工程对 HPC 工具（Resch 等，2008）的依赖性越来越强。N-S（CNS）方程主导的传统流体动力学已经延伸到多个物理学科，并且在飞机的不同方面进行了耦合，如气动力、结构、推进、控制等。再者，综合了所有这些方面的模拟，可以利用计算机辅助设计工具以及优化设计来实现。这种新的处理方式显著地缩短了构建一个新飞行器所需的时间，同时通过将实验和测试次数最小化而很大程度上降低了成本。任何对于飞行器应用来说很重要的因素，以及航空航天工程的许多其他领域，如卫星或者火箭设计，许多实验可能都会有令人不能接受的危险等级。更进一步的核心模拟通常以一些形式的特殊前处理得到数据开始，然后以后处理结束。在后处理中，要么从模拟中追踪有意义的统计，要么建立现实的可视化效果。这些任务都是“计算密集型”，并且在 HPC 平台上实现。在某些情况下，它们可能会占用整个周期中的大部分计算时间。举几个例子来说，这种建立在航空航天工程设计上的数值模拟加强了跨学科组的重要性，这些跨学科组的成员一起工作以便将物理学、应用数学和计算机科学最好的方面引入工程中。

我们将在第三节总结 HPC 硬件/软件环境的要点。在第四节简单回顾一下算法和数值方法是怎样发展的，以便增加计算流体力学（CFD）的 HPC 系统的生产力。最后，第五节列出了 HPC 为航空航天工程带来的一些新的机遇。

我们将以一个 CFD 实例来作为第二节的开端，该实例会贯穿整个章节来对 HPC 进行说明。

2　引　　例

我们的教学实例是一个带有垂直萨沃纽斯型发动机（VSR）的迷你直升机的最优设计，并进行风洞测试（Garbey 等，2009）。流动的模拟通过求解不可压缩 N-S 方程而得到：

$$\partial_t U+(U\cdot\nabla)U+\nabla p-\nu\nabla\cdot(\nabla U)=f, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(U)=0, \quad (2)$$

耦合了 VSR 的固定旋转。VSR 的角加速度为 ω，由牛顿第二定律得

$$I_0\dot{\omega}=T_0 \quad (3)$$

式中，I_0 为转动惯量，T_0 为外露桨叶的动态力矩。

N-S 方程的计算域对应了位于风洞内的垂直轴涡轮发动机周围的流动区域。风洞的入流/出流边界条件，以及所有表面上的无滑移边界条件都应该给定。然后再给定初始条件以封闭问题。未知量为流动速度 U，流体的竖直压力 p 以及$\dot{\omega}$，这些都是与时间有关的变量。ν 是运动黏度，让我们来考虑一下标准投影格式（Chorin，1967），其时间推进步骤如下：

步骤 1，通过下面的公式求解速度的预估值：

$$\frac{\hat{U}^{k+1}-U^{k,*}}{\Delta t}-\nu\Delta\hat{U}^{k+1}=f^{k+1}-\nabla p^k \quad (4)$$

比值 $(\hat{U}^{k+1}-U^{k,*})/\Delta t$ 是时间全微分的一阶近似，$U^{k,*}$ 来源于特征方法。

步骤 2，将预测的速度投影到差分自由函数的空间上：

$$-\operatorname{div}\nabla(p^{k+1}-p^k)=-\frac{1}{\Delta t}\operatorname{div}\hat{U}^{k+1},$$

$$U^{k+1}=\hat{U}^{k+1}-\Delta t\,\nabla(p^{k+1}-p^k) \quad (5)$$

对于每一个步骤 k，我们最终都是求解两个不同性质的边界值问题，每个问题都用数值方法，该数值求解方法分别对应于公式（4）的所谓的建设亥姆霍兹算子：

$$-\epsilon\,\Delta+Id,\ \epsilon\ll 0;\ \epsilon=\nu\delta t \quad (6)$$

然后对式（5）适用泊松算子：

$$\Delta \quad (7)$$

通常，式（7）的椭圆求解器会消耗大部分的求解时间。

这种直接数值模拟是嵌入在最优循环中，对于一个给定的来流条件和桨叶的几何外形组，我们的目标只是计算出桨叶的最佳形状，使旋转速度 ω 最小化，或者更实际地是使 VSR 传递的功率最大。

任何给定的桨叶可以打印出三维模型，并在风洞中测试。实验结果和模拟结果的对比可以在外循环中自动实现，并且可改善模拟或者改变几何外形。这个设计周期如图 2 所示，通过使用 HPC 可以加速计算的步骤。图 3 和图 4 给出了一些利用有限元网格计算旋转桨叶的流动和速度场的实例。

并行计算的应用程序可以确定并行任务的最大数量（Garbey 等，2009）。以下情况可以引入并行计算。

（1）在求解器级别上，如将网格分散成与处理单元匹配的子区域，然后将问题与数学或者数值求解方法重新连接，在并行系统中计算每一个子区域。

（2）在操作层次上，如依靠并行推进速度的三个空间分量。这个可能不一定有效，因为大多数时间用于压力校正（5）。

（3）在优化循环中，通过在并行系统中使用多个不同形状的向前模拟，来决定哪个方向位于设计区间上，那么该方向就得进一步提高。

对于所有的 HPC 求解而言，没有最好的，并行计算的应用应该是最适用于可行的并行结构/软件平台。因此，我们将呈现一些一般类型的可行的 HPC 结构和软件环境。



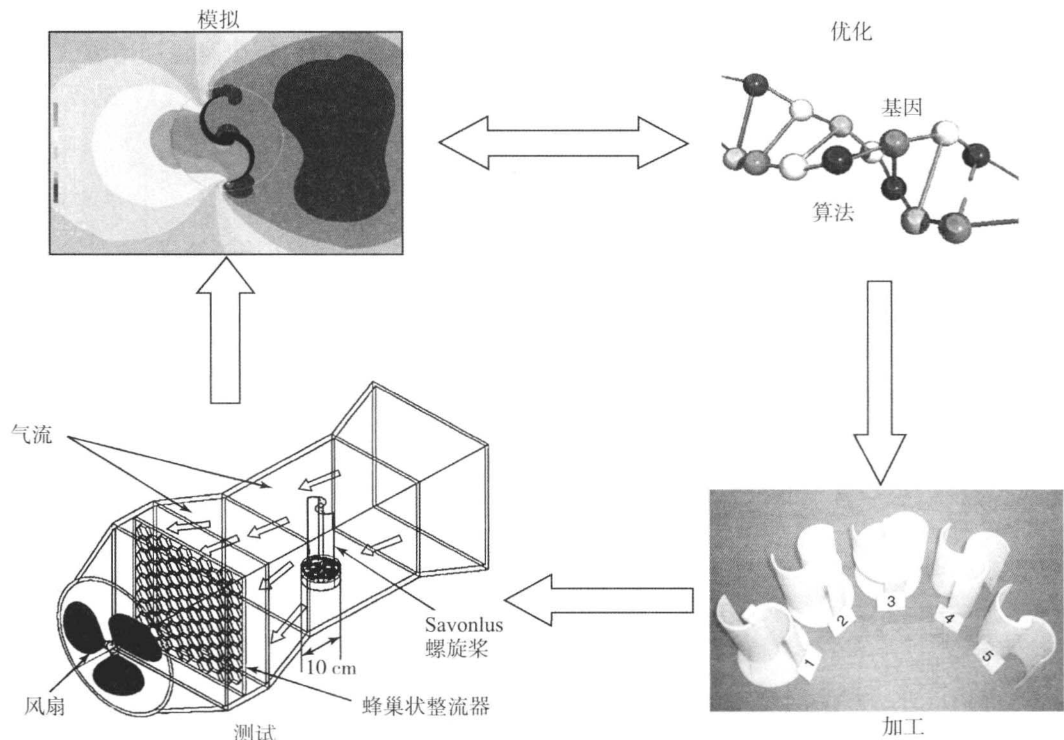


图 2　优化设计循环

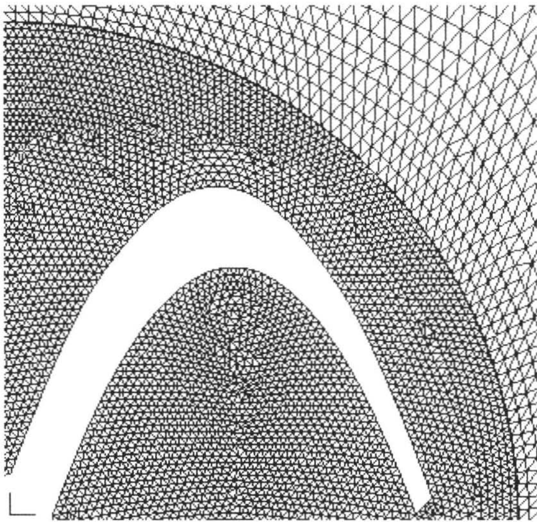


图 3　Adina 软件的移动有限元网格

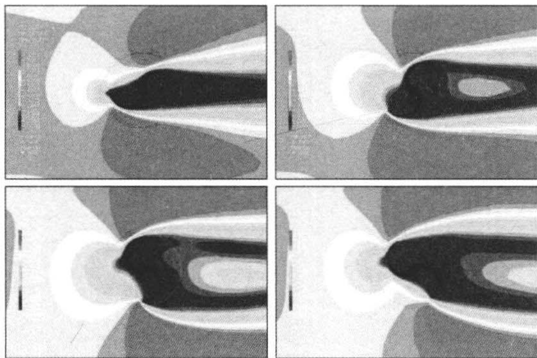


图 4　Andia 软件计算的不同时间的速度场

3　HPC 设计和软件环境的里程碑

HPC 求解的生态系统进化非常迅速。进化树中的许多分支随着公司的破产而消失。另外一些分支非常成功，并孕育了大量有意义的结构。Dongarra 等（2010）对当今的 HPC 领域给出了现代的观念。这里，我们将回顾一些非常重要的，与 CFD 有关的软硬件 HPC 的里程碑。

首先，新处理器中晶体管的高密度导致的散热问题已经成为构建可靠的 HPC 的主要困难。这个困难导致具有多核结构的计算机处理器数量逐渐增加。如今，CFD 在 HPC 系统的冷却设备的设计中起到至关重要的作用。处理器的时钟频率不再增加，而是急剧减少。其次，多处理器和多核处理器弗林分类的性能差异和记忆性能得益于每年提高 50%的处理器速度。因此，HPC 系统上 CFD 的效率受到了存储速度的限制。一般对于一个应用而言，只得到处理器峰值性能的 10%，在大型并行系统上甚至会更低。HPC 工业上看好像一级方程式赛车，有关出版物发布在网站上（如 http://www.hpcwire.com），保持排名在世界 500 强超级系统中（http://www.top500.org/），并且聚集在所有行业和学术主体的一年一度超级计算会议上

(http://www.supercomputing.org/)。我们将利用历史的观点来引入在CFD应用中的一些关于HPC的重要概念。

弗林分类法通过指令传输机制和数据流来对计算机结构进行分类。过去的经典计算机可能每次都是单指令单数据流（SISD），而SIMD计算机则是单指令多数据流，MIMD计算机运行多个指令和多个数据。

回顾SIMD的概念是具有历史价值的，虽然SIMD的应用领域非常狭小，但它仍然是个非常强有力的想法。其计算机结构的一个经典的实例就是连接机2（CM2），它源于推理机，具有64 000个处理器，但是处理器的能力不是很强大（Hillis，1982）。每一个处理器都有自己的小存储器，同时数据的分配必须经过系统存储器。SIMD对这样的数据并行处理，其描述如下。

让我们以两个250×256的数组$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$为例。CM2可以一次完成对这两个数组$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$的求和操作，将数组$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$的每一个单元a_i^j和b_i^j分配给每一个处理器。具有高效编程的fortran语言（HPF）与Matlab的指令风格一样简单：

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B} \tag{8}$$

每个处理器在它们的可用存储单元内求两个标量矩阵单元的和$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$。同样地，我们可以想到在图像处理中，图像中的每一个像素可以很容易地与处理器相匹配。我们可以认为一个SIMD就是一个处理器阵列。

很明显，CM2在处理$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$时，与具有64 001个单元的数组，或者与计算矩阵乘法$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$或者矩阵除法$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}/\boldsymbol{B}$相比，它的效率没有那么高。在这种情况下，每个处理器需要知道位于它的内存中的多余一对的矩阵系数。再者，假设所有的处理器都能在内存中完成数据集合$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$是不现实的。

但是，如果系统在没有优化阵列操作或者任何标准的计算函数，如式（5）的快速泊松求解器的数值库的情况下传送，那么CM2计算机不会拥有任何顾客。那些并行数值库是由专家编写的，这些专家对传输网络具有很深入的了解。这些数值库容许处理器在它们局部内存中以最有效的方式交换信息。

在计算机结构领域，CM2是一个非常有趣的概念实例，它的主要芯片、网络的设计都得益于诺贝尔物理学奖的获得者理查德·费曼。这个具有创新性的计算机结构与利用细胞机器人来计算纳维斯托克斯流动的这一突破方式有关。多亏了称之为格子气体流体力学的最新概念（Frisch、Hasslacher和Pomeau，1986），CM2才对大型并行和流体力学中的交互模拟给出了一个非常有趣的见解。一个SIMD机器也可以被认为是细胞机器人的处理器。

然而，并不是所有的应用都可以单独地依赖处理阵列，最近，SIMD系统已经被Beowulf系统（BeoS）取代了。尤其是图3中所示的基于非结构网格的纳维斯托克斯流动的有限元模拟，或者图4中要求的完全不同的计算方式。BeoS是由现成的低成本的PC组件组装而成的，该组件与MIMD机器中的快速网络相连接。BeoS通常在每个PC上运行开源操作系统Linux。这些结构的成功来源于一个事实，那就是它们非常便宜并且具有非常灵活的结构。再者，人们可以从网站上下载那些需要在并行系统中编译的开源软件。

每个人都可以以几台个人电脑开始组装自己的BeoS。计算机工业已经接管了这个概念和传送大的、紧密的和有效的商业化系统，这些系统使用它们最喜欢的独立的处理器或者丰富的计算机节点。这些处理器可能是个人电脑，但是同时也是更为复杂的硬件解决方案。计算节点通过快速网络相互连接，这些快速网络可能有多个处理器而且处理器可以有多个核心。在CFD中使用BeoS的主要模式是运行一个程序在所有节点（或者处理器）上处理多重数据（SPMD），这些节点都在主节点的监控之下。这就是所谓的主从系统运行任务的流程，有些在并行系统中处于从属地位，而有些则处于主节点。根据主节点的请求，所有从属节点基于自己当地存储器的数据集，并行运行代码的程序。这里有一个具有优先级的不共享的全局存储器。

应用的数据例如我们的风机中的网格，应该在所有的处理器之间进行分配。这里应该有一个传输机制，以便一个处理器可以从主机接收输入的数据并将结果返回主机。很明显，这种集中的方法不能在并行系统上运行。为了避免信息传递中的瓶颈，每一个从属节点可能直接从另外一个从属节点请求信息或者响应另外一个从属节点对信息的请求，而主节点对数据流有一个全局掌控。通过消息传递库，这种处理器之间的“远程通信”在SPMD代码中已经定义了。由于学术界和计算机工业的合作



（见 http://www.mpi-forum.org），在消息传递界面（MPI）库中用到的最普通和最通用的库需要经过标准化和一般化的不同步骤。然后就是 Linux 的开源哲学，网上有 MPI 的可行的开源版本（见 http://www.open-mpi.org/）。BeoS 方法的优点就是任何现成组件的进步，如处理器芯片或者网络切换可以通过用它们的新版本替换掉现存的组件而马上被接受。然而，这种系统的困难就是需要程序员进行内存分配，并确保每个处理器都能在正确的数据区间工作，并返回正确的数据区间。利用 MPI 编程要改变一下思维，因为对于二维阵列 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 指令 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 是由没有全局意义的从属节点执行的。该指令应该位于 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 所在的处理器的内存中。因此矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 被分散为块 $\boldsymbol{A}_i^j$，$\boldsymbol{B}_i^j$，然后将其分配给每一个处理器。程序员应该管理各个块之间 MPI 请求以实现矩阵在块内的乘法操作 $\boldsymbol{C}_i^k=\sum_j \boldsymbol{A}_i^j\boldsymbol{B}_j^k$。

为了帮助终端用户，在并行系统上运行 MPI 的并行基本线性操作子程序（BLAS）是可获得的，可以从软件库网站（http://www.netlib.org/）上下载实例。然而，程序用户有时候喜欢适应共享内存的并行系统，在这样的系统中，所有处理器都可以看到的全局内存的概念仍然是期望高于现实。只要并行算法已经选定，那么它就可能通过一步步的努力将串行发展成并行代码。这种想法是通过识别什么样的任务可以在并行系统中处理，从而以现存的运行良好的并将其逐步并行化的串行代码作为开始。自动从串行转到并行是一个非确定的难题，并且至今都没有满意的解决方案。再者，大型共享内存的系统通常是自带内存的处理器的组装，但是硬件与系统都由供应商提供，这种系统可以为用户以一种透明的方式来评估全局共享内存。硅谷图形公司一直是共享内存的并行系统的最大供应商之一。处理器之间具有优秀的（或者等效的）网络，并且拥有杰出的操作系统以高效地处理不可避免的内存读写冲突，而不会降低设备的并行处理速度。对于在共享内存的 HPC 中运行的 SPMD 模块，用户需要确定代码里面的哪个操作是并行的，哪个代码是串行的。这个可以通过在代码中为编译器给出指令而实现。然后，编译器将足够智能以便用最有效的方式分配并行任务，从而避免并行处理器获取内存的冲突。OpenMP 库（见 http://openmp.org）已经成为标准的软件，可以用编译器指令将现存的代码并行化（Chapman、Jost 和 Van Der Pas，2007）。

最后，需要付出巨大的劳动来编译大型专业化的 HPC 系统，这些系统最终可能会用虚拟风洞取代真实风洞。这些所谓的数值风洞（NWT）（Miyoshi 等，1994）出现在多年以前，并行计算发展前后，并几乎在很大程度上只依靠政府研究机构的特殊资助项目的支持。第一个日本的数值风洞使用了 1 000 个具有向量处理功能的处理器单元，并且用很宽的大型横梁将其连接。地球模拟器（http://www.jamstec.go.jp/esc/index.en.html）是这个宏伟策略的延续。与商业集群相反，在这样的系统上，获得大部分的峰值理论性能是可实现的。又或者，美国已经利用 HPC 研究更加实际的方法，它具有目前最大数量的中央处理单元：这些系统中的一部分安装在能源部（DOE）的实验室，拥有 100 000 个计算核心。让原有的 CFD 代码能够利用这么多数量的处理器，更不用说现存代码远离标量处理器或者多核结构的峰值性能的使用，那绝对是不平凡的。

4　算法和性能估算

让我们来讨论一下并行效率的测量和它的先验条件。

首先，我们假设具有 p 个处理器的并行系统中串行代码需要消耗的时间为 T_p s，而每个处理器的时间为 T_1，在 p 个处理器上运行并行代码的并行提速 S_p 和效率 E_p 分别定义如下：

$$S_p=\frac{T_1}{T_p};\quad E_p=\frac{T_1}{pT_p} \tag{9}$$

算法被分散到一系列的任务中，而这些任务必须按照顺序依次被执行，并且，这些任务可能会在并行系统中运行。这是一个非常理想化的观点，因为原则上，我们应该考虑处理器之间的数据传输所用的时间。

Amdhal 定律表述为，如果 s（$0\leqslant s\leqslant 1$）是处理器上处理串行任务的一小段时间，那么效率的最佳公式应该是

$$E_p=\frac{1}{sp+(1-s)} \tag{10}$$

如图 5 所示，它不会消耗大段的串行代码以限制具有很多处理器的并行系统的高效使用。

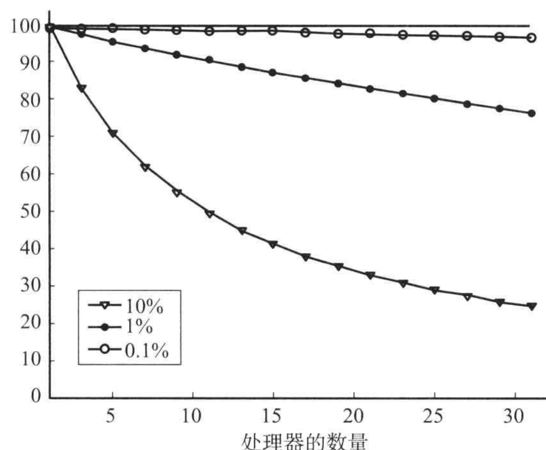


图 5　Amdhal 定律

然而，HPC 不仅仅严格用于利用那些可以在个人电脑上运行的相同的网格来加速原有代码。

例如，由于 N-S 实例中的加密网格，HPC 系统可以用来求解更精确的解。因此，数据集合应该随着处理器的数量而增加，这个观点就是 Gustafson 定律（Gustafson，1988）。它将最大的难题/网格存储在具有 p 个处理器的 HPC 系统的内存中，从那里计算并行效率。p 个处理器的正常耗时为 1，$T_p=1$，如果内存容许的话，人们通过计算单个处理器上运行所需要的串行时间来估算并行效率。

$$T_1=s+(1-s)p \tag{11}$$

图 6 中所示的效率会变为

$$E_p=\frac{s+(1-s)p}{p} \tag{12}$$

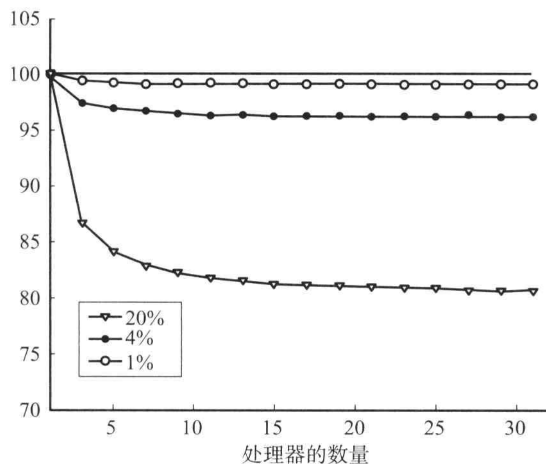


图 6　Gustafson 定律

该公式令人受到很大的鼓舞。第一届金钟奖（1987）授予了 Robert Benner、John Gustafson 和 Gary Montry，他们使计算机的速度有了明显的提高，如上所测试的，在 1028 HPC 上开展的机械方面的应用有三个梁应力分析、表面波模拟和非定常流动（Gustafson 等，1988）。

大多数并行代码的表现都介于 Amdhal 定律和 Gustafson 定律之间，取决于算法的复杂性和需要处理的数据集合的大小。

我们以用有限体积法离散的笛卡儿网格上的 N-S 方程中动量方程的显示算法为例。忽略所有细节，时间推进看起来非常像具有以下数据依赖性的循环。

方法：对于所有的网格 $C(i,\ j,\ k)$，在当前时间步上依据速度 U 的函数更新每个单元中的速度 U，并将距离该单元为 $\|C-\widetilde{C}\|$ 的所有相邻单元 $\widetilde{C}(\tilde{i},\ \tilde{j},\ \tilde{k})$ 内的速度，通过选定的数值方法更新。

为了说明，我们考虑计算域中的二维规范正交网格，也就是矩形框，如图 7～图 9 所示。

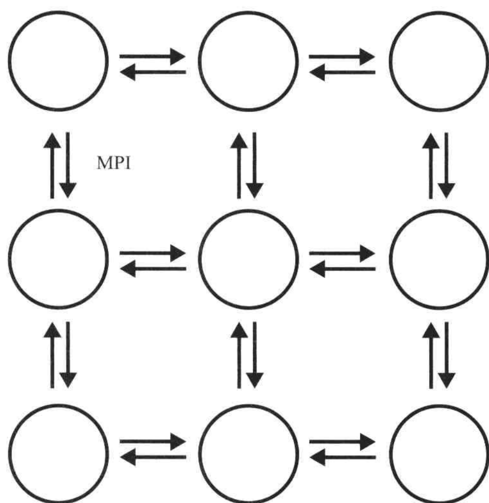


图 7　联系拓扑图

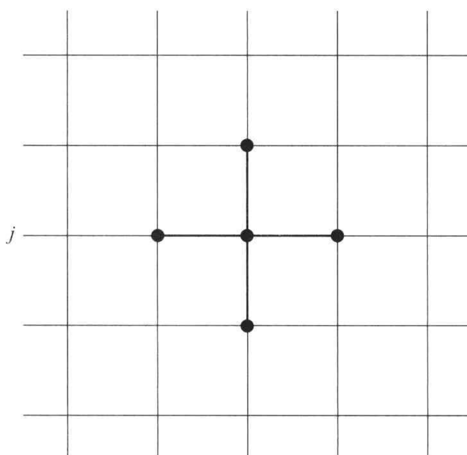


图 8　五点格式



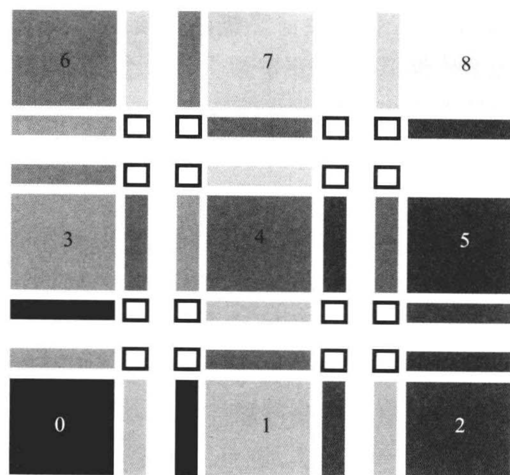


图9 块分解

（1）块在处理器之间怎样分配。

（2）处理器之间的信息传递拓扑结构会是怎样的。

（3）在块边界上缺失的行列，应该利用 MPI 在处理器之间进行交换，以便使五点格式完整。

MPI 中有众多技术可以完成以下方式的信息传递：通过并行系统的网络获取信息的等待时间已经被那些不需要信息传递步骤的子块内的网格单元的操作重叠了。

步骤（1）到步骤（3）非常容易实现。用来求解校正压力的松弛方法将会实现非常类似的操作。然而多重网格应该用来显著加速方法的效率，那么信息的传递就变得更加复杂而很难进行适当的管理。

看起来动量方程的显式格式很好量化，也就是说，依据处理器的数量加倍网格单元的数量也会消耗同样多的时间。对于 Gustafson 定律，这听起来是个完美的情况。不幸的是，那不是真的。随着单元数量的增加，计算的物理区域的大小没有变化，因此网格变得更小，这将会影响显式时间推进中稳定性条件所容许的最大时间步长。

假设我们的例子在二维空间上，网格单元是尺度大小为 h 的矩形，使网格的数量加倍意味着使 h 变为 $h/\sqrt{2}$。显式方法必须有一个关于时间步的限制以便保持稳定。当稳定条件来源于扩散项 ΔU，我们得到 $\mathrm{d}t \sim h^2$，那么 $\mathrm{d}t$ 应该减小为 $\mathrm{d}t/2$；当稳定条件来源于对流项 U，∇U，使用的最低限制条件为 $\mathrm{d}t$ 应该减小为 $\mathrm{d}t/\sqrt{2}$。

看起来容易并行化并不等价于数值效率。因为网格单元的数量随着处理器的数量而增加，根据稳定条件，时间步的数量一定会增加。

这就是为什么在大型 HPC 系统上适应所谓的隐式方法会如此重要，隐式方法对时间步的稳定条件没有太高的要求。我们可以参考 SC07 网站上的 David Keyes 的 Fernbach 获奖讲座来获得对现代并行数值算法的广泛描述（http://www.columbia.edu/～kd2112/Fernbach2007.pdf）。

对于我们的 N-S 实例而言，松弛方法可以提前预知动量方程中的显式速度或者更好的多网格策略，可以很有利地替换显式方法，可以对边界上的丢失数据的信息交换提供一个总控制。多重区域分解方法可以实现这个目标（Smith，1996），即需要根据处理器的处理性能与网络带宽性能的比值来选择。

有些以 Schwarz（1870）的工作命名的是块松弛的变量，这些变量在交界面上具有不同优化的输运条件（Gander、Magoules 和 Nataf，2002）或者加速技术（Garbey 和 Tromeur-Dervout，2002；Garbey，2005）。还有一些如 Shuur 补充，就是直接表示交界面的缺失行列，因为在并行系统中，线性系统的求解涉及未知量的计算。由于篇幅的限制，我们不会深究详情，但是区域分解可参考 http://www.ddm.org，该网站给出了关于这项技术信息的可能资源。许多这样普通的数学技术已经明确地应用于 CFD，如在并行 CFD 会议的年度报告（http://parcfd.org）。

总体而言，保持规范的阵列，如我们的实例中的离散在规则网格上的速度或者压力，这很具有诱惑力。首先，在大型并行分配内存的计算机上分配这样的区域极其容易。其次，对区域进行优化，以便充分利用处理器的最佳内存获取。然而，这种负担转向了近似理论，该理论需要近似复杂形状，如具有规则网格的直升机桨叶。要么是浸入边界法（Shyy 等，2007），要么是移动自适应重叠网格集合（Henshaw，2006），另外，保持优化 HPC 的使用的局部规范数据结构可能使工作非常有效。由于受到 HPC 和动态复杂几何对象周围的三维网格的划分的限制，这是一个非常热门的研究领域。

然而，航空航天工程中的原有代码，通常是以复杂的非结构网格（Hu 等，2001）为基础的。所有网格需要被分解为多个子区域，以便多个处理器的处理负载是相等的。网格划分工具可以解决这个非常重要的问题（Hu 等，2001），它利用

组合优化技术来优化性能和与网格的几何属性有关的图形的划分（参见 Metis 软件库，http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis）。图10为16个处理器对猎鹰的网格划分。

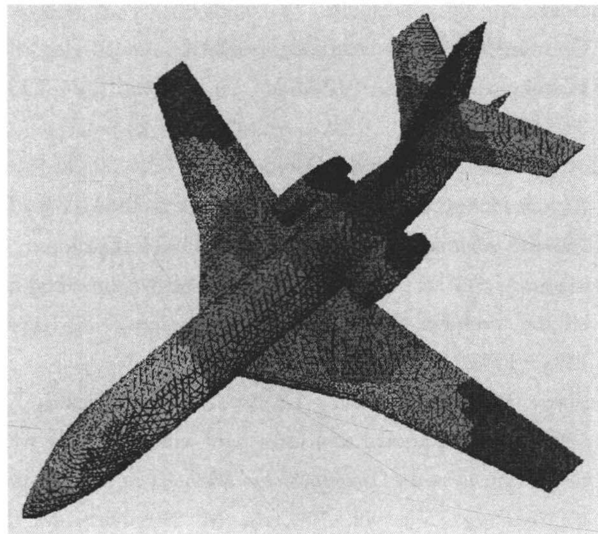


图10　16个处理器对猎鹰的网格划分

至此，我们主要讨论了在空间中怎样分配计算域会使并行计算的速度自然提高，并行化可以将时间和空间结合起来，也可以将其分开。通常只有一种方法将并行性能带入网格比较小而需要在加速实际时间反馈（Cortial 和 Farhat，2008）的机械问题中。

这里我们要强调科学计算中软件工程的重要性。它没有那么多的语言，而是以编写高质量代码的方式，将整个问题分解为一些任务和步骤以及追踪从一个 HPC 平台到另一个 HPC 平台的性能变化的衡量标准。对于现代的 HPC 平台，CFD 代码非常复杂以至于不能由个人编写和使用。事实上，无论是研发者还是用户，要得到可以正确求解的并行 CFD 代码，都需要大量的专业人士的努力以及消耗大量的时间。人们也不应该低估了并行代码开发过程中潜在的瓶颈问题。并行 I/O 有必要以问题的初始参数开始模拟或者返回结果，因为可视化可能非常慢。如果系统有 100 000 个核心，譬如 DOE 实验室运行的大型 HPC 系统，很容易想象从大量的数据集合中提取具有主要意义的流动图像数据步骤的复杂性。

HPC 有时候迫使科学家从不同的角度重新考虑模拟的问题。我们将在下一节对 HPC 带给 CFD 的最新机遇做一简短的介绍。

5　HPC 的机遇

CFD 中的一个挑战就是给出使模拟结果更加可信的误差估计。这是一个老问题了，后验数学估算扮演着重要的角色。然而，航空航天工程中处理的大多数复杂模型，从飞行器的湍流流动到喷气发动机中的燃烧，要不是关于解的存在性的数学理论，就不会有进展。同时，HPC 有潜在能力运行多重网格细化和灵敏性分析。这些都是严格数值模拟方案的基础。因此，HPC 可能会成为提供更加可靠的 CFD 解决方法的一个机遇。

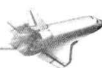
将模型和代码耦合也是源于使用并行计算的一种想法。如果例子中的直升机是具有明显变形的弹性结构制成的，那么我们应该检查流动和结构之间的反馈机制。对于结构而言，解决方案可能会重新使用现存的并行代码，对于流动而言，解决方案也可能会重新使用现存的并行代码，然后将它们以合适的交界面条件耦合在一起。这是算法设计中的一个挑战，因为数值精度和稳定性可能会是一个问题。然而，两个 HPC 都运行一个代码，对于求解流动和结构之间的交界面条件的集合而言，该代码可以与 MPI 通信。可以用来处理两种物理现象的任何东西都可以用来处理多重物理现象和多重 HPC 平台。有大量的复杂的航空航天问题的实例，通过这种方法得到了解决。航空航天工程中的新问题可以利用旧的计算机结构和现存的软件组件来解决。

在更广泛的意义上，HPC 的一个最吸引人也是最新的研究就是由 David Anderson（http://boinc.berkeley.edu/）的 BOINC 工程提出的志愿者计算（VC）。BOINC 能够使很多科学计算工程在志愿者的 PC 上运行。

（1）志愿者都是普通大众中的一些普通会员，这些人拥有联网的 PC。诸如学校和商业机构等组织也可能使用他们的电脑。

（2）项目一般都是学术（以大学为基础的）的和做科学研究的。

例如 Manning 和 Collicott（2005）的微尺度流动项目，很大程度上都是微重力和微尺度流动问题中的两相流动现象的分布式计算模拟。该工程的目标（http://www.ufluids.net/）是设计更好的卫星推进剂管理设备及解决微小通道和微机电系统（MEMS）设备中的两相流动现象。这种大尺度的



模拟依靠世界上成千上万的志愿者计算机运行数月。总之，利用BOINC可以实现的模拟的数量非常令人震惊。

项目志愿者之间的关系有几个方面值得注意：

（1）志愿者是匿名的，尽管要求他们注册以及提供电子邮件地址或其他信息，但决不能为了一个项目将他们与真实世界中的身份联系起来。

（2）由于他们的匿名，志愿者对项目没有责任。

第一个志愿者计算项目是互联网梅森素数大搜索（GIMPS），始于1995年。其他一些早期的工程包括 distributed. net、SETI @ home 和 Folding @ home。今天，至少有50个进展中的项目。志愿者计算非常重要，有以下原因：

（1）因为世界上PC非常多，志愿者计算可以为科学而不是其他类型的计算提供更多的计算能力。这种计算能力使那些不能实现的科学研究变为现实。

（2）志愿者计算不能被购买，它必须是挣得的。一个只有有限资金但是大众响应的研究项目可以得到巨大的计算能力。

（3）志愿者计算鼓励大家对航空航天科学产生兴趣，并为公众提供决定科学研究方向的话语权。

航空航天工程中还有许多需要探索的空间参数的设计问题。直到今天，个人计算机与12年前的超级计算机具有相同的计算能力，这可能是支持原有代码开展并行计算的最具成本效益的方式。当然，问题应该具有足够的吸引力以得到大众的关注。

参考文献

Chapman, B., Jost, G. and Van Der Pas, R. (2007) *Portable Shared Memory Parallel Programming*, The MIT Press.

Chorin, J. A. (1967) The numerical solution on the Navier-Stokes equations for an incompressible fluid. *Bull. Am. Math. Soc.*, 73, 928 - 931.

Cortial, J. and Farhat, C. (2008) A time-parallel implicit method for accelerating the solution of nonlinear structural dynamics problems. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 77 (4), 451 - 470.

Dongarra, J., Beckman, P., Aerts, P., Cappello, F., Lippert, T., Matsuoka, S., Messina, P., Moore, T., Stevens, R., Trefethen, A. and Valero, M. (2010) The International Exascale Software Project: a call to cooperative action by the global high performance community. *Int. J. High Perform. Comput. Appl.*

Frisch, U., Hasslacher, B. and Pomeau, Y. (1986) Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation. *Phys. Rev. Lett.*, 56, 1505 - 1508.

Gander, M. J., Magoules, F. and Nataf, F. (2002) Optimized Schwarz methods without overlap for the Helmholtz equation. *SIAM J. Sci. Comput.*, 24 (1), 38 - 60.

Garbey, M. and Tromeur-Dervout, D. (2002) On some Aitken like acceleration of the Schwarz method. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 40 (12), 1493 - 1513.

Garbey, M. (2005) Acceleration of the Schwarz method for elliptic problem. *SIAM J. Sci. Comput.*, 26 (6), 1871 - 1893.

Garbey, M., Smaoui, M., De Brye, N. and Picard, C. (2009) Computational tool for a mini-windmill study with SOFT, in *Domain Decomposition Methods in Science and Engineering* XVIII vol. 70 (eds. M. Bercovier, M. J. Gander, R. Kornhuber and O. Widlund), *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Springer Verlag, pp. 291 - 298.

Gustafson, J. L. (1988) Reevaluating Amdahl's Law. *Commun. ACM*, 31 (5), 532 - 533.

Gustafson, J. L., Montry, G. R., Benner, R. E., Gear, C. W. and John, L. (1988) Development of parallel methods for a 1024-processor hypercube. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 9, 609 - 638.

Hu, Y. F., Emerson, D. R., Ashworth, M., Maguire, K. C. F. and Blake, R. J. (2001) Parallelizing FLITE3D a multigrid finite element Eulersolver. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 35, 809 - 827.

Henshaw, W. D. (2006) Solving fluid problems on moving and adaptive overlapping grids. *Proceeding of the Parallel Computational Fluid Conference* (eds A. Deane, G. Brenner, A. Ecer, D. R. Emerson, J. Mc Donough, J. Periaux, N. Satofuka and Tromeur Dervout), Elsevier, pp. 21 - 30.

Hillis, D. (1982) New computer architectures and their relationship to physics or why CS is no good. *Int. J. Theor. Phys.*, 21 (3/4), 255 - 262.

Manning, R. E. and Collicott, S. H. (2005) Bubble penetration through a single layer sphere bed. 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 9-12, 2005, Reno, Nevada.

Miyoshi, H., Fukuda, M., Iwamiya, T., Nakamura T., Tuchiya, M., Yoshida, M., Yamamoto, K., Yamamoto, Y., Ogawa, S., Matsuo, Y., Yamane,

T., Takamura, M., Ikeda, M., Okada, S., Sakamoto, Y., Kitamura, T., Hatama, H. and Kishimoto, M. (1994) Development and achievement of NAL numerical wind tunnel for CFD computations. Conference on High Performance Networking and Computing Proceeding of the 1994 Conference on Supercomputing, Washington DC, pp. 685-692.

Moore, G. E. (1965) Cramming more components onto integrated circuits. *Electron. Mag.*, 38 (8), 114 - 117.

Resch, M., Keller, R., Himmler, V., Krammer, B. and Schulz, A. (eds) (2008) Tools for high performance computing. Proceeding of the 2nd International Workshop on Parallel Tools for HPC, 2008 HLRS, Stuttgart. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Schwarz, H. A. (1870) *Gesammelte Mathematisch Abhandlungen*, vol. 2, 2nd edn, Springer, Berlin, pp. 133 - 143.

Shyy, W., Udaykumar, H. S., Rao, M. M. and Smith, R. W. (2007) *Computational Fluid Dynamics With Moving Boundaries*, Taylor & Francis, Washington, DC, (1996, revised printing 1997, 1998, and 2001); Dover, New York.

Smith, B., Bjorstad, P. and Gropp, W. (1996) Domain Decomposition, Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations, Cambridge University Press.

本章译者：吴小胜，刘清扬（北京理工大学宇航学院）

第 47 章

雷诺平均方法

Michael A. Leschziner
帝国理工学院航空系，伦敦，英国

1 引　言

任何湍流流动都集成了多尺度三维涡流的交互作用和不断演化，是一种复杂的、瞬息多变的流场。任何一个时间点上的湍流都是独一无二的，无法复制或重演。一旦在流动的边界上或区域内出现了扰动，即使是轻微的扰动，也会导致整个湍流流场发生巨大的变化，使湍流沿着与无扰动情况完全不同的轨迹发展。湍流的这种敏感性就如同著名的"蝴蝶效应"一般。随之而来的问题就是无法确切地描述一种湍流在其流域 Ω 内的状态，这是不可避免的，除非能够捕捉到无穷多的瞬时的完整三维速度场 $\boldsymbol{U}(x, t_i)$，$x \in \Omega$。在数学上，这种速度场由 N-S 方程主导，至少这一观点是被广泛认可的。因此，在某个初始时间点 $t=t_0$ 给定了对速度场精确的描述，那么沿着流场区域 Ω 的边界 Γ，N-S 方程可以正确地反映出速度场 $\boldsymbol{U}(x, t)$，$t>t_0$ 的演变过程。

能够通过直接求解 N-S 方程获得高精度湍流流场的方法只有 DNS 方法，但是仅适用于某些特定的初始条件和边界条件。然而采用这种方法来求解简单的低速流动，其耗费的代价也是巨大的。对于简单低速流动，涡流尺度大概在 $Re^{3/4}$ 的量级上。Re 表示基于流动特征速度和特征尺度的雷诺数。这就对 DNS 方法提出了很高的要求，即网格精度的量级应当为 $Re^{9/4}$，CPU 时间的量级为 Re^3。

DNS 方法需要过高的求解资源，相比之下另一种可替代的选择具有较经济、可靠的优点，即 LES 方法。LES 方法只求解具有动态效应的中等尺度以上的涡流，而利用模型来表现未被求解的小尺度涡流的影响，这些小尺度涡流主要通过黏性引发湍流能的耗散作用。相对经济以及计算机技术的快速发展拓宽了 LES 方法的应用，特别是在一些动态流动效应由大尺度涡流主导的分离流动中。LES 方法是一种通过求解 N-S 方程获得流场信息的低精度方法，它能够捕捉到与湍流相关的一些非定常现象，如力和温度脉动、噪声效应和振动。尽管 LES 方法相对于 DNS 方法来说具有诸多优势，但是它依然需要面对许多挑战，如低质量网格的兼容性、非定常边界条件、求解资源的消耗以及需要对边界层精确求解等问题。

RANS 方法的出现较 LES 方法早约 70 年，是对 LES 方法基本原理的工程应用。它假设流动中所有湍流尺度带来的效应都能够通过某种统计湍流模型来进行描述。

在 1895 年向伦敦皇家学会（Royal Society of London）提交的具有重要意义的一篇报告中，奥斯本·雷诺对这种湍流模型的结构进行了定义，基于如下形式的速度分解：

$$u=\bar{u}+u' \tag{1}$$

式中，$\bar{u}$ 为密度加权平均速度。

雷诺对三维速度分量和压力做了如式（1）形式的分解，并且将它们代入 N-S 方程，从而推导出了所谓的"时均运动方程"，即

$$\rho\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\overline{p_{xx}}+\rho\overline{uu}+\rho\overline{u'u'})-$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\overline{p_{yx}}+\rho\overline{uv}+\rho\overline{u'v'})-$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\overline{p_{zx}}+\rho\overline{uw}+\rho\overline{u'w'}) \tag{2}$$

式中，$\overline{p_{xx}}$等为单位面积上三个方向力的分量，即压力和黏性应力的合力。

“相对时均运动”即速度脉动，所产生的“相对时均运动能量”的方程为

$$2\,\overline{E'}=\rho(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}) \tag{3}$$

上式中的能量是湍动能的2倍，通常由ρk贡献而来。方程（2）中时间导数的保留体现出雷诺的“尺度分离”的概念，而这一概念也是现今采用RANS模型对时间尺度远大于湍流尺度的非定常流动问题进行求解的基础。

时至今日出现的所有RANS模型的理论方程基本上都是由雷诺推导得来的，即使存在差异，也只是略微改变了方程的形式，使之表现得更加紧凑，通常采用笛卡儿张量形式（Cartesian-Tensor Notation）。因此，对于统计定常流动，其方程形式如下：

$$\frac{\partial(\rho U_i)U_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\boldsymbol{\tau}_{ij}-\rho\overline{u_iu_j})+\rho B_i \tag{4}$$

式中，U_i，U_j和P分别为时间平均速度和平均压力；$\boldsymbol{\tau}_{ij}$为黏性应力张量；B_i为每单位体积上的体积力（由浮力或电磁效应而来）；$\rho\overline{u_iu_j}$为雷诺应力。

类似地，对于其他标量Φ，如比内能，也有如下形式：

$$\frac{\partial(\rho U_i)\Phi}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}(J_i-\rho\overline{u_i\varphi})+\rho S_\Phi \tag{5}$$

式中的J_i表示分子流量矢量，S_Φ表示单位体积内Φ的生成率和破坏率。

值得注意的是，这些带有时间导数的时均方程相对于N-S方程和标量输运方程具有同样的精确性，即它们的解析解能够表示真实的时均流动，给出精确的时均流动边界条件。雷诺时均模型最突出的优势在于它不必去求解复杂烦琐的多尺度湍流效应，而主要求解流场中的时均流动。时均流动往往在真实的流动当中处于主导地位，有些情况下流动中甚至只包含时均流动，另外工程计算上获得时均流动即可满足工程需要。此外，这还是一种较节约计算资源的方法。从统计学的角度来讲，如果流动在某一方向，甚至两个方向上是均匀的，那么时均方程的维数就可以相应地减少。这些都是RANS模型在工程流动的计算与预测上能够占据重要地位的原因。虽然RANS模型具有诸多优势，但是它也有需要完善的地方。目前RANS模型面临的问题是所有的雷诺应力和湍流标量通量都需要建模进行封闭。更重要的是，RANS模型的计算精度取决于它的模型理论与所求解流动之间的匹配度和兼容性。

原则上，封闭模型由代数或微分方程组成，这些方程将雷诺应力和标量通量与已知或可以测定的量相关联。对于大多数模型，需要确定的应力和通量之间往往是隐式耦合的，因此，会得到复杂的非线性系统，求解这样的系统会比求解RANS方程本身更加复杂。

RANS领域的众多研究工作，大多数是在过去的50年由于数字计算机的出现和发展而进行的，已经被用于闭环模型的构想和验证，接下来将主要介绍这一点。

2 湍流模型

2.1 基本约束条件以及假设

众所周知，湍流是一个非当地的过程，也就是说，任何一点处湍流的状态取决于其周围区域的流动状态，其影响域取决于该点自身湍流的状态。湍流的局部性可以通过湍流的长度尺度与时均流动的时间尺度之间的比值进行表述。这两种湍流尺度分别为$L=k^{3/2}/\varepsilon$和$T=k/\varepsilon$，k表示湍流能，ε表示扩散率（通过黏性来表现）。对于时均流动$[U(s)]$，定义失真率的相应的长度尺度和时间尺度为

$$L_{\mathrm{D}}=\frac{|\nabla U|}{|\nabla(\nabla U)|},\ T_{\mathrm{D}}=|\nabla U|/\left(\frac{\partial}{\partial s}|\nabla U|\right) \tag{6}$$

过大的L/L_{D}和T/T_{D}意味着流动发生了明显的扭曲变形，这种情况多出现在快速变形区域和大规模的流动分离区域，这时湍流是非局部性的。相反，在厚度较薄、速度较慢的剪切流动（包括边界层流动）中，这一比值相对很小，这说明湍流能够快速对自身进行调整从而获得并保持平衡状态，在这种情况下湍流具有部分局部性并且更容易达到平衡状态。

上述关于局部性的讨论是非常重要的，因为它是大多数用来做实际计算预测的湍流模型的一个关键制约因素：许多模型都基于单点闭合，也就是说，湍流应力和通量都与同一点的条件有关。但



是，当考虑对流和扩散时，例外就出现了，即湍流输运不只与某点的条件有关了，不过即便如此，通过参考局部条件和局部梯度，其他对封闭过程有贡献的未知项还是可以被近似。接下来将对其进行进一步讨论。

封闭注定只是一个近似的过程，而且要实现这一过程可以有很多路径。但它们需要遵循一些通用约束。因此，模型需要满足：

（1）基于合理的原则和物理概念，而不是直觉；

（2）遵循量纲一致性、矢量/张量一致性，以及结构不变性原理；

（3）受约束，确保不会产生非物理的解；

（4）有一个广泛的适用范围；

（5）数学上是简洁的；

（6）涉及与边界条件相关的变量；

（7）计算稳定。

没有模型能够满足上述所有条件，其都会涉及一些折中的做法，总要舍弃一些要求（只要不是大多数）。但是不管怎样上述第二条必须满足。

2.2　模型分类

在已出版的文献中有超过 100 种不同的湍流模型和变异的湍流模型，然而大多数都可以归属于以下三种模型的范畴：

（1）线性涡黏模型（LEVM），代数的或者是涉及一到两个湍流标量的微分方程；

（2）非线性涡黏模型（NLEVM）；

（3）雷诺应力模型（RSM）。

一些模型并不是恰好属于上述哪一种类型，而是跨越了两种类型或者包含不止一类的元素。例如：

（1）显式代数雷诺应力模型（EARSM），结合了 NLEVM 和雷诺应力输运模型（RSTM）的元素；

（2）Durbin（1995）的“V2F”模型本质上讲是一种 LEVM，但包含了一个简化的输运方程，因为正应力垂直于流线（或壁面），在涡黏性中充当湍流速度尺度，优先于湍流能量。

也有其他类型的模型存在，但在实际计算中并没有大量的应用。它们包括：

（1）Kassinos 等（2000）的“基于结构的模型”；

（2）由两点关联函数导出的各种各样的模型（如 Cambon 和 Scott，1999）；

（3）“多尺度”模型，基于对湍流能量频谱的分割，每个分区都对应不同尺度范围的涡（如 Schiestel，1987）。

上述主要分类中的任何一种，都有几十种变形，它们来源于数百次想要与实验数据达成一致的尝试。其中 LEVM 系列模型是最简单的，包括代数模型、单方程模型和两方程模型，同时其变量密度很高，许多不同的项是由较小的“修正项”、可实现性限制、模型系数的不同函数形式或模型常数的数值差异形成的。在相当程度上，模型的增加反映了一种趋势，首先坚持采用简单的湍流模型来建模，接着“打补丁”来“治疗”具体的设定条件所带来的问题。另一个不能忽略的因素是不够仔细和过度的验证，从而导致了对于预测模型能力的错误估计。

2.3　线性涡黏模型（LEVM）

LEVM 模型基于如下线性应力应变关系：

$$-\rho\overline{u_i u_j}=\mu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right)-\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \tag{7}$$

并且加入了用来确定涡黏性 μ_t 和湍动能 k 的方程。任何的湍流标量都可以通过下式来确定：

$$-\rho\overline{u_j\varphi}=\frac{\mu_t}{\sigma_{t,\varphi}}\frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \tag{8}$$

这里的 $\sigma_{t,\varphi}$ 表示的是湍流普朗特数或施密特数。

对于一维情况，涡黏性被分为两部分，即速度尺度和长度尺度。前者几乎是不变的，为 $k^{1/2}$，而后者常常是一个 k 与其他物理量的组合变量，如湍流扩散率 ε、湍流比耗散率 $\omega(\equiv\varepsilon/k)$ 或者 $\tau(\equiv k/\varepsilon)$。当$L=k^{3/2}/\varepsilon$时，涡黏性变为

$$\mu_t=\rho c_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \tag{9}$$

上述形式的涡黏模型其实存在着很多严重的缺陷，其中之一即是当流动中有分离现象时，它们在确定 μ_t 的过程中忽略了很多影响因素：

（1）没有分析正应力的各向异性；

（2）没有解释雷诺应力的输运，而是将应力和应变僵硬地联系在一起；

（3）高估了高应变率下的应力；

（4）对弯曲应变、正应变和旋转的响应不正确（尽管临时补丁在一定条件下有所帮助）；

（5）适用于剪应力是湍流和平均流动之间主要

的动态链接的流动；

(6) 当联合使用涡扩散/梯度扩散近似时，严重地歪曲了热通量，除了垂直于剪应力层的通量分量，剪应力层中存在支配性的跨层温度梯度。

虽然有这些局限性，但是 LEVM 模型到目前为止是 CFD 学科中使用最广泛的。一个原因是，大多数流动涉及较薄且演化较慢的剪切层，在剪切层中剪应力是唯一的动态应力分量。另一个甚至比第一个更为重要的原因是，这些模型的简易性和经济性在计算具有高度扭曲网格的复杂外形时非常具有吸引力。

LEVM 模型中的代数模型现已过时，它是基于代数近似来表达 μ_t 或相关的速度尺度和长度尺度。其中大多数都使用了混合长度理论，这一理论是用来求解薄剪切流动的，对于流动分离并不适用，但人们仍在航空中乐此不疲地使用，甚至是在分离出现的情况下（虽然带有临时修正）。所有模型中都假定有局部湍流能量平衡，$-\overline{uv}(\partial U/\partial y)=\varepsilon$（湍流能量的生成率＝耗散率），意味着湍流时间尺度（k/ε）与平均流时间尺度成固定比例，即

$$\frac{k}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial y}\approx 3.3 \tag{10}$$

多数单方程模型（如 Jones 和 Launder，1972）都通过湍动能输运方程对速度尺度进行了定义，输运方程的形式如下：

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial U_j k}{\partial x_j}=P_k-\varepsilon+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}+\nu\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{11}$$

式中，σ_k 表示湍流普朗特/施密特数，同时方程（11）还考虑到了流动偏离局部平衡（$P_k=\varepsilon$）的影响因素。

雷诺早在 1895 年就已推导出和方程（11）非常近似的方程，最主要的不同在于，方程中含有的扩散项已经通过可确定的类梯度项获得了近似的描述。然而，雷诺方程中的扩散率是利用代数关系 $L=k^{3/2}/\varepsilon$ 和流动特征长度（例如，边界层内相对壁面的距离或部分剪切层的厚度）得到的。后者的方法在模型通用性上有着严重的局限性，因为在加减速壁面流动中这一模型为纯代数形式，除非为了满足壁面流动的需要对模型进行了专门的修正。

这种专门修正的单方程模型中就包括 S-A 模型——尽管没有基于方程（11）。其基本形式为

$$\frac{\partial \nu_t}{\partial t}+\frac{\partial U_j\nu_t}{\partial x_j}=C_1\nu_t S+\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_t\frac{\partial \nu_t}{\partial x_j}\right)+\frac{C_2}{\sigma}\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial x_j}\right)^2-C_w f_w\left(\frac{\nu_t}{d}\right)^2 \tag{12}$$

S-A 模型在很大程度上依靠大量的实验数据来进行修正。这一模型相对于其他模型不同之处是它包含了许多经验项，这也是模型（12）在模拟接近分离的复杂边界层流动时具有的优势并且得到广泛应用的原因之一。

另一种两方程模型来自于 Menter（1997），它的意义在于提出了湍流黏性输运方程。模型在湍动能方程（k-方程）和扩散方程（ε-方程）的基础上加入了约束条件 $-\overline{uv}=ak$，来源于 Bradshaw、Ferris 和 Atwell 在 1967 年的实验观察，其中 $a=(c_\mu^{1/2})=0.3$。这一约束条件在高应变率情况下对模型有很大的影响，例如在满足线性应力-应变关系的薄剪切流动。以 k 和 ε 来进行描述的涡黏性为

$$P_k=-\overline{uv}\frac{\partial U}{\partial y}\Rightarrow -uv=c_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)$$
$$\Rightarrow -\overline{uv}=c_\mu^{1/2}\sqrt{\frac{P_k}{\varepsilon}}k \tag{13}$$

这样约束条件就限制了剪切应力和 k 之间的平衡，同时需要 $P_k=\varepsilon$。

当远离壁面时，湍流长度尺度不应再按照与壁面的距离来确定。事实上，不只是长度尺度，所有全局流动量（如剪切层厚度）都应根据当地的情况进行度量。长度尺度由当地湍流机制决定，这就意味着确定长度尺度需要基于当地的输运方程。

对于两方程模型有许多种提议，但是这些变种基本上都是基于几种基本模型。在方程中最重要的就是如何选取变量来对湍流长度尺度进行描述。无一例外，模型都采用了变量 $\zeta=k^n\varepsilon^m$。当 $\zeta=\varepsilon$ 时，工程实践会出现很大的问题，特别是在求解近壁流动时。在计算流体力学中，湍流涡度表示为 $\omega=\varepsilon/k$（Wilcox，1988），而它的倒数即为湍流时间尺度 τ（Speziale、Abid 和 Anderson，1992）。

一般形式的耗散率输运方程结合了 k-输运方程和表达式（9）的基本形式为（Jones 和 Launder，1972）

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\frac{\partial U_j\varepsilon}{\partial x_j}=C_{\varepsilon1}\frac{\varepsilon}{k}P_k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}+\nu\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]-C_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{14}$$

对于低雷诺数和壁面流动，还应当引入黏性相关阻尼函数，将 C_μ、$C_{\varepsilon1}$ 耦合在一起，常常也会加上 $C_{\varepsilon2}$。其耦合形式一般为 $1-\alpha e^{(-\beta\mathrm{Arg}\mu)}$，这些附加项保证了求解近壁流动的正确性。

$$\mathrm{Arg}\mu=\left\{y^+\equiv\frac{yu_\tau}{v},\ y^*=\frac{yk^{1/2}}{v},\ R_t=\frac{k^2}{\nu\varepsilon}\right\} \tag{15}$$



正是这些扩展的需要以及保证壁面渐近特性的附加项的引入，才催生了众多（约 20 种）模型的变形（如 Patel、Rodi 和 Scheuerer，1984）。

就预测的特性而言，k-ε 模型的不同变形得到的气动量（除了表面摩擦）并没有较大的差异，除非引入特殊的临时修正。系数的精确值特别是 $C_{\varepsilon 1}$ 和 $C_{\varepsilon 2}$，对双方程模型的预测性能十分重要，同时这也是在评估模型变形的固有特性时，其不确定性的来源。确实，系数的微小变化比模型公式的大幅变化更具有影响力。同时，具有较大影响力的还有附加修正，最著名的有“Yap 修正”及其变形（Yap，1987；Jakirlic 和 Hanjalic，1995）以及曲率修正，这些修正使 ε 方程中至少有一个系数对“梯度”或“通量”理查森数（Launder、Priddin 和 Sharma，1977；Rodi 和 Scheuerer，1983）很敏感，表明相对于应变而言，曲率及其方向的强度。

困难总是伴随着 k-ε 模型，其预测性较弱，同时 ε 方程在黏性影响的近壁区出现数值困难，这些都激励着人们不断努力，用可替换的长度变量来表示、检验和改进模型，特别是在 20 世纪 90 年代。如前所述，最著名的替换变量为比耗散率 $\omega \equiv \varepsilon/k$（Wilcox，1988）。Wilcox 最初提出的方程为

$$\frac{\mathrm{D}\omega}{\mathrm{D}t}=C_{\omega 1}\frac{\omega}{k}P_k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right]-C_{\omega 2}\omega^2 \tag{16}$$

模型（16）最具吸引力的地方是它基于经验对近壁流动能够给出良好的描述，特别是在有逆压梯度存在的情况下。相对于将 ε 变换为 ω，Wilcox 对于常数的选择以及方程（14）重构为式（16）时省略 $(\partial k/\partial x_j)(\partial \omega/\partial x_j)$ 却更有帮助。与其优势相反的是对于 ω 边界条件确定的困难。首先，在壁面处，有

$$\omega \rightarrow \frac{2\nu k/y^2}{k}\Big|_{y\rightarrow 0}\rightarrow \infty \tag{17}$$

这要求距壁面一定距离处的边界条件是明确的。其次，k－ω 模型在剪切流动的无旋边界处对 ω 值非常敏感（Menter，1992），这意味着对复杂剪切流的弱剪切区内的值也很敏感。这些缺点促使 Menter 提出了混合模型，即在近壁面处使用 k－ω 模型，而在远离壁面区域使用 k－ε 模型。这就是现在 CFD 工程应用中特别是在弱分离的流动中被广泛采用的两方程模型之一。k－ω 模型和 k－ε 模型之间的结合是通过加权平均来实现的，其加权平均的形式如下：

$$C_{\mathrm{eff}}=FC_{k-\omega}+(1-F)C_{k-\varepsilon} \tag{18}$$

式中，F 是已知的混合函数，确保在 $y^+<70$ 的区域由 k－ω 模型占主导地位，而在其他区域由 k－ε 模型主导。

另外，混合模型中还加入了一项修正项，用以限制剪切应力，即 Bradshaw 关系 $-\overline{uv}=ak$，其含义由方程（13）表示。限制方程为

$$\nu_t=\frac{ak}{\max(a\omega,\ \alpha(\partial U/\partial y))} \tag{19}$$

这里 $a=c_\mu^{1/2}$。α 是一个函数，对于边界层流动 α 取极值 1，对于剪切流动 α 取极值 0^2。转换发生于

$$c_\mu^{1/2}\omega=\frac{\partial U}{\partial y}\rightarrow c_\mu^{1/2}=\frac{k}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{\overline{uv}}{k} \tag{20}$$

上式相当于平衡条件 $P_k/\varepsilon=1$。因此，应变很高超过平衡态时，方程（19）变为

$$\nu_t=\frac{c_\mu^{1/2}k}{\partial U/\partial y}\rightarrow -\overline{uv}=c_\mu^{1/2}k \tag{21}$$

上面所提到的混合模型即为剪切应力输运模型（Shear-Stress-Transport Model，SSTM）。由于它对逆压梯度良好的适应性，被广泛应用在流动计算中。对于减速边界层，限制器被激活并且相对于无限制器的 k－ω 模型减小其剪切应力，这样就促进了流动的分离，包括激波诱导分离。事实上，这一模型也会在一些亚、跨、超声速的分离流动中起到过分促进的作用，致使流动过早地分离，结果表现为流动中出现更大的回流区域。

2.4　各向异性模型

2.4.1　雷诺应力、输运模型

对于复杂的分离流动，除了涡黏性架构以外的建模方法，就是二阶矩封闭方法。这个架构下可以在未使用涡黏性假设的情况下直接依据描述应力的一套合理方程来确定雷诺应力。虽然其他方式更直接，但是也可以通过一系列工作来精确推导这样一套方程，处理 N-S 和 RANS 方程的结果为

$$\underbrace{\frac{\mathrm{D}\overline{u_iu_j}}{\mathrm{D}t}}_{C_{ij}}=\underbrace{-\left\{\overline{u_iu_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}+\overline{u_ju_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\right\}}_{P_{ij}}+\underbrace{(\overline{f_iu_j}+\overline{f_ju_i})}_{F_{ij}}\underbrace{-2\nu\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}}_{\varepsilon_{ij}}+\underbrace{\overline{\frac{p}{\rho}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)}}_{\Phi_{ij}}$$

$$-\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\overline{u_i u_j u_k}+\frac{\overline{p u_j}}{\rho}\delta_{ik}+\frac{\overline{p u_i}}{\rho}\delta_{jk}-\nu\frac{\partial\overline{u_i u_j}}{\partial x_k}\right\}}_{d_{ij}} \tag{22}$$

式中，C_{ij}，P_{ij}，F_{ij}，ε_{ij}，Φ_{ij}和d_{ij}分别为雷诺应力对流项、压力生成项、体积力生成项、耗散项、压力应力重新分配项以及扩散项。

其中的最后三项需要建模，二阶矩封闭条件的一个重要的优点就是可以在精确形式下得到应力生成项，因为它们只涉及应力和应变的乘积。应力生成项主要来负责各向异性及不同应变类型的湍流的选择性响应。另外一个优点就是对流应力输运的描述非常精确，有大量文献对方程（22）的最后三项进行建模，这里只涉及其中的非常小的一部分。

在高雷诺数情况下，远离壁面，通常假设耗散为各向同性的，其表达式为

$$\varepsilon_{ij}=\frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij} \tag{23}$$

该近似不能充分地靠近壁面，本质上来说，壁面附近在小尺度上是各向异性的。已经做出了很多提案来说明这个现象，广泛使用的模型为

$$\varepsilon_{ij}=\frac{2}{3}f_\varepsilon\delta_{ij}\varepsilon+(1-f_\varepsilon)\varepsilon_{ij}^{*} \tag{24}$$

这里的ε_{ij}^{*}是ε的壁面极限值。可以对方程（22）中的耗散张量进行泰勒级数展开，从而可以很容易地得到它（Launder和Reynolds，1983）。“弯曲”函数f_ε随着模型的不同而不同，至少有5种形式。

各向同性耗散率的取值是关于涡黏性模型讨论的一个课题。其中大部分研究认为长度尺度方程仍然是模型缺陷的一个主要来源。无论是否进行修正，ε一般情况下由输运方程（14）的变化来确定，唯一主要差别就是下面的替换：

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}+\nu\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right]\leftarrow\frac{\partial}{\partial x_j}\left(c_\varepsilon\,\overline{u_j u_k}\frac{k}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k}\right) \tag{25}$$

式（25）表明任意方向上耗散的扩散通量并不只是简单地与该方向上的耗散梯度有关，而是与所有方向上耗散梯度的加权求和有关。每一个加权都是通过合适的雷诺应力来实现，这就是所谓的广义梯段耗散假设（GGDH；Daly和Harlow，1970）。同样，应力扩散（是一个很少占主导地位的过程）通常也由GGDH来近似。

$$d_{ij}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(c_s\,\overline{u_k u_l}\frac{k}{\varepsilon}\frac{\partial\overline{u_i u_j}}{\partial x_l}\right) \tag{26}$$

还有更复杂的形式，但并不是非常好。

在二阶矩封闭中，除了耗散项，分配成压力-应力项Φ_{ij}也需要进行建模，并且面临巨大的挑战。它的重要性在大量的关于该问题的文献中都有反映，在这里就不一一列举了。当k收缩到$k=0.5\,\overline{u_i u_j}\delta_{ij}$时该项就会消失（严格意义上，只在不可压缩流动中），这样它就变得与基于湍流能量或者其他量的封闭条件无关。然而，在二阶矩封闭中，该项控制着正应力之间的湍动能的重新分布。这是一个驱动湍流转变为各向同性的过程，同时减小剪切应力，以与各向同性化过程保持一致。

对于压力应变过程的建模，分析表明，原则上，重新分布过程由两个部分构成，一个涉及湍流之间的相互作用程度（Φ_{ij1}，被称为缓慢项或“Rotta”项），另一个与湍流平均应变和湍流脉动量变动量之间的相互作用有关（Φ_{ij2}被称为快速项，因为其与快速形变相关）。这个事实使大多数模的建模方法对这两个部分都做出了各自的提案。从下面的一般形式开始：

$$\Phi_{ij}=\varepsilon A_{ij}(a_{ij})+kM_{ijk1}(a_{ij})\frac{\partial U_k}{\partial x_1} \tag{27}$$

在该公式中，这两项分别代表慢和快的过程。简单形式与雷诺应力呈线性关系（如Hanjalic和Launder，1972；Gibson和Launder，1978），但是要做出一定范围的修正，以确保安全可靠性和正确的近壁特征。特别是重新分布过程要对强烈的不均匀性保持敏感，这种不均匀性与巨大的应变梯度有关，并对各向异性不变量也要敏感，尤其是在低雷诺数形式中，它可以容许将模型使用到壁面里面（如Launder和Shima，1989；So等，1991；Jakirlic和Hanjalic，1995）。

尽管以上所有近似非常精妙，但是都是局部的。然而如果任何一个过程肯定是非局部的，那就是Φ_{ij}，因为它涉及压力脉动在整个流动区域的传播和反射。这使Durbin（1993）提出了一个建模因素，主要目标是阐明与整个流动区域脉动压力传播相关的椭圆特征。这个因素就是一个椭圆松弛方程，其形式如下：

$$L^2\nabla^2\frac{\Phi_{ij}^c}{k}-\frac{\Phi_{ij}^c}{k}=\frac{\Phi_{ij}}{k} \tag{28}$$

这里的Φ_{ij}^c为标准Φ_{ij}的壁面修正形式，L为湍流长度尺度，∇^2为椭圆算子。方程（28）考虑到了压力应变过程的非局部性，并且促使Φ_{ij}接近正确的



壁面值，也就是规定的壁面条件。尽管已经表明，这个方法对几个具有挑战性的流动的处理结果都很好（Parneix 等，1998），但是它需要附加的六个微分方程的解［除了方程（22）和耗散方程（14），还需要结合方程（25）］，这明显地增加了对计算资源的需求。这促使方程有了好几种简单的变换形式，在后面的部分会给出来。

2.4.2　非线性涡黏性和显式代数应力模型（NLEVM，EARSM）

雷诺应力输运模型的复杂性以及需要给出所有应力分量的边界条件，促使近年来人们在发展更简单的模型上付出了很多努力，这些模型保留了之前线性涡黏模型的主要优点，产生了一系列非线性涡黏模型和显式代数雷诺应力模型，它们都将应力表示为应变的显式代数关系式。这些模型都不像雷诺应力输运模型那样具有坚固的理论基础，但是使用起来更为简单便捷。

NLEVM 是建立在一般的张量展开的基础上：

$$a_{ij}\equiv\frac{\overline{u_iu_j}}{k}-\frac{2}{3}k\delta_{ij}=\sum_{\lambda}\alpha_{\lambda}T_{ij}^{\lambda}\qquad(29)$$

这里的 T_{ij} 是应变和涡度张量的函数：

$$S_{ij}\equiv\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\right)\qquad(30)$$

以及

$$\Omega_{ij}\equiv\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}-2\varepsilon_{ijk}\Omega_k\right)\qquad(31)$$

这里的 Ω_k 代表了任意系统转动，α_λ 取决于湍流的时间尺度，一般而言，也取决于应变和涡量的约束条件。方程（29）的展开形式是以凯莱-哈密顿定理为前提推导的，该定理规定，至多有十个张量的单独、对称且迹等于零的二级张量乘积为 S_{ij} 和 Ω_{ij}，没有张量能将以上都包含进去，立方模型使用的是前六组：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}=&\alpha\boldsymbol{s}+\\&\beta_1\left(\boldsymbol{s}^2-\frac{1}{3}\{\boldsymbol{s}^2\}\boldsymbol{I}\right)+\beta_2(\boldsymbol{ws}-\boldsymbol{sw})+\\&\beta_3\left(\boldsymbol{w}^2-\frac{1}{3}\{\boldsymbol{w}^2\}\boldsymbol{I}\right)-\\&\gamma_1\{\boldsymbol{s}^2\}\boldsymbol{s}-\gamma_2\{\boldsymbol{w}^2\}\boldsymbol{s}-\\&\gamma_3\left(\boldsymbol{w}^2\boldsymbol{s}+\boldsymbol{sw}^2-\{\boldsymbol{w}^2\}\boldsymbol{s}-\frac{2}{3}\{\boldsymbol{wsw}\}\boldsymbol{I}\right)-\\&\gamma_4(\boldsymbol{ws}^2-\boldsymbol{s}^2\boldsymbol{w})\end{aligned}\qquad(32)$$

这里的粗体类型表示任意的二级张量，例如 $a=a_{ij}$，{}表示它的迹，并且 $\boldsymbol{I}\equiv(\delta_{ij})$。$\boldsymbol{ws}=\Omega_{ik}S_{kj}$ 和 $\boldsymbol{w}^2\boldsymbol{s}=\Omega_{ik}\Omega_{kl}S_{lj}$。右手边的第一项对应着线性涡黏性模型（应力正比于应变），很明显，线性模型满足 $\lambda=1$，$T_{ij}=S_{ij}$，$\alpha_1=-2\mu_t/\varepsilon k=-2c_\mu k/\varepsilon$。对于方程（29）的具体选择，受制于张量的约束，非线性项的系数通常由基准流动的相关实验和 DNS 数值来确定。

已经证明 EARSM 与方程（29）具有相同的形式，但是来源于前面讨论的雷诺应力输运模型简化形式的一个反演。关键的简化是 Rodi 的对流和扩散应力输运的“代数”近似（Rodi，1976）：

$$\frac{\mathrm{D}\,\overline{u_iu_j}}{\mathrm{D}t}-d_{ij}\approx\frac{\overline{u_iu_j}}{k}\left(\frac{\mathrm{D}k}{\mathrm{D}t}-d_k\right)-\frac{\overline{u_iu_j}}{k}(P_k-\varepsilon)\qquad(33)$$

这致使应力方程为一套隐式的代数方程组，利用k-方程和ε-方程来分别给出 P_k 和 ε，方程（33）中对流项的代数近似等于：

$$\frac{\mathrm{D}a_{ij}}{\mathrm{D}t}=0\qquad(34)$$

这样，各向异性的变化就消失了，那么表述为假设湍流结构是平衡的。

原则上，将方程（28）代入隐式雷诺应力方程组中，就可以推导出 EARSM，并遵守强加的限制条件方程（33），它的形式为$^3\boldsymbol{a}=f(\boldsymbol{a},\boldsymbol{w},\boldsymbol{s})$ 这里右边包含的三个组源与 $\boldsymbol{a}$ 是线性关系，给出了已经由线性模型近似的应力-应变过程。这种代入，因为方程（29）里面的系数，从而使该方程组得到解决。然后由方程组给出湍流尺度 k 和 ε 或者 ω 的封闭条件。除了线性应力应变模型的限制以外，EARSM 依靠耗散与应力之间的线性关系。如果假设耗散是各向同性的，这个就是不合理的。然而，更多精妙的近壁面近似，如方程（24），由于 f_ε 是应力的函数，因此呈现的 EARSM 还存在很多问题。

有一个模型可以很好地说明 NLEVM/EARSM 捕捉近壁面湍流的高度各向异性状态的能力，那就是 Abe、Jang 和 Leschziner（2003）的模型。这种平方模型的正式设计，通过附加的壁面确定模型来给出应力分量的壁面渐近变化。该模型的形式为

$$^{\mathrm{w}}a_{ij}=-f_{\mathrm{w}}\left(d_id_j-\frac{\delta_{ij}}{3}d_kd_k\right)\times f(S_{ik}S_{kj},S_{ik}\Omega_{kj},S_{kj}\Omega_{ik},S^2,\Omega^2\cdots)\qquad(35)$$

这里的 $d_i=N_i/\sqrt{N_kN_k}$，$N_i=\partial l_{\mathrm{d}}/\partial x_i$ 和 $l_{\mathrm{d}}=$

y_n（壁面距离），它们是壁面走向标示器，并且 f_w 是一个与黏性相关的阻尼函数。它将宏观尺度 k/ε 和科尔莫夫尺度 $\sqrt{\nu/\varepsilon}$ 结合在了一起。该模型的表现如图 1 所示，是充分发展的槽道流动，展示了平均速度、雷诺应力分量和耗散率。这里没有给出湍动能输运特性，其预测结果也非常准确。

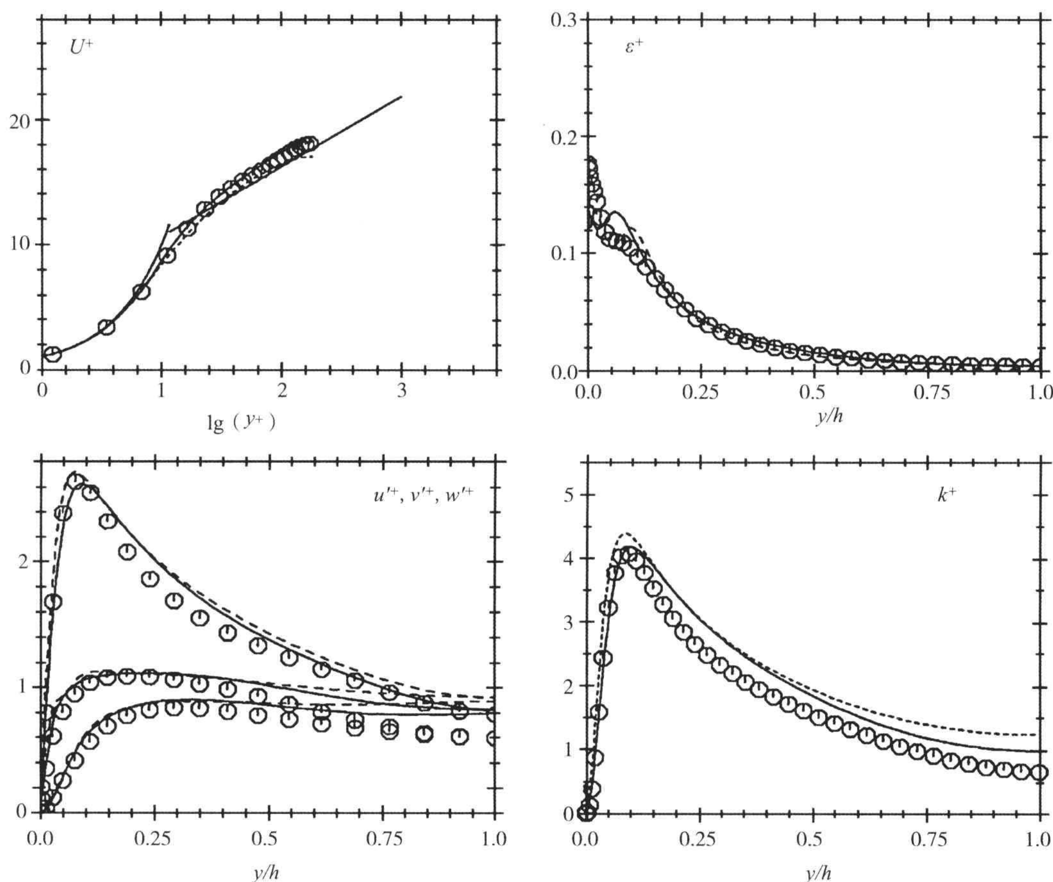


图 1　Abe、Jang 和 Leschziner（2003）的模型预测的在 Re_τ =180 条件下，关于充分发展的槽道流动的平均速度和湍流特性曲线

（包括两组曲线，一个对应使用ε 方程的模型，另一个对应使用ω 方程的模型）

2.5　模型验证

有成百上千的开发验证记录将 RANS 模型用于各种各样的流动。有人认为，存在一些判定，但是这些判定多数是不确定的，因为它们并没有得到充分的应用，计算流动不充分，并且受制于数值精度和边界条件的有效性。将两个特别突出的验证条件结合在一起，是由欧洲研究团队所做出的精诚合作的结果，都包含在了 Haase 等（1993、1996）编辑的书里面。由于篇幅限制，这里只给出两个例子。

一个具有挑战性的例子就是给出不同模型的预测能力，甚至是在相对简单的环境下，如图 2 所示。图 2 中给出了流向周期性层的均匀的槽道流动的平均流场，在鼓包后会产生大的流动分离。

这是一个例外的"有益"的测试案例。因为它的流向周期性避开了入口和出口条件，同时 Temmerman 等（2003）开展的高精度大涡模拟给出了基准数据库。这也是一个非常复杂的测试案例，因为涉及流向的周期性，以及这样一个事实，就是分离点的位置在回流长度上发生的变化，从 δ 变成了 7δ，这个比例来源于模拟和模型求解。Jang 等（2002）利用大量的 NLEVM、EARSM 以及 RSTM 来检测了这个案例。正如人们看到的那样，大多数 NLEVM 得出了长的回流区域，采用 Menter（1994）的 SST 模型以及 Spalart 和 Allmaras（1992）单方程模型（该模型结果在这里没有给出）都得到了更差的结果。两者都很快促使分离，尤其是在航空 CFD 中。来自于该研究的结论就是，所有的模型都有一些重要的缺陷，没有一



个模型能对所有的因素给出令人满意的描述。然而，对比以上所有模型（还有 RSTM），人们发现只有 Abe、Jang 和 Leschziner（2003）的模型表现最好［参见图 2(f)］。

LES（Temmerman和Leschziner,2003）（分离：X/H=0.22，重新附着：X/H=4.72）

(a)

三阶 k–ε（Apsley和Leschziner,1998）（AL–ε）（分离：X/H=0.26，重新附着：X/H=5.3）

(b)

k–ε（Launder和Sharma, 1974）（LS–ε）（分离：X/H=0.35，重新附着：X/H=3.42）

(c)

二阶 k–ω（Wallin和Johansson, 2000）（WJ–ω）（分离：X/H=0.22，重新附着：X/H=6.1）

(d)

三阶 k–ε（Craft、Launder和Suga, 1996）（CLS–ε）（分离：X/H=0.26，重新附着：X/H=5.9）

(e)

二阶 k–ω（Abe、Jang和Leschziner, 2003）（AJL–ω）（分离：X/H=0.31，重新附着：X/H=5.0）

(f)

图 2　具有周期性收缩段的管道内的分离流的流线轮廓图

(a) LES 解，摘自 Temmerman 等（2003）；(f) Abe、Jang 和 Leschziner（2003）的二次涡黏模型

［经允许摘自 Jang 等（2002），Wang、Jang 和 Leschziner（2004）］

在外流空气动力学应用中，需要预测的一个最大的挑战现象就是连续表面的激波分离。困难之一是分离区域的结构和激波位置具有灵敏的相互作用，因此，后者的预测缺陷会反过来影响前者。另外一个困难是激波前面的边界层，尤其它的湍流状态，需要被高度真实地描绘出来，否则，它对由边界层内的激波产生的逆向压力梯度的响应将会被误读，同时还有分离位置。

图 3 给出了不同模型的预测能力，这些模型的预测条件为：外部流动马赫数在 0.938 的情况下，喷气飞机尾部的激波诱导分离。该结果来源于 Leschziner、Batten 和 Craft（2001）的一项研究。机身表面的拓扑结构清晰地显示了机身附近的空间分离区域的形成。C_p 的稳定值在激波后也表示出了分离区域。对湍流建模的敏感性非常显著。$k-\varepsilon$ 模型的表现最差，它趋向于预测过多的湍流活动，这样促使流动抵抗分离。雷诺应力输运模型（MCL）和 Menter（1994）的 SST 模型［方程(18)］表现最好。这是该模型合并了剪切应力限制方程（19）的直接结果，这样就降低了湍流活动，并且促使边界层对激波更加敏感。

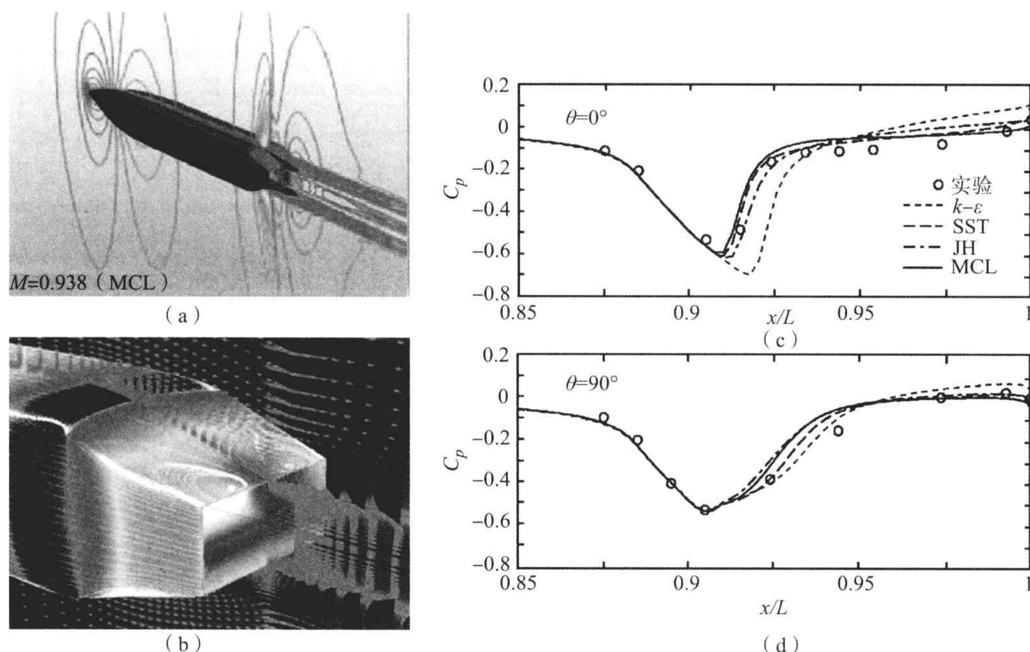


图3　(a)，(b) 飞机后体上激波引起的流动分离（短虚线）。(c)，(d) 压力系数的敏感程度和湍流模型中的激波位置。实线和点画线：雷诺应力输运模型；短虚线：低雷诺数$k-\varepsilon$模型；(c) 飞机后体顶壁的中心线；(d) 侧壁的中心线。

［摘自 Leschziner、Batten 和 Craft (2001) © Royal Aeronautical Society］

注　释

1. 专家级别的读者可能会回避等效的声明，但是有人可能会认为雷诺平均等价于时间滤波，即对非定常湍流运动的所有非定常空间尺度的等效滤波。

2. 实际上，Menter (1994) 利用涡量Ω代替了速度梯度，但是在薄的剪切流动中，两者本质上是相同的。

3. 隐式代数应力模型可以并已经得到直接的应用。在这种情况下，它们需要在求解过程中反复地转换，它们趋向于显示出数值的刚性，同时人们也已经观察到对一个相同的流动会得到不止一个解，反映出了一些不适定性。

参考文献

Abe, K., Jang, Y. J. and Leschziner, M. A. (2003) An investigation of wall-anisotropy expressions and length-scale equations for nonlinear eddy-viscosity models. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 24, 181 - 198.

Bradshaw, P., Ferris, D. H. and Atwell, N. P. (1967) Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation. *J. Fluid. Mech.*, 23, 31 - 34.

Cambon, C. and Scott, J. F. (1999) Linear and non-linear models of anisotropic turbulence. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 31, 1 - 53.

Daly, B. J. and Harlow, F. H. (1970) Transport equations in turbulence. *Phys. Fluids*, 13, 2634 - 2649.

Durbin, P. A. (1993) A Reynolds stress model for near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 249, 465.

Durbin, P. A. (1995) Separated flow computations with the k-ε-v 2 model. *AIAA J.*, 33, 659 - 664.

Gibson, M. M. and Launder, B. E. (1978) Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 86, 491.

Haase, W., Brandsma, F., Elsholz, E., Leschziner, M. A. and Schwamborn, D. (eds) (1993) EUROVAL-A European Initiative on Validation of CFD Codes - Results of the EC/BRITE-EURAM Project EUROVAL, 1990-1992, in *Notes of Numerical Fluid Mechanics*, Vieweg Verlag, vol. 42.

Haase, W., Chaput, E., Elsholz, E., Leschziner, M. A. and Müller, U. R. (eds) (1996) ECARP: European Computational Aerodynamics Research Project. Ⅱ: Validation of CFD Codes and Assessment of Turbulent Models, in *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vieweg Verlag, vol. 58.

Hanjalic, K. and Launder, B. E. (1972) A Reynolds stress model and its application to thin shear flows. *J. Fluid Mech.*, 52, 609 - 638.



Jakirlic, S. and Hanjalic, K. (1995) A second-moment closure for non-equilibrium and separating high-and low-Re-number flows, in Proc. 10th Symp. on Turbulent Shear Flows, Pennsylvania State University, 23.25.

Jang, Y.J., Leschziner, M.A., Abe, K. and Temmerman, L. (2002) Investigation of anisotropy resolving turbulence models by reference to highly-resolved LES data for separated flow. *Flow, Turbulence and Combustion*, 69, 161-203.

Jones, W.P. and Launder, B.E. (1972) The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 301-314.

Kassinos, S.C., Langer, C.A., Haire, S.L. and Reynolds, W.C. (2000) Structure-based modelling for wall-bounded flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 21, 599-605.

Launder, B.E., Priddin, C.H. and Sharma, B. (1977) The calculation of turbulent boundary layers on curved and spinning surfaces. *ASME J. Fluids Eng.*, 98, 753.

Launder, B.E. and Reynolds, W.C. (1983) Asymptotic near-wall stress dissipation rates in turbulent flow. *Phys. Fluids*, 26, 1157.

Launder, B.E. and Shima, N. (1989) Second-moment closure for the near-wall sublayer. *J.* AIAA, 27, 1319-1325.

Leschziner, M.A., Batten, P. and Craft, T.J. (2001) Reynolds stress modelling of afterbody flows. *Aeronaut. J.*, 105, 297-306.

Menter, F.R. (1992) Influence of freestream values on k-ω turbulence model predictions. *J. AIAA*, 30, 1657-1659.

Menter, F.R. (1994) Two equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. *J.* AIAA, 32, 1598-1605.

Menter, F.R. (1997) Eddy viscosity transport equations and their relation to the k-ε model. *ASME J. Fluids Eng*, 119, 876-884.

Patel, V.C., Rodi, W. and Scheuerer, G. (1984) Turbulence models for near-wall and low Reynolds-number flows: a review. *J.* AIAA, 23, 1308-1319.

Pope, S.B. (1975) A more general effective-viscosity hypothesis. *J. Fluid Mech.*, 72, 331-340.

Reynolds, O. (1895) On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 186, 123-164.

Rodi, W. (1976) A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. *Z. angew. Math. Mech.*, 56, 219-221.

Rodi, W. and Scheuerer, G. (1983) Calculation of curved shear layers with two-equation turbulence models. *Phys. Fluids*, 26, 1422.

Schiestel, R. (1987) Multiple time scale modelling of turbulent flows in one point closures. *Phys. Fluids*, 30, 722.

So, R.M.C., Lai, Y.G., Zhang, H.S. and Hwang, B.C. (1991) Secondorder near-wall turbulence closures: Areview. *AIAA J.*, 29, 1819-1835.

Spalart, P.R. and Allmaras, S.R. (1992) A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper 92-0439.

Speziale, C.G., Abid, R. and Anderson, E.C. (1992) Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence. *J. AIAA*, 30, 324-331.

Temmerman, L., Leschziner, M., Mellen, C. and Froehlich, J. (2003) Investigation of subgrid-scale models and wall-function approximations in Large Eddy Simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 24, 157-180.

Wallin, S. and Johansson, A.V. (2000) An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, 403, 89-132.

Wang, C., Jang, Y.J. and Leschziner, M.A. (2004) Modelling two and three-dimensional separation from curved surfaces with anisotropy-resolving turbulence closures. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25, 499-512.

Wilcox, D.C. (1988) Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA J.*, 26, 1299-1310.

Yap, C.R. (1987) Turbulent heat and momentum transfer in recirculating and impinging flows. PhD thesis. University of Manchester.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 48 章

大涡模拟

Pierre Sagaut[1]，Dimitris Drikakis[2]
1　皮埃尔大学达朗贝尔研究所，巴黎，法国
2　克兰菲尔德大学航空航天科学系，克兰菲尔德，英国

1　引　　言

大涡模拟（LES）是一种计算流体力学方法，目的是捕捉一定物理尺度内的湍流动力学特性。正如其名，LES 旨在捕捉给定的计算网格上的大尺度流体运动，对于小尺度运动及其相互作用则利用模型来模拟其效应。模型或是显式地加入离散的流动方程，或是隐式地嵌入用于离散方程的数值方法中。LES 会导致尺度分离，因此提供过滤解，从严格的数学角度来讲，这是对精确的 N-S 方程的调整。对 N-S 方程进行数学分析的学者们也称之为软化。

对 LES 有以下几种诠释：

（1）LES 是一种数值方法。实际上，LES 被用于在一定网格上求解 N-S 方程，该网格对于捕捉湍流所有的物理尺度来说是相当粗糙的。为了找到可靠的解，在离散方程中加入了（耗散的）源项。从物理的角度来看，受迫项解释了未知尺度对已知尺度的影响。以更加正式的数学和数值观点来看，受迫项的目的是稳定与离散问题相关的离散混沌动力系统的轨道。

（2）LES 是一种物理模型。数值上求解的方程可以被理解为大尺度湍流流动的物理模型。通过受控的数学运算符得到尺度分离，最著名的一项是 Leonard 在 20 世纪 70 年代提出的卷积过滤范例。代表不同尺度之间相互耦合的非线性项被分为直接计算和间接求解（利用计算过程中的数据）部分以及亚滤波项。后者相当于未知尺度，因此需要用亚格子模型来代替。

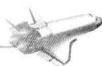
（3）LES 既是物理模型又是数值方法。利用一种特殊的数值方法——高精度方法，我们可以求解（未过滤的）N-S 方程，或根据物理环境求解欧拉方程，得到大尺度的动力学特性，以及已知尺度和未知尺度之间的非线性相互作用。这种情况下，高阶精度固有的耗散性将隐式地模拟未知小尺度的影响。这种方法被称为隐式 LES（ILES），与显式 LES 形成对比，显式方法中利用显式（添加）亚格子模型来模拟小尺度。

在显式 LES 中，我们利用了 Kolmogorov 提出的框架内的各向同性均匀湍流理论来定义亚格子模型。这些模型与理想的无耗散欧拉方程相耦合。选择理想的欧拉方程，以至于数值方法不会因为不受控制的耗散而影响最终解。

在 ILES 中，数值框架内，模型和数值计算共存。ILES 中使用的数值格式有等熵弱解的理论基础。高精度和非线性稳定性通过大量的数学条件而实现，包括单调性，总变差减小，总变差跳跃和本质上的无振荡方法，见 Drikakis 和 Rider（2005）。以上条件也能够获得空间和时间的二阶甚至高阶精度。

对于众多的流动构型，上述 LES 方法中的一些已取得了相当的成功。读者可以参看以下书籍：Sagaut（2005），Sagaut、Deck 和 Terracol（2006），Garnier、Adams 和 Sagaut（2009），Grinstein、Margolin 和 Rider（2007），以及 Drikakis 和 Rider（2005）。

LES 是当今学术界关于湍流模拟最常用的方



法，工业上对其的研究正在不断地增多，包括空气动力学、航空声学和燃烧流动。

2 显式 LES

显式 LES 方法基于对流动（N-S）方程的滤波。为了证明这一点，我们考虑如下形式的控制方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\nabla \cdot F(u, u)=0 \tag{1}$$

应用时空滤波（通常是空间滤波），得到

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\nabla \cdot F(\bar{u}, \bar{u})=\nabla \cdot [F(\bar{u}, \bar{u})-\overline{F(u, u)}] =\mathcal{F}_{\mathrm{LES}} \tag{2}$$

式中，上划线表示空间滤波算子。

亚格子尺度项$\mathcal{F}_{\mathrm{LES}}$不能够被精确地求解，因此必须建模处理。为了亚格子项$\mathcal{F}_{\mathrm{LES}}$而进行的模型发展主要集中在显式 LES 研究领域。人们提出了数百种模型及其变形，可以被分为两类，即函数模型和结构模型。

2.1 函数模型

函数模型模拟小（不可解）尺度对可解尺度的影响。因此，它们并不是被设计用于得到亚格子尺度的直接的精确近似。对现有文献的回顾表明，所有的函数模型都被用于加强正确的可解尺度动能平衡。动能能级导致了大尺度的能量消耗，即通过小尺度（亚格子尺度）形成显式 LES 框架下的可解尺度。一个简单的经验数学模型是定义带有矫正的亚格子黏性 ν_t，以加强期望的平均能量损失。由滤波的不可压缩（为了简化）N-S 方程得到的结果是

$$\mathcal{F}_{\mathrm{LES}}=\nabla \cdot (-2\nu_t \bar{S}),\ \bar{S}\equiv\frac{1}{2}(\nabla\bar{u}+\nabla^t\bar{u}) \tag{3}$$

这种简单的方法通过对气体动理论的分析而持续发展，由此得到，气体的宏观黏性和扩散性来源于小尺度的分子运动。Smagorinsky 在 1963 年发表了最著名的亚格子尺度黏性模型（也是现代 LES 历史上最古老的模型）。空间尺度定义为 $C_S\Delta$，其中 C_S 为调节模型的常数，时间尺度通过局部剪应力估计 $|\bar{S}|\equiv\sqrt{2\bar{S}:\bar{S}}$，因此得到

$$\nu_t=(C_S\Delta)^2|\bar{S}| \tag{4}$$

任意参数 C_S 没有普适值，因为理论分析表明它取决于滤波器、滤波宽度和动能谱。在 $Re\to+\infty$ 时，C_S 的渐进值为 0.18。数值实验表明，当使用 $C_S=0.18$ 时，剪切流的耗散性过强。由于 Smagorinsky 模型基于局部各向同性假设，将其用于剪切流模拟会导致过高的 $|\bar{S}|$。这一缺点与伽柏-海森堡不确定性原理直接相关：Smagorinsky 模型在空间上是局部的，即利用局部梯度计算，同时波数不是局部的，即所有求解的尺度都对 $\bar{S}$ 的演化做出贡献。直接后果就是 Smagorinsky 模型（或基于流场速度一阶导数的类似的亚格子尺度黏性模型）得到的结果与谱分析并不一致，即当所有尺度都被求解时，耗散并不会自动消失。

2.2 结构模型

结构模型需要对 N-S 方程的滤波步骤进行部分倒转，目的是求解流场 $u^*\approx u\equiv\bar{u}+u'$。利用 $\bar{u}$ 作为起点，接下来将其作为整个可求解场 u 的预测值，则得到软化去卷积模型的一般表达式：

$$\overline{F(u, u)}=\overline{F(u^*, u^*)} \tag{5}$$

式中，近似解 u^* 由截断的展开式得到。

人们发展了许多方法（Sagaut、Deck 和 Terracol，2006；Garnier、Adams 和 Sagaut，2009；Sagaut，2005），其中有基于卷积滤波差分近似的泰勒级数展开方法和迭代去卷积方法：

$$u=[I-(I-\bar{G})]^{-1}\bar{u}=\sum_{p=0,+\infty}(I-\bar{G})^p\bar{u} \tag{6}$$

3 隐式 LES

流动方程中非线性（双曲）输运项所诱导的相互作用造成了不同尺度间的能量传递，最终在小尺度通过黏性产生熵增。在惯性范围内的大尺度上，流动几乎与黏性无关。除了黏性耗散，反向串级将能量由小尺度传递给大尺度。

在数值框架下，能量由小尺度向大尺度传递只能通过控制方程中的双曲项。这一过程表现在存在自相似的亚格子模型中而不仅在只有耗散的湍流模型中。相反地，这种效应自然地存在于双曲项中，表现出了自然尺度的不变性。通过非线性耗散项的使用，自相似性被嵌入到了高精度的方法中。这些项提供了使数值方法稳定的大部分耗散。正是输运（双曲）项的支配地位才导致了湍流。随着双曲项逐渐重要起来，在流体力学不稳定性存在时，问题会对初始条件变得更加敏感。在可压缩流动中，尺度改变现象也会使波动陡峭并产生激波。

在流动求解时，适当地在局部使用高精度方法与限制器，会有较高的精度，然而还是需要将守恒形式和熵增结合才能得到唯一的弱解。十几年间，有越来越多的证据表明，对于双曲型偏微分方程的高精度数值方法有嵌入式（或隐式）的湍流模型，所以自由剪切流和壁面约束流能得到高保真度的结果（Drikakis 等，2009；Drikakis，2003；Grinstein、Margolin 和 Rider，2007；Grinstein 和 Fureby，2002；Youngs，1994；Oran 和 Boris，2001）。ILES 方法是 Boris 引入的 MILES 概念的扩展，MILES 对 LES 使用了单调的数值算法（MILES 是单调综合 LES 的缩写）。

高精度方法的数值耗散调整了流动，因此，即使是对于没有模拟的网格，也能够捕捉到正确的激波和波的传播。这些调整是数值方法需要正确再现的物理条件的本质。ILES 方法就是为上述内容所设计的，因此产生有限的耗散率并有局部特性。实际上，高精度方法有包含局部特性的嵌入式亚格子模型，同时与尺度相似亚格子模型（与非线性涡黏性相耦合）具有共性。这将现代高精度离散、激波捕捉准则和亚格子模型联系起来。

4　LES 的应用

LES 的应用包括外流、内流、声学和燃烧问题。以下讨论了成功的 LES 实例，以及物理和数值建模的挑战。

外部驱动的边界层流动包含所有带有固体边界的流动，其整体动力学特性并不受到边界层内产生的湍流的影响。典型的例子是在大迎角下机翼的流动分离。表 1 列举了一些里程碑式的应用，表明了 LES（有或者没有壁面模型）和 LES 与雷诺平均 N-S 方程（RANS）混合的方法可以被用于这些应用。很明显的一点是，LES 增强了对于全尺度系统的模拟，包括复杂构型和较高的雷诺数。

表 1　对于复杂工程应用的显式和隐式 LES 模拟实例

构　　型	参考文献	M_∞	$Re_L \times 10^6$
五阶离心泵	Kato 等(2003，2007)	不可压缩	10
城市流	Nozu 等(2008)	不可压缩	50～100
操纵潜艇	Fureby（2008）	不可压缩	5
后掠翼	Hahn 和 Drikakis（2009a）	0.3	0.21
翼和舱的流动	Drikakis 等(2009)	可压缩	0.21～0.86
燃烧室	Boileau 等(2008)	0.1	0.3
四燃烧室发动机	Richard 等(2006)	0.2	—
起落架	Hedges 等(2002)	0.1	0.6
起落架	Lockard 等(2004)	0.2	—
导弹前体	Viswanathan 和 Squires（2008）	0.21	2.1
军用飞机	Morton 等(2004)	0.27	13
军用飞机	Forsythe 等(2004)	0.3	2.85
燃气轮机	Medic 等(2008)	—	—
后体	Deck 和 Thorigny（2007）	0.7	1.1
民用飞机	Brunel 和 Deck（2008）	0.82	2.8
喷气战斗机	Chauvel 等(2007)	1	0.2
超声速进气道	Trapier 等(2008)	1.8	2.9
发射器喷管	Deck（2008）	6	21

前两列与显式/隐式 LES 和混合 RANS/LES 模拟相关。M_∞ 和 Re_L 表示应用时的马赫数和雷诺数

图 1 展示了隐式 LES 对于后掠翼绕流模拟的应用。流动涉及后掠翼的迎角为 9°，雷诺数接近 210 000，基于自由流速度和翼根弦长度得到，同时马赫数为 0.3。这些条件根据 Hahn 与 Drikakis（2009a）的实验[1] 选择。模拟基于三阶特征方法和显式二阶 Runge-Kutta 格式，详细内容见 Drikakis 和 Rider（2005）。后掠翼绕流的拓扑结构与尖缘三角翼类似，前缘剪切流卷起形成独特的前缘涡（LEV）系统，在向后缘发展的过程中变得不稳定。大约在 50% 的翼根弦之后，LEV 向内侧弯曲并离开表面，速度不断增加。在后缘附近主涡核仍然可见。它们并没有前缘处的清晰，同时受到翼尖



附近湍流的影响，因此表现出很强的波动。上述 ILES 在包含 C-block 和 O-block 的结构网格上进行，网格点有 1 270 万，y^+ 在分离流区域为 1，在前缘为 5。图 1 的结果是证明 ILES 方法适用于复杂的分离流动的典型实例。

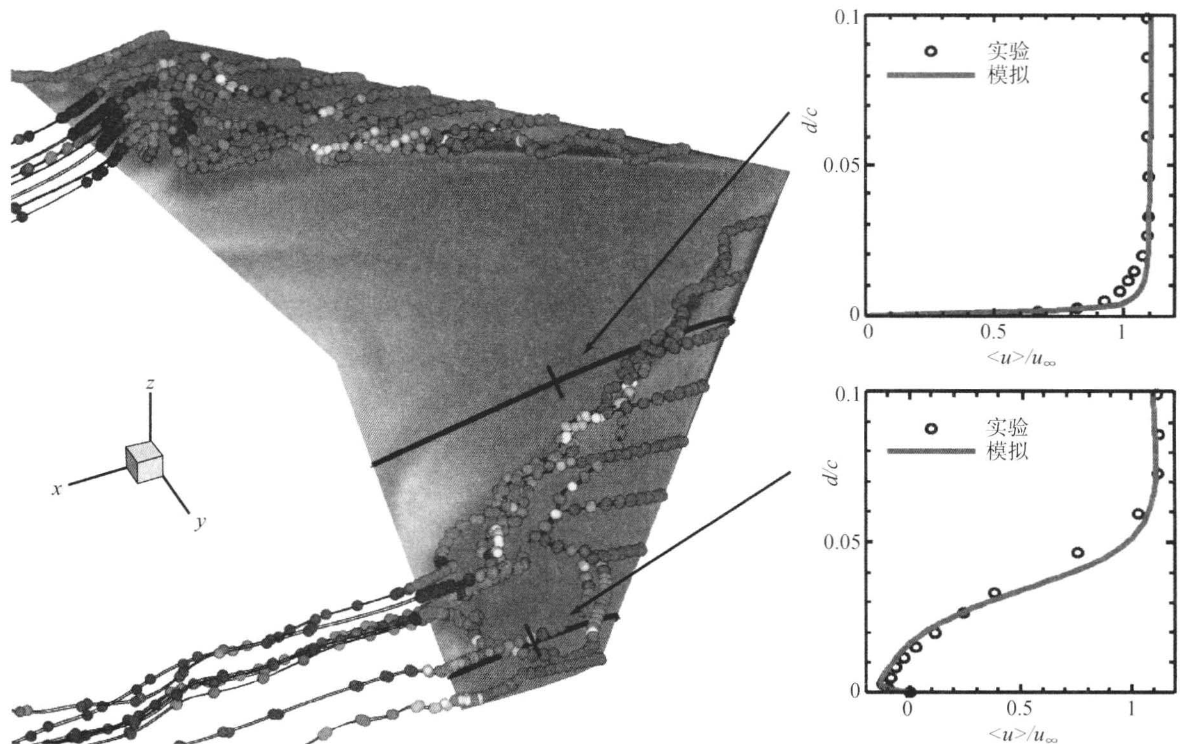


图 1　后掠翼绕流的隐式大涡模拟

［经 Hahn 和 Drikakis（2009）的允许转载© American Society of Mechanical Engineers］

内部驱动的边界层流动由边界层内的动力学特性控制，其特性由小尺度的结构决定，这些小尺度结构是过渡层中湍流动能达到峰值的原因。众所周知，这一产生机制与自维持循环的存在相关，某种意义上来说，这一机制自发地存在，与外界和黏性层的动力学特性无关。数值实验和理论分析表明，这种循环的关键因素是流向涡和低速条带，它们彼此之间会有非线性的加强。内部驱动的边界层流动的典型例子包括零压梯度的平板边界层流动、管流和河道径流。

挑战性来源于流动结构，如流向涡和条带的行为具有一般性，其尺度由黏性长度 $l_\nu=\nu/u_*$ 度量，其中 $u_*=\sqrt{\nu\,\mathrm{d}\bar{u}/\mathrm{d}y}$，为摩擦速度。流向和展向条带的典型尺度分别为 1 000 和 100 个壁面单位。平均流中流向涡的长度大约为 400 个壁面单位。因此，对于内层动力学特性的直接捕捉，包括最大湍流动能，发生在离壁面 12～15 个壁面单位处，需要使用非常精细的计算单元。精度限制的直接后果是这类流动的计算比外流更加烦琐。

在隐式 LES 的框架内，人们已经证实（Hahn 和 Drikakis，2009），应用高精度的数值方法和壁面网格，可以精确地模拟内部驱动的边界层流动。对于拥有凹凸不平下壁面的槽道，高阶方法能够改进对平均分离点的预测。人们同样发现，在垂直于壁面方向布置较密的网格点会比顺气流方向布置更密。可以解释为壁面对近壁面流体运动阻碍的影响逐渐减弱。由于高精度和高阶方法对小扰动更加敏感，它们会使扰动沿壁面传播并增大分离的可能性。在自由剪切流中，5 阶和 9 阶高精度方法与 3 阶高精度方法相比，其高度的敏感性会使边界层更容易破坏。分离长度的预测与湍流混合和小尺度结构的形成相关，小尺度结构的具体尺寸取决于数值格式的求解精度。

在显式 LES 的框架内减少近壁精度的限制时，我们必须建立能够对边界层动力学特性进行部分描述的亚格子模型。近壁面建模的作用是为 LES 模拟提供合理的边界条件，因为在 LES 的精度水平上，无滑移边界条件不再成立。由于近壁面流动的复杂性，这种新的建模工作将非常重要。

人们开发了很多近壁模型，见文献（Sagaut，2005；Sagaut、Deck 和 Terracol，2006；Garnier、

Adams 和 Sagaut，2009）。一般来说，这些模型可以分为两类：①代数模型，假设瞬时流动由标准平均流动剖面局部控制；②差分模型，利用辅助方程得到最初的 LES 计算单元内的流动。这种情况下，在近壁面求解简化的方程来代替 N-S 方程，节约了计算资源。出于这种目的的一套很流行的方程是薄边界层方程，通过辅助网格或无网格方法都可以求解。另一种广泛使用的方法是在第一层单元或几层近壁面单元内求解完整的 RANS。近壁面模型面临的挑战包括转捩的捕捉、LES 解的强不平衡性和相互作用。后者可能是混合 LES/RANS 方法最主要的矛盾之一，因为 RANS 方法基于时间平均而显式 LES 方法基于滤波。这是两种完全不同的处理，在数学上和数值上都不相关，因此将其耦合会产生矛盾。

图 2 是对于全尺寸的起落架进行显式 LES 模拟的例子。这个例子中，所有与几何形状相关的细节都被考虑在内，完整的模型有 3 米高，基于起落架高度的雷诺数有好几百万，这就是实际着陆构型的代表。模拟利用了笛卡儿网格，局部加密达到 14 倍的嵌入网格水平。单元总数大约为 100 万。这里浸入式边界条件与壁面模型相耦合来捕捉边界层，同时两方程亚格子黏性模型被用于解释未知尺度的动力学特性，深入的介绍见文献（Seror、Sagaut 和 Belanger，2004）。

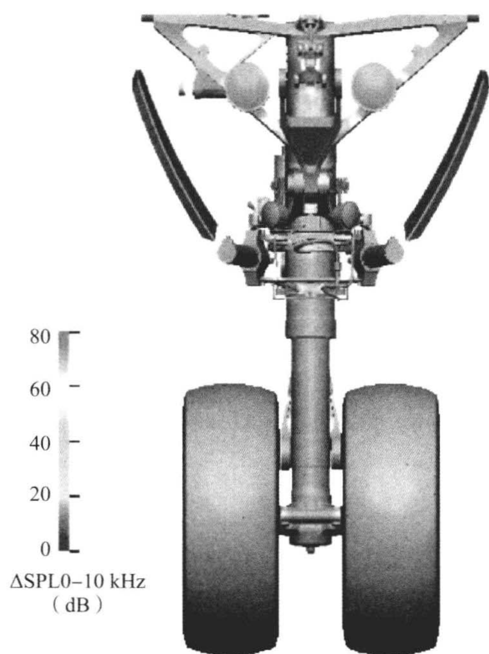


图 2　全尺寸起落架绕流的显式大涡模拟

注：本图展示了给定频率范围内的固体表面的声源强度。

[转载自 Seror、Sagaut 和 Belanger（2004）© AIAA]

最后，显式和隐式 LES 都可以用于模拟空泡流的声学效应。关于显式和隐式 LES 在空腔声学中模拟的例子可以参考文献（Larchevêque 等，2003、2004；Thornber 和 Drikakis，2008；Drikakis 等，2009）。

5　LES 的可靠性与验证

在过去的 20 年间，计算机性能的显著提高使得在拥有 50 万到 100 万个点的网格上的非定常计算能够时常地进行。计算验证不再局限于积分值，例如气动系数，而可以包括湍流特性，如高阶统计量。Sagaut 和 Deck（2009）对非定常计算的验证变量进行了分级（表 2）。难度等级从积分量，如升力和阻力系数，到平均速度剖面和二阶统计量，如均方值和 RMS（均方根）。单点谱分析能够提供不同频率下的 RMS 分布信息。这一点非常重要，因为对能量的精确估计并不意味着对频率组成的精确估计。经典的谱分析可以同时伴有两点分析，能够使人更深入地了解在给定的频率下流动的空间组成。当流动出现较强的瞬态过程如流动分岔时，需要进行时间-频率分析和非线性耦合分析。单点、两点甚至多点分析以及时间-频率分析都已被用于空泡流模拟（Larchevêque 等，2003、2004；Larchevêque、Sagaut 和 Labbé，2007；Levasseur 等，2008），同时与粒子图像测速和热线数据进行比较。

表 2　非定常模拟中的验证等级

等级	参　数
1	积分力（如升力、阻力）
2	空气动力场（速度或压力分布）
3	二阶统计量（RMS）
4	单点谱分析
5	两点谱分析（相互关系和相位谱）
6	高阶和时间-频率分析（相干谱）

在以上验证过程中，将确定性模拟得到的结果与代表模型系统的参考数据作比较。实际上，验证过程应该仔细地进行，同时要清楚系统所有的复杂之处和不确定性。例如，复杂声学系统所包含的几何和边界条件的细节，在进行数值模拟时不一定能获得。LES 和实验测量可能对应于不同的时间样本和频率，因此导致流动变量的收敛速率不同。此外，实验测量包含不确定性，相对于数值不确定性，这一点需要被量化。其他一些关键问题还涉及



给定网格上的LES参数优化，这同样引起了研究团体的兴趣（Meyers、Sagaut 和 Geurts，2007；Meyers 和 Sagaut，2006）。

6 结　　论

LES对流动转捩、湍流和航空流动的模拟有重要的贡献。关于LES方法的验证、降低数值不确定性以及改进粗糙模拟的精度还有很多工作要做。然而，LES被认为是现今研究工程中复杂湍流流动的最先进的方法。不同LES方法之间的竞争，特别是显式和隐式LES，推进着模拟能力不断进步，同时使LES发展成为一种实用的CFD模拟工具。

注　　释

1. Zhang S. 和 Turner J. T. 的私人通信。

参考文献

Drikakis, D. (2003) Advances in turbulent flow computations using high-resolution methods. *Progr. Aerosp. Sci.*, 39, 405-424.

Drikakis, D., Hahn, M., Mosedale, A. and Thornber, B. (2009) Large eddy simulation using high resolution and high order methods. *Philo. Trans. R. Soc.*, A, 367, 2985-2997.

Drikakis, D. and Rider, W.J. (2005) *High-Resolution Methods for Incompressible Flows*. Springer.

Garnier, E., Adams, N. and Sagaut, P. (2009) *Large-Eddy Simulation for Compressible Flows*. Springer.

Grinstein, F.F. and Fureby, C. (2002) Recent progress on MILES for high reynolds number flows. *J. Fluids Eng.*, 124, 848-861.

Grinstein, F.F., Margolin, L.G. and Rider, W.J. (eds) (2007) *Implicit Large Eddy Simulation: Computing Turbulent Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.

Hahn, M. and Drikakis, D. (2009a) Implicit large-eddy simulation of swept wing flow using high-resolution methods. AIAA *J.*, 47 (3), 618-629.

Hahn, M. and Drikakis, D. (2009b) Assessment of large eddy simulation of internal separated flow. *J. Fluids Eng.*, 131, 071201-1-071201-15.

Larchevêque, L., Sagaut, P., Mary, I., Labbé, O. and Comte, P. (2003) Large-eddy simulation of the compressible flow over a deep, open cavity. *Phys. Fluids*, 15 (1), 193-210.

Larchevêque, L., Sagaut, P., Lê, T.H. and Comte, P. (2004) Large eddy simulation of a compressible flowin three-dimensional open cavity at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 516, 265-301.

Larchevêque, L., Sagaut, P. and Labbé, O. (2007) Large-eddy simulation of a subsonic cavity flow including asymmetric effects. *J. Fluid Mech.*, 577, 105-126.

Levasseur, V., Sagaut, P., Mallet, M. and Challot, F. (2008) Unstructured large-eddy simulation of the passive control of the flow in a weapon bay. *J. Fluids Strcut.*, 24 (8), 1204-1215.

Lucor, D., Meyers, J. and Sagaut, P. (2007) Sensitivity analysis of LES to subgrid-scale-model parametric uncertainty using polynomial chaos. *J. Fluid Mech.*, 585, 255-279.

Meyers, J. and Sagaut, P. (2006) On the model coefficients for the standard and the variational multi-scale Smagorinsky model. *J. Fluid Mech.*, 569, 287-319.

Meyers, J. and Sagaut, P. (2007) Is plane channel flowa friendly testcase for the testing of LES subgrid scale models? *Phys. Fluids*, 19, 048105.

Meyers, J., Sagaut, P. and Geurts, B.J. (2007) A computational error assessment of central finite-volume discretizations in large-eddy simulation using a Smagorinsky model. *J. Comput. Phys.*, 227, 156-173.

Oran, E.S. and Boris, J.P. (2001) *Numerical Simulation of Reactive Flow*, Elsevier.

Sagaut, P. (2005) *Large-Eddy Simulation for Incompressible Flows-An Introduction*, 3rd edn, Springer-Verlag, *Scientific Computation Series*.

Sagaut, P., Deck, S. and Terracol, M. (2006) *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*, Imperial College Press.

Sagaut, P. and Deck, S. (2009) Large-eddy simulation for aerodynamics: status and perspectives. *Philos. Trans. R. Soc.* A, 367, 2849-2860.

Seror, C., Sagaut, P. and Belanger, A. (2004) A numerical aeroacoustics analysis of a detailed landing gear. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 10-12 May, Manchester, UK, AIAA Paper 2004-2884.

Thornber, B. and Drikakis, D. (2008) Implicit large eddy simulation of a deep cavity using high-resolution methods, AIAA *J.*, 46 (10), 2634-2685.

Youngs, D.L. (1994) Numerical simulation of mixing by Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities. *Laser Part. Beams*, 12, 725-750.

本章译者：吴小胜，牛建平（北京理工大学宇航学院）

第 49 章

直接数值模拟

Gary N. Coleman，Richard D. Sandberg
南安普顿大学工程科学学院，南安普顿，英国

1 引　　言

直接数值模拟（DNS）是 CFD 的一个分支，旨在获得高保真度的湍流解。DNS 不同于传统的 CFD，因为它明确地求解湍流，而不是通过雷诺平均 N-S 方程建模。DNS 不同于大涡模拟（LES），因为 DNS 涵盖了包括最细小尺度在内的所有尺度，不再需要亚格子尺度的模型。因此，DNS 可以被视为产生一系列非经验解的数值实验。它可以在模拟过程的所有时刻提供对流动中所有点的完整认识，而不是近似值。DNS 是处理关于湍流现象和湍流模型基本方程的理想方法。然而，这个能力是以极其昂贵的计算能力为代价的，并且对于最大雷诺数有着严格的限制，这使得 DNS 不能作为通用的设计工具。

2 雷诺数限定

湍流包含各种不同尺度的旋涡。这些旋涡通过其诱导的速度场以非线性的形式相互作用，改变相邻旋涡的方向和形状。形状改变的净效应是将湍流大尺度的动能分散到小尺度动能。最大的涡能量最高，涡的大小、形状和速度由流动构型的细节决定，并不直接受流体黏性的影响。最小的涡由大涡进入级联的能量和黏性共同影响。黏性的作用就是明确能量耗散的尺度。因此，流动的雷诺数决定了相对于大涡而言最小尺度的涡。

这一特性称为雷诺数相似性，可以由图 1 观察得到，图 1 是相同边界层流动在两个不同雷诺数时的 DNS 结果，两个雷诺数相差一倍。这体现了 DNS 面对的挑战，既要使用能够包含最大旋涡的区域，又要使用能够完全求解耗散尺度的网格。利用当今最好的计算机，所能够求解的雷诺数也要低于航空流动中的雷诺数。

在均匀各向同性湍流中，DNS 的代价可以被精确地确定。对于这种流动，最大旋涡的尺寸和速度可以分别由长度尺度 l_{LE}和时间尺度 t_{TE}描述。因为最大的旋涡对湍流动能（单位质量）的贡献最大，为 $k_{\mathrm{T}}=\dfrac{1}{2}q^2$，其特征速度与 $q=\sqrt{2k_{\mathrm{T}}}$成比例，最大旋涡的能量减小率$\dot{e}_{\mathrm{LE}}$由 q^2/t_{LE}度量。此外，这种流动的$\dot{e}_{\mathrm{LE}}$与ϵ成比例，ϵ是最小旋涡的能量耗散率，可以合理地假设 t_{LE}按 q^2/ϵ变化，因此（因为 $q\sim l_{\mathrm{LE}}/t_{\mathrm{LE}}$），$l_{\mathrm{LE}}$与 q^3/ϵ成比例，得到湍流的固有雷诺数 $Re_{\mathrm{T}}=ql/\nu=q^4/\nu\,\epsilon$。根据 Kolmogorov (1941)，假定湍流最小尺度的旋涡是通用的且是各向同性的，因此只取决于ϵ和运动黏度 ν，由此得到湍流微尺度的定义 $\eta=(\nu^3/\epsilon)^{1/4}$。均匀各向同性湍流 DNS 中，每个方向的网格点数 N 的量级为 $l_{\mathrm{LE}}/\eta=(q^3/\epsilon)(\epsilon_{1/4}/\nu^{3/4})=(q^4/\nu\epsilon)^{3/4}=Re_{\mathrm{T}}^{3/4}$。网格点总数，$N^3\sim O[(l_{\mathrm{LE}}/\eta)^3]$，将以 $Re_{\mathrm{T}}^{9/4}$ 度量。考虑时间步长的改变（例如为了保证 CFL 数），总的计算工作量为 $O[Re_{\mathrm{T}}^3]$。从每个网格点来看，操作总数变为 $O\left[Re_{\mathrm{T}}^3\left(\dfrac{3}{4}\lg Re_{\mathrm{T}}\right)^3\right]$，这是对于每个空间方向需要 $N\lg N$ 步操作的谱方法而言的。因此，如果雷诺数加倍，计算花费（如 CPU 时间）要增加 11 倍。假设计算能力每 18 个月翻一倍，即使数值算法对于很



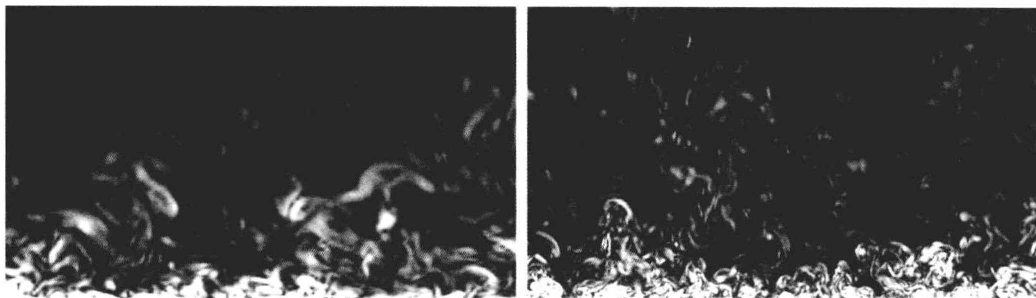


图 1 两个雷诺数 Re_E 下，由埃克曼层光谱 DNS 得到的涡量等值线

（Spalart、Coleman 和 Johnstone，2008）

注：所示平面垂直于自由流速度，两个区域是边界层内的相同区域。右图的雷诺数（Re_E=2 828）是左图雷诺数（Re_E=1 414）的 2 倍。（感谢南安普敦大学的 R. Johnstone 博士）

大的网格数适用，也意味着要 5 到 6 年才能计算雷诺数翻倍的流动。尽管确切的与雷诺数成比例的成本随流动类型的不同而不同，而且对于均匀各向同性湍流[1]，雷诺数的严格程度也不相同，但是对于完整的工程应用和地球物理应用，DNS 无法应用于相应的雷诺数，至今我们还无法突破雷诺数的限制，在可预见的未来也无法突破。

接下来我们考虑 DNS 代码（最原始的代码，不是商业 CFD 软件包）的用户和程序员必须处理的问题。使 DNS 算法有效的基本要求是，计算精度和计算成本之比尽可能地高。

3 空间离散

DNS 的主要成功之处在于，它能够如实地展现因变量的空间变化情况。为了实现这一点，人们利用了大量方法，包括有限体积、有限元、离散涡和 B 样条方法。然而，由于一些原因，DNS 目前主要利用谱方法和有限差分方法。下面我们将依次对其进行介绍。

3.1 谱方法

雷诺数限定以及利用有效数值方法开发高性能计算资源的需求，使 DNS 最初的实践者（如 Orszag 和 Patterson，1972）选择谱方法对空间变化进行描述（Gottlieb 和 Orszag，1977）。谱方法将流动变量近似为基本函数的线性组合，涉及 Sturm-Liouville 问题在区间 $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ 上的复杂的指数或正交多项式的本征值。它们满足的正交关系为

$$\int_{x_1}^{x_2} w(x)\phi_n(x)\phi_m(x)\mathrm{d}x = A_n\delta_{nm} \qquad (1)$$

式中，A_n 为与 n 相关的正系数；δ_{nm} 为克罗内克符号（$n=m$ 时为 1，其他为 0）。

权函数 $w(x) \geqslant 0$ 确定了基本函数解的特性，在 $w(x)$ 最大的区域，为了使 $\phi_n(x)$ 和 $\phi_m(x)$ 乘积的积分为零，$\phi_n(x)$ 必须有多个零点。这里，将给出只涉及时间 t 和一个空间方向 x 的 N-S 方程 $L(u)=0$ 的空间离散过程，x 可以是笛卡儿坐标也可以是球/极坐标[2]。区域 $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ 上的每一个因变量 $u(x)$ 都被下式替代：

$$u(x,t) \leftarrow u_M(x,t) = \sum_{n=0}^{M-1} \alpha_n(t)\psi_n(x) \qquad (2)$$

式中，α_n 为展开系数，$\psi_n(x)=g(x)\phi_n(x)$ 或 $h(x)\mathrm{d}\phi_n/\mathrm{d}x$，其中 $g(x)$ 和 $h(x)$ 可能是低次多项式，它们保证了每一个 $\phi_n(x)$ 在 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 时满足适当的边界条件。当 u 在距离 Λ 以内周期性变化时，利用傅里叶级数有 $\psi_n(x)=\phi_n(x)=\exp(\mathrm{i}k_n x)$，其中 $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$，$k_n=2\pi n/\Lambda$，权函数 $w(x)=1$（表示在 $\Lambda=x_2-x_1$ 上均匀的空间解）。对于其他（壁面约束）流动，$\phi_n(x)$ 可能为切比雪夫或雅克比多项式，拥有 $w(x)$ 的权重，权重向 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 的边界集中。这种情况下，可以定义 $\psi_n(x)$ 自动满足边界条件和（对于不可压缩流动）无散度条件。

在 $\mathscr{L}(u)=0$ 中用 u_M 代替 u，引入非零残差 $R_M=\mathscr{L}(u_M)$。为了使误差最小，残差和每个基函数的乘积为零，如

$$\int_{x_1}^{x_2} \omega(x)\psi_m^* R_M \mathrm{d}x = 0 \quad (m=0,1,2,\cdots,M-1) \qquad (3)$$

式中，ψ_m^* 是 $\psi_m(x)$ 的复共轭。

结果得到由常微分方程组成的半离散的 $M\times M$ 系统，因变量为 $\boldsymbol{\alpha}(t)=[\alpha_0(t),\ \alpha_1(t),\ \cdots,\ \alpha_{M-1}(t)]^{\mathrm{T}}$，且

$$\mathscr{A}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{d}t}=\mathscr{B}\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{f} \tag{4}$$

式中，$\mathscr{A}$和$\mathscr{B}$为$M\times M$的带状矩阵（在傅里叶谱方法中为对角阵，所以傅里叶系数是非耦合的），其元素（与时间无关）由式（1）确定。

式（4）中的$\boldsymbol{f}$对应$\mathscr{L}$中的非线性项（如对流项）。为了提高效率，这些量都由排列/伪谱法近似（Gottlieb 和 Orszag，1977）[3] 来估计。对式（4）利用时间推进的算法，得到$\boldsymbol{\alpha}(t)$，因此得到离散时间点的$u_M(x, t)$（见第4节）。

谱方法有很多明显的优点。首要的一点是，当基函数的变化符合因变量的变化（包括光滑性、边界条件、最大变化区）时，随着$M\rightarrow\infty$，展开系数α_n趋于零，并且当误差减小的速度快于$1/M$的任意次幂时都有这样的结果（Gottlieb 和 Orszag，1977）。因此，与误差$(\Delta x)^p\propto(1/M)^p$的$p$阶的有限差分形成对比，谱方法呈指数型收敛或无穷阶收敛。谱DNS的空间精度可以通过保证当$n\rightarrow M$时，展开系数$|\alpha_n|\rightarrow 0$得到，这提供了只有非谱方法通过网格加密研究才可以使用的质量控制检验。区域大小的质量可以由α_n的low-n变化推断出。

谱方法的缺点是，不能够处理复杂流型，而且对于入流/出流边界条件要特殊对待（见第5节）。由于基函数的使用以及对于整个区域的存取，谱方法并不适用于大型分布式并行系统。这种方法并不能精确地表示流动间断，因此不适用于包含激波的高速可压缩流动的DNS。这些缺点促使高阶有限差分格式的发展，如下所述。

3.2　有限差分方法

因为易于实现、适于并行、具有高阶精度，DNS的有限差分（FD）格式得到广泛使用，特别是对于气动声学（CAA）（见图2）。多种方案都可供利用。低阶FD方法适用于复杂几何形体和不规则网格，从这个意义上来讲与有限体积法类似[4]。低阶（特别是迎风格式）FD近似（FDA）的计算效率通常并不理想，需要比谱方法更多的网格点数才能达到相同的精度。这一点可以通过对周期函数$u(x)$在均匀网格上利用低阶FDA证明，对于$j=0, 1, \cdots N$，有固定间距$\Delta x=\Lambda/N$。在$x_i=j\Delta x$，函数为$u_j=u(x_j)=\sum_k \hat{u}(k)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx_j}$（其中的$\pm k_{\max}=k_{\pm N/2}=\pm\pi/\Delta x$限制将在下文中取消）。在$x_j$处的

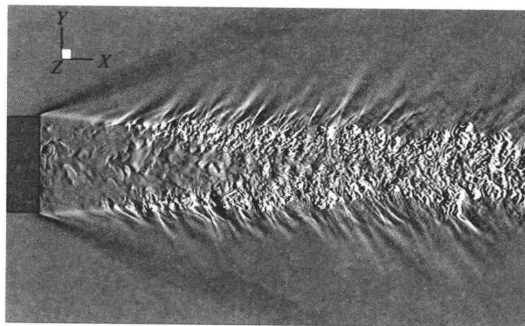


图2　高阶有限差分DNS得到的超声速轴对称尾迹流向密度梯度等值线

（转载自 Sandberg，2009）

导数为$u'_j=\mathrm{d}u/\mathrm{d}x=\sum_k \mathrm{i}k\hat{u}(k)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$。现在来考虑在$x_j$的向后差分近似精度：

$$\left.\frac{\Delta u}{\Delta x}\right|_{x_j}=\frac{u_j-u_{j-1}}{\Delta x} \tag{5}$$

将其用于周期函数，得

$$\left.\frac{\Delta u}{\Delta x}\right|_{x_j}=\sum_k \frac{1}{\Delta x}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\Delta x})\,\hat{u}(k)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx_j}=\sum_k \mathrm{i}k'\,\hat{u}(k)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx_j} \tag{6}$$

式中，k'为修正波数，对于这一单向FDA为

$$k'(k)=\frac{1}{\Delta x}\{\sin(k\Delta x)+\mathrm{i}[\cos(k\Delta x)-1]\} \tag{7}$$

k'的实部k'_{r}在图3（a）中以实线绘出。随着k接近于$k_{\max}=\pi/\Delta x$，其与精确（谱）$k'_{\mathrm{r}}=k$解之间的偏差将会变大，这意味着低阶FDA表示的较大波长（$k<0.2\pi/\Delta x$）的导数将不合逻辑。

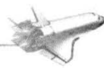
当利用式（5）来离散线性对流/波动方程时，上述情况变得更加清楚。对流/波动方程为$\partial u/\partial t+c\partial u/\partial x=0$，其中$c$是固定波速[5]。对$c\partial u/\partial x$项利用向后差分近似相当于利用一阶迎风差分格式。精确（时间和空间）解为（以傅里叶级数的形式）

$$\hat{u}(k, t)=\hat{u}(k, 0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}ckt} \tag{8}$$

而半离散（空间）近似为

$$\hat{u}(k, t)=\hat{u}(k, 0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}ck't}=\hat{u}(k, 0)\mathrm{e}^{-\sigma't}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega't} \tag{9}$$

式中，$\sigma'=-ck'_{\mathrm{i}}$和$\omega'=ck'_{\mathrm{r}}$分别为修正的振幅和径向频率，且$k'=k'_{\mathrm{r}}+\mathrm{i}k'_{\mathrm{i}}$。我们现在可以通过对比精确解$\sigma=0$和$\omega=ck$来量化由迎风FDA引起的振幅/耗散和相位/色散误差。修正的衰减率为$\sigma'=c\{[1-\cos(k\Delta x)]/\Delta x\}$和修正的相速度为$c'=c[\sin(k\Delta x)/k\Delta x]$，这再一次表明，只有$k\rightarrow 0$，对应于$\sigma'\rightarrow 0$和$c'\rightarrow c$的方法才是合适的。$k$越接近于$k_{\max}=\pi/\Delta x$，振幅衰减越快（$\sigma'\rightarrow 2c/\Delta x$），波形成对流的速度越慢（$c'\rightarrow 0$），如图3（b）所示。



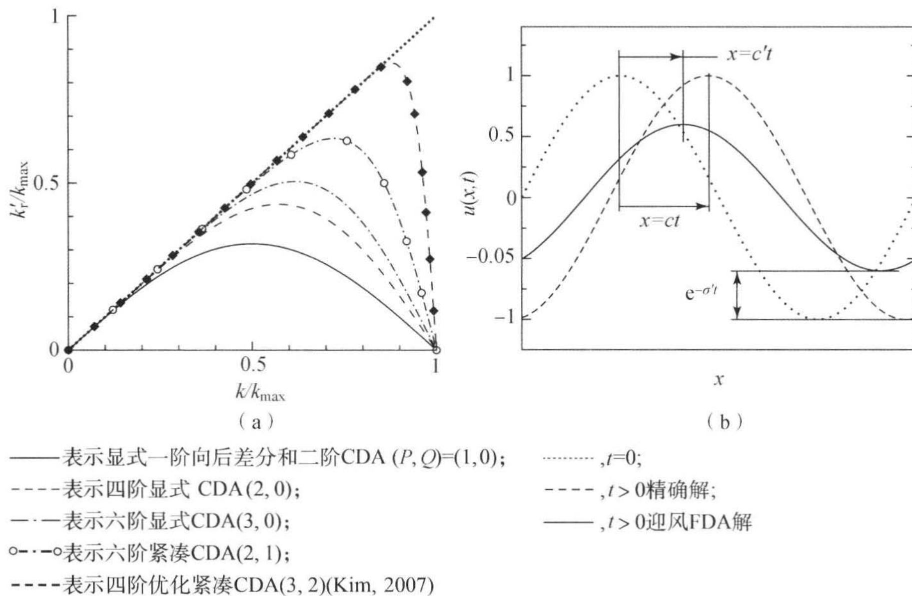


图 3 (a) 对一阶导数有限差分近似的修正波数；(b) 单向迎风 FDA 的振幅和误差

这个例子表明，相比于谱格式，低阶 FD 方法计算效率较低，并且展示了如何增加网格点来达到相同的精度。所以，DNS 的高阶有限差分方法变得逐渐流行，特别是对于可压缩湍流和 CAA。

尽管它们的代码十分复杂，特别是对于分布式并行系统，但高阶 FDA 格式在计算精度和流动几何形状的灵活性之间做了很好的权衡。在均匀网格上，一阶导数 du/dx 的中心有限差分的近似（CDA）的一般形式[6]为

$$u_j' + \sum_{l=0}^{Q} b_l (u_{j+l}' + u_{j-l}') = \frac{1}{\Delta x}\left[\sum_{l=0}^{P} a_l (u_{j+l} - u_{j-l})\right] + O(\Delta x^p) \quad (j=0,\ 1,\ \cdots,\ N) \tag{10}$$

式中，u_j' 为 FDA 在 $x_j = j\Delta x$ 处的值，$O(\Delta x^p)$ 为此格式的截断误差。

系数 a_l 和 b_l 由泰勒级数展开求得，并确定了最大的指数值 $p=2(P+Q)$，以使截断误差最小。当 $Q=0$ 时，导数由标准的显式模板离散，只包含相邻节点的函数值（不是导数值）。另一方面，$Q\neq 0$ 时的 CDA 被称为紧致格式或 Pade 格式（Lele，1992），比对应的显式格式（$Q=0$）更加精确。例如，选择 $Q=1$ 的五点模板（$P=2$），将精度从 4 阶提升至 6 阶。但是，由于所有网格点 x_j 处的导数值要同时得到，因此带状矩阵需要求逆，提高精度实际上提高了计算成本。

通常，为了使耗散和色散误差最小化，将选用紧凑格式。我们已经看到，对于之前讨论的一阶迎风格式，耗散和色散误差通过修正的 FDA 波数剖面 $k'(k)$ 和输运方程来反映。CDA 系数 a_l 和 b_l 与误差的联系可以通过研究任意一阶 CDA 格式的修正波数得到[7]：

$$k' = \frac{\left(\dfrac{1}{\Delta x}\right)\displaystyle\sum_{l=0}^{P} 2a_l \sin(lk\Delta x)}{1 + \displaystyle\sum_{l=0}^{Q} 2b_l \cos(lk\Delta x)} \tag{11}$$

注意到均匀网格中心差分格式的特点是没有虚部。几种 CDA 格式的修正波数，包括显式和隐式，都包含在图 3（a）中。增加模板的宽度对显式格式的解有积极的作用，随着阶数从 2 增加到 4 再到 6，最大的 k' 向上游移动。就波数特征而言，拥有同样精度的紧致格式结果更好，尽管会有更高的计算成本。图 3（a）还给出了四阶 CDA 的例子，这种格式牺牲了精度，为的是让最大的 k' 趋近于 $k_{max}=\pi/\Delta x$。因为最大 k' 的增加允许利用较为粗糙的网格来计算相同的流动特征，所以相对于利用相同结果的标准/显式 CDA，这些修正格式表现出计算效率的显著提高，这比复杂算法造成的额外计算花费更为重要。

4 时间离散

无论是显式还是隐式格式，时间离散的精度都是最为重要的，因为湍流中广泛的长度尺度与时间尺度相关。最大和最小涡的时间尺度 t_{LE} 和 t_η 分别与 q^2/ϵ 和 $(\nu/\epsilon)^{1/2}$ 成比例（Kolmogorov，1941），湍流雷诺数 $Re_T = q^4/\nu\epsilon$ 与 $(t_{LE}/t_\eta)^2$ 成比例，这意味着第 2 节中讨论的雷诺数限制也适用于时间推进格

式。拥有不同时间尺度的解的微分方程系统具有数值刚性。当处理刚性系统时，精度和稳定性都要求时间步长和半离散系统最大特征值的乘积低于某一临界值。这一临界值取决于所应用的空间和时间推进格式。

考虑波动方程的周期性解，可以得到空间和时间离散的相互影响，包含扩散诱导阻尼的一般形式为

$$\frac{\partial u}{\partial t}+c\frac{\partial u}{\partial x}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{12}$$

式中，c 和 ν 分别为固定的对流速度和扩散系数。

除了模拟一维 N-S 方程，这一线性模型的解可以被写为任意波数下的傅里叶分量，满足与方程（12）等价的傅里叶变换：

$$\frac{\mathrm{d}\hat{u}}{\mathrm{d}t}=\lambda\hat{u} \tag{13}$$

式中，λ 被定义为空间离散。

对于精确（谱方法）解，$\lambda=-\mathrm{i}ck-\nu k^2$。对于 FDA，$\lambda=-\mathrm{i}ck'-\nu(k'')^2$，$k'$ 和 k'' 分别是用于一阶和二阶导数的任意有限差分格式定义的修正波数。

我们来研究对于精确或半离散/FDA 情况下[8]，利用显式欧拉时间推进方法对式（13）求积分的影响。对 $n=0,1,2,\cdots$，在 $t_n=n\Delta t$ 时的解为

$$\begin{aligned}\hat{u}\,|_n&=(1+\Delta t\lambda)\hat{u}\,|_{n-1}=(1+\Delta t\lambda)(1+\Delta t\lambda)\hat{u}\,|_{n-2}\\&=\cdots=[1+\Delta t\lambda]^n\,\hat{u}_0\end{aligned} \tag{14}$$

式中，Δt 为时间步长增量且$\hat{u}\,|_n=\hat{u}(k,t_n)$。

注意到 t_n 处的解由初始值$\hat{u}_0$ 和一个因子的 n 次幂的乘积给出。因此，为了使格式保持稳定[9]，方括号内的值不能超过 1，所以

$$[1+(ck'_{\mathrm{i}}-\nu(k''_{\mathrm{r}})^2\Delta t]^2+[(ck'_{\mathrm{r}}+\nu(k''_{\mathrm{i}})^2\Delta t]\leqslant 1 \tag{15}$$

我们考虑两种情况。当应用精确傅里叶/谱离散时，修正波数由真实波数 k 代替，有 $k'_{\mathrm{r}}=k$，$(k''_{\mathrm{r}})^2=k^2$ 和 $k'_{\mathrm{i}}=(k''_{\mathrm{i}})^2=0$。可求解的最大波数 $k_{\max}$ 定义了临界条件，此时为 $\pi/\Delta x$。因此

$$\left(1-\beta\frac{\nu\Delta t}{\Delta x^2}\right)^2+\left(\gamma\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2\leqslant 1 \tag{16}$$

式中，$\beta=\pi^2$；$\gamma=\pi$。

这一结果与有限差分结果相比较将富有启发性。如果利用中心差分来近似方程（12）中的一阶和二阶导数，那么通过式（11）以及之前分析向后差分的过程，修正波数为

$$\begin{aligned}k'_{\mathrm{r}}&=\sin(k\Delta x)/\Delta x,\\(k''_{\mathrm{r}})^2&=2[1-\cos(k\Delta x)]/\Delta x^2\end{aligned} \tag{17}$$

同时 $k'_{\mathrm{i}}=(k''_{\mathrm{i}})^2=0$。因为这种 CDA 格式的最大波数为 $k'_{\mathrm{r,max}}=1/\Delta x$ 且 $(k''_{\mathrm{i}})^2_{\max}=4/\Delta x^2$，所以稳定性条件为 $\beta=4$ 且 $\gamma=1$。

不看 β 和 γ 的值，式（16）强调了黏性对 CFD 算法稳定性的帮助。注意到如果 $\nu=0$，无论是显式欧拉格式的谱方法还是 CDA 方法，都无条件不稳定。事实上，对于黏性流动，在网格非常精细的区域，扩散稳定条件比 CFL 条件更重要。注意到如果时间步长受到扩散稳定性的限制，那么它将由网格间距的平方度量（CFL 条件则为 Δx），这一值非常小。这对于壁面约束流动 DNS 中的时间推进处理有重要意义，包括边界层和槽道流动。所以，许多不可压缩壁面约束流动的 DNS 利用隐式格式来处理线性黏性项（通常为克兰克-尼科尔森）。

从设计和运用 DNS 的角度来看，式（16）提供的最重要的信息是基于稳定性的时间步长限定与空间离散精度的关系。CDA 方法中，由 CFL（$\Delta t\propto\Delta x/c$）和黏性/扩散（$\Delta t\propto\Delta x^2/\nu$）条件给出的最大 Δt 比谱方法中大得多（分别大 π 和 $\pi^2/4$ 倍）。然而，这一额外的稳定性是空间解析度下降的结果，与 CDA 格式最大的修正波数相关。换句话说，FD 算法能够取较大的时间步长，因为 $k\to k_{\max}$ 并不成立。我们应当认识到空间格式能够保证 DNS 代码稳定的潜力。

5　边界条件和初始条件

湍流的三维非定常本质使对 DNS 定义或附加边界条件时产生一些特殊的问题。考虑到最适当的边界条件为 N-S 解，那么对于在空间上发展的流动具有特殊的挑战性，如入流区域的湍流边界层，需要入流平面内每一点因变量的所有值才能进行描述。傅里叶谱方法最吸引人的一点是避免上述问题的能力：谱方法应用于湍流具有统计学均匀性的方向上（如充分发展管流或槽道流动的下游），很自然地假设空间周期性，自动地生成入流/出流边界条件，这些条件的历史和空间结构满足控制方程。

然而，对于入流边界条件，必须以显式形式表达的流动，傅里叶方法并不可行。一种选择是在流动区域内使其转捩为湍流，通过入口的基本流动（如层流）与适当的扰动叠加而成。相反地，可以利用 DNS 得到入流湍流数据，或引入独立的循环技术，提取、重新调整并明确入流平面内每个时间



步长的湍流解（Lund、Wu 和 Squires，1998）。

外流和远场边界条件也需要关注，特别是对于外部流动，实际的物理区域通常远大于能够负担的计算区域。挑战在于提出边界条件，使扰动（旋涡、声音、熵波）跨越有限的/截断的边界区域而不会产生反射波。

DNS 需求的初始条件质量不同。对于定常流动，明确完整的湍流初始条件的好处在于，使克服初始瞬变的时间最小化，因为长时间的流动统计并不依赖于初始条件，需要说明的完全是非物质条件（如随机速度波动）。需要物理条件和湍流初始条件的流动，可以利用上述湍流入流生成策略（除了循环技术）。

6 代码验证和分辨率准则

对于任何 DNS，其基本要求是能够得到可以信任的结果。所以，考虑涉及的计算成本，DNS 代码在投入生产并被广泛利用之前要进行检验。这一节（改编自 Sandham 在 2005 年的建议），我们来讲述检验方法。

（1）新开发或修正的代码必须能够再现解析解和渐近解。例如，层流槽道、管道或边界层流动可以被计算并与精确解对比。更具有挑战性的测试，是在适当的背景流动中预测小扰动的增长速率和相速度。对完全湍流的情况，快速变形理论（只有控制方程中的线性项起作用）通常作为有用的标准检查程序。另一个强有力的方法，其作用还没有被完全开发，用来规定所有变量解析的非定常三维测试函数，并修正控制方程使其满足这些测试函数。这需要增加受迫项以保证左右两侧一致。

（2）当评估 DNS 空间和时间精度的充分性时，不能根据标准的 CFD 途径，即通过设置不同的网格数和时间步长并使其收敛到同一个解，来证明网格和时间步长的独立性。这是因为著名的湍流特性（通常被称为对初始条件的极度敏感）即湍流之间微小的差别很快导致不同的流动历史。由此，我们需要检测数值参数对时间、平面、体积或平均统计的影响。

（3）一项对谱 DNS 的空间精度的有价值的经验验证方法，由每一个因变量的波数谱提供。应该表现出超过几个数量级的衰减，同时最小尺度的能量可以忽略。

（4）频谱也可以被用于评估时间步长的有效性（通过检测时间推进格式的最高频率捕获能量的相对大小）。通常，在利用显式时间推进格式时（对于大多数可压缩流动代码），由稳定性条件定义的时间步长足够小能够说明湍流最小的时间尺度。在隐式时间推进格式中，较大的时间步长也能保证数值稳定性，时间步长的有效性需要建立在其他基础之上。

（5）对于谱方法和有限差分方法，比较当地网格间距 Δx_i 与当地 Kolmogorov 长度尺度 $\eta=(\nu^3\epsilon)^{1/4}$，比较时间步长 Δt 和 Kolmogorov 时间尺度 $t_\eta=(\nu/\epsilon)^{1/2}$ 将非常具有启发性，其中 ϵ 由 DNS 数据计算得到。比值 $\Delta x_i/\eta$ 和 $\Delta t/t_\eta$ 应该不大于 1。

（6）对于壁面约束流动，可以采用近壁相似，其分辨率要基于壁面单元 Δx_i^+，Δx_i^+ 是利用运动黏度 ν 和摩擦速度 $u_\tau=(\tau_w/\rho)^{1/2}$ 对网格间距 Δx_i 量纲化为 1 得到的，其中 τ_w 为当地壁面切应力，$\Delta x_i^+=\Delta x_i u_\tau/\nu$。在充分发展的壁面约束湍流谱 DNS 方法中（Kim、Moin 和 Moser，1987；Spalart，1988），分辨率阈值[10]要求流向和展向的网格分别满足 $\Delta x^+<15$ 和 $\Delta z^+<8$。垂直壁面的网格间距应该随着远离壁面而增大，同时要求第一个点 $y^+<1$，前 10 个点 $y^+<10$。要注意这些估计是由谱方法得到的，因此一般不适用于有限差分方法。

（7）计算区域尺寸的系统研究是为了证实所有相关的流动特性都被捕捉到了。区域内两点相关性趋于零表示区域足够大。能量谱的低波数特性是确定最大湍流尺度和区域尺寸的另一种方法。

（8）统计量可以被计算且应该保持平衡。这是非常重要的检验，因为这反映了解受到空间和时间精度限制的整体质量，同时反映了湍流统计数据的收敛状态（如平均样本中是否涉及足够多的数据）。

（9）如果得到非预期的结果，应该利用不同的数值格式或代码重新计算。

注　释

1. 例如，对于边界层模拟，只有一部分流动为湍流，因此依赖于雷诺数效应。雷诺数的增加不会影响自由流区域的分辨率。

2. 三维空间一般会很明确，涉及展开式的展开系数。

3. 这种方法评估非线性项会由数值积分产生误差。因为它们由最高阶为 M 的展开式相乘得到，非线性项含有 $2M$ 阶的展开式。由此，如果 $x_1\leqslant x\leqslant x_2$ 内的配置点没有展开系数数量 M 多，积分

将不精确，导致混淆误差。对于不可压缩流动，如果 $N > 3M/2$，就可以避免混淆误差（Spalart、Moser 和 Rogers，1991）。对于可压缩流动 DNS，N-S 方程涉及三个因变量的乘积，直接的纠正将不可用，只能使 N/M 尽可能大。

4. 有限体积法具有内在的守恒性，不用坐标变换，就可以求解不规则/非结构网格。

5. 这一方程是 N-S 方程中随体导数项的模型，尤其与 CAA 相关，CAA 可以精确地表示声波的传播。

6. 这一节关注均匀网格的中心格式。实际上，其他几个与近边界单向格式和非均匀网格相关的因素也要考虑。

7. 将 $u'_j = \sum_k \mathrm{i}k' \hat{u}(k) \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx_j}$ 代入方程（10）即可得到，整理得到与方程（6）一致的形式。

8. 这一选择的初衷是因为它的指导价值。由于它的低阶精度和稳定性限制，显式欧拉格式对于 DNS 并不合适。

9. 由一维线性模型得到的稳定性条件，正如这里用到的，通常能够为非线性和多维模拟提供可靠的估计。然而，一些情况下（特别是应用优化的和高阶的空间格式时），高波数范围内会出现虚假的振荡。补救方法通常涉及边界条件或非线性项的处理。

10. 基于合理的低阶统计收敛，见图 2（Spalart，1998）。

参考文献

Coleman, G. N., Kim, J. and Spalart, P. R. (2003) Direct numerical simulation of a decelerated wall-bounded turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, 495, 1-18.

Gottlieb, D. and Orszag, S. A. (1977) *Numerical Analysis of Spectral Methods: Theory and Applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Kim, J., Moin, P. and Moser, R. D. (1987) Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 177, 133-166.

Kim, J. W. (2007) Optimised boundary compact finite difference schemes for computational aeroacoustics. *J. Comp. Phys.*, 225, 995-1019.

Kolmogorov, A. N. (1941) The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dolk. Akad. Nauk. SSSR*, 30, 299-303 (reprinted in *Proc. R. Soc. Lond.* A (1991) 434, 9-13).

Lele, S. K. (1992) Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.*, 103, 16-42.

Lund, T. S., Wu, X and Squires, K. D. (1998) Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *J. Comp. Phys.*, 140, 233-258.

Orszag, S. A. and Patterson, G. S. (1972) Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 28, 76-79.

Sandham, N. D. (2005) Turbulence simulation in *Prediction of Turbulent Flows* (eds G. F. Hewitt and J. C. Vassilicos), Cambridge University Press, Cambridge, pp. 207-235.

Spalart, P. R. (1988) Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $R_0 = 1410$. *J. Fluid Mech.*, 187, 61-98.

Spalart, P. R., Coleman, G. N. and Johnstone, R. (2008) Direct numerical simulation of the Ekman layer: a step in Reynolds number, and cautious support for a log law with a shifted origin. *Phys. Fluids*, 20, 101507.

Spalart, P. R., Moser, R. D. and Rogers, M. M. (1991) Spectral methods for the Navier-Stokes equations with one infinite and two periodic directions. *J. Comp. Phys.*, 96, 297-324.

扩展阅读

Colonius, T. and Lele, S. K. (2004) Computational aeroacoustics: progress on nonlinear problems of sound generation. *Prog. Aerospace Sci.*, 40, 345-416.

Fletcher, C. A. J. (1984) *Computational Galerkin Methods*, Springer-Verlag.

Gatski, T. B., Hussaini, M. Y. and Lumley, J. L. (eds) (1996) *Simulation and Modeling of Turbulent Flows*, Oxford University Press.

Lomax, H., Pulliam, T. H. and Zingg, D. W. (2007) *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*, Springer-Verlag.

Moin, P. and Kim, J. (1997) Tackling turbulence with supercomputers. *Sci. Am.*, 276 (1), 62-68.

Moin, P. and Mahesh, K. (1998) Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 30, 539-578.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 50 章

稀薄气体流动的计算模型

Lain D. Boyd[1]，Ramesh K. Agarwal[2]

1 密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国

2 华盛顿大学机械与航空宇航工程系，圣路易斯，密苏里，美国

1 引　　言

在一般应用中，术语“稀薄气体”指的是单位体积内气体分子数很少的气体，也就是说在空间内找到气体分子的概率很小，或者说气体的密度很小。然而，在气体动力学中，经常使用该词语表示在流场的特征长度内气体分子发生碰撞的次数相对来说很少，特征长度内的碰撞频率很小。这个概念用克努森数（Kn）来定义：

$$Kn=\frac{\lambda}{L} \tag{1}$$

式中，λ 为气体分子的平均自由程；L 为特征长度尺度。

平均自由程是相互碰撞的每个分子走过的平均距离，对于一个硬球，它的定义为

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \tag{2}$$

式中，n 为气体分子数密度；σ 为硬球碰撞截面。

稀薄气体的特点是它的克努森数很大。事实上，当气体的密度很小或者流场尺度很小或者两种情况都存在时即可满足该条件。作为一个指导性的准则，当 $Kn>0.01$ 时，稀薄气体动力学的效应就会很重要。图 1 显示的是在温度为 293 K 时，压力随长度尺度在不同克努森数时的变化情况。

稀薄气体动力学在很多科学技术领域非常重要，包括飞行器的绕流、飞行器推进系统、大气科学、材料汽化过程、微尺度气体流动。

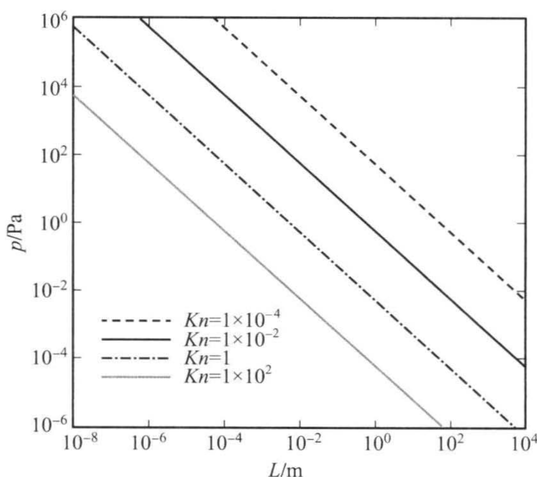


图 1　不同克努森数下压力和长度尺度之间的关系

稀薄气体流动的分析可以用玻尔兹曼方程，该方程描述了气体分子速度分布函数的变化（VDF）（Vincenti 和 Kruger，1965）。在没有体积力的情况下，玻尔兹曼方程可以写为如下形式：

$$\frac{\partial}{\partial t}(nf)+\bar{\boldsymbol{C}}\cdot\frac{\partial}{\partial \bar{\boldsymbol{r}}}(nf)=\Delta(f) \tag{3}$$

式中，f 就是 VDF；n 为气体分子数密度；$\bar{\boldsymbol{C}}$ 为粒子速度矢量；$\bar{\boldsymbol{r}}$ 为粒子的位置矢量；t 为时间，$\Delta(f)$ 为由于分子碰撞而造成的 VDF 的变化率。

玻尔兹曼方程的平衡解就是麦克斯韦 VDF。

$$f(\bar{\boldsymbol{C}})\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{C}}=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{mC^2}{2kT}\right)\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{C}} \tag{4}$$

式中，m 为粒子的质量；k 为玻尔兹曼常数；T 为温度。

在平衡方程中包含 VDF 的物理意义就是分子间的相互碰撞，因此，当没有大量分子的相互碰撞发生时，气体就会转入非平衡状态。如上所述，稀薄气体就是指在有意义的长度尺度内，气体分子的相对碰撞频率很低，所以，稀薄气体也是非平衡气体。

当克努森数接近于 0 时，流场中任意位置的 VDF 都具有麦克斯韦的形式，这里面没有分子输运过程，如黏性和传热，因此流动可以用欧拉方程来建模。实际上，液体流动的欧拉方程可以对玻尔兹曼方程求矩得到，并用麦克斯韦 VDF 来计算（详细讨论见第二部分）。当克努森数增加到低于 0.01 时，流场中的 VDF 可能就是源于非平衡麦克斯韦方程的小扰动，也就是众所周知的 Chapman-Enskog 分布（Vincenti 和 Kruger，1965）。利用 Chapman-Enskog VDF 对玻尔兹曼方程取矩就可以得到 N-S 方程，并且在 N-S 方程中，剪切应力和热流分别与速度和温度的空间梯度线性相关。

当克努森数增加到大于 0.01 时，线性输运关系就不能精确地描述与稀薄气体相关的强烈不平衡过程，这篇文章主要是关于已经研究的对稀薄气体的各种建模方法。第二部分描述的是除标准 N-S 方程之外的一系列的扩展的流体力学。第三部分讨论的是玻尔兹曼方程的数值解法。第四部分是对利用粒子来代替气体流动的蒙特卡洛方法（DSMC）的概述。第五部分是混合方法，即同时用到了传统的 CDF（用于求解欧拉方程或者 N-S 方程）方法和稀薄气体方法，如 DSMC 方法。

2　扩展流体力学

该部分中描述的方法主要目标是扩展传统 CFD 技术应用的克努森数范围。最简单的方法就是用 N-S 方程修正表面边界条件，借此来解释稀薄效应。其最关心的就是高阶偏微分方程的使用，其目标是在连续框架下捕捉到流动的非平衡现象。

2.1　修改表面边界条件

在航空航天工程中，对于气体流动研究最重要的结果就是获得飞行器表面特征参数，尤其是气动力和力矩。对于高速飞行器而言，飞行器的对流传热也非常有意义。所以这些属性都受到表面和气体的相互作用的强烈影响。稀薄气体的动力学有两个非常重要的现象，这些现象源于在高克努森数条件下气体和飞行器表面的相互作用。气体在高克努森数条件下经历的少数碰撞意味着壁面的平均速度值是有限的，即使对于粗糙表面也是如此，该现象称为速度滑移，同时减小剪切应力可以影响流动分离。同样，由于碰撞概率很低，壁面的气体温度可能不能与表面的温度平衡，从而导致温度跳跃。在高速流动中，壁面温度经常低于气体温度，该现象导致传热减少。如果要基于 N-S 方程的计算扩展稀薄气体流动，就要将传统的无滑移等温壁面条件替换为滑移间断条件。人们构造了许多这样的模型，大部分都是基于麦克斯韦（1879）的初始速度滑移理论：

$$U_s = A\left(\frac{2-\alpha}{\alpha}\right)\lambda\frac{\partial U}{\partial n} \tag{5}$$

式中，A 为常数；α 为切向动量协调系数；λ 为壁面的平均自由程；n 为壁面的法向。

同样地，所谓的斯莫鲁霍夫斯基温度间断条件，由 Kennard（1938）研究得到，其公式如下：

$$T_s - T_w = B\left(\frac{2-\alpha}{\alpha}\right)\lambda\frac{\partial T}{\partial n} \tag{6}$$

式中，B 是另外一个常数；α 为热调节系数，当克努森数达到 0.1 左右时，这些模型对于低速流动非常有效。

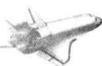
2.2　基于动量的方程

另外一个基于连续方法的稀薄气体流动计算需要用到麦克斯韦方程的变形形式（Vincenti 和 Kruger，1965），该变形式是对玻尔兹曼方程取矩得到的：

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\langle Q\rangle) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}(n\langle \bar{\boldsymbol{C}}Q\rangle) = \Delta[Q] \tag{7}$$

式中，$\langle \bar{\boldsymbol{C}}Q\rangle$ 为粒子属性；$\langle Q\rangle$ 为采用 VDF 的平均值；$\Delta[Q]$ 为由于碰撞造成的属性值 Q 的变化率。

基于分布函数 Q 的变化值的平均使得在流动中产生一系列的偏微分，如密度、速度、温度。例如方程(5)，即欧拉方程，是通过利用平衡麦克斯韦 VDF，并将 Q 设置为质量得到的，对于三个动量分量和粒子的能量来说，每一个量里面 $\Delta[Q]=0$。利用 Chapman-Enskog VDF 就可以得到 N-S 方程，得到的方程作为麦克斯韦 VDF 的一阶扰动。Q 的五种形式用于欧拉方程，Q 的其余高阶形式中 $\Delta[Q]$ 不等于 0，为了超出 N-S 方程中的物理意义，将要用到的两种方法是：VDF 的高阶形式；假设封闭关系来计



算方程中的高阶动量。这些技术将在后面的部分中讨论到。经过论证表明，这些方法在分析低速流动和非定常稀薄气体流动方面非常有用，它给出的求解比基于粒子方法的玻尔兹曼求解器更为有效。

2.2.1　伯内特方程

当 $Kn>0.01$ 时，将 Chapman-Enskog 方程的展开式代入到玻尔兹曼方程中，再将其代入 Kn 的二阶项中，就可以推导出剪切应力和传热的高阶基本关系式。零阶项就成了麦克斯韦分布函数，一阶项 $O(Kn)$ 就是 N-S 分布函数。对具有碰撞不变矢量的玻尔兹曼方程取一阶矩，利用分布函数 $O(Kn)$ 即可得到伯内特方程，这意味着二阶项从平衡方程分离，用无黏的欧拉空间偏微分方程来替代原始伯内特方程中的物质导数，就会得到原始伯内特方程的另外一种形式，也就是传统伯内特方程。利用传统伯内特方程来计算极少的稀薄气体流动（$0.01<Kn<1$）也会遇到一些数值困难。人们已经发现传统伯内特方程对于小扰动具有不稳定性，并且违反热力学第二定律。此外，伯内特应力和传热项包含有高于二阶的导数，因此需要附加边界条件以便求解唯一确定。为了克服这些困难，近年来，一些文献已经提出了对于传统伯内特方程的修正。其中最著名的就是增广伯内特方程组（Zhong 和 Furumoto，1995）和 BGK-伯内特方程组（Agarwal、Yun 和 Balakrishnan，2001）。增广伯内特方程组就是，为了稳定传统伯内特方程，在传统伯内特方程中加入了超伯内特应力项和传热项的线性三阶微分而得到。BGK-伯内特方程组是将 Chapman-Enskog 展开式代入到著名的 BGK-玻尔兹曼方程组而得到的。人们发现增广伯内特方程组和 BGK-玻尔兹曼方程组对于小扰动都具有稳定性，并且满足玻尔兹曼 H 理论。Agarwal、Yun 和 Balakrishnan（2001）详细论证了对于传统伯内特方程的修正，并且认为可以用来计算连续过渡流域（$0.01<Kn<1$）中的稀薄流动，它的应用范围从高超声速钝体扰流到微型设备中的低速流动。图 2 显示了一维流动中，利用 N-S 方程和 BGK-伯内特方程计算得到的一维激波的密度分布倒数的变化与马赫数的关系。BGK-伯内特方程的解与 Alsmeyer（1976）实验测得的数据保持很好的一致性。

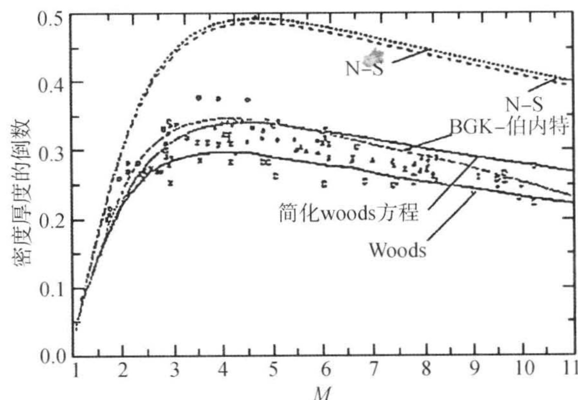


图 2　利用不同流动方程得到的不同的密度厚度的倒数与马赫数之间的关系

［摘自 Agarwal（2001）©美国物理联合会］

作为增广伯内特方程组的一个应用，也计算了 $Kn=0.1$，马赫数为 10，头部为半球的扰流情况（基于头部半径）。假设气体为单原子硬球模型，Yun、Agarwal 和 Balakrishnan（1998）的增广伯内特方程解与 Zhong 和 Furumoto（1995）的解及 Vogenitz 和 Takara（1971）的 DSMC 解作对比。从图 3 中可以看出，相比于 N-S 方程的解，增广伯内特方程的解更接近于 DSMC 的解。一般而言，当 Kn 在连续过渡流域范围内时，伯内特方程比 N-S 方程更能捕捉到流动中的温度场。

伯内特方程组不能进行高阶近似，所谓的超伯内特方程组，可以通过将 Chapman-Enskog 方程展开为高阶项得到。然而，目前伯内特方程组在连续过渡流域中的模拟优势相比于其他方法如 DSMC 等很有限。此外，三维问题中高阶非线性伯内特应力项和传热项的复杂性致使模拟遇到了巨大的挑战。

2.2.2　力矩封闭

在方程（7）中可以看到力矩〈Q〉对时间的微分与 Q 和粒子速度的乘积相关。这就产生了一个封闭问题，Grad 通过假设二阶和四阶力矩间的一个固定关系首次成功解决了该问题。该方法形成了由包括 5 个欧拉方程、5 个应力张量分量和 10 个热流张量分量构成的 20 个一阶力矩方程。利用向量来代替热流张量分量，就会将方程组减少为 13 个力矩方程。另外一个复杂的问题是，得到 Q 的更高阶形式，从而导致产生了 35 个力矩方程。

标准封闭方法的数值解有些令人不希望出现的

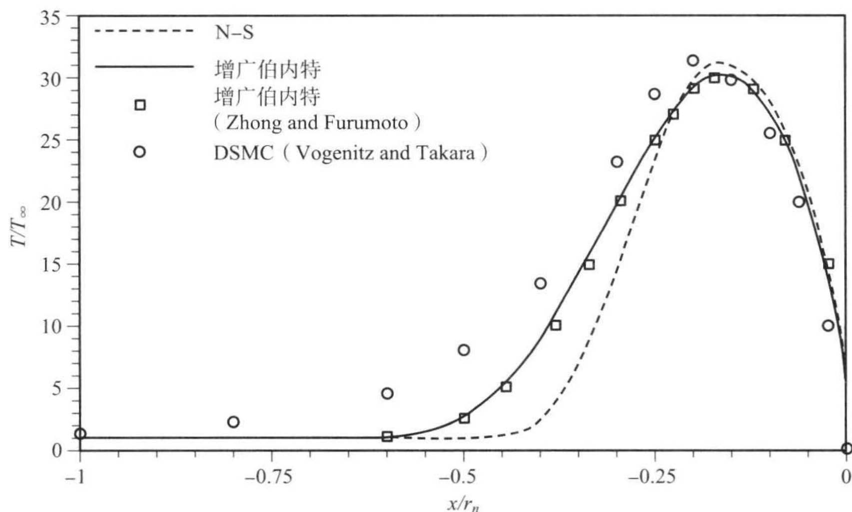


图 3　半球形头部沿着滞止流线的温度分布，M=10，Kn=0.1

［摘自 Yun、Agarwal 和 Balakrishnan（1998）© AIAA］

属性，例如，格拉德封闭方法会导致在 VDF 中出现非正区域，从而造成跳跃振荡，致使方程组不再是双曲方程组，同时也不能描述边界层，所以发展了另外一种封闭方法。值得注意的是，Levermore（1996）利用最大焓方法来推导非平衡结果的封闭继承关系，也就是广泛应用的高斯封闭。Struchtrup 和 Torrilhon（2003）通过将选择的高阶项添加到标准的格拉德方法中，得到了规则的力矩方程组。当用这些方法来解决问题时，得引入一些新量，诸如不能够保证所得到的解都具有物理上的可靠的速度矩。

多矩方程的另外一个问题就是希望保证方程组是双曲的。这个特点极大地促进了它在稳定计算代数的数值解中的应用。例如，Barth（2006）描述了离散的 Galerkin 有限元方法在求解任意非结构网格中的应用，这些网格具有 5 个或者 10 个力矩方程，而且这些方程源于 Levermore 高斯封闭。Groth 和 McDonald（2009）阐明 Godunov 有限体积法的应用，再次基于 Levermore 的力矩封闭来求解一系列的双曲方程。

3　玻尔兹曼方程

玻尔兹曼方程描述了稀薄气体的不平衡性流动状况，这种不平衡特性是由所有克努森数下分子运动造成的。经典的玻尔兹曼方程描述的是传统不平衡中单原子气体（如氩气、氦气等）的流动，双原子气体（如氮气、氧气等）的流动由一般化的玻尔兹曼方程（GBE）（Beylich，2000）或者 Wang-Chang-Uhlenbeck 方程（WC-UE）（Tcheremissine，2002）来描述。再次，内部的（转动的和振动的）以及平移的自由度分别在量子原理和经典的机械学中都考虑到了。值得注意的是，GBE 和 WC-UE 是相同的，除了 GBE 明确说明了内部能量等级的衰减。在方程（3）中，对于 GBE 而言，$\Delta(f_i)$ 对应于 VDF f_i，i 是一系列的量子数，它决定了分子的内部状态。碰撞积分的公式如下：

$$\Delta(f_i) = \sum_{jkl} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{b_m} (f_k f_l \omega_{ij}^{kl} - f_i f_j) P_{ij}^{kl} g b \, \mathrm{d}b \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\overline{C}_j \tag{8}$$

公式中的 f_i 表示能量等级为 i 的 VDF，P_{ij}^{kl} 表示从 ij（碰撞前的分子状态）等级转变到 kl（碰撞后的分子状态）等级的可能性。$g=|\bar{c}_i-\bar{c}_j|$，$\mathrm{d}\Omega=b\mathrm{d}b$，$d\varphi$=碰撞体积，因数 $\omega_{ij}^{kl}=q_kq_l/q_iq_j$，$q_i$ 是能量等级的耗散，关于重复下标 i，在方程（8）中没有总结。

这样，玻尔兹曼方程就变成了一个积分微分方程，求得它的数值解非常困难。玻尔兹曼方程数值求解使用最广泛的一种方法源于 Tcheremissine（2006）。GBE 方程的两步时间积分法分别包括对流步和碰撞步。在这种方程中，对流步在非均匀笛卡儿网格上用显式一阶时间推进格式，碰撞步在速度空间的均匀网格上采用保守投影方法计算。这里给出了氮气在旋转和振动不平衡条件下计算的激波结构（Agarwal 和 Tcheremissine，2008）。氮气分子被认为具有兰纳-琼斯势，同时它的能量等级ε=91 K，旋转耗散等级为$q_i=2i+1$，$i=0$，1，…，∞，



旋转能量等级为$e_{ri}=\varepsilon_0 i(i+1)$，$\varepsilon_0=2.9$ K。碰撞过程中分子的相互作用包括两个阶段：在第一阶段，依据分子的势，分子之间以弹性形式相互作用，该阶段决定了相对速度的偏向角。在第二阶段，相对速度模量根据能量守恒方程而变化。Beylich（2000）给出了计算跃迁概率P_{ij}^{kl}的公式，该公式源于氮气分子所使用的刚性转子相互作用的分子动力学模拟的实验数据的确定。在中等马赫数下，氮气的激波结构可以用能隙频谱ε_0的真实值来计算。但是对于超声速而言，所需要的级数太高（高达50～70级），因此计算非常耗时。为了缓解这个问题，很可能要增加能隙，同时减小级数。通过开展马赫数为4情况下的数值实验，发现增加能隙频谱不会对计算结果产生任何影响。图4是氮气在马赫数为10时的高超声速激波结构图，分别为将级数减小到16和正常为60的情形。这些计算结果与Alsmeyer（1976）的实验数据具有很好的一致性。

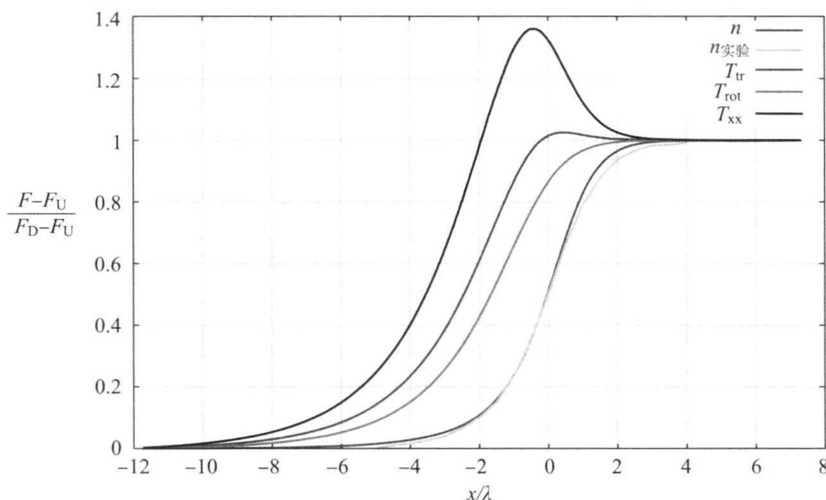


图4 带有*R-T*松弛的，马赫数为10时氮气的激波结构

注：n为计算密度，$n_{实验}$为实验密度，T_{tr}为平动温度，T_{xx}为对数温度，T_{rot}为旋转温度（规范化），F_U和F_D分别为激波的上下游的流动属性。[摘自Agarwal和Tcheremissine（2008）© AIAA]

我们认为气体既有旋转自由度，又有振动自由度。相互作用势仍然在兰纳-琼斯势中，并且氮气的温度为300 K。氮气的振幅相对应的能隙为3 340 K。振动平移能转换的跃迁概率远小于旋转平移能转换的概率，并且弹性碰撞的概率的范围介于0.005～0.001。在马赫数10下进行j计算，一般在温度计算中假设它的振动模态完全受到激发。在图5中，我们给出了振动温度、平移温度、纵向温度和旋转温度。当马赫数为10时，振动能谱具有8级，完全能够覆盖所有的能量范围。有人用GBE来计算对称体的氮气扰流，本文的第二作者对双锥体和空心圆柱的计算表明在合适的Kn下，GBE可以用来求解双原子气体的三维非平衡流动。

4 蒙特卡洛直接模拟方法

Bird（1994）引入并深入研究了DSMC方法，他通过追踪大量粒子的运动和碰撞来估算玻尔兹曼方程描述的物理现象。每一个模型粒子都代表了大量的（W个）真实分子，并包含了分子的能量等级信息和位置矢量、速度矢量、物理信息，如质量和大小。粒子运动和碰撞在一个时间步Δt内被解耦，该值小于当地平均自由时间。在粒子运动过程中，可以用到固体表面反射的边界条件。用DSMC方法来计算模拟的物理领域被网格单元所取代。用这些单元将可能相撞的粒子收集起来。有很多DSMC方法来模拟碰撞，并且所有这些方法都可以达到很快的数值求解效果。所有这些方法要快于检测分子动力的方法，因为这些方法忽略了单元内粒子的相对位置的影响。这种简化要求每一个单元的大小都小于流动的平均自由程。这种无时间计数的方法（Bird，1994）广泛用于碰撞问题，该方法中构造了大量的粒子对，其公式为

$$N_c=\frac{1}{2}n\overline{N}(\sigma g)_{\max}\Delta t \tag{9}$$

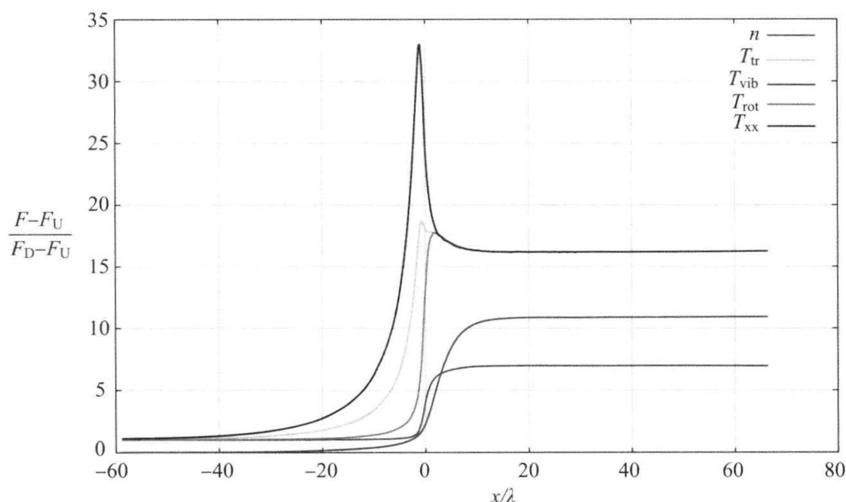


图 5 带有 R-T 和 V-T 松弛的马赫数为 10 时氮气的激波结构

n 为计算密度，T_{tr} 为平动温度，T_{xx} 为对数温度，T_{rot} 为旋转温度，T_{vib} 为振动温度，F_U 和 F_D 分别为激波的上下游的流动属性。［摘自 Agarwal 和 Tcheremissine (2008)© AIAA］

这里的 n 为分子数密度，$\overline{N}$ 为单元内的平均粒子数，σ 为碰撞截面，g 为相对速度。在单元内都会随机构造 N_c 个粒子对，这些粒子对的构造与粒子的位置无关，每个粒子对的碰撞的概率表达公式为

$$P_c=\frac{\sigma g}{(\sigma g)_{max}} \tag{10}$$

在平衡条件下，这个过程会得到我们预期的平衡碰撞率，通过将粒子对碰撞率和随机数对比，就可以决定粒子对是否实际发生碰撞。当碰撞发生，碰撞后的速度由动量守恒定律和能量守恒定律来计算。

在没有内部能量交换和化学反应的情况下，两个粒子之间的弹性碰撞仅仅导致它们的速度（动量）发生变化。对于 DSMC 来说，应用最广泛的弹性截面模型就是可变硬球模型（VHS）。可变硬球模型的截面公式为

$$\sigma=\sigma_{ref}\left(\frac{g}{g_{ref}}\right)^{-2\omega} \tag{11}$$

式中，σ_{ref} 和 g_{ref} 是参考值；ω 取决于与温度相关的黏性。

确切地说，气体的黏性和温度的关系表达式如下：

$$\mu=\mu_{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{0.5+\omega} \tag{12}$$

Bird (1994) 给出了公式中参考参数之间的关系，列表给出了许多一般情况的值。这些值都是通过测试或者计算黏性数据而得到的。对于 VHS 模型而言，假设分布均匀，在假设中，碰撞后的相对速度的单位矢量都随机分布在单位球体上。关于更复杂的碰撞模型的研究和描述参见文献（Bird，1994）。

对 DSMC 的非弹性碰撞过程的模型如内部能量交换和化学反应也进行了研究。通过给定每个粒子的旋转、振动和电子能，DSMC 技术经常用来模拟原子和分子的内部能量模态。旋转模态的模拟一般使用经典的物理方法，在该方法中，旋转能量为 ε_r，根据玻尔兹曼方程，该值呈连续分布。

$$f(\varepsilon_r)d\varepsilon_r=\frac{1}{\Gamma(\zeta/2)}\left(\frac{\varepsilon_r}{kT}\right)^{\zeta/2-1}\exp\left(-\frac{\varepsilon_r}{kT}\right)d\left(\frac{\varepsilon_r}{kT}\right) \tag{13}$$

式中，ζ 为旋转自由度（双原子分子为 2，多原子分子为 3）；k 为玻尔兹曼常数；T 为温度。

对每一次碰撞，DSMC 估算旋转能量交换的可能性。旋转能量交换的平均可能性为

$$\langle P_{rot}\rangle=\frac{1}{Z_{rot}}=\frac{\tau_t}{\tau_r}=\frac{1}{\tau_r\nu} \tag{14}$$

式中，Z_{rot} 为旋转碰撞数；τ_r 为碰撞延迟时间；τ_t 是平移延迟时间，它等于碰撞频率 ν 的倒数。

估算出旋转能量交换的可能性之后，将要用一个随机数来决定碰撞是否能导致能量交换，用 Borgnakke-Larsen（BL）模型（Borgnakke 和 Larsen，1975）来分配碰撞后的旋转能量。BL 模型假设局部热力学不平衡是由于旋转而造成的总碰撞能量的表现。一旦新旋转能量给定，其余的能量就是平移能量，因此就可以确定碰撞后的相对速度。然后用规则 DSMC 碰撞机理来计算碰撞粒子



的速度。

除了量子化的能量之外，类似的方法也被用来模拟振动能量交换。在 DSMC 中，通过构造与阿雷尼厄斯速率系数相一致的反应截面来模拟化学反应。

在 DSMC 中最常用的气体表面相互作用模型是完全漫反射，在漫反射中，从表面反射而来的粒子所具有的速度遵守有避免温度特征化的麦克斯韦分布（注意根据麦克斯韦偏分布，速度分量与表面垂直）。在该模型中，利用壁面温度，粒子的内部能量也遵守恰当的平衡分布。与漫反射相反的极限是镜面反射，在镜面反射中，粒子唯一发生变化的属性就是粒子垂直于表面的速度分量的方向发生变化。许多 DSMC 计算都用到一个调节系数 α 来模拟漫反射和镜面反射的混合，如 $\alpha=1$ 意味着全部为漫反射，$\alpha=0$ 意味着全部为镜面反射。实际工程表面所需要的 α 值为 $\alpha=0.8\sim0.9$。

在 DSMC 中用来模拟碰撞的单元也经常用来对宏观流动属性取样，如密度、速度和温度。这里没必要使碰撞和取样单元一致，但是，有时候用更粗糙的网格来进行取样。

DSMC 方法中的基本迭代步骤是：①时间步长 Δt 内粒子的移动；②利用边界条件如新粒子进入入流边界和粒子离开出流边界以及固体边界上的反射处理；③将粒子分配到单元内并计算碰撞；④平均取样粒子信息。一个 DSMC 模拟从某些初始条件开始，为了保证流动达到稳态，必须经过有限次数的迭代。一般而言，可以检测到稳态，因为模拟中粒子的总数趋于平整。当达到稳态后，开始对流场和表面属性取样，同时为了将取样信息的误差减小到可接受的范围内，仍然需要进行一定次数的迭代。通常 DSMC 计算需要用到一百万个粒子，达到稳态需要 50 000 步迭代，然后继续 50 000 步迭代进行采样。对于现在的台式电脑来说，这样的计算需要 3 h。与传统 CFD 相比，DSMC 技术是一个相对而言比较昂贵的方法。然而，它是一项并行化良好的技术，而且大多数现代 DSMC 计算都在计算机集群上运行。

DSMC 技术被广泛认为是最成功的用于计算稀薄气体流动的一般方法。该方法在计算稀薄气体的高超声速流动时尤为成功（参见第 1 卷第 35 章）。DSMC 在航空航天工程中的第二个重要的应用是快速膨胀射流和羽流的建模以及远场中低密度的位置可能导致重要的非平衡效应。DSMC 的另一个优点是它能够处理复杂的几何外形。图 6（a）说明了这些属性，图中显示的是用于模拟超声速的计算网格，它是探空火箭进入大气层上表面时的三维流动模拟实验。随着实验的海拔高度的变化，克努森数的取值范围为 50～0.02。该实验的 DSMC 研究（Sun 等，2006）包括压力传感器的几何外形，实验所得数据和实测数据具有较好的一致性，见图 6（b）。

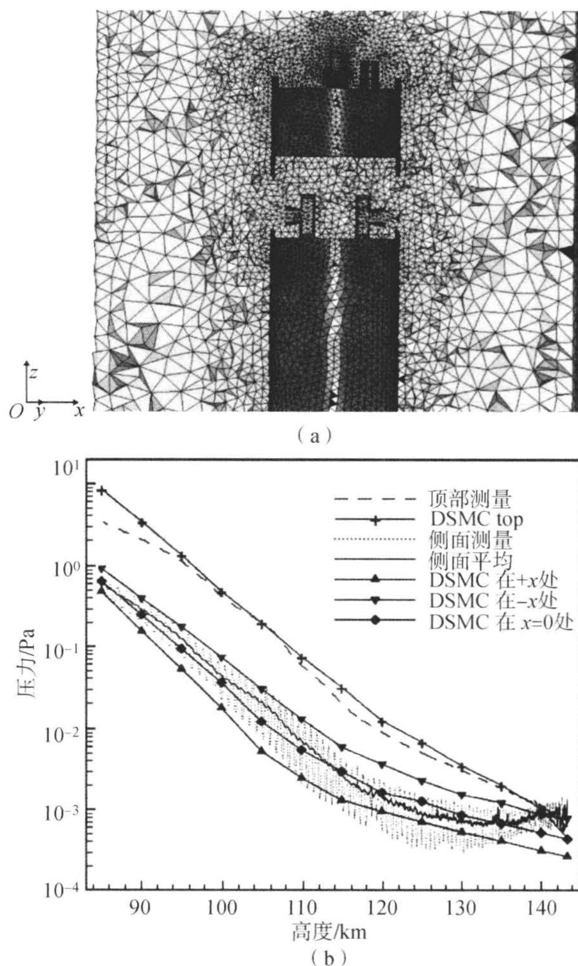


图 6　实例(a) 利用 3D DSMC 分析一个高空探测火箭时所用的计算网格；(b) 高空探测火箭实验的预测和测量的压力对比

［Sun 等（2006）© AIAA］

然而 DSMC 技术也存在很多困难，最常提及的就是与粒子方法有关的统计振荡。这些振荡使得在极低速流动，如微尺度流动系统情况下很难从信号中分离出误差。同样地，非定常流动的 DSMC 技术变得极其昂贵，因为必须用全平均将振荡减小到可接受范围内。

5　混合方法

还有一种特殊的流动问题，在这种问题中，所有的流动分类表明，分类是基于连续介质来进行

的，但是有可能存在不连续的局部化区域。

如航天舱等钝体的高超声速扰流就是个很好的例子。如激波区域和边界层区域具有很大的空间梯度，有可能会涉及稀薄流动。同样，航天舱后的尾迹区域也有可能是稀薄流动，因为这里的密度很低。在稀薄流域内，用N-S方程来计算这种流动将会导致计算结果不准确。同时，用本文提到的任意一种稀薄流动方法来模拟这样的流动，在计算成本方面是不可行的。因此，混合方法的观点表明，在流动区域中尽可能采用连续方法，稀薄流动方法仅用于必须用该方法的流动区域。因此，这种混合方法试图获得接近于连续方法的解，以获得稀薄流动方法的精确结果。近年来人们已经对混合方法展开了大量的研究工作，这里我们只限于以下这两种方法。

5.1　混合DSMC/CFD

在某些重要领域，相比于玻尔兹曼方程的求解方法，DSMC技术得到了进一步发展。例如，研究DSMC模型用于模拟旋转和振动能量交换、化学和离子化。对于高温流动而言，它们的这些物理过程很重要，创建混合方法需要联合DSMC和CFD。所面临的两个主要的挑战分别是：①基于当地流动条件该选择哪种方法；②用完全不同的方式来描述同一个流动的两种方法之间信息的传递。

第一个问题的解决办法通常是用一个连续间断参数。这个参数是一个变量，它是利用CFD求解来估算，这种CFD求解的主要目标是判断N-S方程（或欧拉方程）在物理上是否有效。文献中推荐了好几个间断参数。高速流动中常用的参数是基于梯度长度的当地克努森数，该参数的提出者为Boyd、Chen和Candler（1995）：

$$Kn_{\mathrm{GLL}}=\frac{\lambda}{Q}\left|\frac{\partial Q}{\partial s}\right| \tag{15}$$

式中，Q为流动属性（密度、速度、温度）；s是沿流线的距离；λ是当地平均自由程。

当间断参数小于0.05时，仔细比较就会发现DSMC和CFD的求解的误差都有望保持在5%以内。因此，在混合DSMC/CFD方法中，DSMC技术将用于间断参数大于0.05的任何区域。

第二个问题有两个方面：①从CFD到DSMC的信息传递；②从DSMC到CFD的信息传递。第一个方面比较直接，当CFD包含了欧拉方程的解时，数密度、速度和温度的CFD解可以用来产生新的DSMC粒子，这些粒子是依据麦克斯韦VDF产生的。同样地，采样Chapman-Enskog VDF来产生新的DSMC粒子。一个很明显的问题就是从DSMC到CFD的信息传递牵扯到在DSMC结果中自然发生的统计误差问题。在所提供的信息如边界中包含这些误差时，大多数CFD算法不能通过函数来修正，这样的信息如边界条件。

该问题的一个解决办法就是应用亚松弛采样方法（Sun和Boyd，2005）来有效地剔除统计误差。

采用梯度长度当地克努森数梯度和亚松弛采样方法，Schwartzentruber、Scalabrin和Boyd（2008）已经发展了鲁棒的混合DSMC/CFD算法。该方法是使用初始N-S方程的解来将计算域分解为连续区和非连续区。混合方法采用CFD计算初始化，同时结合CFD和DSMC进行迭代得到最终解。最终解与非常昂贵的、在VDF水平上的全DSMC计算相互一致。对于轴对称航天舱的高超声速扰流，流场被分解为连续流区和稀薄流区，可以参见图7(a)上半图（Schwartzentruber、Scalabrin和Boyd，2008），流动的总克努森数为0.002，位于连续区域。图7（a）的下半图表明该流动的平均自由程跨越4个数量级。作为各种方法结果的比较，图7（b）给出了航天舱表面的热流。用全DSMC和混合方法得到的结果完全一致，并且表明CFD结果（求解N-S方程所得的结果）与实测数据的一致性得到了改善。混合方法重现了全DSMC结果，但是全DSMC的计算成本是混合方法的13倍多。

5.2　混合玻尔兹曼/CFD

近年来，人们做出了许多尝试来研究N-S方程和玻尔兹曼方程的概念性求解器（Popov和Tcheremissine，2001；Kolobov等，2005；Chen，2007）。这些求解器遵守5.1部分所描述的混合方法的求解方式。这些方法之间的主要区别在于间断参数的定义，定义这些参数是为了将连续流动区域和动力学方程分解。Kolobov等（2005）根据这些描述研发出了最先进的程序代码，即联合流动求解器（UFS）。UFS采用了混合方法求解，用不同的间断参数来调节网格，这些参数都是基于流场梯度，类似于方程（15），或者应力张量分量。Chen（2007）利用了方程（15）给定的参数以及Q来确定密度。在两个相邻单元之间对VDF取矩，由相应的麦克斯韦参数或者N-S分布函数来确定连续



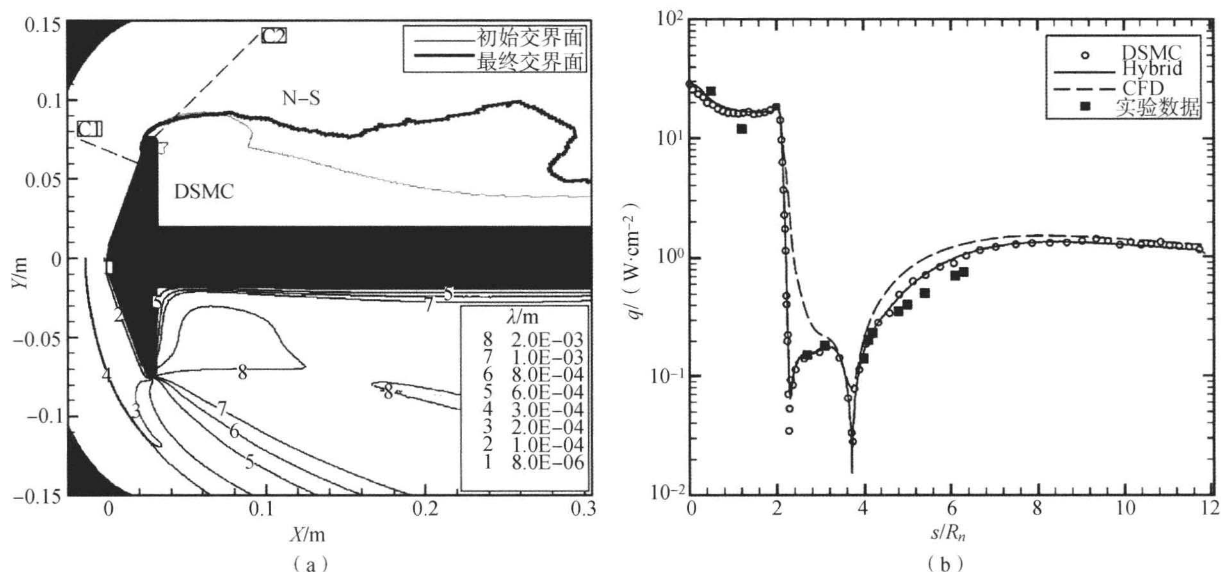


图 7 钝头体周围的高超声速流动

(a) 上半图分解为连续 N-S 方程和稀薄(DSMC)区域,下半图为平均自由程;(b) 测量和预测的沿着钝头体表面的热流

[摘自 Schwartzentruber、Scalabrin 和 Boyd(2008)© AIAA]

区域内的边界条件。通过计算宏观属性、麦克斯韦或者 N-S VDF 来得到玻尔兹曼方程的边界条件。Chen(2007)利用 N-S VDF 而 Kolobov 等(2005)利用麦克斯韦 VDF 来确定连续动力学之间的交界面上的边界条件。Chen(2007)和 Kolobov 等(2005)发现与单独的玻尔兹曼求解器相比,混合方法计算所需的时间比玻尔兹曼的快 5 至 10 倍。

参考文献

Agarwal, R. K., Yun, K.-Y. and Balakrishnan, R. (2001) Beyond Navier-Stokes: Burnett equations for simulation of transitional flows. *Phys. Fluids*, 13, 3061 - 3085.

Agarwal, R. K. and Tcheremissine, F. G. (2008) Computation of 1-D hypersonic shock structure in diatomic gases with rotational and vibrational relaxation using the generalized Boltzmann equation. AIAA Paper 2008 - 1269. AIAA 46th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, January.

Alsmeyer, H. (1976) Density profiles in argon and nitrogen shockwaves measured by the absorption of an electron beam. *J. FluidMech.*, 74, 497 - 513.

Barth, T. (2006) On discontinuous Galerkin approximations of Boltzmann moment systems with Levermore closure. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 195, 3311 - 3330.

Beylich, A. A. (2000) An interlaced system for nitrogen gas. Proceedings of the CECAM Workshop, ENS de Lyon, France.

Bird, G. A. (1994) Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Oxford University Press, Oxford.

Borgnakke, C. and Larsen, P. S. (1975) Statistical collision model for Monte Carlo simulation of polyatomic gas mixture. *J. Comput. Phys.*, 18, 405 - 420.

Boyd, I. D., Chen, G. and Candler, G. V. (1995) Predicting failure of the continuum fluid equations in transitional hypersonic flows. *Phys. Fluids*, 7, 210 - 219.

Chen, R. (2007) A hybrid Navier-Stokes/Boltzmann method for computation of nonequilibrium hypersonic flows. PhD thesis. Washington University, St. Louis.

Groth, C. P. T. and McDonald, J. G. (2009) Towardsphysically realizable and hyperbolic moment closures for kinetic theory. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, published on-line. doi: 10.1007/s00161 - 009 - 0125 - 1.

Kennard, E. H. (1938) *Kinetic Theory of Gases*, McGraw-Hill, New York.

Kolobov, V. I., Bayyuk, S. A., Arslanbekov, R. R., Aristov, V. V., Frolova, A. A. and Zabelok, S. A. (2005) On the construction of a unified continuum/kinetic solver for aerodynamic problems. *J. Spacecraft Rockets*, 42, 598 - 606.

Levermore, C. D. (1996) Moment closure hierarchies for kinetic theories. *J. Stat. Phys.*, 83, 1021 - 1065.

Maxwell, J. C. (1879) On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature. *Philos. Trans. R. Soc.*

London, 170, 231 - 256.

Popov, S. P. and Tcheremissine, F. G. (2001) Examples of simultaneous numerical solution of the Boltzmann and Navier-Stokes equations. *Comput. Math. Math. Phys.*, 41, 457 - 468.

Schwartzentruber, T. E., Scalabrin, L. C. and Boyd, I. D. (2008) Multiscale particle-continuum simulations of hypersonic flow over aplanetary probe. *J. Spacecraft Rockets*, 45, 1196 - 1206.

Struchtrup, H. and Torrilhon, M. (2003) Regularization of Grad's 13 moment equations: derivations and linear analysis. *Phys. Fluids*, 15, 2668 - 2680.

Sun, Q. and Boyd, I. D. (2005) Evaluation of macroscopic propertiesin the direct simulation Monte Carlo method. *J. Thermophys. Heat Trans.*, 19, 329 - 335.

Sun, Q., Cai, C., Boyd, I. D., Clemmons, J. H. and Hecht, J. H. (2006) Computational analysis of high-altitude ionization gauge flight measurements. *J. Spacecraft Rockets*, 43, 186 - 193.

Tcheremissine, F. G. (2002) Solution of the Wang Chang-Uhlenbeck master equation. *Doklady Phys.*, 47, 872 - 875.

Tcheremissine, F. G. (2006) Solution of the Boltzmann kinetic equation for high speed flows. *Comput. Math. Math. Phys.*, 46, 315 - 329.

Vincenti, W. G. and Kruger, C. H. (1965) *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, New York.

Vogenitz, F. W. and Takara, G. Y. (1971) Monte Carlo Study of bluntbody hypersonic viscous shock layers. *Rarefied Gas Dyn.*, 2, 911 - 918.

Yun, K.-Y., Agarwal, R. K. and Balakrishnan, R. (1998) Augmented Burnett and BGK-Burnett equations for hypersonic flows. *J. Thermophys. Heat Trans.*, 12, 328 - 335.

Zhong, X. and Furumoto, G. (1995) Augmented Burnett equation solutions over axisymmetric blunt bodies in hypersonic flow. *J. Spacecraft Rockets*, 32, 585 - 595.

本章译者：吴小胜，张巧（北京理工大学宇航学院）

第 51 章

包含微重力应用和空间应用的多相流计算建模

Wei Shyy，Jaeheon Sim

密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国

1 引　　言

多相流的特点是系统中的物质存在两相或多相。这一定义包含的范围非常广泛，本质上包含运动或变形表面的所有流动都可分离为不同的流体/相。图 1 为由分界面区分不同流体的多相流示意图。穿过分界面，诸如密度、黏性和传导性这样的流体性质将不再连续且会出现分界面现象，如表面张力与法向应力变化的平衡，以及造成质量输运的相变。这些流动在我们的日常生活中和科技/工程应用中都能见到，如血液流动、雨、沸腾热管理、燃料喷射器、气-固流化床等（Shyy 等，1996；Prosperetti 和 Tryggvason，2007）。

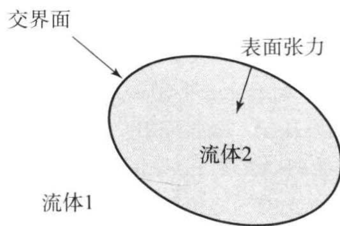


图 1　由分界面分隔的典型多相流

随着计算技术的快速发展，与流体动力学相关的许多问题能够被精确地计算。然而，多相流仍然是非常具有挑战性的问题，因为多相流具有多重时间和长度尺度，如毛细现象、扩散/传导、对流和固态物。此外，运动/变形分界面伴有的流体特性的突跃、分界面随着合并/分裂的改变以及穿过相界的质量/传热，这些物理现象对计算技术来说是巨大的挑战。在过去的十年，二维多相流的计算取得了显著进步，但由于计算花费和处理分界面的困难程度，三维计算只能够用于少数的情况。然而，通过人们的许多努力，现在已经能够成功计算科学上和实践中人们非常关心的问题。

本章，我们首先通过介绍在时间和空间上表示并跟踪截面的计算技术，来说明多相流分界面动力学。其次，作为一种最流行的方法，基于标记的自适应欧拉-拉格朗日方法成功地描述了计算多相流所需的关键元素，多相流对复杂形状的固体绕流会有显著的分界面变化。这里还选取了测试案例来强调物理问题和计算问题，包括：液滴碰撞，突然减速造成的容器中的液体晃动，振荡重力加速度引起的液-气分界面动力学。

2　多相流数值算法

多相流的分界面将不同相的流动区分，它们有着不同的物理性质，因此，令人满意的分界面流计算将包含以下两点：

（1）为了获取几何特性，必须对分界面位置进行识别；

（2）为了应用分界面条件，需要进行分界面动力学建模，分界面条件包括由表面张力效应造成的流体性质的突跃。

人们提出并改进了各种各样的方法（Prosperetti 和 Tryggvason，2007），各方法都有其优缺点。这里对最常用的分界面表示技术和分界面动力学技术做一简介。

2.1　分界面表示

如 Shyy 等（1996）介绍的，计算运动边界的方法主要有三种，包括拉格朗日法（动网格）、欧拉法（固定网格）和欧拉-拉格朗日法。最后一种方法利用带有标记的固定网格。

2.1.1　拉格朗日法

拉格朗日法中，应用附体网格来追踪分界面，如图 2 所示。因此，分界面位置与计算网格一致，计算网格在每一时刻都会更新位置来匹配运动的分界面，如图 3（a）所示。这一方法显式地追踪分界面的位置并给出精确的结果，因为附体网格的性质保证了分界面力和边界条件能够在准确的位置应用。然而，当产生大变形/运动时，保持令人满意的网格质量很困难，而且计算花费还会大大增加。

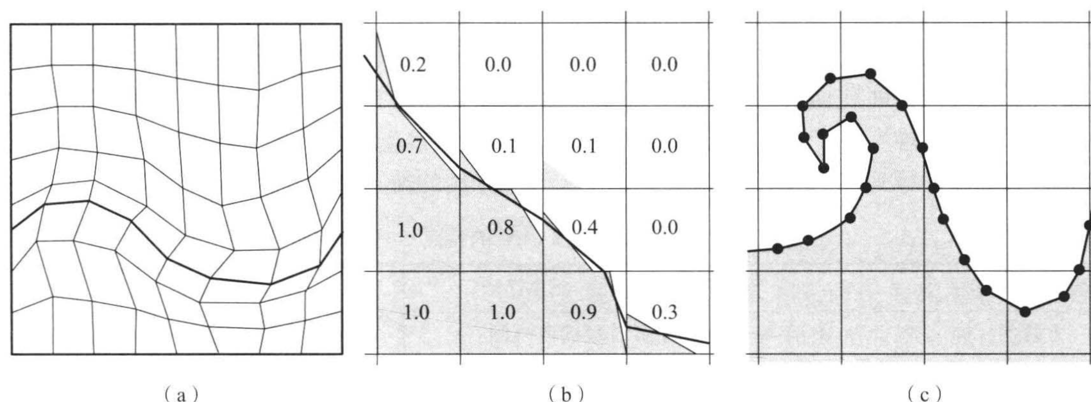


图 2　分界面表示和计算方法

(a) 拉格朗日法；(b) 欧拉（VOF）法；(c) 欧拉-拉格朗日法

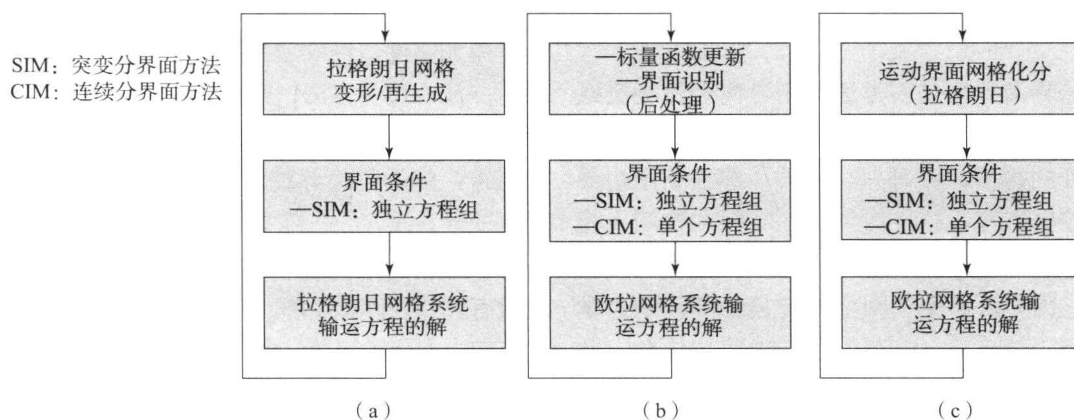


图 3　每种分界面表示方法的求解过程

(a) 拉格朗日法；(b) 欧拉法；(c) 欧拉-拉格朗日法

2.1.2　欧拉法

与拉格朗日法不同，欧拉法利用固定计算网格上的标量函数来获取分界面位置，如图 2（b）所示。这一方法中，分界面通过对标量函数的后处理得到。这一方法包含两种常用的方法，即 level-set（LS）方法（Osher 和 Fedkiw，2002；Sethian 和 Smereka，2003）和流体体积（VOF）方法。两种方法的不同在于对标量函数的选择，在 LS 中是符号-距离函数，在 VOF 中为体积分数函数。图 3（b）给出了欧拉法的整体程序。由于利用隐式方法追踪分界面，因此它可以处理如合并与分裂这样的变形问题（Shyy 等，1996）。然而，质量损失/增加、LS 方法中的守恒律的要求以及 VOF 方法在分界面构造时曲率的计算都会导致精度的损失。

2.1.3　欧拉-拉格朗日法

欧拉-拉格朗日法利用独立的运动网格和固定网格上的标记系统来计算流场，如图 2（c）所示。



因此，分界面可以用拉格朗日网格显式地追踪，这一网格可在固定的欧拉网格上自由移动，并利用欧拉网格的速度进行插值。基本框架如图3（c）所示。这种方法与拉格朗日法和欧拉法相比有几处优点。即使对于大变形/运动，也不需要修正计算网格来表示分界面。对于分界面的显式追踪，比计算网格得到的精度高，因此，比欧拉方法利用的网格粗糙。由于拉格朗日框架内的分界面有着明确的定义，分界面不会像LS方法那样，随着时间扩散或出现质量损失。分界面的明确定义同样避免了VOF方法进行分界面构造时产生的误差。欧拉-拉格朗日法最关注的是分界面数据的复杂性，特别是对于拓扑改变的情况。难度在于，变更分界面数据的同时建立连接信息。尽管二维分界面可以很容易实现，但向三维分界面的扩展仍是一个复杂的过程。然而，人们已经取得了重大进步，并在许多出版物中提出了分界面动力学的高精度算法（如Shin和Juric，2002；Singh和Shyy，2007）。

2.2 分界面动力学建模

另一项挑战在于，如果我们已知某一时刻分界面的位置和形状，如何处理分界面动力学问题。穿过分界面，压力和黏性应力表现出不连续性，并且由于表面张力，流体特性出现突跃。此外，相变还包括穿过截面的质量和传热。处理相位不连续和毛细效应的方法可以分为两类，即突变分界面方法（SIM）和连续分界面方法（CIM）。表1总结了两种方法的特点。

表1 SIM和CIM的特点

界面动力学	突变分界面方法（SIM）	连续分界面方法（CIM）
方程组	每一个相位有对应的方程组	所有相位有一个方程组
界面突跃条件	零厚度的突变	有限区域的平稳改变
突出点	高阶精度	对大变形有效，易于实现
存在问题	计算困难且花费高	精度低

2.2.1 突变分界面方法

突变分界面方法是一类满足相界两侧流场突跃条件的技术，分界面厚度为零。分界面被视为将两相物质隔开的边界，对每一相物质，单独利用边界条件求解控制方程，最终使得解在时间和空间上相匹配。拉格朗日法中的附体网格与突变分界面方法非常匹配，因为分界面与网格对齐且分界面动力学可以准确用于分界面。切削网格、虚拟流体和一些其他的浸入式分界面方法也属于这种类型。一般来说，突变分界面方法能得到精确的结果且不破坏边界条件。然而，这种方法对于计算的要求很高，因为每一相的解与其他相之间相互耦合。对于拉格朗日法，与网格歪曲相关的精度问题将具有挑战性。虽然我们能不断地更新网格，但两个网格系统之间的解的质量并没有保障。对于运动网格和切削网格方法，在涉及复杂的物理现象和分界面运动/变形时，还需要额外考虑计算的花费和数值稳定性。

2.2.2 连续分界面方法

与突变分界面方法相比，连续分界面方法将流动特性在有限区域内进行平滑处理，并且将表面张力视为动量源项。整个区域视为单一流体，流动特性在很薄的区域内逐渐变化。这一平滑区域为3～4个单元厚度。连续分界面方法连同欧拉-拉格朗日表示（浸入边界方法；Peskin，2003）和欧拉表示（如level-set和VOF）已被广泛应用，因为其易于实现。通常，由于对边界特性的改变，连续分界面方法比突变分界面方法的精度低。然而，在处理各种多相问题，甚至是大变形和运动分界面问题时，这一方法非常有效并且计算经济。人们对于分界面两侧流动性质有较大变化的问题，也提出了有效的处理方法。

2.3 存在的挑战与近期的研究进展

人们提出了各种不同的方法来对分界面进行表示和建模，每一种方法有各自的优缺点。对于分界面表示，人们提出了许多新方法来弥补现有方法的不足。例如，粒子水平集方法（Enright等，2002）实现了拉格朗日标记和欧拉水平集方法的融合，以改善质量损失。混合标记-VOF方法（Aulisa、Manservisi和Scardovelli，2003）同样引入拉格朗日标记表示，来优化对分界面的处理。耦合LS-VOF方法（Sussman，2003）将水平集方法和VOF方法相结合。在分界面动力学建模中，连续分界面方法和突变分界面方法都可以被用于流体和固体分界面。通常，突变分界面方法比连续分界面方

法精度高，并且由于固体边界在大多数情况下并不变形，更适合用突变分界面方法。下面将介绍一种最流行的方法，即三维自适应欧拉-拉格朗日方法，进一步强调处理多相流所需的各种计算单元。

3　基于标记的三维自适应欧拉-拉格朗日法

基于标记的三维自适应欧拉-拉格朗日法同时引入欧拉和拉格朗日法来计算分界面流动。整体流动变量通过固定网格求解，分界面变量通过运动标记处理。通过将跨越分界面的流动特性做平滑处理，多相流变成了单一流。对于质量和动量守恒形式的量纲为1的不可压缩 N-S 方程分别由方程（1）和方程（2）给出，解释了由于分界面的表面张力造成的分界面动力学，用（$\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}$）表示。这里 $\boldsymbol{V}$ 是速度矢量，p 为压力。

$$\nabla \boldsymbol{V}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \boldsymbol{V}}{\partial t}+\nabla \cdot (\rho \boldsymbol{V}\boldsymbol{V})=-\nabla p+\frac{1}{Re}\cdot \nabla (\mu \nabla \cdot \boldsymbol{V}+\mu \nabla^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V})+\frac{1}{Fr}\rho \boldsymbol{g}+\frac{1}{We}\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}} \tag{2}$$

这里，所有的变量都通过特征速度（V_{ref}）、特征长度尺度（L_{ref}）、标准重力加速度（g_0）和流体物质属性（密度 ρ_1、黏度 μ_1、表面张力 σ）将量纲化为 1。方程（2）中的量纲为 1 的雷诺数、弗劳德数和韦伯数分别定义为，$Re=\rho_1 V_{\mathrm{ref}} L_{\mathrm{ref}}/\mu_1$，$Fr=V_{\mathrm{ref}}^2/(g_0 L_{\mathrm{ref}})$ 以及 $We=\rho_1 V_{\mathrm{ref}}^2 L_{\mathrm{ref}}/\sigma$。另外，毛细管数和邦德数分别定义为 $Ca=We/Re=\mu_1 V_{\mathrm{ref}}/\sigma$ 和 $Bo=We/Fr=\rho_1 g_0 L_{\mathrm{ref}}^2/\sigma$。

在毛细力驱动的流动中，特征速度未知，$V_{\mathrm{ref}}=\sqrt{\sigma/\rho_1 L_{\mathrm{ref}}}$ 可以作为速度尺度。由方程（2）中的量纲为 1 参数得到奥内佐格数（$Oh=\mu_1/\sqrt{\rho_1 \sigma L_{\mathrm{ref}}}$）和邦德数。除了特征速度之外，我们取长度尺度 $L_{\mathrm{ref}}=\sqrt{\sigma/\rho_1 g_0}$，得到由运动黏度 $\nu_1=\mu_1/\rho_1$ 表示的莫顿数（Dreyer，2007）。

通常，由于表面张力，跨越分界面时压力和黏性应力表现出不连续性。方程（3）将流动性质的法向（$\boldsymbol{n}$）突跃和表面张力相关联，很明显流动性质与表面张力 σ 和表面曲率 κ 成比例：

$$(p_2-p_1)-\boldsymbol{n}\cdot(\tau_2-\tau_1)\cdot \boldsymbol{n}=\sigma\kappa \tag{3}$$

固壁满足表面无滑移条件，固体分界面方法通过重建固体边界的流场来处理这一条件。图 4 给出了数值算法及其相互作用的总结。

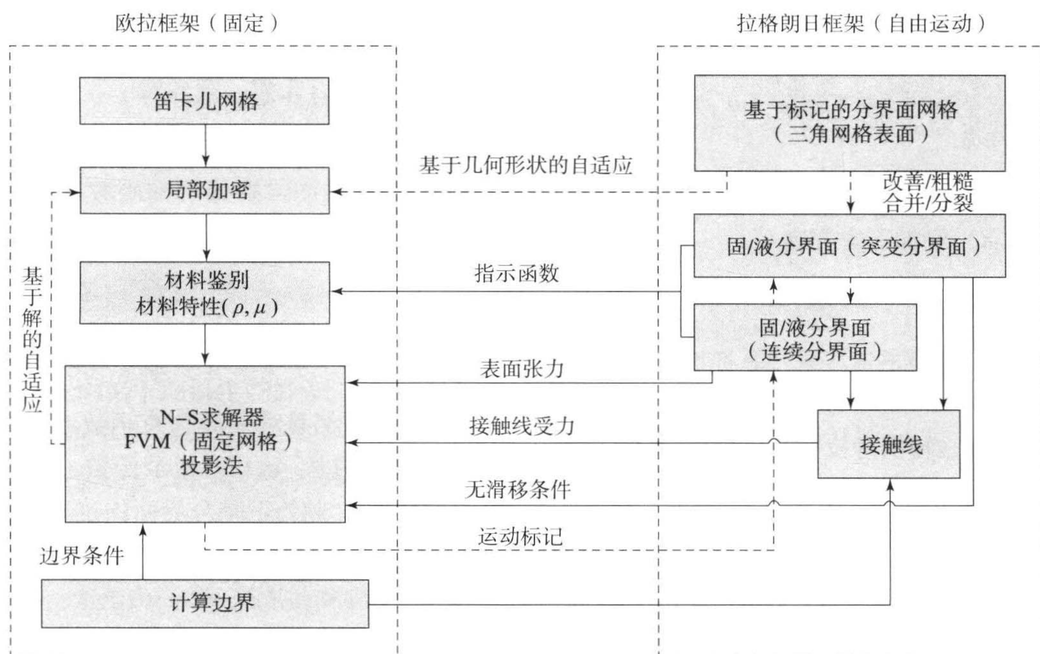


图 4　基于标记的欧拉-拉格朗日法总结

3.1　基于标记的分界面表示

在基于标记的示踪方法中，分界面由无质量的标记表示，它们之间相互协调以保证分界面的连通性信息。相关的数据结构在二维和三维情况下分别用线段和三角形建立，如图 5 所示。标记点存储周



围元素的指标，单元根据共用的边缘存储相关的元素。图 6 描述了两种常见情况的连通性信息：规则的三维内部单元和三维边界单元。规则的三维内部单元有三个相邻单元，而边界单元有一条或多条边与边界重合，因而其相邻单元少于三个。边界的连通性信息可以通过负单元指数表示。负值表示相应的计算边界或固体边界单元。

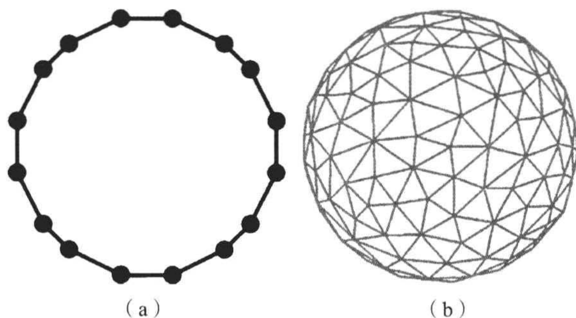


图 5　标记点表示的分界面

(a) 二维中的线段；(b) 三维中的三角形

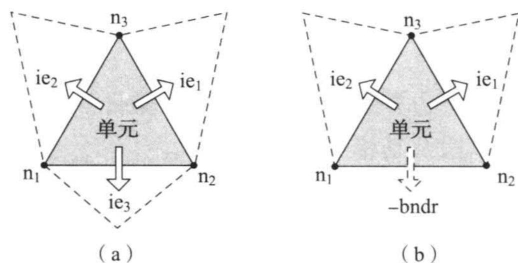


图 6　通过单元边界的连通性信息

(a) 内部单元有三个相邻单元；(b) 边界单元有两个内部单元

在拉格朗日坐标中，标记的位置 $\boldsymbol{X}$，可以由该位置的速度 $\mathbf{V}(\boldsymbol{X})$ 和如下方程表示：

$$\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial t}=\mathbf{V}(\boldsymbol{X}) \tag{4}$$

利用欧拉网格计算的流场来计算标记点的速度，如方程（5）所示，其中引入狄拉克函数，$\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X})$，将欧拉速度场 $\mathbf{V}(\boldsymbol{x})$ 转换为拉格朗日形式 $\mathbf{V}(\boldsymbol{X})$。另外，固体分界面利用规定的速度场来推进标记点。

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{X}) = \int_v \mathbf{V}(\boldsymbol{x})\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X})\mathrm{d}V \tag{5}$$

随着时间的推移，标记点前进到新的位置，分界面网格的标记点将不均匀分布。为了保证计算精度的一致，标记点之间的距离被重新整理，当两个标记点距离太近或太远时，将删除或添加标记点。判断相邻标记点之间距离的准则，根据背景网格的要求和欧拉与拉格朗日量之间的函数关系确定。对于流体分界面，为了连续地表示由狄拉克函数得到的转换量，相邻标记点之间的边界长度保持在 $\Delta/3$ 到 Δ，其中 Δ 为欧拉网格间距。对于固体，可以使用要求较低的准则，因为固体变形小且不需要拉格朗日和欧拉量之间的转换。这一过程的体积误差可以通过调整修正后的标记点的法向位置而消除，见文献（Singh 和 Shyy，2007）。

3.2　指示函数

欧拉笛卡儿网格中的单元由独特的材料标识表示，来区分由分界面分隔开的成分。这种方法对于确定分界面位置和分配材料特性（如密度和黏度）有算法上的优势，尽管分界面本身由拉格朗日标记表示。为了使整个区域有连续的分界面并有一组方程组，需要使不连续的材料特性在跨越分界面时平滑地变化。这可以在指示函数（I）的帮助下实现，指示函数为标量函数，跨越分界面，其值由 0 平滑地变为 1。一旦得到了指示函数，诸如密度和黏度这样的流动特性将在 φ_1 和 φ_2 之间变化，并由下式计算：

$$\varphi=\varphi_2+(\varphi_1-\varphi_2)I \tag{6}$$

对于连续的流体分界面，指示函数可以用材料特性代替，如密度。然而，对于流体和固体分界面的不同指示函数，可以被用于区分通过突变分界面方法建模的固体分界面设计，以及通过连续分界面建模的流体分界面。准确地得到指示函数是多相流问题数值模拟成功的关键。文献中，可以找到两个相关的但数值格式不同的计算方法。其中一种方法利用泊松方程的解，如方程（7），另一种方法利用方程（8）中的海维赛德阶梯函数，它通过对狄拉克函数的积分得到。

$$\nabla^2 I(\boldsymbol{x}) = \nabla\left[\int_A \delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X})\mathrm{d}A\right] \tag{7}$$

$$I(\boldsymbol{x}) = H(r = n\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X})) = \int_{-\infty}^{r}\delta(h)\mathrm{d}h \tag{8}$$

两种方法都是利用狄拉克函数，由拉格朗日量（$\boldsymbol{X}$）计算欧拉量（$\boldsymbol{x}$）的指示函数。狄拉克函数在 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{X}$ 处非零，此处正是分界面的位置。然而，这种带有离散方程组的方法难以实现，因为欧拉和拉格朗日标记下的离散点并不一致。出于这一原因，通常采用 4 单元厚度的近似狄拉克函数（Peskin，2003）。令远离分界面的边界条件为定值，即 0 或 1，指示函数平滑地由 0 变为 1，指示函数为 0.5 表示欧拉标架下分界面的位置。两种方法之中，泊松方程的解需要边界条件，当分界面离边界较近时，会得到不精确的解。海维赛德阶梯函数利用距分界面的最

短距离，即使在边界也能得到精确值，可以被更广泛地使用（Uzgoren、Sim 和 Shyy，2009）。

3.3　流体分界面的处理：连续分界面方法

连续分界面方法可以有效地对高度可变性分界面建模。通过连续分界面方法，所有流相可以通过单一流体实现，并且方程（9）中的分界面表面力被用于动量方程（2）的源项，其中 σ 为表面张力，κ 分界面曲率。

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{s}}=\int_{A}\sigma\kappa\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X})\mathrm{d}A \tag{9}$$

通过近似狄拉克函数 $\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X})$，分界面的表面力由拉格朗日量（$\boldsymbol{X}$）转换为欧拉量（$\boldsymbol{x}$）。当控制方程在欧拉网格上求解之后，利用离散的狄拉克函数得到标记点的速度场，并将标记点移动到新的分界面位置。

离散的分界面单元上的表面张力可以通过以下几种方式估计：直接计算曲率并利用方程（10）；计算曲率时，拟合二维分界面曲线，拟合三维分界面曲面；利用方程（11）所示的线积分结合法向量和切向量计算。

$$\delta\boldsymbol{f}=\int_{\delta A}\sigma\kappa\mathrm{d}A \tag{10}$$

$$\delta\boldsymbol{f}=\int_{\delta A}\sigma(\boldsymbol{n}\times\nabla)\times\boldsymbol{n}\mathrm{d}A=\int_{s}\sigma(\boldsymbol{t}\otimes\boldsymbol{n})\mathrm{d}s \tag{11}$$

在封闭曲面上的净表面张力为零。基于插值的曲率计算方法具有曲率敏感性，通常要求数据有光滑的形式，并且不一定守恒，而方程（11）的线积分形式更加容易而且理想，因为它保持守恒且没有显式的曲率计算。

3.4　固体分界面的处理：突变分界面方法

利用突变分界面方法可以对固体分界面进行经济的计算和精确的建模，通过重构分界面周围的解，使其在欧拉笛卡儿网格下与给定的固壁边界条件合并。解的重构可以在流体一侧也可以在固体一侧进行。然而，流体的速度重构方法忽略分界面的表面张力，直接对速度场进行重构，因此不能描述固体分界面附近的运动相界。而固体一侧的速度重构可以通过虚网格实现，虚网格被定义为固体单元且至少有一个流体单元相邻。这一方法在流体分界面和固体分界面相接触时同样有效（Sim 和 Shyy，2009）。

虚网格上解的重构通过线性或双线性/三线性插值格式实现，插值格式利用了固体表面和已知流体单元处的解（Mittal 等，2008），避免了由于虚网格在固相中的位置引起的外推，插值可以首先在流相中的虚构点进行，然后，虚网格的解可以通过对虚构点和固体表面已知点的插值得到。

3.5　接触线的处理

我们考虑流-流分界面与固壁的交叉，交叉点的位置被称为接触线，以解释三相，即流-流-固的存在和相互影响。利用 N-S 方程对这些接触线进行建模的问题在于，速度的无滑移条件导致应力产生不可积分的奇点。例如，接触角可以被用于表示固体、液体、气体之间分子作用力的相互平衡。在接触线产生的力的切向分量由方程（12）所示。在静力平衡下，方程（12）可以导出著名的杨拉普拉斯方程，如方程（13）所示：

$$F_{\mathrm{R}}=\sigma_{\mathrm{sg}}-\sigma_{\mathrm{sl}}-\sigma\cos\theta \tag{12}$$

$$\sigma_{\mathrm{sg}}=\sigma_{\mathrm{sl}}+\sigma\cos\theta_0 \tag{13}$$

方程（12）中，σ_{sg} 是固气相互作用产生的表面力，σ_{sl} 是固液相互作用产生的表面力，σ 是液气之间的表面张力。给定的静态接触角由 θ_0 表示，θ 为每一时刻的接触角。

这种方法中，接触线处的受力通过将方程（13）代入方程（12）得到。方程（14）中的接触线力使流场加速或减速，并使接触角（θ）趋于静态接触角（θ_0）。

$$F_{\mathrm{R}}=\sigma(\cos\theta_0-\cos\theta) \tag{14}$$

在计算由于表面产生的源项时，接触线区域作为固体表面的切向恢复力（t_{s}），来代替方程（11）中的曲率效应。在开放边界即单元与计算边界相连或固体分界面相连，接触角通过方程（11）修正。在方程（15）中，分界面曲率产生的表面张力被用于封闭边界，接触线力用于开放边界。

$$\delta f=\sum_{i=\text{封闭边界}}\sigma(\boldsymbol{t}_{\mathrm{f}}\otimes\boldsymbol{n})_i\Delta s+\sum_{i=\text{开放边界}}\sigma(\cos\theta_0-\cos\theta)_i\boldsymbol{t}_{\mathrm{s}}\Delta s \tag{15}$$

3.6　拓扑变化：分界面重构

多相流计算的重点之一是处理拓扑变化，如合并或分裂。Shin 和 Juric（2002）提出了不包含连通性信息的基于等值线的分界面重构技术。他们将分界面的数据完全删除，并在指示函数值为 0.5 处重构分界面。根据与连通性无关的数据，重构必须能够控制分界面精度和拓扑变化。Singh 和 Shyy（2007）通过利用带有连通性信息的分界面数据改进了这种方法。其中只对拓扑变化而进行重构，并且通过利用连通性信息增加或删除单元而更加有效



地控制分界面精度。

通过沿当地法向量的反方向探索指示函数的值而使重构变得容易。如果对标记点的探测使指示函数的值在 0.5 左右，就进行重构，即表示连续分界面方法不能区分两个探测点之间的分界面。分界面重构可以对特定的分界面主题进行，重构后的相体积误差通过沿当地法向移动标记点而修正。图 7 给出了由于拓扑变化而进行的分界面重构，气泡上表面非常薄的接触面区域破裂，不断靠近的两个液体通过重构算法合并。

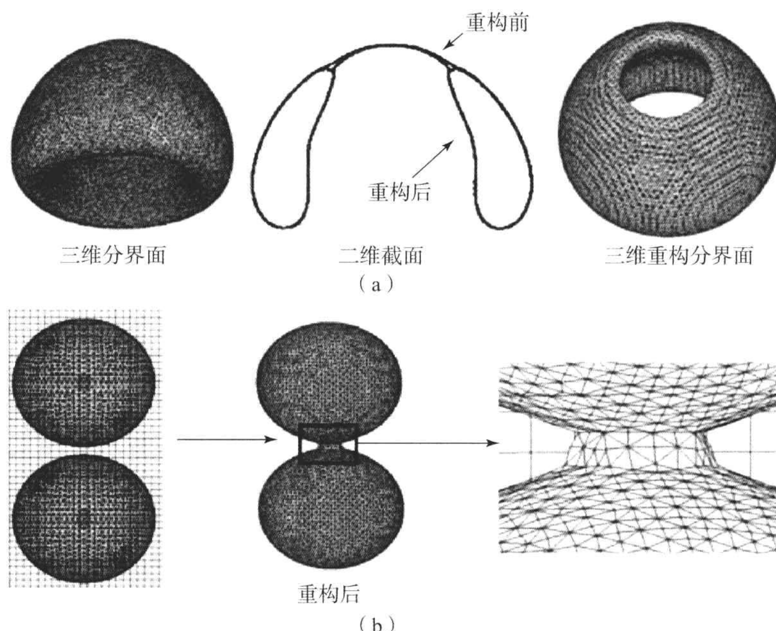


图 7　三维分界面重构实例

(a) 表面破裂；(b) 两个球体合并

3.7　自适应网格

多相流问题涉及多重长度尺度。为了有效地求解流动特征，自适应网格加密方法非常令人满意，因为它使计算在更好的区域上进行，能够获得更精确的解。一种典型的方法基于各向同性加密，将二维和三维中的单元分别分为 4 个和 8 个子单元。网格由非结构数据表示，非结构数据连接单元面。算法的详细内容可以在 Singh 和 Shyy (2007) 的文章中找到。自适应取决于对计算和分界面位置求解的质量。

基于几何形状的自适应可以在近壁区域和相界得到更精确的解。接近流体分界面时，进行网格加密可以改进解的精确性从而更精确地捕捉流动结构。在处理狄拉克函数和大变形的分界面时，流体分界面周围被完全求解的区域扩展至 6 层单元。另外，固体分界面在壁面会有两层加密。图 8 描绘了

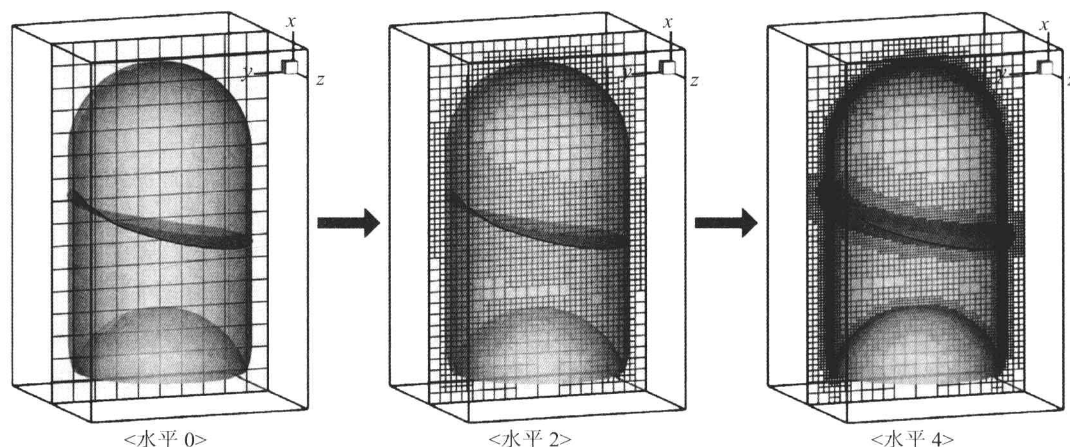


图 8　航天器凹面底燃料箱流体和固体分界面的网格自适应

图中展示了从 0 到 4 的自适应水平

基于几何形状的自适应过程，从均匀的基层网格开始，在流体和固体分界面周围加密至 4 层网格。此外，计算单元基于流场的解而动态地改善，会利用到各种不同的准则，如旋度或梯度。

4 微重力流动应用与空间应用

接下来讲述几个多相流的例子来强调之前讨论过的技术。这些例子涉及对流平衡、扩散、压力、重力加速和表面张力。根据不同的组合可以得到各种各样的流动区域。

4.1 一对液滴碰撞

用液滴碰撞的例子来说明，基于标记的欧拉-拉格朗日法在处理复杂分界面形状和拓扑变化问题时的表现。根据韦伯数和碰撞参数（区分偏心碰撞和正碰），典型的液滴碰撞的结果可以是跳跃或合并。碰撞的结果与碰撞动能和表面能强相关。图 9 为正碰的例子，其中表面张力占主要影响，将碰撞后伸长的柱面拉回原状。图 10 给出了偏心碰撞的例子。

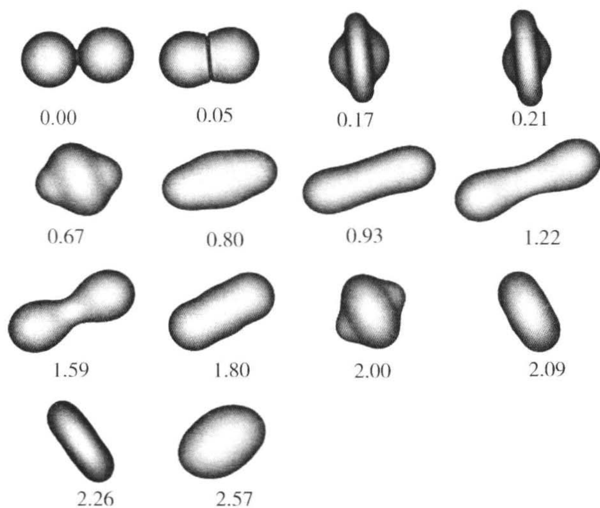


图 9 液滴碰撞合并模拟

（单位：ms）

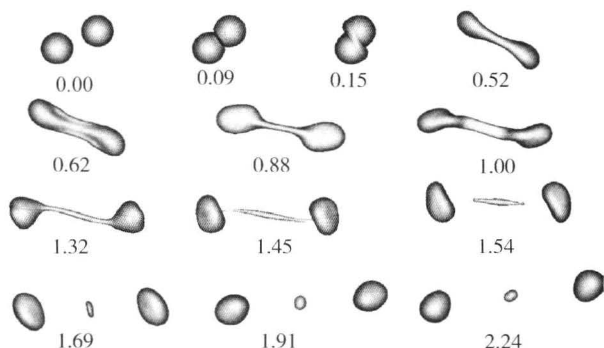


图 10 液滴偏心碰撞模拟

（单位：ms）

与较大的韦伯数相一致的动能以及偏心碰撞导致了柱面的分离，在中间形成小型液滴。

4.2 航天器燃料箱中冷却剂的晃动

认识航天器燃料箱中冷却剂的运动对航天器的设计和操作至关重要。考虑微重力条件下，重力加速度不断地改变。重力加速度连同毛细、对流和黏性效应会影响输送到燃烧室的燃料量，同时质心偏移会影响航天器动态特性。例如，在航天器着陆/对接操作以及发动机关闭/重启的过程中，加速度会突然增大或减小，低温冷却即会产生较大的晃动。

图 11 展示了由于发动机关闭突然减速造成的燃料箱内冷却剂的晃动。当势能由于法向重力加速度转换为动能时，流体开始从初始的静止位置加速。在 $t=0.00$ s 时，加速度突然减小到 $0.01g_0$，较高的动能在微重力下转换回势能。因为加速度很小，液体燃料为了达到相同的势能水平会导致位置很高。液体燃料会到达燃料箱的顶部，接着缩回并产生二次晃动。在模拟中，液体燃料有大幅晃动，质心作为时间的函数，运动幅度达到燃料箱半径的 46%。质心的大幅变化会对飞行器动力和控制系统提出极高的要求。

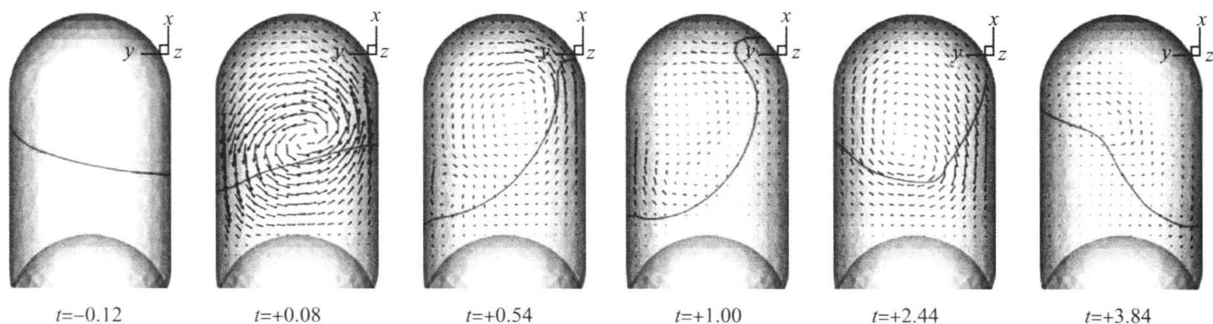


图 11 对突然减速造成的燃料晃动的模拟

（单位：s）图中展示了中央截面上的速度矢量和液面。



4.3 飞行器推力振荡时液体燃料的表面稳定性

推力振荡是液体/固体火箭设计的难点之一，因为它会对整个火箭系统造成影响，如宇航员的安全，甚至有时会导致火箭结构的破坏。人们采取了主动控制来降低纵向耦合振动带来的危险，安装了一种减小推力振荡的减震器，以保证宇航员的安全和有效载荷。本小节中，利用液体表面波对推力振荡在液体燃料箱的影响做一简要介绍，表面波即法拉弟波，方程（16）中垂直方向的简谐振动被用于开口容器中的液体/气体。

$$a=g_0[1+\alpha\sin(2\pi ft)] \tag{16}$$

式中，g_0 为标准重力加速度；α 为振荡量值比；f 为扰动频率。

根据无限深周期性波的色散关系，由于重力效应或表面张力效应，表面波会变得不稳定。表面波可以表现为周期性的驻波，随着振荡幅度的增加，加速度超过临界值时，会产生周期性不稳定的向上射流和液滴。图 12 展示了超过临界加速度的周期性不稳定状态。在重力波的例子中（重力效应尤为重要），扰动频率较低（f=10 Hz）时会在中心产生大幅液体射流，如图 12（a）所示。将重力波换为表面张力波的结果如图 12（b）所示，较大的上喷射流变为多个位置的多重射流。需要注意的是，较高的扰动频率导致波长较小及幅度较小的多重射流。更多的细节见文献（Sim 和 Shyy，2009）。

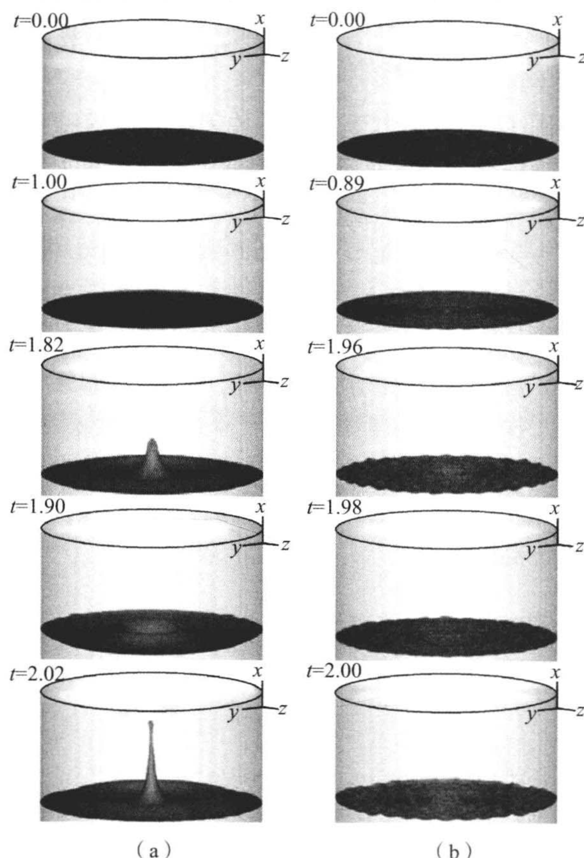


图 12 非周期表面状态下的重力波和表面张力波对比

（a）f=10 Hz，α=0.3；（b）f=20 Hz，α=0.6

注：t 的单位为 s。

5 结 论

多相流的计算非常具有挑战性和实际意义。可以导出大量的量纲为 1 的参数（Dreyer，2007），明显地开阔了可能的流动状态。根据表面张力、扩散/传导、对流和压力效应的比重不同，流动结构和分界面特性会是各种各样的。更为复杂的计算任务是流体分界面拓扑挑战的存在，常见的形式为物体的合并与分裂，以及形状不规则的固体边界。

本章中，我们介绍了主要的计算技术（欧拉、拉格朗日和欧拉-拉格朗日法），然后展示了欧拉-拉格朗日法所需的各种不同的单元，同时有案例研究。

尽管近些年取得了很大的进步，但是离保真度高、计算花费少且支持设计需求的计算方法还有很长的路要走。然而，在工程中有选择地利用现有的工具，才能够获得对物理现象的深刻理解，从而在设计中进行权衡。

致 谢

文中的部分工作由 NASA 精英大学研究项目支持，作者感谢项目经理 Claudia Meyer 和项目副经理 Jeff Rybak 的支持。

参考文献

Aulisa，E.，Manservisi，S. and Scardovelli，R.（2003）A mixed markers and volume-of-fluid method for the reconstruction and advection of interfaces in two-phase and free-boundary flows. *J. Comput. Phys.*，188，611－639.

Dreyer，M. E.（2007）*Free Surface Flows under Compensated Gravity Conditions*，Springer.

Enright，D.，Fedkiw，R.，Ferziger，J. and Mitchell，I.（2002）A hybrid particle level set method for improved interface capturing. *J. Comput. Phys.*，183，83－116.

Mittal，R.，Dong，H.，Bozkurttas，M.，Najjar，F. M.，Vargas，A. and Loebbecke，A. V.（2008）A

versatile sharp interface immersed boundary method for incom-pressible flows with complex boundaries. *J. Comput. Phys.*, 227, 4825 - 4852.

Osher, S. and Fedkiw, R. (2002) *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*, Springer, New York.

Peskin, C. S. (2003) The immersed boundary method. *Acta Numer.*, 11, 479 - 517.

Prosperetti, A. and Tryggvason, G. (2007) *Computational Methods for Multiphase Flow*, Cambridge University Press, New York.

Sethian, J. A. and Smereka, P. (2003) Levet set methods for fluid interfaces. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35, 341 - 372.

Shin, S. and Juric, D. (2002) Modeling three-dimensional multiphase flow using a level contour reconstruction method for front tracking without connectivity. *J. Comput. Phys.*, 180, 427 - 470.

Shyy, W., Udaykumar, H. S., Rao, M. M. and Smith, R. W. (1996) *Computational Fluid Dynamics with Moving Boundaries*, Taylor & Francis, Philadelphia.

Sim, J. and Shyy, W. (2009) 3-D adaptive Eulerian-Lagrangian method for gravity- and capillarity-induced flows, in 47th AIAA *Aerospace Science Meeting*, Orlando, FL, AIAA *Paper No.* 2009 - 1150.

Singh, R. and Shyy, W. (2007) Three-dimensional adaptive Cartesian grid method with conservative interface restructuring and reconstruction. *J. Comput. Phys.*, 224, 150 - 167.

Sussman, M. (2003) A second order coupled level set and volume of-fluid method for computing growth and collapse of vapor bubbles. *J. Comput. Phys.*, 187, 110 - 136.

Uzgoren, E., Sim, J. and Shyy, W. (2009) Marker-based, 3-D adaptive Cartesian grid method for multiphase flow around irregular geometries. *Comput. Phys. Commun.* 5, 1 - 41.

本章译者：王锁柱，尹晋涛，张巧
（北京理工大学宇航学院）

第 52 章

计算流体力学中的优化方法

Antony Jameson，Kui Ou
斯坦福大学航空航天系，斯坦福，加利福尼亚，美国

1 气动设计简介

以下的段落对飞机的设计过程进行了总结，作为研究气动外形优化的背景。飞机的设计大体可分为三个阶段，即概念设计、初步设计和最终设计，如图 1 所示。在概念设计阶段，根据市场需求来确定任务，并确定能够完成此任务的总体外形，同时对外形的尺寸、质量和性能做初步估计。在初步设计阶段，气动外形和结构骨架不断发展，从而进行详细的性能估计，同时保证潜在的顾客。在这个阶段，研发费用仍然较为节制，保持在 50 万～100 万美元。在最终设计阶段，结构和系统都必须被完全确定，包括驾驶舱、控制系统（涉及飞行控制系统的软件开发）、电气和液压系统、起落架、军用飞机的武器系统和商用飞机的客舱布置。费用主要用在这一阶段，同时还需要准备生产计划和适当的设施与工具。初期生产的费用在 30 亿～100 亿美元。因此，只有在接到了足够的订单，有可能收回成本的情况下，才会开始最终设计。

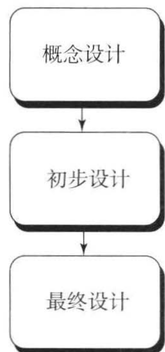


图 1　飞机的设计

商用飞机的发展过程中，气动设计在初步设计阶段起到了主导作用。气动外形的确定实际上是在初始设计阶段完成的。例如，在开始结构的设计之前接到订单，波音 777 的气动线是冻结的。图 2 给出了在初始设计阶段中的气动设计过程。起点是根据概念设计而得到的计算机辅助设计（CAD）。气动分析的内循环包含在外循环内，外循环包含在涉及风洞实验的设计循环内。波音公司的设计过程中，完成机翼设计需要三个主要循环，每个过程持续 4～6 个月。

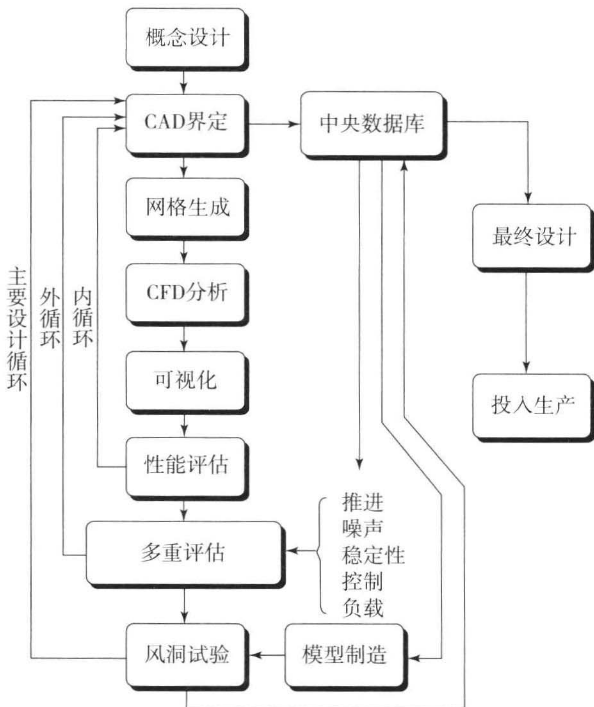


图 2　气动设计过程

2 气动优化和控制理论

利用计算模拟来研究不同的设计方案在现实中非常有价值，但设计方案的数量非常庞大，并不能进行详尽的评估，因此，不利用自动优化过程不太可能得到最优解。为了确保得到最优设计，计算模拟方法不应该停留在对于给定外形的模拟，而应该针对指定的应用自动地给出最优的外形。

经典空气动力学理论的先驱者们已经认识到了寻求最优气动设计的必要性。值得注意的是，对于单翼飞机的机翼，使得诱导阻力最小的最优展向载荷分布为椭圆形（Glauert，1926；Prandtl 和 Tietjens，1934）。也有许多著名的超声速流动的线化方法。Sears（1947）给出了回转体的最小阻力，Jones（1981）导出了薄翼阻力最小的条件。Lighthill（1945）研究了获得理想压力分布的二维型线，他通过保角变换将型线映射为单位圆，并求解了不可压缩流动。型线上的速度为

$$q=\frac{1}{h}\mid\nabla\phi\mid \tag{1}$$

式中，ϕ 为不可压缩流动的速度势；h 为映射函数的系数。

令 $q=q_{\mathrm{d}}$ 可以得到表面值，其中 q_{d} 为期望速度，因为映射函数是解析的，它由边界上的 h 值唯一确定。对于给定的无穷远处的速度 q_{∞}，当且仅当

$$\frac{1}{2\pi}\oint q\mathrm{d}\theta=q_{\infty} \tag{2}$$

解存在，为了使型线封闭还需要对 q 的额外限制条件。

这些经典解仅限于特定情况下的分析方法，并且难以扩展到实际构型中。由此推动了计算流体力学和数值优化方法的结合。Hicks 和 Henne 对此做了最初的研究（Hicks、Murman 和 Vanderplaats，1974；Hicks 和 Henne，1979）。最大的障碍是，在通过重复计算来确定目标函数对设计参数变化的敏感性时产生的巨大花费。处理问题的另一种方法是，在数学理论的框架下用公式明确地表示气动外形设计（Lions，1971）。这个观点中，机翼被视为通过控制流动而产生升力的设备，机翼的设计被视为通过改变机翼形状来优化流动方程的问题。如果边界形状需要保持平滑性要求，那么普遍性的形状将不能通过有限的参数定义，必须利用弗雷歇导数的概念。很明显，这个导数不能通过每一个设计参数单独的变化而得到，因为现在有无穷多个设计参数。

利用控制理论，可以通过求解伴随方程确定梯度。一旦计算得到了梯度，可以利用下降法来改善设计的形状。接着重新计算梯度，重复整个过程直到设计收敛到最优解，通常在 50～100 个循环。梯度的快速计算使三维黏性流动中的优化计算成为可能。三维情况，下降法会收敛到局部极小值而不是整体最优解。实际上，这并不是问题，在选择代价函数时已经考虑到了要合理地反映设计要求。

从概念上讲，这种方法认为问题有无穷的维度，边界曲面的形状控制着问题的本身。最终，方程需要通过离散而进行数值实现。为此，流动和伴随方程可以分别离散，也可以先离散流动方程并由此导出离散的伴随方程。这两种方法分别被称为连续和离散伴随方法。两种方法都在应用中取得了成功。

Pironneau（1984）最先利用控制理论进行外形优化，他在有限元法的背景下，研究了椭圆形方程的控制系统的外形优化设计。Jameson（1988）第一个在跨声速流动中，将控制理论的概念用于外形优化，他导出了跨声速势流的伴随方程，以及由欧拉方程控制的流动的伴随方程。早期的数值结果由 Jameson（1989）、Reuther 和 Jameson（1995），以及 Jameson（1995）的研究给出。Baysal 和 Eleshaky（1991）及 Ta'asan、Kuruvila 和 Salas（1992）利用了伴随方程，他们使用了一次性方法，这种方法只需要最终的收敛解满足流动方程的限制条件。他们的工作中，通过多重网格技术进行了几何修正，并对流动和伴随方程的解进行了修正，降低了计算花费。Cabuk、Shung 和 Modi（1991）、Huan 和 Modi（1994），以及 Desai 和 Ito（1994）将伴随方法应用到不可压缩黏性流动的问题中。Elliot 和 Peraire（1996），Anderson 和 Venkatakrishnan（1997），以及 Nielsen 和 Anderson（1999）的工作中包含了伴随方法在非结构网格上的早期应用。

最近，并不利用梯度的一类演化算法逐渐引起人们的兴趣（Gonzalez 等，2004；LeDoux 等，2004；Epstein 和 Peigin，2005）。虽然这类方法有极高的计算花费，但其避免了局部极小情况。本章注重讨论已被证明有效的基于梯度的方法。最后，我们可以期望基于梯度的方法能够并入演化算法，从而实现两者优势的结合。



3 设计构思

最简单的优化方法是通过定义一系列的几何设计参数，如权重 α_i，并将其用于形状函数 $b_i(x)$，由此外形可以表示为

$$f(x) = \sum \alpha_i b_i(x) \tag{3}$$

接着，选择价值函数 I，可以是阻力系数或升阻比，并将 I 视为参数 α_i 的函数。通过对每个设计参数做微小的改变 $\delta\alpha_i$，来评估参数敏感性$\partial I/\partial\alpha_i$，同时重新计算流动得到 I 的变化情况。

$$\frac{\partial I}{\partial\alpha_i} \approx \frac{I(\alpha_i+\delta\alpha_i)-I(\alpha_i)}{\delta\alpha_i} \tag{4}$$

现在应用梯度矢量$\mathcal{G}=\partial I/\partial\alpha$ 来进行改进。最简单的步骤是在负梯度方向令

$$\boldsymbol{\alpha}^{n+1}=\boldsymbol{\alpha}^n+\delta\boldsymbol{\alpha} \tag{5}$$

式中

$$\delta\boldsymbol{\alpha}=-\lambda\mathcal{G} \tag{6}$$

所以对一阶情况：

$$I+\delta I=I-\mathcal{G}^{\mathrm{T}}\delta\boldsymbol{\alpha}=I-\lambda\mathcal{G}^{\mathrm{T}}\mathcal{G}<I \tag{7}$$

在最优化过程中，还应该利用更加复杂的方法如准牛顿方法，来评估价值函数的二阶导数$\partial^2 I/\partial\alpha_i\partial\alpha_j$ 随着梯度$\partial I/\partial\alpha$ 的变化情况。这一方法的主要缺点是，评估梯度时，需要进行流动计算的次数和设计参数的数量成比例。随着设计参数的增加，计算花费可能会过高。

为了绕过这一困难，梯度可以通过求解伴随方程间接得到，伴随方程的系数通过求解流动方程得到。计算伴随方程的花费与求解流动方程相当。因此，通过两个流动解就可以确定梯度，与设计参数的数目无关，如果边界视为自由表面，那么设计参数将无限多。在如下伴随方法的介绍中将阐明这些基本概念。

对于翼型或机翼绕流，决定价值函数的气动特性是流场变量 w 和边界位置的函数，边界位置可以由函数$\mathcal{F}$表示，则

$$I=I(\boldsymbol{w},\mathcal{F}) \tag{8}$$

函数$\mathcal{F}$的改变会引起价值函数的变化：

$$\delta I=\left[\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial \boldsymbol{w}}\right]\delta\boldsymbol{w}+\left[\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial\mathcal{F}}\right]\delta\mathcal{F} \tag{9}$$

流场区域 D 内的控制方程 $\boldsymbol{R}$ 表达了 w 和$\mathcal{F}$的相关性，假设其可以被写为

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w},\mathcal{F})=0 \tag{10}$$

接着，δw 由如下方程确定：

$$\delta\boldsymbol{R}=\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\boldsymbol{w}}\right]\delta\boldsymbol{w}+\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\mathcal{F}}\right]\delta\mathcal{F}=0 \tag{11}$$

由于变化量 $\delta\boldsymbol{R}$ 为零，因此，δI 减去它与拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\psi}$ 的乘积，结果保持不变。方程（9）可以被下式代替：

$$\begin{aligned}\delta I&=\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{w}}\delta\boldsymbol{w}+\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial\mathcal{F}}\delta\mathcal{F}-\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\left(\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\boldsymbol{w}}\right]\delta\boldsymbol{w}+\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\mathcal{F}}\right]\delta\mathcal{F}\right)\\&=\left\{\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{w}}-\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\boldsymbol{w}}\right]\right\}\delta\boldsymbol{w}+\left\{\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial\mathcal{F}}-\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\mathcal{F}}\right]\right\}\delta\mathcal{F}\end{aligned} \tag{12}$$

选择 $\boldsymbol{\psi}$ 来满足伴随方程

$$\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\boldsymbol{w}}\right]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}=\frac{\partial I}{\partial\boldsymbol{w}} \tag{13}$$

消去第一项，我们得到

$$\delta I=\mathcal{G}^{\mathrm{T}}\delta\mathcal{F} \tag{14}$$

式中

$$\mathcal{G}=\frac{\partial I^{\mathrm{T}}}{\partial\mathcal{F}}-\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial\boldsymbol{R}}{\partial\mathcal{F}}\right] \tag{15}$$

上式的优点在于方程（14）与 δw 无关，由此，对于任意数量的设计参数，I 的梯度都可以被确定，而不需要额外的流场评估。方程（10）是偏微分方程，因而伴随方程（13）也是，适当的边界条件需要精细的数学处理。在离散的伴随方法中，这些方程被直接用于离散的价值函数和流动方程。

4 设计优化过程

一旦确定了梯度$\mathcal{G}$，通过改变形状可以进行优化：

$$\delta\mathcal{F}=-\lambda\mathcal{G} \tag{16}$$

式中，λ 为充分小的正数，所以

$$\delta I=-\lambda\mathcal{G}^{\mathrm{T}}\mathcal{G}<0 \tag{17}$$

在维度无限的情况下，形状由函数$\mathcal{F}(x)$ 表示，梯度由函数$\mathcal{G}(x)$ 表示，价值函数的增量通过积分表示：

$$\delta I=\int\mathcal{G}(x)\delta\mathcal{F}(x)\mathrm{d}x \tag{18}$$

现在需要保持外形的光滑性。我们令

$$\delta\mathcal{F}=-\lambda\bar{\mathcal{G}} \tag{19}$$

式中，$\bar{\mathcal{G}}$满足光滑方程

$$\bar{\mathcal{G}}-\frac{\partial}{\partial x}\epsilon\frac{\partial}{\partial x}\bar{\mathcal{G}}=\mathcal{G},\ \bar{\mathcal{G}}=0 \tag{20}$$

有

$$\delta I=\int\mathcal{G}(x)\delta\mathcal{F}(x)\mathrm{d}x$$

$$=-\lambda\int\left(\bar{\mathcal{G}}-\frac{\partial}{\partial x}\epsilon\frac{\partial}{\partial x}\bar{\mathcal{G}}\right)\bar{\mathcal{G}}\,\mathrm{d}x \tag{21}$$

或分部积分

$$\delta \boldsymbol{I}=-\lambda\int\left[\bar{\mathcal{G}}^2+\epsilon\left(\frac{\partial}{\partial x}\bar{\mathcal{G}}\right)^2\right]\mathrm{d}x \tag{22}$$

所以改进仍被保证。平滑后的梯度$\bar{\mathcal{G}}$可以被视为修正的索博列夫内积：

$$(u,v)=\int(uv+\epsilon u'v')\mathrm{d}x \tag{23}$$

对方程（20）应用二阶中心差分时，在给定节点 i 处，方程可以表示为

$$\bar{\mathcal{G}}_i-\epsilon\ (\bar{\mathcal{G}}_{i+1}-2\bar{\mathcal{G}}_i+\bar{\mathcal{G}}_{i-1})=\mathcal{G}_i\quad(1\leqslant i\leqslant n) \tag{24}$$

其中，$\mathcal{G}_i$ 和$\bar{\mathcal{G}}_i$ 分别是节点 i 处光滑之前和之后的梯度，n 是设计参数的数量，此时与网格点数量相同。那么

$$\mathcal{G}=\boldsymbol{A}\,\mathcal{G} \tag{25}$$

其中，$\boldsymbol{A}$ 是 $n\times n$ 维的三对角矩阵，因此

$$\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{bmatrix}1+2\epsilon & -\epsilon & 0 & . & 0\\ \epsilon & . & . & & \\ 0 & . & . & . & \\ . & & . & . & -\epsilon\\ 0 & & & \epsilon & 1+2\epsilon\end{bmatrix} \tag{26}$$

在每一次设计迭代中，每一步长 $\delta\mathcal{F}$取

$$\delta\mathcal{F}=-\lambda\boldsymbol{A}\,\mathcal{G} \tag{27}$$

由表达式的形式可以看出，隐式光滑可以被视为预调节器，使得在研究过程能够用较大的步长，从而大大地减小设计迭代收敛的步数。

设计方法可以被总结如下：

（1）求解流动方程得到 $\boldsymbol{w}$。

（2）求解满足适当边界条件的伴随方程得到 $\boldsymbol{\psi}$。

（3）估计$\mathcal{G}$并计算相关的索博列夫梯度$\bar{\mathcal{G}}$。

（4）将$\bar{\mathcal{G}}$映射到满足几何限制的子空间。

（5）根据下降最陡的方向重新设计外形。

（6）返回 1 直到收敛。

接下来的两节，分别介绍了这种方法在跨声速势流和欧拉方程描述的流动中的应用。

5　利用保角变换设计势流翼型

考虑二维可压缩无黏流动。在没有激波的情况下，初始的无旋流动将保持无旋，我们可以假设速度矢量 $\boldsymbol{q}$ 是速度势 ϕ 的梯度。在有激波的情况下，这仍然是非常好的近似。取 p，ρ，c 和 M 为压力、密度、声速和马赫数 q/c。那么势流方程为

$$\nabla\cdot(\rho\nabla\phi)=0 \tag{28}$$

其中密度为

$$\rho=\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M_\infty^2(1-q^2)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{29}$$

且

$$p=\frac{\rho^\gamma}{\gamma M_\infty^2},\ c^2=\frac{\gamma p}{\rho} \tag{30}$$

这里，M_∞是自由来流马赫数，在远场 p 和 q 的值都为 1。

假定 z 平面内的翼形 C 的外部区域 D，映射到平面内单位圆的外部区域，如图 3 所示。取 R 和 θ 为 σ 平面内的极坐标，r 为径向坐标的倒数 $1/R$。h 为映射函数导数的模：

$$h=\left|\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\sigma}\right| \tag{31}$$

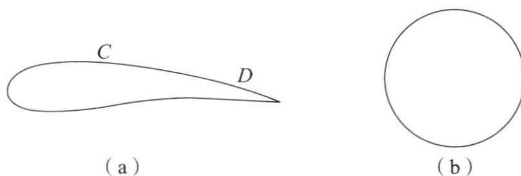


图 3　保角映射

(a) z 平面；(b) σ 平面

现在势流方程变为

$$在\ D\ 中：\frac{\partial}{\partial\theta}(\rho\phi_\theta)+r\frac{\partial}{\partial r}(r\rho\phi_r)=0 \tag{32}$$

其中密度由方程（29）给出，周向速度和径向速度分量为

$$u=\frac{r\phi_\theta}{h},\ v=\frac{r^2\phi_r}{h} \tag{33}$$

且

$$q^2=u^2+v^2 \tag{34}$$

流动切向条件形成了诺埃曼边界条件：

$$在\ C\ 上：v=\frac{1}{h}\frac{\partial\phi}{\partial r}=0 \tag{35}$$

在远场，速度势由渐近近似给出，在 $r=0$ 处为狄利克雷边界条件。

假设在边界 C 上想要有速度分布 q_d。引入如下价值函数：

$$I=\frac{1}{2}\int_C(q-q_\mathrm{d})^2\mathrm{d}\theta \tag{36}$$

设计问题现在变成了控制问题，控制方程为映射模量 h，根据流动方程（28）～方程(35) 确定的限制条件来使 I 最小。



映射模量的改变 δh 会导致速度势、速度分量和密度的变化，$\delta\phi$，δu，δv 和 $\delta\rho$。价值函数的变化为

$$\delta I=\int_C(q-q_{\mathrm{d}})\delta q\,\mathrm{d}\theta \tag{37}$$

其中，在边界 C 上，$q=u$。
同时

$$\delta u=r\frac{\delta\phi_\theta}{h}-u\frac{\delta h}{h},\ \delta v=r^2\frac{\delta\phi_r}{h}-v\frac{\delta h}{h} \tag{38}$$

根据方程（29）

$$\frac{\partial\rho}{\partial u}=-\frac{\rho u}{c^2},\ \frac{\partial\rho}{\partial v}=-\frac{\rho v}{c^2} \tag{39}$$

于是 $\delta\phi$ 满足

$$L\delta\phi=-\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\rho M^2\phi_\theta\frac{\delta h}{h}\right)-r\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho M^2 r\phi_r\frac{\delta h}{h}\right) \tag{40}$$

式中

$$L\equiv\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\rho\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{\rho uv}{c^2}r\frac{\partial}{\partial r}\right]+r\frac{\partial}{\partial r}\left[\rho\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)r\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\rho uv}{c^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\right] \tag{41}$$

接着，如果 ψ 为在远场消失的周期性可微函数，则

$$\int_D\frac{\psi}{r^2}L\delta\phi\,\mathrm{d}S=\int_D\rho M^2\,\nabla\phi\cdot\nabla\psi\frac{\delta h}{h}\mathrm{d}S \tag{42}$$

其中，$\mathrm{d}S$ 为面元 $r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，右侧项通过分部积分得到。

现在，我们在方程（37）中减去方程（42）。辅助函数 ψ 起拉格朗日乘子的作用。因此

$$\delta I=\int_C(q-q_{\mathrm{d}})q\frac{\delta h}{h}\mathrm{d}\theta-\int_C\delta\phi\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{q-q_{\mathrm{d}}}{h}\right)\mathrm{d}\theta-\int_D\frac{\psi}{r^2}L\delta\phi\,\mathrm{d}S+\int_D\rho M^2\,\nabla\phi\cdot\nabla\psi\frac{\delta h}{h}\mathrm{d}S \tag{43}$$

我们假设 ψ 满足伴随方程

在 D 中　　$L\psi=0$　(44)

边界条件是

在 C 上　　$\dfrac{\partial\psi}{\partial r}=\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial\theta}\left(\dfrac{q-q_{\mathrm{d}}}{h}\right)$　(45)

于是，分部积分：

$$\delta I=-\int_C(q-q_{\mathrm{d}})q\frac{\delta h}{h}\mathrm{d}\theta+\int_D\rho M^2\,\nabla\phi\cdot\nabla\psi\frac{\delta h}{h}\mathrm{d}S \tag{46}$$

这里，第一项是指标变化的直接影响，面积分表示对压缩效应的修正。当不考虑第二项时，这一方法退化为 Lighthill 方法的一种变形（Lighthill，1945）。

方程（46）可进一步简化，通过边界积分来表示 δI，因为映射函数可以由其边界上的模量完全确定。令

$$\lg\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\sigma}=\boldsymbol{\mathcal{F}}+i\beta \tag{47}$$

其中

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}=\lg\left|\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\sigma}\right|=\lg h \tag{48}$$

且

$$\delta\boldsymbol{\mathcal{F}}=\frac{\delta h}{h} \tag{49}$$

于是，$\boldsymbol{\mathcal{F}}$满足如下拉普拉斯方程：

在 D 中　　$\Delta\boldsymbol{\mathcal{F}}=0$　(50)

如果在远场没有延伸，$\boldsymbol{\mathcal{F}}\to 0$。引入另一个辅助函数 P，满足

在 D 中　　$\Delta P=\rho M^2\,\nabla\psi\cdot\nabla\psi$　(51)

且

在 C 上　　$P=0$　(52)

通过分部积分，我们发现

$$\delta I=\int_C\boldsymbol{\mathcal{G}}\,\delta\,\boldsymbol{\mathcal{F}}_{\mathrm{c}}\mathrm{d}\theta \tag{53}$$

式中，$\boldsymbol{\mathcal{F}}_{\mathrm{c}}$ 是$\boldsymbol{\mathcal{F}}$的边界值，且

$$\boldsymbol{\mathcal{G}}=\frac{\partial P}{\partial r}-(q-q_{\mathrm{d}})q \tag{54}$$

因此，通过对映射函数的边界模量进行修正而获得改进：

$$\delta\boldsymbol{\mathcal{F}}_{\mathrm{c}}=-\lambda\bar{\boldsymbol{\mathcal{G}}} \tag{55}$$

由于$\boldsymbol{\mathcal{F}}$满足拉普拉斯方程，从而也确定了计算映射函数。由此，Lighthill 方法被扩展到跨声速流动中。更多的细节可以在 Jameson（1988）、Jameson 和 Martinelli（1999）的研究中找到。

6　利用欧拉方程设计机翼

这一节以采用可压缩欧拉方程建模的三维机翼设计为例，论述控制理论在气动设计中的应用。Jameson、Martinelli 和 Pierce（1998），Jameson 和 Martinelli（1999），以及 Jameson（2003）对此方法进行扩展并应用于处理 N-S 方程。为了方便，用分量 x_1，x_2，x_3 表示笛卡儿坐标系，u_1，u_2，u_3 表示速度，指标的重复表示对 $i=1$ 到 $i=3$ 求和。于是，三维欧拉方程可以写为

$$\frac{\partial\boldsymbol{w}}{\partial t}+\frac{\partial\boldsymbol{f}_i}{\partial x_i}=0 \tag{56}$$

式中

$$w=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u_1\\ \rho u_2\\ \rho u_3\\ \rho E\end{bmatrix},\ f_i=\begin{bmatrix}\rho u_i\\ \rho u_i u_1+p\delta_{i1}\\ \rho u_i u_2+p\delta_{i2}\\ \rho u_i u_3+p\delta_{i3}\\ \rho u_i H\end{bmatrix} \tag{57}$$

δ_{ij} 为克罗内克 δ 函数。同时

$$p=(\gamma-1)\rho\left(E-\frac{1}{2}u_i^2\right) \tag{58}$$

且

$$\rho H=\rho E+p \tag{59}$$

γ 为比热容比。

为了简化伴随方程的求导，我们将解映射到固定的计算域 D，其坐标轴为 ξ_1，ξ_2，ξ_3，且有

$$K_{ij}=\left[\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}\right],\ J=\det(\boldsymbol{K}),\ K_{ij}^{-1}=\left[\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j}\right] \tag{60}$$

以及

$$\boldsymbol{S}=J\boldsymbol{K}^{-1} \tag{61}$$

$\boldsymbol{S}$ 中的元素是 $\boldsymbol{K}$ 的余子式，在有限体积离散中，它们分别是计算单元在 x_1，x_2 和 x_3 方向的投影面积，J 表示单元体积。

方程（56）乘以 J 并利用链式法则得

$$J\frac{\partial w}{\partial t}+\boldsymbol{R}(w)=0 \tag{62}$$

式中

$$\boldsymbol{R}(w)=S_{ij}\frac{\partial f_j}{\partial \xi_i}=\frac{\partial}{\partial \xi_i}(S_{ij}f_j) \tag{63}$$

我们可以用逆变速度分量表示变形的流量：

$$U_i=S_{ij}u_j \tag{64}$$

$$F_i=S_{ij}f_j=\begin{bmatrix}\rho U_i\\ \rho U_i u_1+S_{i1}p\\ \rho U_i u_2+S_{i2}p\\ \rho U_i u_3+S_{i3}p\\ \rho U_i H\end{bmatrix} \tag{65}$$

为了简便，选取描述固定计算域的坐标 ξ_i，在每一个坐标上，边界值都不变。外形的改变导致相应的映射导数的改变。此外，假设仅限于对坐标面 $\xi_2=0$ 内的边界做形状修正。

为了描述这一过程，考虑相反的问题，我们旨在获得理想的表面压力 p_d。那么，很自然地定义价值函数：

$$I=\frac{1}{2}\int_B(p-p_d)^2\mathrm{d}S \tag{66}$$

其中，p_d 为理想的表面压力，积分在真实的机翼表面或其他将要修正的外形上进行。在计算域内，可变形为

$$I=\frac{1}{2}\iint_B(p-p_d)^2\ |\boldsymbol{S}_2|\ \mathrm{d}\xi_1\mathrm{d}\xi_3 \tag{67}$$

式中

$$|\boldsymbol{S}_2|=\sqrt{S_{2j}S_{2j}} \tag{68}$$

为表面积，相当于计算域内单位元的表面积。

在定常状态，根据方程（63），由于形状改变造成的解的变化 δw 由下式确定：

$$\delta\boldsymbol{R}=\frac{\partial}{\partial \xi_i}\delta \boldsymbol{F}_i=0 \tag{69}$$

式中

$$\delta \boldsymbol{F}_i=S_{ij}\frac{\partial \boldsymbol{F}_j}{\partial w}\delta w+\delta S_{ij}f_j \tag{70}$$

这里，形状改变表现为度量变化 δS_{ij}。现在我们将其与拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}$ 相乘，通常被称为共态向量，并从价值函数的变化中减去其在流域的积分，得到

$$\begin{aligned}\delta I=&\iint_B(p-p_d)\delta p\ |\boldsymbol{S}|\ \mathrm{d}\xi_1\xi_3+\\&\frac{1}{2}\iint_B(p-p_d)^2\ |\ \delta\boldsymbol{S}\ |_2\mathrm{d}\xi_1\mathrm{d}\xi_3-\\&\int_D\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\frac{\partial}{\partial \xi_i}\delta\boldsymbol{F}_i\mathrm{d}\xi\end{aligned} \tag{71}$$

接下来，最后一项可以通过分部积分给出：

$$\begin{aligned}&-\iint_B\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\delta\boldsymbol{F}_2\mathrm{d}\xi_1\mathrm{d}\xi_3-\int\frac{\partial\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}}{\partial\xi}\left(S_{ij}\frac{\partial f_j}{\partial w}\right)\delta w\mathrm{d}\xi-\\&\int_D\frac{\partial\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}}{\partial\xi}\delta S_{ij}f_j(w)\mathrm{d}\xi\end{aligned} \tag{72}$$

其中，通过选择适当的远场伴随边界条件，消除了远场边界的贡献（Jameson，1988）。

现在可以看出，价值函数的变化 δI 对 δw 的依赖性可以通过使共态向量满足伴随方程而消除。

$$\left[S_{ij}\frac{\partial f}{\partial w}\right]^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial\xi_i}=0\quad 在\ D\ 中 \tag{73}$$

同时通过包含 $\delta\boldsymbol{F}_2$ 的边界积分，可以消除包含 δp 的第一类边界积分。现在，在 $\xi_2=0$ 处没有流动通过边界的条件等价于

$$U_2=0 \tag{74}$$

所以，当边界形状修正了之后

$$\delta U_2=0 \tag{75}$$

因此，边界无黏流量的变化退化为

$$\delta\boldsymbol{F}_2=\delta p\begin{bmatrix}0\\ S_{21}\\ S_{22}\\ S_{23}\\ 0\end{bmatrix}+p\begin{bmatrix}0\\ \delta S_{21}\\ \delta S_{22}\\ \delta S_{23}\\ 0\end{bmatrix} \tag{76}$$



相应地，通过令 $\boldsymbol{\psi}$ 满足边界条件，可以获得期望的消除：

$$\boldsymbol{\psi}_j n_j = p - p_d \tag{77}$$

式中，n_j 是曲面法向分量。

价值函数的变化退化为

$$\delta I = \frac{1}{2}\iint_B (p - p_d)^2 \mid \delta \boldsymbol{S} \mid_2 \mathrm{d}\xi_1 \mathrm{d}\xi_3 - \iint_B (\delta S_{21} \boldsymbol{\psi}_2 + \delta S_{22} \boldsymbol{\psi}_3 + \delta S_{23} \boldsymbol{\psi}_4) p \mathrm{d}\xi_1 \mathrm{d}\xi_3 + \int_D \frac{\partial \boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}}{\partial \xi} \delta S_{ij} \boldsymbol{f}_j(\boldsymbol{w}) \mathrm{d}\xi \tag{78}$$

最终，通过定义修正外形时的网格变形能够得到梯度的表达式和度量扰动 δS_{ij}。通过对伴随边界条件的适当修正，可以消除价值函数变化中的边界积分。由于 $\delta \boldsymbol{F}_2$ 仅与压力变化 δp 和度量变化相关，任何带有表面压力积分的价值函数都可以处理。下一节讲述一些具有代表性的例子。

7　设计案例分析

7.1　二维跨声速翼型的研究

当用无黏欧拉方程描述流动时，阻力的来源是激波产生的波阻。因此，如果在升力固定的情况下通过外形优化使阻力最小化，最好的结果是无激波的零阻力翼型。按这一标准，最优外形并不是唯一的，因为所有的无激波翼型都很好。人们在过去15年中的经验证明了，无激波剖面可以通过各种不同的初始外形得到，同时保证升力系数和厚度不变。图4展示了优化DLBA-243翼型得到的无激波设计的例子（Harbeck和Jameson，2005）。

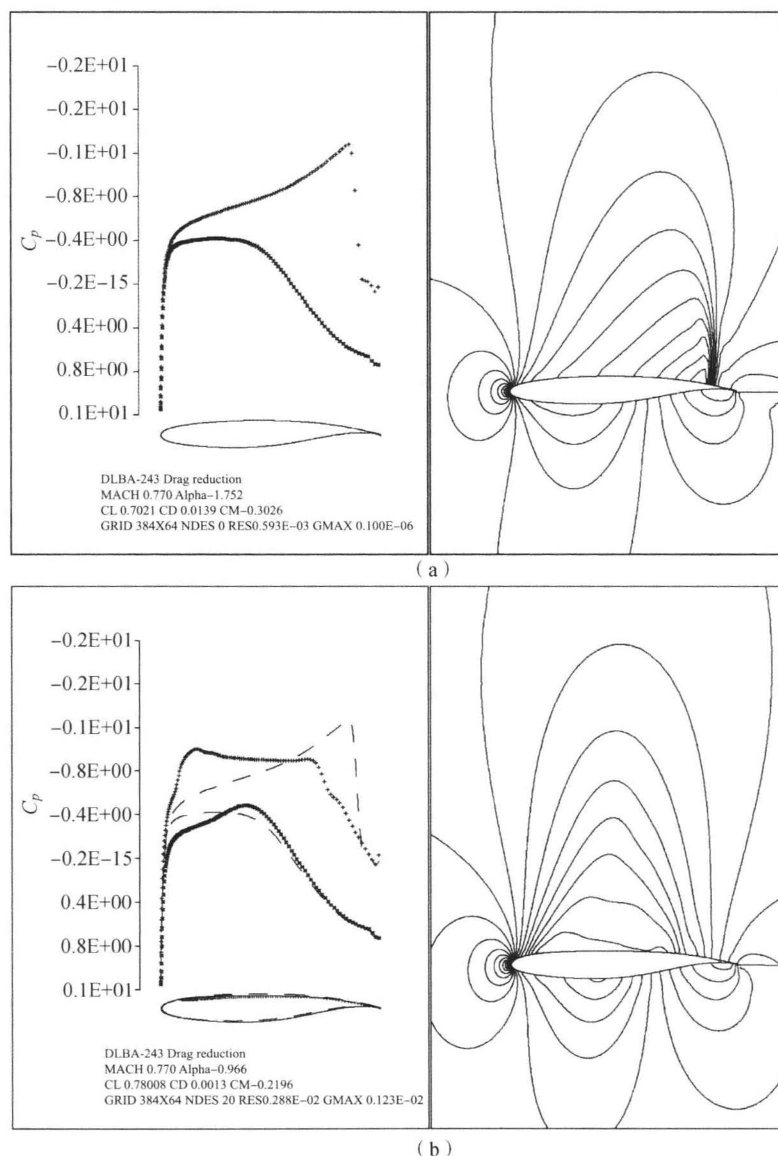
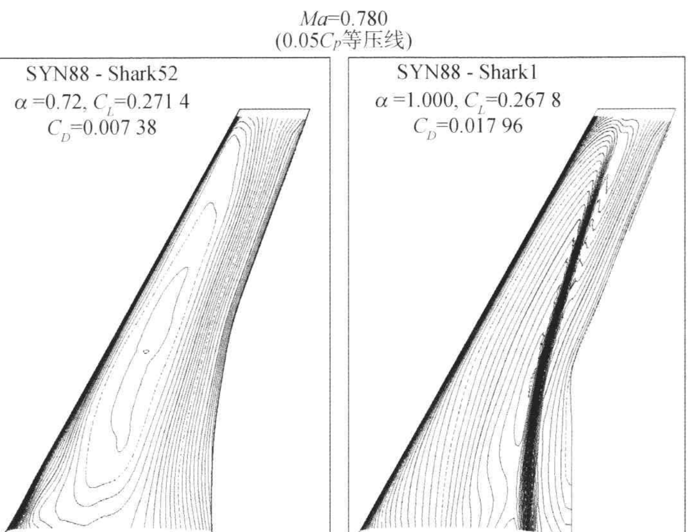


图4　DLBA-243翼型的压力分布和马赫线

(a) 优化前；(b) 优化后



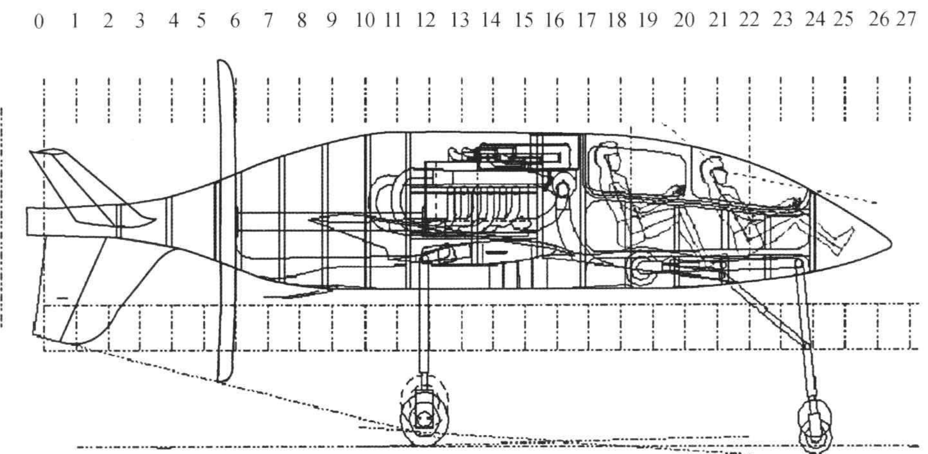


图 5　利用欧拉方程进行的机翼优化设计，及利用N-S方程进行的逆设计

（a）侧视图；（b）通过优化消除激波；（c）利用欧拉方程的优化结果；（d）N-S方程逆设计结果



7.2　鲨鱼赛车设计

利用三维优化，能够很快地得到有效的设计。在下一个例子中有所展示，即目标时速 550 mph[①] 的螺旋桨驱动的雷诺航空竞技者的机翼设计（Jameson 和 Vassberg，2001）。图 5（a）给出了概略图。

如图 5（b）和（c）所示，初始机翼有很强的激波，通过利用欧拉方程进行优化消除了激波。接着，利用雷诺平均 N-S 方程进行逆向设计进一步优化了机翼，产生的压力分布能够使机翼在一定的升力系数范围内，其绕流流动保持层流，如图5（d）所示。

7.3　超级波音 747

为了实现利益最大化，我们应该允许平面图和机翼剖面形状的再设计。接着，需要评估由再设计而导致的机翼质量变化。接下来的例子是“超级波音 747”的机翼设计，通过优化得到了增加展长、减小掠度、通过减小厚度减重这几种改进。图 6（a）中的数字和图 6（b）的曲线比较了“超级波音 747”和现有波音 747 的阻力增长。

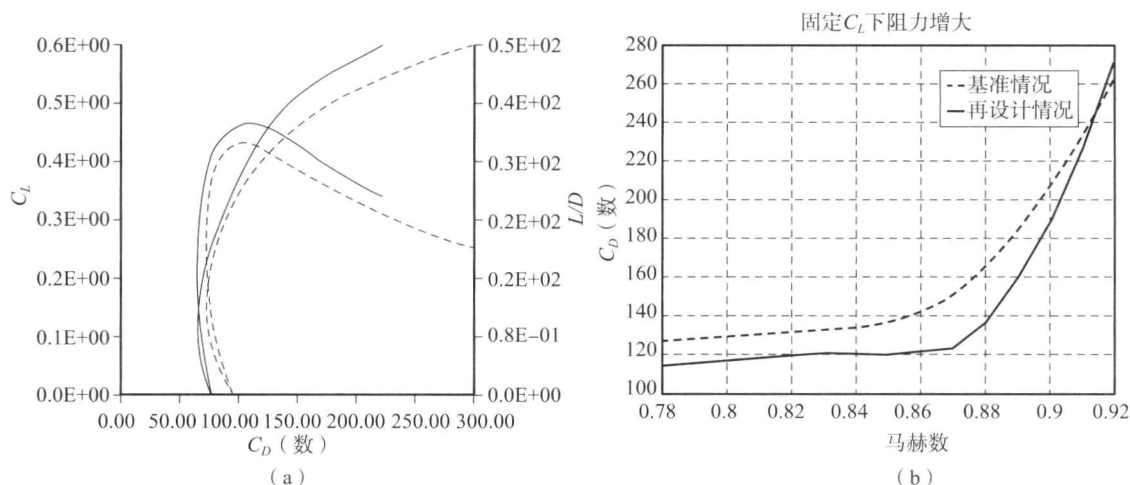
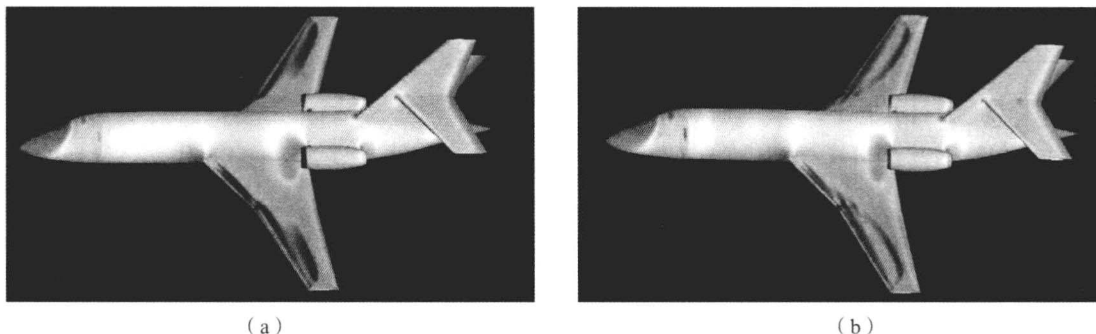


图 6　(a) 马赫数为 0.86 时的基准阻力极线和超级波音 747 的阻力极线；
(b) 超级波音 747 的阻力与马赫数的关系

7.4　跨声速商务喷气机外形优化

利用非结构网格，同样的设计方法还被用于飞行器整体构型设计（Jameson、Shankaran 和 Martinelli，2008）。图 7（a）和（b）给出了商务喷气机的结果。在初始构型中，外侧机翼剖面有很强的激波，通过再设计基本被消除。在 8 个设计循环内，阻力由 235(数)下降为 215(数)，通过攻角的扰动使升力保持在 0.4。此外，在设计过程中保持机翼的原始厚度，以确保再设计时燃油箱体积和结构完整性。通过将限制形状的运动传递给曲面三角元的节点，厚度限制被施加在沿机翼展向的剖切面上。



（a）　　　　（b）

图 7　商务喷气机在 $M=0.8$，$\alpha=2°$ 时的等密度云图

(a) 基准情况；(b) 再设计情况

① 1 mph（英里/时）=1.609 344 km/h。

8 结　　论

本章介绍的伴随设计方法已在多种工业应用中取得了成效，包括最近湾流 G650 的机翼设计。这种方法将数值计算方法的多功能性和逆设计方法的有效性相结合。通过网格扰动技术来进行几何修正的方法适用于任何构型。计算有效性和几何灵活性的结合，为最终创造飞行器完整构型的气动设计方法提供了强有力的工具。在优化整体构型的激励下，人们现在正在进行关于非结构网格伴随方法开发的研究（Nielsen 和 Park，2006；Castro 和 Zuazua，2007；Mavriplis，2007）。最终，最有效的方法可能是将 CAD 几何定义直接并入外形优化过程。

致　　谢

作者关于形状优化的研究受益于空军科学研究办公室计算数学项目 20 多年的持续支持。

参考文献

Anderson, W. K. and Venkatakrishnan, V. (1997) Aerodynamic design and optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation. AIAA 35th Aerospace Sciences Meeting, Reno. AIAA Paper 97 - 0643.

Baysal, O. and Eleshaky, M. E. (1991) Aerodynamic design optimization using sensitivity analysis and computational fluid dynamics. 29th Aerospace Sciences Meeting, Reno. AIAA Paper 91 - 0471.

Cabuk, H., Shung, C. H. and Modi, V. (1991) Adjoint operator approach to shape design for internal incompressible flow. Third International Conference on Inverse Design Concepts and Optimization in Engineering Sciences, Pennsylvania State University, pp. 391 - 404.

Castro, C. and Zuazua, E. (2007) Systematic continuous adjoint approach to viscous aerodynamic design on unstructured grids. *AIAA J.*, 45 (9), 2125 - 2139.

Desai, M. and Ito, K. (1994) Optimal controls of Navier-Stokes equations. *SIAM J. Control Optim.*, 32 (5), 1428 - 1446.

Elliot, J. and Peraire, J. (1996) Practical 3D aerodynamic design and optimization using unstructured meshes. 6th AIAA/NASA/ USAF Multidisciplinary and Optimization Symposium, Seattle. AIAA Paper 96 - 4710.

Epstein, B. and Peigin, S. (2005) Constrained aerodynamic optimization of three-dimensional wings driven by Navier-Stokes computations. *AIAA J.*, 43, 1946 - 1957.

Glauert, H. (1926) *The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory*, Cambridge University Press.

Gonzalez, L. F., Whitney, E. J., Srinivas, K., and Periaux, J. (2004) Multidisciplinary aircraft design and optimisation using a robust evolutionary technique with variable fidelity models. 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Albany, NY. AIAA Paper 2004 - 4625.

Harbeck, M. and Jameson, A. (2005) Exploring the limits of transonic shock-free airfoil design. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV. AIAA Paper 2005 - 1041.

Hicks, R. M., Murman, E. M. and Vanderplaats, G. N. (1974) An assessment of airfoil design by numerical optimization. *NASA TM*, *X*-3092.

Hicks, R. M. and Henne, P. A. (1979) Wing design by numerical optimization. AIAA 17th Aerospace Sciences Meeting, New Orleans. AIAA Paper 79 - 80.

Huan, J. C. and Modi, V. (1994) Optimum design for drag minimizing bodies in incompressible flow. *Inverse Prob. Eng.* 1, 1 - 25.

Jameson, A. (1988) Aerodynamic design via control theory. *J. Sci. Comput.*, 3, 233 - 260.

Jameson, A. (1989) Computational aerodynamics for aircraft design. *Science*, 245, 361 - 371.

Jameson, A. (1995) Optimum aerodynamic design using CFD and control theory. 12th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, San Diego. AIAA Paper 95 - 1729.

Jameson, A., Martinelli, L., and Pierce, N. (1998) Optimum aerodynamic design using the Navier - Stokes equations. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 10, 213 - 237.

Jameson, A. and Martinelli, L. (1999) Aerodynamic shape optimization techniques based on control theory. Centro Internazionale Matematico Estivo (C. I. M. E.), Martina Franca, Italy. 151 - 222.

Jameson, A. and Vassberg, J. C. (2001) Computational fluid dynamics for aerodynamic design: its current and future impact. 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV. AIAA Paper 2001 - 0538.

Jameson, A. (2003) Aerodynamic shape optimization using the adjoint method. 2002 - 2003 Lecture Series at the Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Brussel, Belgium.

Jameson, A., Shankaran, S. and Martinelli, L. (2008) A continuous adjoint method for unstructured grids. 16th AIAA Computational Fluid Dynamic Conference,



Orlando, FL. AIAA Paper 2003 - 3955; *AIAA J*. 46 (5), 1226 - 1239.

Jameson, A. (2004) Efficient aerodynamic shape optimization. 10th AIAA/ISSMO Multidisciplany Analysis and Optimization Conference, Albany, New York. AIAA Paper 2004-4369.

Jones, R. T. (1981) The minimum drag of thin wings in frictionless flow. *J. Aerosol Sci.*, 18, 75 - 81.

LeDoux, S. T., Herling, W. W., Fatta, J. and Ratcliff, R. R. (2004) Multidisciplinary design and optimization system using higher order analysis code. 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Albany, NY. AIAA Paper 2004 - 4567.

Leoviriyakit, K. and Jameson, A. (2004) Case studies in aero-structural wing planform and section optimization. 22nd AIAA Applied Aerodynamics Conference and Exhibit, Rhode Island. AIAA Paper 2004 - 5372.

Lighthill, M. J. (1945) A new method of two dimensional aerodynamic design. *Rep. Memor. Aero. Res. Coun. Lond.*, 2112, 143 - 236.

Lions, J. L. (1971) *Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York.

Mavriplis, D. J. (2007) A discrete adjoint based approach for optimization problems on three-dimensional unstructured meshes. *AIAA J.*, 45 (44), 740 - 750.

Nielsen, E. J. and Anderson, W. K. (1999) Aerodynamic design optimization on unstructured meshes using the Navier-Stokes equations. *AIAA J.*, 37 (11), 1411 - 1419.

Nielsen, E. J. and Park, M. A. (2006) Using an adjoint approach to eliminate mesh sensitivities in computational design. *AIAA J.*, 44, 948 - 953.

Pironneau, O. (1984) *Optimal Shape Design for Elliptic Systems*, Springer-Verlag, New York.

Prandtl, L. and Tietjens, O. G. (1934) *Applied Hydro and Aerodynamics*, Dover Publications.

Reuther, J. and Jameson, A. (1995) Aerodynamic shape optimization of wing and wing-body configurations using control theory. AIAA 33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno. AIAA Paper 95 - 0213.

Sears, W. D. (1947) On projectiles of minimum drag. *Q. Appl. Math.*, 4, 361 - 366.

Ta'asan, S., Kuruvila, G. and Salas, M. D. (1992) Aerodynamic design and optimization in one shot. 30th Aerospace Sciences Meeting and Exibit, Reno, NV. AIAA Paper 92 - 005.

本章译者：王锁柱，雷娟棉，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 53 章

自适应网格和重叠网格方法

William D. Henshaw
劳伦斯利弗莫尔国家实验室应用科学计算中心，
利弗莫尔，加利福尼亚，美国

1 引　　言

本章讨论求解航空航天问题时使用的结构网格自适应加密（AMR）和重叠网格技术。重叠网格又被称为 Chimera 网格、嵌套网格和组合网格。自适应网格加密和重叠网格是两个密切相关的技术，被用于求解偏微分方程（PDE）。这些 PDE 可能是描述液体和气体流动的 N-S 方程的。求解问题时，网格的选择对算法的精度和效率（求解时间）有非常重要的影响。利用结构网格比非结构网格更有效率（在内存和计算时间方面）。利用结构网格能够生成平滑的网格，而且在边界处网格高度集中。

多块结构网格在航天领域有广泛的应用。多块网格是重叠网格的一种特殊情况，由一系列在边界对齐的结构网格组成。一般来说，对于复杂的几何体，特别是运动几何体，很难生成多块网格，因为网格都是紧密耦合的。在重叠网格中，允许不同的结构网格以任意方式重叠。这使得生成网格较为容易，因为每个网格的构造都与其他网格无关。重叠网格生成器被用于除去用不到的网格（被称为孔切割过程），并确定由其他网格插值得到的网格点。重叠网格在运动边界层问题中非常有用，如航天器分离和旋翼飞行器的应用。运动组件周围的局部贴体网格在每个时刻都会跟随目标运动，只需要对网格插值的连通性信息进行更新。因此网格生成速度很快，并且在运动位移较大时，网格仍然能够保持很高的质量。

AMR 技术在需要较高精度的区域内动态地进行网格加密，如近激波区域、爆炸区域和剪切层。AMR 避免了均匀网格加密，因此加快了计算速度，同时能够进行高精度模拟。当被用于非结构网格时，AMR 会在单元内加密。对于结构网格，AMR 方法通常要添加由多个网格点组成的加密网格（有时被称为补丁）。添加补丁是为了保证效率，也被称为 SAMR（结构网格自适应加密）。本章只讨论结构网格 AMR 技术。AMR 网格也是重叠网格的特例。边界补丁的解由其他补丁的解插值得到。重叠网格也可以与 AMR 结合。

2 自适应网格加密

块结构自适应网格加密最初由 Berger 和 Oliger（1984）开发，之后由 Berger 和 Colella（1989）扩展至冲击流体力学。自适应网格加密在误差较大处添加新的加密网格。为了保证效率，加密网格通常与底层基网格对齐，基网格的层级为$l=0$，加密网格为$l=1$，依次类推。第l层的网格相对于第（$l-1$）层网格的细化率为n_r。通常，第l层的网格都包含在第（$l-1$）层网格中。在物理边界，为了让加密网格与边界对齐，这一条件有所放松。图 1 展示了块结构 AMR 网格的例子，图中的细化率$n_r=2$，其他的细化率如 3 和 4 也经常用到。

AMR 算法基于误差估计、网格生成和差值程序。误差估计用来标记需要加密的单元。网格生



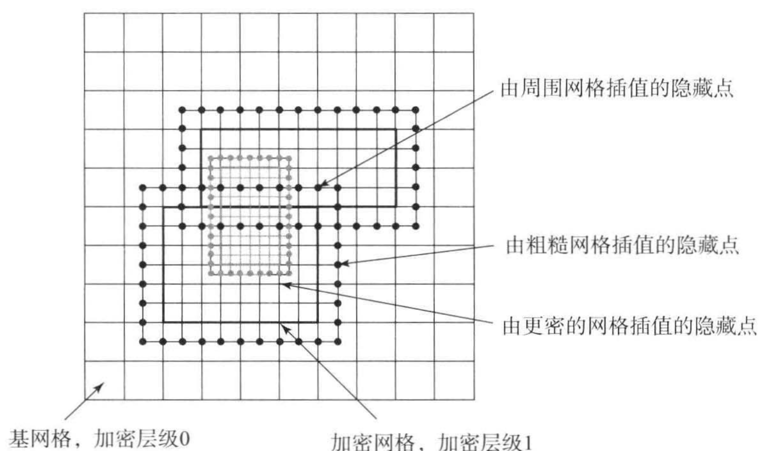


图 1 块结构 AMR 技术在需要高精度的区域添加新的加密网格

加密网格上的重影点（实心圆）由周围网格或下一级粗糙网格插值得到，粗糙网格点在被加密网格覆盖的区域插值。

成产生一系列非重叠补丁将所有标记的单元覆盖。给定新的加密网格后，解也应该由旧网格向新网格插值。同时需要对虚构点和隐藏点进行插值。

一种最简单也是最常用的误差估计器是基于第一次和第二次求解的差异。这些差异说明了解快速变化的位置，这些地方数值近似的精度最低。也有较为复杂的误差估计器，通过比较粗糙网格和精细网格的解来估计截断误差。

在一些 AMR 的实现中，加密网格被排成八叉树数据结构，所以网格的位置被限制在一定区域，递归地对坐标方向除以 2 产生新的区域。这简化了网格的生成、插值和并行负载平衡程序。其他的 AMR 实现提供了更一般的加密网格布置方式。这时，根据 AMR 网格生成算法，利用非重叠补丁将由误差估计器标记的单元覆盖。通常利用经过变换的 Berger-Rigoutsos 算法来生成补丁的位置。这一算法递归地将区域分为更小的补丁，这些补丁加起来包含所有的标记单元。对于给定的补丁，将其不断的分割，直到标记单元与未标记单元的比率超过给定的临界值。

加密网格边界（虚构点）的解由相同加密层级的临近网格插值得到，或从临近的粗糙网格得到。插值的精确性取决于所要求解和离散的 PDE 所使用近似方法的精度（Chesshire 和 Henshaw，1990）。精细/粗糙边界的插值可以通过平衡分界面的流量得到。

对于并行计算，负载平衡器是另一个重要的算法组件。负载平衡器将决定如何将网格布置给不同的并行处理器，以达到相同的工作量。有许多不同的负载平衡算法已被用于 AMR 问题，包括空间填充曲线、装箱算法、空间分半算法或它们的组合。通常，负载平衡算法必须考虑一些网格点的工作负载明显大于其他点的情况，如多种物质的化学反应流动。

在与时间相关的问题中，每几个步时就会重新计算加密网格的位置，所以网格能够追踪流动过程中精细尺度的特性。对于许多 PDEs，根据柯朗-弗里德里布斯-列维条件，精细网格上的解比粗糙网格上的解需要更小的步长。此时，可以利用子循环算法，精密网格上的多重步长被用于粗糙网格的步时。

在软件中实现并行 AMR 方法是一项相当繁重的任务。为了克服这一障碍，我们开发了大量的 AMR 软件构架，以支持 PDEs 的并行求解，包括 AmrLib/BoxLib、Chombo、DAGH、GrACE、Overture、PARAMESH 及 SAMRAI。在以上构架内出现了多种不同的 PDEs 求解器。除了这些构架，还有许多利用块结构 AMR 的流动求解器，包括 AMRCLAW、AMROC 和 FLASH。可以在互联网上找到这些程序包的更多信息。

3 重叠网格

重叠网格已经有效并被精确地用于一大类问题的求解。在 20 世纪 60 年代（Volkov，1966）到 70 年代（Starius，1977）的论文中，出现了重叠网格（在当时被称为组合网格）。20 世纪 80 年代早期，在 NASA 艾姆斯研究中心，Steger 和他

的同事在航空航天领域做了先驱性的工作（Steger 和 Benek，1987；Chan，2009）。重叠网格方法利用一系列的结构网格来建立复杂区域上的计算网格。为了简化网格建立过程，允许网格重叠。这与同样利用多重结构网格但需要边界对齐的块结构网格形成了对比。建立重叠网格比块结构网格更容易。

正如 Chesshire 和 Henshaw（1990），Meakin（1999）讨论的那样，重叠网格方法可以在复杂的区域建立光滑的网格，并且与边界对齐。与分块网格相比，为复杂的区域建立重叠网格更加容易，因为网格之间并不需要完全匹配。光滑的网格对于得到精确的解非常重要，特别是在使用高阶精度的方法时。边界附体网格对于精确地实现边界条件和描述边界层现象十分有用。使用结构网格可以提高计算性能并降低内存使用。此外，由于大多数的重叠网格由笛卡儿网格单元组成，可以保留笛卡儿网格计算速度和低内存利用率的优势。重叠网格技术在处理运动或变形边界的问题时非常具有吸引力，因为网格保持光滑并且能够快速生成。尽管在重叠网格分界面使用的插值通常并不守恒，但对于重叠网格可以构造守恒型插值（Chesshire 和 Henshaw，1994）。然而，许多研究者的经验表明，即便对于涉及强激波和爆炸的非常困难的问题，非守恒型插值仍具有良好的表现。

假设 PDE 的求解区域为 Ω，$\mathcal{G}$ 表示此区域的重叠网格。$\mathcal{G}$ 由一系列结构网格组成，即 $\{G_g\}$（$g=1, 2, \cdots, N$），这些网格覆盖 Ω 且有重叠部分。典型地，物理边界使用贴体曲线网格，而大部分区域使用的是一个或多个笛卡儿基网格。d 维空间（$d=2$ 或 3）中的网格都是矩形的。由参数间隔 $\boldsymbol{r}$ 到物理间隔 $\boldsymbol{x}$ 的映射定义了网格：

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{G}_g(\boldsymbol{r}) \quad \{\boldsymbol{r}\in[0, 1]^d, \boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^d\} \tag{1}$$

图 2 展示了由两层网格、环形贴体网格和笛卡儿基网格构成的重叠网格。两层网格也在单位参数空间（计算空间）中被描述。这个例子中，环形网格在笛卡儿网格上裁剪出了空洞，笛卡儿网格中未用到的点都以空心圆表示。两层网格上的其他点为离散点（PDE 或边界条件在这些点上离散）或插值点（也被称为边缘点）。这些信息由重叠网格生成器提供。两层网格的边界为物理边界（在这里施加边界条件）、周期边界或插值边界。通常每一层网格都有一层或多层虚网格，以利于边界层的应用。

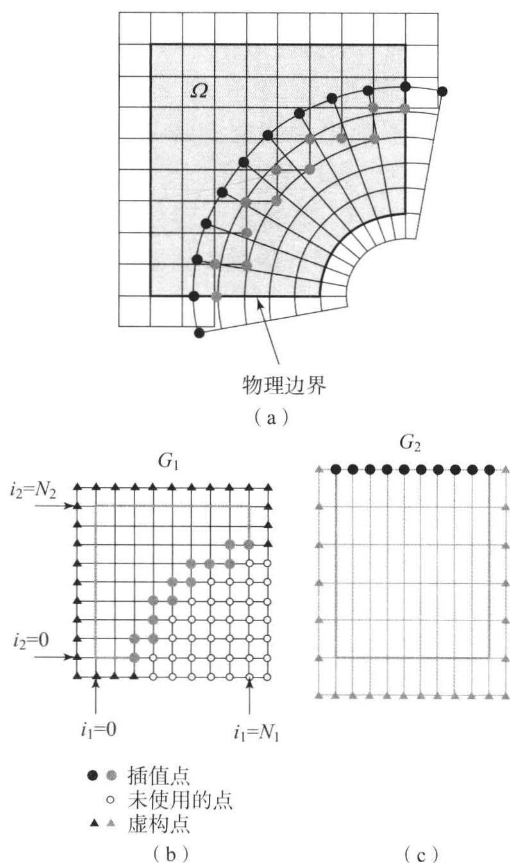


图 2　实例

(a) 两层曲线结构网格组成的重叠网格；(b)，(c) 单位正方形参数空间中的网格网格点分为离散点、插值点或未使用的点；利用虚构点来实现边界条件

重叠网格的数值通常基于有限差分和有限体积近似。这里讲述了一维对流-扩散方程的基本离散方法，对流-扩散方程由下式给出：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+a\frac{\partial u}{\partial x}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad [x\in(x_a, x_b)] \tag{2}$$

$$u(0, t)=g_0(t) \quad [u_x(1, t)=g_1(t)] \text{（边界条件）} \tag{3}$$

$$u(x, 0)=u_0(x) \text{（初始条件）} \tag{4}$$

式中，$u=u(x, t)$；a 是对流速度常数；$\nu>0$ 为黏度系数。

图 3 给出了这一问题的重叠网格。间隔 $[x_a, x_b]$ 由两层网格覆盖，网格点满足：

$$x_i^{(1)}=x_a+i\Delta x_1\left(i=-1, 0, 1, \cdots, N_1+1, \quad \Delta x_1=\frac{x_d-x_a}{N_1}\right) \tag{5}$$

$$x_j^{(2)}=x_c+(j+1)\Delta x_2\left(j=-1, 0, 1, \cdots, N_2+1, \quad \Delta x_2=\frac{x_b-x_c}{N_2}\right) \tag{6}$$



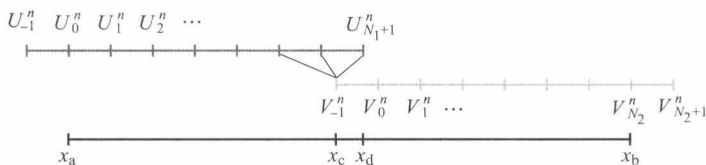


图3　间隔为 $[x_a, x_b]$ 的一维重叠网格

插值点的解 $U_{N_1+1}^n$ 和 V_{-1}^n 由对面网格的解插值得到

引入数值近似 $U_i^n \approx u(x_i^{(1)}, t^n)$ 和 $V_j^n \approx u(x_j^{(2)}, t^n)$，其中 $t^n = n\Delta t$ 且 Δt 为时间步长。方程的离散可以通过时间的向前欧拉差分和空间的中心差分得到：

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} = -aD_0U_i^n + \nu D_+D_-U_i^n \tag{7}$$

$(i=1, 2, \cdots, N_1)$

$$\frac{V_j^{n+1} - V_j^n}{\Delta t} = -aD_0V_j^n + \nu D_+D_-V_j^n \tag{8}$$

$(j=0, 2, \cdots, N_2)$

$$U_0^n = g(t^n),\ D_0V_{N_2} = g_1(t^n)\ (\text{边界条件}) \tag{9}$$

$$U_i^0 = u_0(x_i^{(1)})\ (i=0, 2, \cdots, N_1+1)\ (\text{初始条件}) \tag{10}$$

$$V_j^0 = u_0(x_j^{(2)})\ (j=-1, 0, 2, \cdots, N_2+1)\ (\text{初始条件}) \tag{11}$$

式中，差分算子为

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx D_0U_i^n = \frac{U_{i+1}^n - U_{i-1}^n}{2\Delta x_1}$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx D_+D_-U_i^n = \frac{U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n}{\Delta x_1^2} \tag{12}$$

给定时间 t^n 时刻的解 U_i^n 和 V_j^n，利用以上方程就可以计算所有内部和边界点在 t^{n+1} 时刻的值 U_i^{n+1} 和 V_i^{n+1}。利用三点二次插值公式计算插值点的值：

$$U_{N_1+1}^{n+1} = \frac{1}{2}(1-\alpha)(2-\alpha)V_{-1}^{n+1} + \alpha(2-\alpha)V_0^{n+1} + \frac{1}{2}\alpha(\alpha-1)V_1^{n+1} \tag{13}$$

$$V_{-1}^{n+1} = \frac{1}{2}(1-\beta)(2-\beta)U_{N_1-1}^{n+1} + \beta(2-\beta)U_{N_1}^{n+1} + \frac{1}{2}\beta(\beta-1)U_{N_1+1}^{n+1} \tag{14}$$

式中，$\alpha = (x_d - x_{-1}^{(2)})/\Delta x_2$ 且 $\beta = (x_c - x_{N_1-2}^{(1)})/\Delta x_1$。

近似具有二阶空间精度和一阶时间精度。同样可以利用高阶精度近似和隐式近似。

重叠网格可以与 AMR 结合。图 4 所示为理想气体中激波与运动刚体碰撞的例子（Henshaw 和 Schwendeman，2006）。在圆柱周围应用环形网格，绝大多数区域为笛卡儿网格。每个时间步环形网格都可以运动。每个圆柱的运动由其质量和流体对其的作用力决定。加密网格会添加到每个环形网格和笛卡儿基网格。AMR 网格在每一步都会根据估计的误差重新计算。

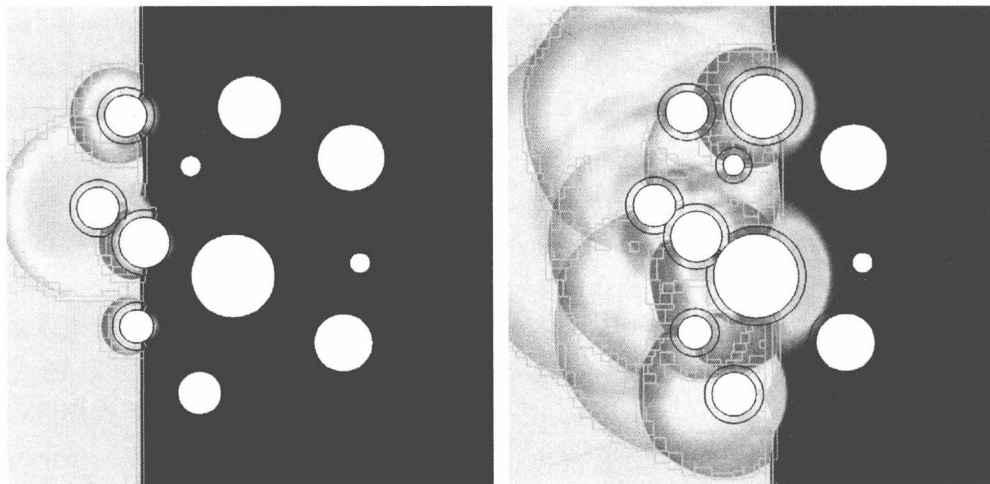


图 4　利用重叠网格和 AMR 描述激波与运动圆柱的碰撞

图中展示了密度等值线和边界基网格与 AMR 网格

生成相对复杂构型的重叠网格是非常消耗时间的过程。通常网格生成过程中第一步也是最困难的一步是物理边界表面网格的构建。这些网格可以通过代数、椭圆和双曲型网格生成算法得到。双曲型网格生成算法基于快速推进算法，特别适用于重叠网格（Chan，1999）。从表面网格可以相对容易地生成体积网格，特别是利用双曲型推进方法。远离边界的主要区域通常为一个或多个笛卡儿网格，在一些应用中其他类型的网格（圆柱、球形网格）也非常有用。一旦对给定的几何体建立了初始的网格，那么对于相似的几何体建立网格就相对容易了。尽管有工作针对复杂几何体的表面网格自动化生成，但未来研究的重要领域还是由CAD几何直接生成重叠网格的全自动算法的设计。

Chan等（2002）的研究中汇集了几种重叠网格生成的最佳示例。这里重点讨论的是得到重要的特征解所需的网格间隔，如边界层和剪切层。求解N-S方程时，黏性边界层所需的网格间隔取决于流动条件（如雷诺数、马赫数）、湍流模型和边界近似（如是否利用壁面函数）。间隔通常由量纲为1的距离 y^+ 估计，y^+ 定义为

$$y^+=y^+(y)\neq\frac{\rho_w}{\mu_w}\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}}y \tag{15}$$

式中，ρ_w，μ_w 和 τ_w 分别为密度、黏度和壁面切应力；y 是距壁面的垂直距离。

两方程湍流模型要求选取的壁面垂直距离 Δs_w 使 $y^+(\Delta s_w)$ 小于1。y^+ 的值取决于解，但可以通过边界层理论估计（White，1991）。亚声速流动中的湍流边界层近似为

$$\frac{\Delta s_w}{L}=\frac{y^+(\Delta s_w)}{Re\sqrt{c_f/2}}\left[c_f\approx\frac{0.455}{\ln^2(0.006Re)}\right] \tag{16}$$

式中，Re 为基于特征长度 L 的雷诺数；c_f 为表面摩擦系数。

利用 $y^+=1$ 和 $Re=10^6$，得到 $c_f\approx6\times10^{-3}$，壁面的网格间隔应为 $\Delta s_w\approx2\times10^{-5}L$。这一结果表明，为了精确求解黏性边界层，需要非常密的网格。当求解欧拉方程时，忽略边界层且无滑移条件由滑移条件代替。此时，垂直壁面的网格间隔与切向网格间隔的尺寸相似。这就成了花费少但精度较低的计算。

这里列出了一些可以生成重叠网格并求解PDE的软件。其中大多数软件可以在网上找到，而有一些只有美国公民和常住居民才能使用。重叠式网格工具包包含许多有用的程序、库函数和网格处理、生成及结果分析的原稿。PEGSUS、SUGGAR和Ogen为重叠网格生成器，被用于计算连通性信息。OVERFLOW是广泛使用的关于可压缩N-S方程的流动求解器。INS2D和INS3D是不可压缩N-S方程求解器。DIRTLIB是用于添加重叠网格的程序包。Overture是生成网格和编写PDE求解器的工具集，CG程序包基于Overture，包含不可压缩和可压缩N-S方程、耦合传热问题和电磁学的求解器。

4　应　　用

重叠网格方法被用于各种不同的航空航天应用，包括：

（1）宇宙飞船；
（2）商用飞机；
（3）军用飞机；
（4）武器系统（如导弹系统、弹托分离）；
（5）内流（如涡轮泵、建筑内流）；
（6）燃烧；
（7）共轭传热；
（8）气动声学；
（9）风力涡轮机。

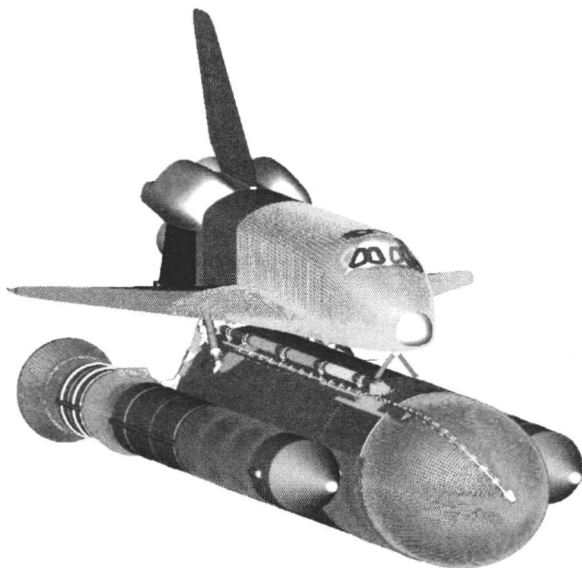
这一方法已被用于许多工程和科技领域，如动脉和静脉中的血液流动建模、人工心脏、黏性指进、黏弹性流动、爆轰、船舶自由表面绕流，潜水器和电磁学。

在NASA，一项重叠网格的最初应用是航天飞机绕流，最初的网格只由两部分网格组成。当今的重叠网格有600组网格和1亿网格点，以对航天飞机和运载火箭进行详细的模拟。图5展示了有部分网格的航天飞机运载火箭，以及由重叠网格利用OVERFLOW计算得到的解（压力）（Pearce等，1993；Jespersen、Pulliam和Buning，1997）。

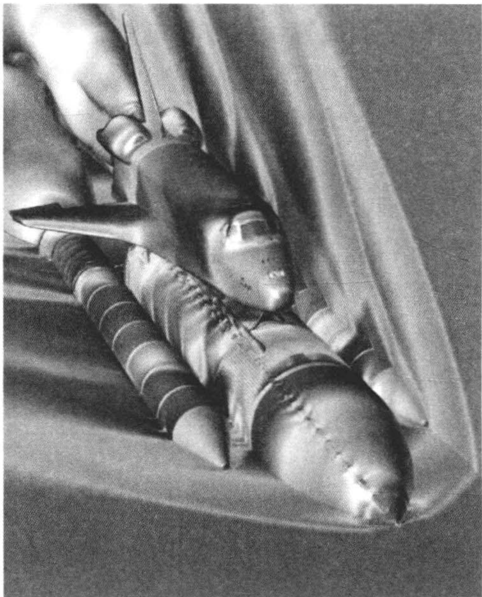
重叠网格已被广泛地用于运动几何问题。运动网格应用包括歼击机机翼存储物分离的建模、固体火箭助推器与航天飞机运载火箭的分离、火箭多级分离和多体弹丸模拟等。这些应用中，刚体的运动由牛顿-欧拉方程控制。在自由空间中，刚体有6个自由度（DOF），这些计算通常被称为6-DOF。例如，重叠网格被用于涡轮泵不可压缩流动建模（Kiris等，2008）。旋翼飞行器的模拟是又一个运



动几何的应用。图6展示了V-22鱼鹰直升机利用OVER-FLOW-D求解器的模拟结果（Meakin和Wissink，1999）。捕捉翼尖脱落的强力旋涡非常困难。自适应网格加密在这些计算中起到了关键作用。



（a）

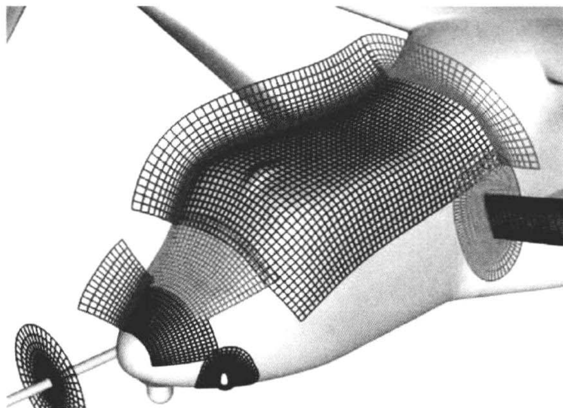


（b）

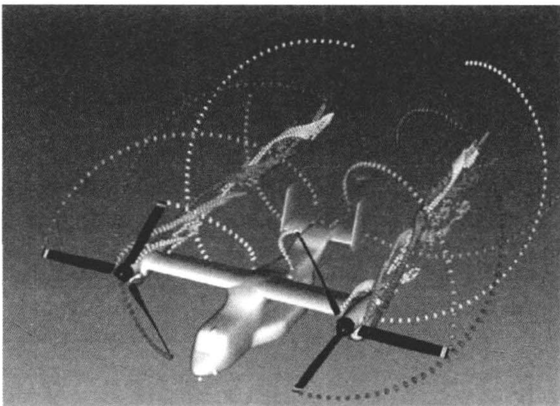
图5 重叠网格和计算结果

（a）航天飞机和运载火箭的部分重叠网格；（b）利用重叠网格的计算结果

（图片由William Chan和Reynaldo Gomez提供）



（a）



（b）

图6 V-22鱼鹰直升机的重叠网格和AMR建模

（a）V-22几何外形网格实例；（b）V-22前行时的流动模拟结果

（图片由William Chan、Andrew Wissink和Robert Meakin提供）

5 总　　结

重叠网格和自适应网格加密通常适用于求解任何问题，需要底层网格来表示计算域。因此，任何问题都可以利用非结构网格求解，且有限元方法可以由重叠网格和AMR求解。重叠网格的主要目的是通过对复杂的运动几何体建立结构网格，来改进求解效率和精度。AMR的主要目的是提高效率，并在需要更高精度的区域添加网格补丁来扩大求解问题。

重叠网格和AMR已被成功用于模拟涉及高速和低速的航空航天应用。今天，一些最有效率的求

解器就是基于重叠网格和 AMR，它们被用于模拟复杂运动几何体的绕流。未来，这一领域的关键工作是创造由 CAD 几何生成网格的直接算法。

参考文献

Berger，M. J. and Colella，P.（1989）Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics. *J. Comput. Phys.*，pp. 64－84.

Berger，M. J. and Oliger，J.（1984）Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. *J. Comput. Phys.*，53，484－512.

Chan，W. M.（1999）Hyperbolic Methods for Surface and Field Grid Generation，in *Handbook of Grid Generation*（eds J. F. Thompson，B. K. Soni，and N. P. Weatherill），Chapter 5，CRC Press，pp. 1－26.

Chan，W. M.，Gomez，R. J.，Rogers，S. E. and Buning，P. G.（2002）Best practices in overset grid generation. Paper 2002－3191，AIAA.

Chan，W. M.（2009）Overset grid technology development at NASA Ames Research Center. *Comput. Fluids*，38（3），496－503.

Chesshire，G. S. and Henshaw，W. D.（1990）Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations. *J. Comput. Phys.*，90（1），1－64.

Chesshire，G. S. and Henshaw，W. D.（1994）A scheme for conservative interpolation on overlapping grids. *SIAM J. Sci. Comput.*，15（4），819－845.

Henshaw，W. D. and Schwendeman，D. W.（2006）Moving overlapping grids with adaptive mesh refinement for high-speed reactive and non-reactive flow. *J. Comput. Phys.*，216（2），744－779.

Jespersen，D. C.，Pulliam，T. H. and Buning，P. G.（1997）Recent enhancements to OVERFLOW. Paper 97－0644，AIAA.

Kiris，C. C.，Kwak，D.，Chan，W. and Housman，J. A.（2008）High-fidelity simulations of unsteady flow through turbopumps and flowliners. *Comput. Fluids*，37（5），536－546.

Meakin，R. and Wissink，A.（1999）Unsteady aerodynamic simulation of static and moving bodies using scalable computers. AIAA paper 99－3302－CP，American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Meakin，R. L.（1999）Composite overset structured grids，in *Handbook of Grid Generation*（eds J. F. Thompson，B. K. Soni，and N. P. Weatherill），Chapter 11，CRC Press，pp. 1－20.

Pearce，D. G.，Stanley，S. A.，Martin，F. W.，Gomez，R. J.，Le Beau，G. J.，Buning，P. G.，Chan，W. M.，Chui，T. I.，Wulf，A. and Akdag，V.（1993）Development of a large scale Chimera grid system for the space shuttle launch vehicle. Paper 93－0533，AIAA.

Starius，G.（1977）Composite mesh difference methods for elliptic and boundary value problems. *Numer. Math.*，28，243－258.

Steger，J. L. and Benek，J. A.（1987）On the use of composite grid schemes in computational aerodynamics. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*，64，301－320.

Volkov，E. A.（1966）A finite difference method for finite and infinite regions with piecewise smooth boundaries. *Doklady*，168（5），744－747.

White，F. M.（1991）*Viscous Fluid Flow*，2nd edn，McGraw-Hill.

本章译者：吴小胜，彭雪莹（北京理工大学宇航学院）

第 54 章

计算流体力学中的求解方法和加速技术

Richard P. Dwight，Peter Lucas，Hester Bijl
航空航天工程空气动力集团，代尔夫特，荷兰

1 引　　言

通过对控制流动的偏微分方程（PDEs）进行空间离散，得到描述流体运动的常微分方程（ODEs）系统，只有一个独立变量，即时间 t。例如，可压缩无黏流动的控制方程（欧拉方程）为

$$\frac{\partial \boldsymbol{w}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}f_i(\boldsymbol{w})=0\ (\text{在 } \Omega \text{ 上}) \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{w}=(\rho, \rho u, \rho v, \rho E)$ 为守恒变量组成的矢量；f_i 是欧拉通量；Ω 为物理区域，见第 1 卷第 21 章。

利用空间离散，如第 1 卷第 44 章中介绍的，这些方程可以被写为半离散格式的常微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}W_i}{\mathrm{d}t}+R_i(W)=0, \qquad \forall i \tag{2}$$

式中，W_i 是离散相关的变量，对应每个自由度的空间离散。

例如，有限体积法在每个网格点处给出 4 个自由度，每个都对应一个未知量。空间离散的细节包括边界条件和 Ω，都包含在残差 R 中，其中 R 为代数运算符。我们在讨论求解方法时关注的都是这个 ODE 的求解，因为其有效解是数值代码效率的决定因素。

下面讨论定常状态 $R_i(W)=0$ 时式（2）的求解和瞬变运动的精确求解。可压缩流中用到的技术，虽然由式（1）描述，但多数讨论将与不可压缩相关。通用的离散方法不考虑交替方向隐式方法（ADI），这一方法非常有效但是仅限于结构网格。这里需要了解 Jacobi 和 Gauss-Seidel 迭代法的相关知识。

2 稳态求解方法

我们关注于寻找 N 维矢量 $\boldsymbol{W}$ 满足 N 个非线性代数方程 $R_i(W)=0$。这表示离散流动问题的稳态解。经典的方法为牛顿法，写为

$$\boldsymbol{W}^{n+1}=\boldsymbol{W}^{n}-\left(\left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{W}}\right|_{\boldsymbol{W}^n}\right)^{-1}\cdot \boldsymbol{R}(\boldsymbol{W}^n) \tag{3}$$

式中，$\boldsymbol{W}^n$ 为第 n 步迭代的已知解，$\boldsymbol{W}^{n+1}$ 未知。

牛顿法二次收敛，迭代几步就可收敛，$\boldsymbol{W}^n$ 与精确解非常相近。然而，这种方法有许多缺点，并不适用于大规模的 CFD 问题中。$N\times N$ 维的雅可比稀疏矩阵 $\partial \boldsymbol{R}/\partial \boldsymbol{W}$，①难以求解，因为 $\boldsymbol{R}$ 通常是 $\boldsymbol{W}$ 的复杂函数，②需要占用很大内存，通常是其余代码占用内存的几倍（Dwight，2006），③难以求逆且花费较大[1]。此外，事实上，牛顿迭代只有在当初始条件 $\boldsymbol{W}^{(0)}$ 足够接近正确解时才会收敛，特别是对于 CFD 中的刚性问题。

这些问题都可以解决：对于①和②，利用有限差分或自动微分工具来求雅可比矩阵与矢量的乘积。启动问题可以利用一些连续方法处理（如首先利用牛顿法求解简单问题，将其解作为初始条件来处理稍微困难的问题）。通常连续参数为网格，由初始的粗糙逐渐变得精细。③并不容易处理，实际上人们已经将非线性问题转换为线性问题，但仍难以求解，我们需要求解多个这样的线性问题才能得到非线性解。然而，在编写 PDE 代码时，首先考虑的还是牛顿法，在很多情况下能够得到满意的解。牛顿法在 CFD 中的应用参见文献（Nemec 和

Zingg，2002；Knoll 和 Keyes，2004）。

然而，CFD 中最常用的求解方法是通过不同的途径来研究系统的物理特征。不同于直接求解 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W})=0$，我们保持时间导数不变，从这一时刻对式（2）做向前积分，直到解不再发生变化，被称为迭代至稳态。因为我们不关注瞬态特性，不要求积分格式的时间精度，这就使方法具有很强的灵活性，有许多方法可供选择。

许多稳态迭代可以写为

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{W}^n)\cdot(\boldsymbol{W}^{n+1}-\boldsymbol{W}^n)+\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W}^n)=0 \quad (4)$$

式中，$\boldsymbol{A}$ 为自由选取的 $N\times N$ 维预处理矩阵，需要求逆得到 W^{n+1} 的显式表达式。

注意到式（4）最左边的一项代替了时间离散。假设 $\boldsymbol{A}$ 可以求逆，那么 $\boldsymbol{W}$ 为迭代的平稳点，当且仅当 $\boldsymbol{W}$ 为方程 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W})=0$ 的解。预处理矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的选取和求逆解法将这种方法完全确定。由于选择的任意性，可以得到高效和稳定的方法。注意到牛顿法中式（3）是式（4）的特殊情况。

在随后的内容中，我们讨论一系列精度不断提高的方法，考虑显式格式和缺陷矫正，最终为非线性多重网格方法。例如，将每种方法用于 RAE2822 翼型的跨声速流动，一种典型的跨声速流动（第 1 卷第 23 章），马赫数为 0.73，攻角为 2.8°和雷诺数为 6.5×10^6。同样使用了雷诺平均 N-S 公式（第 1 卷第 47 章），利用二阶中心有限体积格式和 Spallart-Almaras 单方程湍流模型。模拟在混合网格上利用 DLR TAU 代码（Gerhold 等，1997），网格点为 30×10^3。收敛性通过标准化的残差 $\|\boldsymbol{R}_\rho(\boldsymbol{W}^{(n)})\|/\|\boldsymbol{R}_\rho(\boldsymbol{W}^{(0)})\|$ 评估，迭代步数和迭代时间分别如图 1 和图 2 所示。图 3 展示了

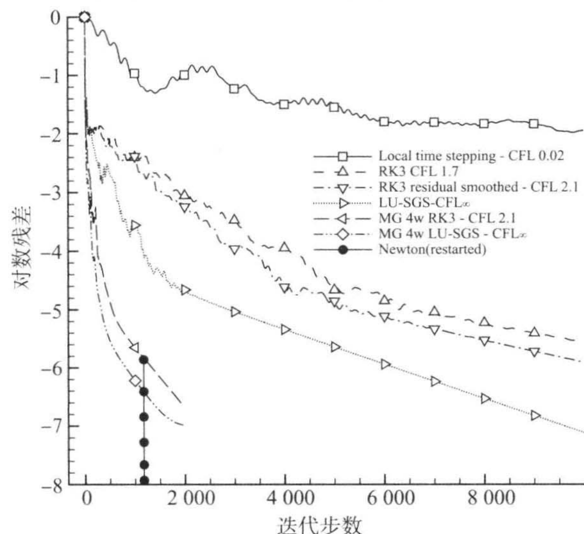


图 1　对于 RAE2822 翼型，松弛法随迭代步数的收敛特性

计算得到的瞬态阻力系数。残差的快速收敛不一定意味着阻力的快速收敛。这是由于阻力的误差由低频解的误差主导（高频误差会被消除），残差由高频解的误差主导（缓慢变化的解残差较小）。这些图给出了参考，当残差为 $10^{-5}\sim10^{-4}$ 时，或阻力系数保持不变时，在工程中这些解被认为足够收敛。

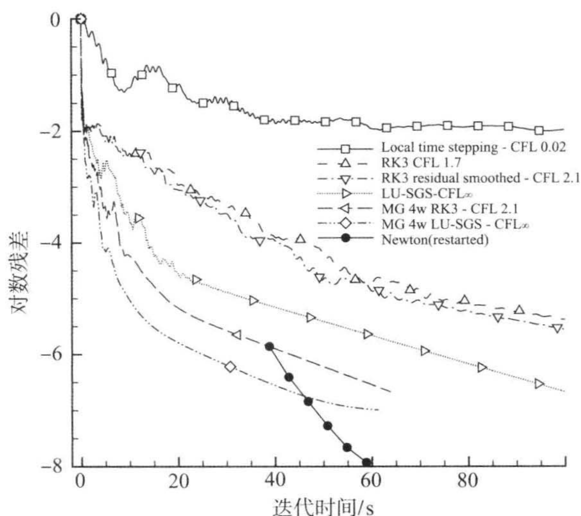


图2　对于 RAE2822 翼型，松弛法随迭代时间的收敛特性

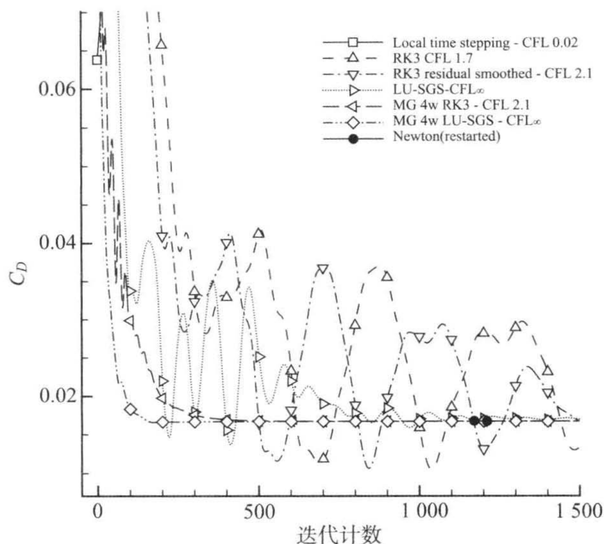
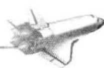


图 3　与图 1 中残差的收敛相关的阻力系数的收敛

为了更好地展示每种方法之间的关系，图 4 定性地总结了收敛率、每步迭代效率和内存占用的关系。这幅图形象地反映出了作者在空气动力学中的经验，同时每种方法的地位会随着算法和执行细节而变化。以下的讨论将会阐明每种方法的特性。



2.1　显式单级方法

式（4）中，$\boldsymbol{A}$ 最简单的取法为

$$\boldsymbol{A}=\frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{I} \tag{5}$$

式中，$\boldsymbol{I}$ 是 $N\times N$ 维的单位阵；Δt 为时间步长。

这种方法是对式（2）的显式离散，具有一阶时间精度，通常被称为向前欧拉方法。尽可能地选取较大的 Δt，这样就能快速达到稳定状态。然而，只有时间步长满足 CFL 条件时，迭代才会稳定。这一条件是稳定的必要条件，要求数值解的依赖区域包含物理解的依赖区域（Courant、Friedriches 和 Lewy，1967）。

例如，考虑传播速度为 u 的波通过一维无限长的间隔为 Δx 的网格。控制方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+u\frac{\partial \phi}{\partial x}=0 \tag{6}$$

对于 $u>0$，式（6）可以被离散为

$$\frac{\phi_i^{(n+1)}-\phi_i^{(n)}}{\Delta t}+u\frac{\phi_{i+1}^{(n)}-\phi_i^{(n)}}{\Delta x}=0 \tag{7}$$

式中，上标和下标分别为时间和空间指标。

在 Δt 时间内，物理问题中的信息传播距离为 $u\Delta t$，因此在数值问题中，信息的传播速度至少应该保持 u，以保证数值格式可以得到构成解而需要的信息。对于上述离散，信息在 Δt 时间内传播的距离为 Δx（只在 x 正向）。因此，CFL 条件有

$$u\Delta t\leqslant \Delta x \tag{8}$$

实际上，网格单元的大小一般不同。CFL 条件必须满足网格中最小的单元。在高雷诺数 RAE2822 中，求解边界层利用的网格的长宽比为 1∶1 500，单位弦长内的高度为 1×10^{-5}。如果这些单元中的全局时间步长基于 CFL 条件，那么信息从前缘传至后缘需要 1×10^{5} 步。如果将这种方法的收敛性绘制在图 1 中，将和水平线没有什么区别。

然而，认识到时间精度和均匀时间步长并不是必要的，引入当地时间步长：

$$\boldsymbol{A}=\frac{1}{\Delta t_i}\boldsymbol{I}\left(\Delta t_i=\frac{\Delta x_i}{u_i}\right) \tag{9}$$

式中，下标 i 表示对每个单元的评估。

因此，最严格的 CFL 条件限制最小的单元。这是最便宜同时也是最慢的迭代法，因此在图 4 中最左下角的位置，其对角为最昂贵的牛顿方法，同时也是迭代次数最少的方法。CFL 数定义为当地时间步长与 CFL 条件（8）表示的时间步长之比。

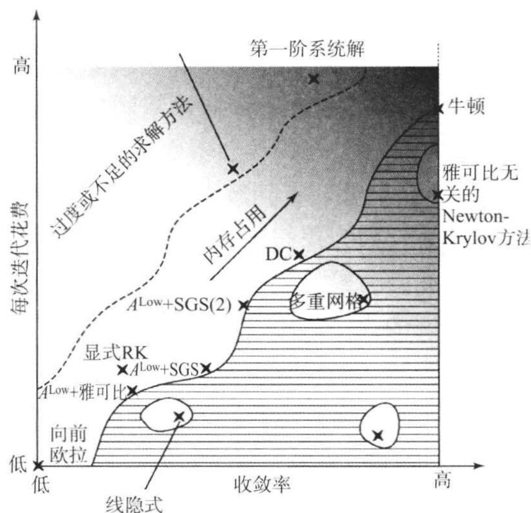


图 4　松弛方法定性的特性描述，展示了相对收敛率、迭代效率和内存占用

2.2　显式多级方法

龙格-库塔（RK）方法引入了对每一时间步长的残差 R 的多级评估，这一方法最初是为了获得高阶时间精度而提出的。以显式 RK 作为收敛加速技术的基础是由于其出色的误差衰减特性，特别是对于误差的高频部分（Jameson、Schmidt 和 Turkel，1981），这使其适用于多级网格平滑器（见 2.4 节）。M 级格式可以被写为

$$\boldsymbol{W}^{(0)}:=\boldsymbol{W}^{n} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{W}^{(j)}:=\boldsymbol{W}^{(0)}-\alpha_j\Delta t\cdot\boldsymbol{R}\left[\boldsymbol{W}^{(j-1)}\right]\quad (j\in 1,2,\cdots,m) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{W}^{n+1}:=\boldsymbol{W}^{(m)} \tag{12}$$

式中，为了简便，省略下标 i；α_j 为标量常数，以此来优化格式的稳定性。

这些选择基于离散系统的 von Neumann 分析（Hirsch，1989），并且取决于空间离散。对于中心离散的欧拉方程，Jameson、Schmidt 和 Turkel（1981）给出了 $\alpha=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},1\right)$ 的三级 RK 方法，以及 $\alpha=\left(\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{3}{8},\frac{1}{2},1\right)$ 的五级方法。一般来说，每一级龙格-库塔方法都依赖之前所有级的方法，需要存储多个解向量。这对于获得高阶时间精度是必要的，但对于阻尼特性并不是必需的，因此使用不多。

通过残差光滑可以获得进一步的稳定性，即对 $\boldsymbol{R}$ 应用低频滤波器（Blazek，2001）。在 RAE2822 的例子中，对三级格式利用这一修正使得稳定的 CFL 数由 1.7 增至 2.1，并在一定程度上改进了收

敛性（图 1）。对基本的 RK 法做单级局部时间步长改进更引人注目。同时，m 级 RK 方法是需要 m 倍的当地时间步长花费。将这一技术推广，可以对每一级 RK 法应用当地预处理（Pierce 和 Giles，1997）。

2.3　隐式方法和亏损修正

显式方法主要的缺点是 CFL 条件的限制，隐式方法可以克服这个问题，其代价是需要对 $\boldsymbol{A}$ 求逆（见第 1 卷第 58 章）。对式（2）进行隐式时间离散，关于已知的时间级线性化：

$$\frac{\boldsymbol{W}^{n+1}-\boldsymbol{W}^{n}}{\Delta t}=-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W}^{n+1})=-\left[\boldsymbol{R}\ (\boldsymbol{W}^{n})+\left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{W}}\right|_{\boldsymbol{W}^{n}}\Delta \boldsymbol{W}^{n}+\mathcal{O}(\Delta \boldsymbol{W}^{2})\right] \tag{13}$$

式中，$\Delta \boldsymbol{W}^{n}=\boldsymbol{W}^{n+1}-\boldsymbol{W}^{n}$。

忽略高阶项并整理得到

$$\left(\frac{\boldsymbol{I}}{\Delta t}+\left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{W}}\right|_{\boldsymbol{W}^{n}}\right)\cdot \Delta \boldsymbol{W}^{n}=-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W}^{n}) \tag{14}$$

式中，最左边的项被视为 $\boldsymbol{A}$。

一般情况下，在每个网格点，$\boldsymbol{W}^{n+1}$ 是 $\boldsymbol{W}^{n}$ 的函数（假设 $\boldsymbol{A}$ 不能化简），因此就移除了 CFL 条件。在极限情况下 $\Delta t\rightarrow\infty$，这就是式（3）的牛顿法。已经说明了牛顿法并不适用，因此应尝试寻找其他更为便宜且能够保持良好收敛特性的方法。为此，考虑用近似的 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$（牛顿近似）来代替 $\partial \boldsymbol{R}/\partial \boldsymbol{W}$，每一步迭代粗略地求解线性系统［式(14)］。这两种简化为每一步迭代节省了工作量，代价是收敛率降低。

由低阶离散很自然地得到了 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$。例如，给出 $\boldsymbol{R}^{(1)}$ 和 $\boldsymbol{R}^{(2)}$，控制方程在空间的一阶和二阶离散，令 $\widetilde{\boldsymbol{A}}=\partial \boldsymbol{R}^{(1)}/\partial \boldsymbol{W}$（目的在于求解 $\boldsymbol{R}^{(2)}=0$）。通常稀疏矩阵 $\partial \boldsymbol{R}^{(1)}/\partial \boldsymbol{W}$ 将比 $\partial \boldsymbol{R}^{(2)}/\partial \boldsymbol{W}$ 条件更好，有更少的值。这样的一阶问题可以通过高斯-塞德尔法简单求解，同时需要重复迭代，直到解趋于二阶问题的解，这是亏损修正（Koren，1990）。

一类常见的方法是当地预处理，在显式和隐式方法之间，雅可比矩阵只有对角元（Pierce 和 Giles，1997）。通过选择区块对角矩阵，与对流和声速相关的刚度可以通过低马赫数预处理缓和（Turkel，1987）。

图 4 展示了一种隐式方法 Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel（LUSGS）的收敛性（Yoon 和 Jameson，1988；Dwight，2006），用到了 $\widetilde{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{Low}}$，这是对一阶雅可比矩阵的简化。这一简化的目的是快速构造 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{Low}}$，同时保持 CFL 数的无穷大。利用 SGS 扫描进行每一步隐式迭代来求解系统（增加扫描次数并不能明显地改进收敛性）。每一步迭代的花费要低于 RK（3），收敛速度是其两倍以上：LU-SGS 迭代 1 200 步收敛到 10^{-4}。图 4 中，LU-SGS 与 RK 的位置相近。利用简单的雅可比迭代来代替 SGS，收敛率降低了不少，但花费并没有减少太多。利用双 SGS 扫描增加了花费，却并没有明显地提高收敛性。因此，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{Low}}$ 和简单 SGS 迭代能够相互补充。

2.4　CFD 的多重网格法

在各类求解方法中，只有多重网格法（Brandt，1977）有终止 $\mathcal{O}(N)$ 的特性，其中 N 为问题的自由度，被称为网格无关收敛，随着计算能力和问题维度的增加，这种方法将变得更加重要。尽管其结果被证明只符合椭圆形问题，但多重网格为很多问题给出了网格无关收敛性，对 CFD 同样如此。多重网格是一个复杂且精细的框架，每个问题都有很多相互关联的选择。对于这种方法详细的介绍可以参考文献（Trottenberg、Oosterlee 和 Schüller，2000）。

简单地说，导致多重网格的关键是，高斯-塞德尔和龙格-库塔这样的迭代法对减小解的高频误差比低频误差更为有效，它们使误差光滑。因此，通常在新的高斯-塞德尔迭代之后，误差由低频部分主导，解的收敛很慢（特别是阻力升力收敛很慢）。然而，在精密网格上的低频误差在粗糙网格上是高频误差，因为粗糙网格能够产生的最高频误差的频率也相对较低。方法是使粗糙网格上的低频误差光滑，这样可以使其有效地衰减，并以此修正精密网格的解。

令下标 h 和 H 分别表示精密和粗糙网格，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{h}}^{H}$ 为限制性算子，来限制精密网格残差向粗糙网格的映射，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{H}}^{h}$ 为插值算子，$\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}$ 对粗糙网格插值得到精密网格，$\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}$ 为平滑算子 $\boldsymbol{W}^{n+1}=\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}\boldsymbol{W}^{n}$，如简单的高斯-塞德尔迭代及 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{h}}$、$\boldsymbol{R}_{\mathrm{H}}$ 空间离散。如果 $\boldsymbol{R}$ 是线性的，那么完整的双网格循环可以写为

$$\begin{gathered}\boldsymbol{W}^{n+1}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{h}}^{H}\cdot\boldsymbol{W}^{n}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{h}}^{H}=\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}^{1/2}(\boldsymbol{I}_{\mathrm{h}}-\boldsymbol{I}_{\mathrm{H}}^{h}\boldsymbol{R}_{\mathrm{H}}^{-1}\boldsymbol{I}_{\mathrm{h}}^{H}\boldsymbol{R}_{\mathrm{h}})\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}^{v_1}\end{gathered} \tag{15}$$

式中，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{h}}$ 为恒等式。

这一迭代可以分为几部分。首先，$\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}$ 的 v_1 迭代被用于精密网格，给出改进了高频部分的精密网



格的解 $\overline{\boldsymbol{W}}=\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}^{v_1}\boldsymbol{W}^n$。其次，计算得到了精密网格上解的残差，这一残差被限制在粗糙网格上：$f=\boldsymbol{I}_{\mathrm{h}}^{H}\boldsymbol{R}_{\mathrm{h}}\overline{\boldsymbol{W}}$。因此，$f$（激励函数）表示 $\overline{\boldsymbol{W}}$ 中的误差，在精密网格上为低频误差。要注意，如果 $\overline{\boldsymbol{W}}$ 是精确的离散解，那么 $f=0$。

求解缺陷方程 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{H}}\psi=f$ 得到 ψ，就是粗糙网格修正。这一问题可以被视为精密网格问题在粗糙网格上的等价问题，但求解的是 $\overline{W}$ 中的低频误差。一旦得到了 ψ，就需要在精密网格插值并减去那里的解。为了求减法，修正也需要插值。事实上，插值算子引入了高频误差，所以在粗糙网格与 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{h}}$ 的 v_1 迭代相减后再进行光顺就非常明智。双网格可以递归地引用以得到多重网格。

如果 $\boldsymbol{R}$ 为非线性，那么多重网格可以直接通过全近似存储（FAS）多重网格法应用（Trottenberg、Oosterlee 和 Schüller，2000），或者在牛顿或隐式迭代法中应用多重网格［这些方法参见 Mavriplis（2002）］。FAS 多重网格（MG）是在图 1 中比较时用到的各种不同的网格。粗糙网格通过精密网格中四个单元递归合成而得到。迭代的工作量与精密网格上的双顺滑迭代相当，收敛性有了极大的改善。

3　时间精确求解方法

时间精确模拟与稳态模拟有许多相似之处。特别是有关 CFL 条件应用限制的讨论。出于这些原因，对于高雷诺数雷诺平均 N-S 方程（RANS），只有隐式和半隐式（Blazek，2001）方法可以应用。幸运的是，在双时间迭代的每一步中，可以将对定常流动的迭代方法用于非定常流动。

3.1　双时间迭代

考虑离散（2）中的时间导数，例如，利用隐式二阶向后差分公式（BDF）：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W})=\frac{\boldsymbol{W}^{(n+1)}-3\cdot\boldsymbol{W}^{(n)}+2\cdot\boldsymbol{W}^{(n-1)}}{2\Delta t}+\boldsymbol{R}(\boldsymbol{W}^{(n+1)})+\mathcal{O}(\Delta t^2)=0 \tag{16}$$

式中，$\boldsymbol{W}^{(n)}$ 为物理时间 $t^{(n)}$ 时的解，$\boldsymbol{W}^{(n+1)}$ 未知。

通过引入 t^* 和相应的状态 $\boldsymbol{W}^*$ 可以求解系统，同时导出修正的残差 $\boldsymbol{R}^*$：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}^*}{\mathrm{d}t}+\frac{\boldsymbol{W}^*-3\cdot\boldsymbol{W}^{(n)}+2\cdot\boldsymbol{W}^{(n-1)}}{2\Delta t}+R(\boldsymbol{W}^*)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}^*}{\mathrm{d}t}+R^*(\boldsymbol{W}^*)=0 \tag{17}$$

现在，方程（17）与式（2）具有相同的形式，可以利用之前讲到的所有方法。假设迭代 $\boldsymbol{W}^*$ 得到稳态，这与 $\boldsymbol{W}^{(n+1)}$ 一致。注意，这种方法可以被用于任意隐式的时间离散。

由于每一步都要求解稳定的非线性问题，这种方法看似非常昂贵，实际上，并不是那么糟糕：①$\boldsymbol{W}^{(n+1)}$ 的解可以通过 $\boldsymbol{W}^{(n-1)}$ 和 $\boldsymbol{W}^{(n)}$ 的线性外推猜测；②由于对角元增加了与 $1/\Delta t$ 成比例的项，$\boldsymbol{R}^*$ 比 R 更好。

3.2　两种可行的方法

给定了这一框架，需要做两个选择：用哪一个时间离散格式，怎样求解非线性系统。标准的选择是多重网格的 BDF（2）。其合理之处在于：只用存储前两个时间步长，内存占用小，多重网格是模拟稳定状态的最快方法，同时它也是修正问题 $\boldsymbol{R}^*=0$的最快方法。

然而，最近发现这种选择欠佳（Lucas、Bijl 和 van Zuijlen，2009）。利用高阶精度的时间离散格式可以得到精度非常高的结果。高阶 BDF 公式由于定常的时间步长将很快失稳。更好的方法是时间精确隐式龙格-库塔法（Butcher，1987；Bijl 等，2002），这种方法在起步时就具有高阶的精度（而 BDF 需要特殊的起步过程，如 $\boldsymbol{W}^{(n-1)}$ 在零时刻并不存在）。龙格-库塔法通常包含嵌入式误差评估（Butcher，1987），提供了有关时间离散误差的经验信息，不需要额外的花费，并且可以开发出基于这一信息的自适应步时。这样看来，多重网格也不是最好的选择。通常在最初的几步迭代中有出色的收敛性，但随后很快就衰退了。在非常好的初始条件已知的情况下，多重网格没有牛顿迭代有效。

Lucas、Bijl 和 van Zuijlen（2009）给出了以上方法的应用实例，如图 5 和图 6 所示，包括三阶显式首步对角化隐式龙格-库塔（ESDIRK）方法和雅可比无关 Newton-Krylov（JFNK）方法。测试用例是高攻角时机翼后方周期性的旋涡脱落，同时对 ESDIRK 格式与 BDF（2）的精度做了对比，前者得到相同的精度花费较少。

4　结　　论

收敛加速涉及的领域非常广泛，因为工程上对

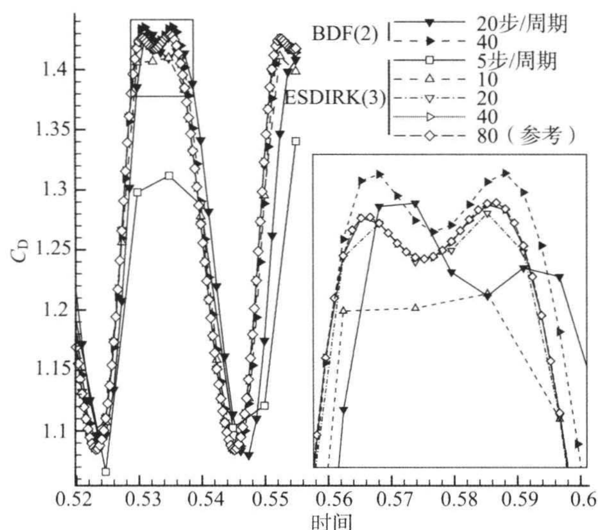


图5　旋涡脱落的两个阶段中与时间相关的阻力特性

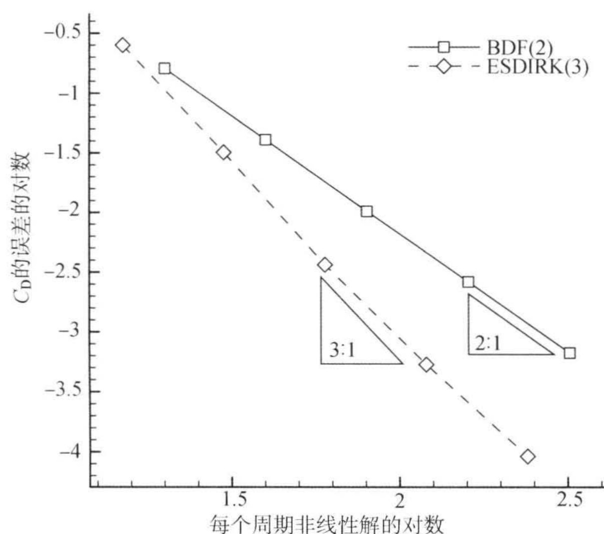


图6　描述旋涡脱落时BDF和ESDIRK的精度

高效求解器有着广泛的需求，同时建立算法具有相当的灵活性。基本的想法可以通过多种方式结合，如多级方法和隐式系统的结合（Swanson、Turkel 和 Rossow，2007）。多重网格本身就可以产生无穷多的变化。延伸阅读：Butcher（1987）；Saad（2003）；Trottenberg、Oosterlee 和 Schüller（2000）；Blazek（2001）；Hirsch（1989）。

注　释

1. 由可压缩欧拉方程的二阶有限体积离散得到的雅可比行列式会使雅可比和高斯-塞德尔迭代法发散。

参考文献

Bijl，H.，Carpenter，M.H.，Vatsa，V.N. and Christopher，A.（2002）Implicit time integration schemes for the unsteady compressible Navier-Stokes equations：laminar flow. *J. Comput. Phys.*，179（1），313－329.

Blazek，J.（2001）*Computational Fluid Dynamics：Principles and Applications*，1st edn，Elsevier Science. ISBN：0－08－043009－0.

Brandt，A.（1977）Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems. *Math. Comput.*，31（138），333－390.

Butcher，J.C.（1987）*The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations：Runge-Kutta and General Linear Methods*，Wiley-Interscience. ISBN：0－47－191046－5.

Courant，R.，Friedriches，K. and Lewy，H.（1967）On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM J.*，215－234.

Dwight，R.（2006）Efficiency improvements of RANS-based analysis and optimization using implicit and adjoint methods on unstructured grids. Ph.D. thesis，University of Manchester.

Gerhold，T.，Galle，M.，Friedrich，O. and Evans，J.（1997）Calculation of complex 3D configurations Employing the DLR TAU-Code. In *AIAA Paper Series*，AIAA，Paper 97－0167.

Hirsch，C.（1989）*Numerical Computation of Internal and External Flows：Fundamentals of Numerical Discretization*，1st edn，vol. 1，John Wiley and Sons Ltd. ISBN：0－47－192385－0.

Jameson，A.，Schmidt，W. and Turkel，E.（1981）Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes. AIAA Paper－1981－1259.

Knoll，D. and Keyes，D.（2004）Jacobian-free Newton-Krylov methods：a survey of approaches and applications. *J. Comput. Phys.*，193，357－397.

Koren，B.（1990）Multigrid and defect correction for the steady Navier-Stokes equations. *J. Comput. Phys.*，87（1），25－46.

Lucas，P.，Bijl，H. and van Zuijlen，A.H.（2009）Efficient unsteady high Reynolds number flow computations on unstructured grids. *Comput. Fluids.*

Mavriplis，D.（2002）Anassessment of linear versus nonlinear multigrid methods for unstructured mesh solvers. *J. Comput. Phys.*，175（1），302－325.

Nemec，M. and Zingg，D.W.（2002）A Newton-Krylov



algorithm for aerodynamic design using the Navier-Stokes equations. *AIAA J.*, 40 (6), 1146 - 1154.

Pierce, N. and Giles, M. (1997) Preconditioned multigrid methods for compressible flow calculations on stretched meshes. *J. Comput. Phys.*, 136 (2), 425 - 445.

Saad, Y. (2003) *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, 2nd edn, SIAM. ISBN 0 - 89 - 871534 - 2.

Swanson, R. C., Turkel, E. and Rossow, C. -C. (2007) Convergence acceleration of Runge-Kutta schemes for solving the Navier-Stokes equations. *J. Comput. Phys.*, 224 (1), 365 - 388.

Trottenberg, U., Oosterlee, C. and Schüller, A. (2000) *Multigrid*, 1st edn, Academic Press. ISBN - 13: 978 - 0127010700.

Turkel, E. (1987) Preconditioning methods for solving the incompressible and low speed compressible equations. *J. Comput. Phys.*, 72, 277 - 298.

Yoon, S. and Jameson, A. (1988) An LU-SSOR scheme for the Euler and Navier-Stokes equations. *AIAA J.*, 26, 1025 - 1026.

本章译者：吴小胜，彭雪莹，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 55 章

燃烧计算

Suresh Menon[1]，Christer Fureby[2]
1　佐治亚理工学院，亚特兰大，佐治亚，美国
2　瑞典国防研究机构，FOI，斯德哥尔摩，瑞典

1 引　　言

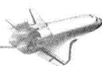
燃烧被认为是一种化学物质转化为另一种化学物质的化学变化。最初的物质被称为反应物，反应物一般包括燃烧剂和氧化剂，在燃烧发生之前，可以是处于气态、液态或固态的预先混合或非混合物。化学反应一般需要一个点火过程来触发反应过程。以上所述的化学变化不是改变化学物质本身，而是通过改变或形成化学键的方式使得这些物质发生化合反应，因此创造出了新的产物。这种化学变化过程，有可能伴随着热量的传递并使温度升高，但有时也未必如此。

在燃烧中释放的热量对人类文明的开始有着极其重要的意义，因为它提供了人类生存和烹饪所必需的热量。在当代，热量释放仍然是取暖和烹饪所必需的方式，但是从科技的角度来看，它也具有重要的意义，因为可以利用它或转化为各种各样的能量源进行发电、推进系统、制造等，燃烧的极端应用包括爆炸。燃烧的一些不利的后果包括由于一些不必要的爆炸和火灾产生的污染、毒气和污染物。

尽管从最初对火的控制开始，燃烧和它的利弊就与人类的进化息息相关，一直以来，人们主要通过经验来了解燃烧的详细过程。仅仅在前几十年，人们才利用理论和实验方式对这个过程的本质做出系统性的探索。这个过程极其艰难，因为经典的物理和化学定律如流体力学、热力学、化学动力学、热和质量输运理论在连续介质领域相互作用。此外，还需要量子力学的知识、结论及分子动力学理论。

除了所涉及的一系列物理和化学的过程以外，燃烧，特别是在流动系统中，包含的尺度范围从化学过程中的分子尺度到设备的尺度。图 1 所示为燃气涡轮发动机中的一个典型的燃烧室，只有 10～100 cm 大小，大尺度涡结构的尺度甚至只比这个量级小一级。在高雷诺数流动中，流动也是湍流，这将产生一系列的涡，而这些涡的尺度变化非常大，这个尺度范围会随着雷诺数的增加而增加（见下面讨论）。

如果液态的燃料转化为喷雾，其涡就会比流动中的最小的涡还要小，当它们气化后会变得更小，然后气态燃料与空气混合。分子混合和发生化学反应的尺度比这些涡和液滴的尺度更小，分子尺度上的热释放导致热膨胀，这将依次影响到所有流动的尺度。这样，在燃烧室中将会发生尺度在 $O(8)$ 范围内的燃烧过程。此外，值得注意的是，这些物理尺度的相互作用都是在同一个时间尺度范围内，使得整个过程在时间和空间上有很多的尺度。由于时空的限制，在实际设备中的燃烧会更加复杂。涡运动、燃烧放热和系统的声音（压力波）之间的相互作用可以导致更为复杂的相互作用，而且这些相互作用会形成许多人们关心的基本问题，如燃烧不稳定性（Menon，2005），这是燃气涡轮发动机中一个很重要的设计问题。



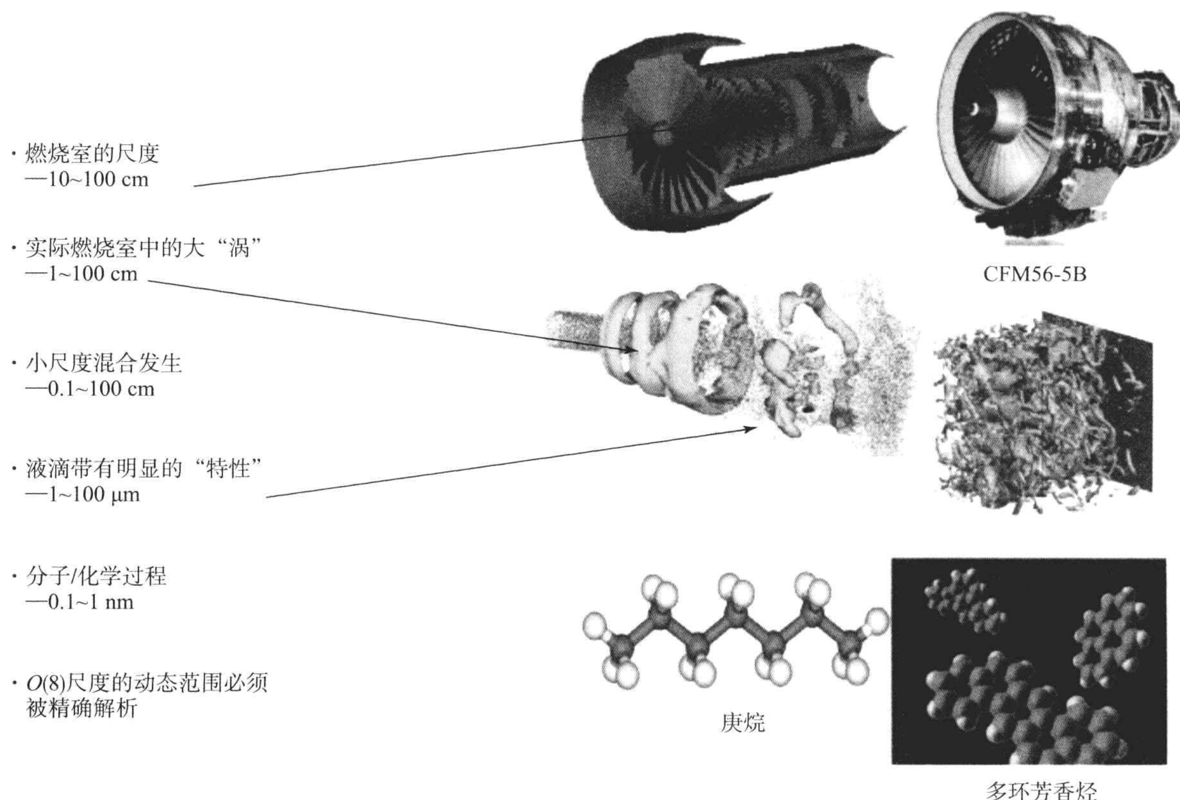


图 1　湍流燃烧中相关的典型特征尺度

长期以来，理论分析和实验研究一直是层流和湍流领域研究燃烧过程的唯一途径，并且到目前为止仍然是研究的热门领域。然而，在许多实际的系统（如涡轮发动机、火箭发动机和爆炸等）中，即使可能，对爆炸区的现场测量也非常困难。这样，对于复杂系统的优化设计包括参数化实验测试和重复测试，目前来说都非常昂贵。但也只能提供非常有限的指导来改善或者大幅度地改善设计。

近年来（或者最近 20 年来），随着计算机的速度和架构的发展，特别是大规模并行计算机的发展，人们对燃烧过程的数值研究已经开始成为可能。本章所讨论的数值研究不同于对经过理论简化的一些有限的属性的计算，而是关注于利用超大型计算机系统求解基本的控制方程来研究燃烧过程。由于所涉及的尺度范围很大，并且计算机还不足以求解所有运动的尺度，所以需要一些数值近似和建模，尤其是对于那些希望研究现实设备的人来说。所有用到的近似和建模都会影响这些数值研究的准确性，因此，将这种能力用到合适的环境就显得尤为重要。另一方面，如果预测的准确性和可靠性都可以接受，那么数值模拟是研究燃烧过程在整个三维空间随时间演化的唯一途径（通常称为四维数据集），而理论分析和实验研究都无法完成。一些属性几乎不能通过实验测得，如涡量、扩散、压力脉动等，但可以从数值模拟中很容易地追踪和分析。当试图理解复杂系统中的燃烧动力学时，这种能力就显得特别重要。当然，这也需要表明数值模拟的精确性和结果的可靠性，这有时会成为主要问题，如前所述。

在本章中，我们认为计算燃烧是在设备中用大型计算机来数值模拟燃烧过程的一个方法。这种方法在任何数值燃烧研究中都用得到，它需要的步骤为：①定义测试问题、几何外形、测试条件和边界条件；②选择合适的数值方法（它有时取决于研究的对象）；③数值近似和建模；④应用所选择的模拟方法（通常为程序代码）；⑤分析结果。如果发现问题或发生冲突（经常发生），整个过程（或部分过程）必须重新检查和定义。在本章中，我们简单论及所有这些问题，虽然简短，但是列出了已出版的文献和图书用于进一步阅读。

2　物理现象和公式

人们通常通过对所研究问题的理解来定义实验案例和条件，但是在许多案例中，从经验来看，这

或许很难确定。例如，理解和优化大尺度燃气涡轮机燃烧室（用来发电）是实际所必需的，这样可以提供更有效、低排放的系统。然而，实际燃烧室非常复杂，包含很多部件。如果将整个发动机作为数值模拟的对象，那么所需要的计算能力（甚至是最简单的近似）非常巨大，完成一个简单计算会持续很长时间（如几个月），这就没有达到采用数值模拟有助于设计的目的。另外，如果只需要模拟子尺度或发动机的更小部分，那么在合理的时间和框架下得到一些认识是可以实现的。由于大规模并行计算机的快速进步（每秒千万亿次浮点运算的计算机，如现在运行的 IBM BG - P），实际上可以实现和不可能实现的边界正在快速改变，但是模拟仍然会存在一些限制，甚至是在遥远的未来也依然如此。

2.1 控制方程

即使几何外形和操作条件已经确定，数值方法和控制方程必须定义。一般而言，必须要求解的运动控制方程是质量守恒方程（质量既不产生也不消失）、三维动量守恒方程（牛顿第二定律）、能量守恒方程（系统总能量不变）、组分守恒定律（组分可以在燃烧系统中创建和破坏，但是组分密度之和必须等于混合物的密度）。一般把所有这些三维、非定常、可压缩、二阶非线性偏微分方程叫作化学反应流动 N-S 方程（Poinsot 和 Veynante，2001），该方程求解非常困难。事实上这些方程一直就没有精确解，因此大多数线性系统才会有精确解。总体来说，有（$5+N_s$）个方程，其中 N_s 为组分的总数，就有（$6+N_s$）个未知量、密度 ρ，速度 u_i，压力 p，温度 T 和组分密度 ρ_k（$k=1, 2, \cdots, N_s$），为了封闭这些方程，需要引入状态方程，理想气体的状态方程为 $p=\rho R_u T \sum N_s k=1\ (Y_k/W_k)$，这里 $R_u=8.314$ J/（mol·K）是摩尔气体常数，$Y_k=\rho_k/\rho$ 和 W_k 是第 k 种组分物质的质量分数和相对分子质量。例如，方程可以总结为如下形式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i}=0$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j+p\delta_{ij}-\tau_{ij})=0$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}[(\rho E+p)u_i+q_i-u_j\tau_{ji}]=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}[\rho Y_k(u_i+V_{i,k})]=\dot{\omega}_k(k=1,\ 2\cdots,\ N_s-1)$$

如上所述，方程需要定义一些额外项，如剪切应力张量 τ_{ij}、传热 q_i 和组分扩散速度 $V_{i,k}$，但是也有可接受的形式（Poinsot 和 Veynante，2001）。在大多数模拟中，气体混合物可以假设为具有傅里叶传热和费克扩散的牛顿流体。对于反应流动而言，源项 ω_k 代表了第 k 种组分的生成或减少，并且必须遵守 $\sum_{k=1}^{N_s}\dot{\omega}_k=0$ 以满足质量守恒；同时，也必须满足 $\sum_{k=1}^{N_s}Y_k=1$ 和 $\sum_{k=1}^{N_s}Y_k V_{i,k}=0$。

2.2 数值模拟中的化学动力学难题

在化学反应动力学中，$\dot{\omega}_k$ 的形式就是主要挑战中的一个，因为它是一个强非线性函数，甚至对很多反应来说未知。例如，氢气和氧气的完全消耗的宏观反应可以写作 $2H_2+O_2 \rightleftharpoons 2H_2O$，但事实上，这样的反应根本不存在（尽管在热力学上是可能的）。因为，氢气在空气中的燃烧涉及 8 种以上物质，而且以目前的认知来看，存在的反应有 38 个之多（ÓConaire 等，2004）。对于甲烷和空气来说，已经发现有超过 53 种组分和 325 个基本反应（GRI 3.0），但是对于现实中的喷射燃料（许多碳氢燃料的混合物）而言，组分种类和反应机理仍然在增长［如正庚烷有 561 种组分和 2 539 个反应（Lu 和 Law，2008）］。对于碳氢混合燃料，目前，人们对有些反应仍然不了解。这样反应机理的定义本身就是个巨大的挑战。

即使机理已经确定，仍然会有实际的问题需要考虑，如果有 N_s 个组分种类，那么（N_s-1）个组分方程需要联合混合密度方程 ρ 来求解，如此会增加计算负担。一个更为艰难的挑战即化学反应速率恰恰是一个非线性表达式，一般反应有 N_s 个组分之间的 M 个反应构成，可以写为如下形式：

$$\sum_{k=1}^{N_s}v'_{k,j}S_k=\sum_{k=1}^{N_s}v''_{k,j}S_k \quad (j=1,2,\cdots,M) \tag{2}$$

式中，$v''_{k,j}$ 和 $v'_{k,j}$ 是第 j 个反应中的第 k 个组分的摩尔化学计量系数；S_k 代表第 k 中组分；M 是化学反应总个数。

第 k 个组分的质量反应速率可以写为

$$\dot{\omega}_k=W_k\sum_{m=1}^{M}(v''_{k,m}-v'_{k,m})Q_m \tag{3}$$

式中

$$Q_m=k_{fm}\prod_{k=1}^{N_s}[\chi_k]^{v'_{k,m}}-k_{bm}\prod_{k=1}^{N_s}[\chi_k]^{v''_{k,m}} \tag{4}$$



式中，k_{fm}和k_{bm}是第m个反应的正反应和逆反应速率；$[\chi_k]=\rho Y_k=W_k$，是第k个组分的物质的量浓度。

这些反应速率都是有疑问的，有两个原因，首先它们是非线性表达式，其次它们大多数源于经验，许多反应并没有得到真正认识。通常，可以用阿伦纽斯速率方程$k_{fj}=A_{fj}T^{\alpha_j}\exp(-E_j/R_uT)$来描述或参数化反应速率，该速率方程中的$A_{ft}$、$\alpha_j$和$E_j$分别是预指数因子、温度和第$j$个反应的激活能量。上述方程是该方程的一般形式，尽管一些反应机理可能具有更为简单的公式。对于不同的反应机理，参数A_{fi}和E_j的变化范围很大，其结果是特征化学反应时间尺度$t_{chem,k}\propto 1/\dot{\omega}_k$也具有很大的变化范围。对于复杂的机理来说，一般变化范围为$10^{-12}\sim10^{-6}$ s。求解所有这些时间尺度非常困难（经常被称为化学反应速率的刚性问题），特别是对于湍流反应流动，当和必须求解的大范围的长度尺度相结合（图1）时，就是一个几乎不可能完成的挑战（参见Poinsot和Veynante，2001；Law，2008；Pope，1990；Oran和Boris，2001）。

因此，开展湍流燃烧的数值研究，需要进行更多的简化，无论是合理地减少组分种类的数量［如减少反应机理（Westbrook和Dryer，1981；Law，2008）］或采用混合分数（如小火焰）或火焰面追踪方法（Peters，2000）来重新构造标量进程。在减少计算成本，包括模拟中的动力学，这些方法都有明显的优势，但是它们也做了一些假设，这些假设可能对一些应用来说是无效的。目前正在开展的许多燃烧的数值模拟需要通过减少反应动力学的类型来实现。另外，有时需要显式包含燃烧动力学方程来说明一些有意义的重要过程，如熄灭/重燃和污染物（CO、NO_x、煤烟）的生成。在这种环境下，需要更加详细的（仍然需要减少）反应机理，但是由于成本仍然很大，因此加速动力学求解的方法正在研究中，并且取得了不同程度的成功（Pope，1997；Ihme、Schmitt和Pitsch，2009；Sen、Hawkes和Menon，2010）。

2.3　滤波模型和方程求解

N-S方程在连续介质范围内适用于所有流动，如果能够采用合适的时间和空间尺度分辨率对其求解，就可以被认为是一个解决的问题。事实上，甚至是对于这些方程的层流解也局限在简单的几何外形和有限的组分种类数量上（除非引入建模方式）。在具有实际意义的大多数流动中，无论是在实验室还是在实际设备上，流动都是湍流，尺度范围随着雷诺数的增大而增大，因为$l/\eta\approx(Re_l)^{3/4}$，这里的$l$叫作积分尺度，也代表着“大”尺度，$\eta$是Kolmogorov尺度，它是湍流由于黏性效应而耗散掉的最小尺度。$Re_l=\rho u'l/\mu$是雷诺数，μ'是局部湍流强度，μ是分子黏性。

在化学反应流动中，$\mu=\mu(T)$随气体温度的升高而增大（液体恰好相反），则生成区域的雷诺数就会减小，但是在该区中发生的燃烧（或者在该区域中火焰和反应物相互作用）仍然是很强的湍流。如果该区域在模拟中能完全求解，就叫作直接数值模拟（DNS）。近年来，DNS已经成为研究火焰-湍流相互作用的主要研究方式，但也只是限于一些范围，特别是在反应机理和复杂区域内（Givi，1989；Poinsot和Veynante，2001）。

从工程的角度来看，在湍流反应流动的模拟中，人们常借助于极端近似。基于时间平均控制方程（通常叫作雷诺平均N-S方程或RANS方程），并试图寻找平均流场（定常状态）的解。这样，任意变量$\phi(x_i,t)=\tilde{\phi}(x_i)+\phi''(x_i,t)$。这里要用到Favre平均（或密度加权平均），因为反应流动中密度的变化非常显著（Poinsot和Veynante，2001）。时间平均过程会导致RANS方程中产生许多非线性项，这些项都需要进行建模（通常称为封闭问题）。例如，动量通量的过滤$\overline{\rho u_i u_j}=\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j-\bar{\rho}\widetilde{u_i''u_j''}$，其中的$\widetilde{u_i''u_j''}$项需要建模，有些模型很成功（Pope，2000）。然而，对反应速率$\overline{\dot{\omega}_k}$进行建模一直是个特殊问题。

在一定程度上，RANS方法的局限一直以来激励着人们用时间分辨率方法来研究燃烧，因为许多关键的设计特点，从本质上讲，无论在大尺度上还是在小尺度上，都与湍流的混合过程相关，而这些在RANS平均方法中被忽略或被过滤掉了。除了由涡引起的湍流混合之外，分子混合（由于分子的扩散）也是一个基本的过程，也必须在精确预测中引入。这就形成了大涡模拟（LES），它试图将全解析DNS和全建模RANS方法联系起来。许多实验研究已经表明湍流掺混的短暂性是由于大尺度相干结构存在于大多数剪切流动中（Hussain，1983）。这些确定性的特点用

时间平均方法是不能捕捉到的，而是需要时空分辨的模拟方法。在LES中，已选网格上的可解尺度在模拟中可以通过确定的方式捕捉到不可解小尺度（通常称为亚格子尺度SGS）需要进行建模。这样，LES可以捕捉到大尺度的特征（相比于DNS，降低了成本）。

LES方程是利用空间滤波操作而得到的，概念上类似于RANS方程中用到的时间滤波（Pope，2000；Sagaut，2000；Grinstein、Margolin 和 Rider，2007）。小尺度的耗散特性是各向同性的，在许多研究中都采用这种假设并被验证，至少对于动量输运是成立的。因此简单的涡黏SGS模型（Sagaut，2000）可以提供适当的封闭。这些SGS涡黏模型在特点上与RANS模型非常相似。然而，SGS标量输运和滤波反应速率（这里指空间过滤）仍然有问题，因为标量混合和燃烧都在小尺度上发生，而这些尺度仍是不可解的。尽管如此，许多研究试图用各种各样的方法来封闭化学反应流动LES方程，因为已经证明它在捕捉反应流动中的许多关键物理特征取得了很大的成功（Pope，1990；Vervisch 和 Veynante，2000；Pitsch 和 Duchamp de Lageneste，2002；Janicka 和 Sadiki，2004；Pope，2004；Fureby，2008；Patel 和 Menon，2008）。

对于目前的讨论，任何形式的方程以空间和时间精度的方式来求解就被认为是数值燃烧。那么DNS和LES都属于这个范围，其他非定常方法，如非定常RANS（URANS）和超大涡模拟（VLES）也被提出，但在这里不做讨论。简单地说，如图2所示，LES求解了一些DNS信号中的尺度，但是URANS（或VLES）只捕捉最低频率，这在有些情况下是不充分的。

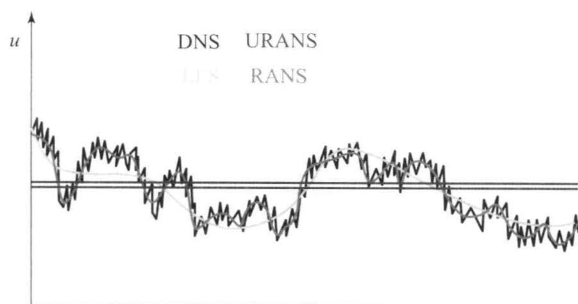


图2　不同方法得到的振荡信号的分辨率

注：源于DNS或者LES的时间平均解与源于RANS的时间平均解不一致。

3　数值和计算问题

3.1　数值算法和精度

上面的控制方程通常在网格上离散，网格可以是结构的，也可以是非结构的。这些方程的形式可以是全可压缩的，如上面所描述的或在低马赫数下，此时没有声效应，从而可以容许更大的时间步长。为了对复杂几何外形建模，网格生成和网格质量在数值模拟过程中起着非常重要的作用。因此人们经常寻找网格和结果的关系，但是解释起来非常困难。DNS经常需要一个非常良好的网格，但是确切地说什么样的网格适合LES，取决于封闭算法和具体问题。通常情况下，LES网格点的数量$N_{LES} \ll N_{DNS}$，但是具体的数量很难确定，这个问题仍然是研究热点。

对于给定网格，可用数值算法来离散或近似控制方程。这样的算法有很多，如有限差分法、有限体积法、有限元法、谱方法、谱差分法等（Poinsot 和 Veynante，2001；Sagaut，2000）。原则上，任何方法都可以用来求解方程，但每种方法都有各自的优缺点，其中有些方法在引用的文献中做出了讨论。一般而言，对于外形简单的流动，所有的方法都可以使用，但是对于更为复杂的流动和几何外形，有限差分法和有限体积法是最常用的方法，因为它们便于实现。

求解器的精度也是个问题，通常而言，DNS求解器具有很高的精度，一般时间和空间精度为$O(4\sim8)$，尽管原则上LES也有这样的精度，但是对于复杂流动的实际应用而言，精度却很低，一般为$O(2\sim4)$（Poinsot 和 Veynante，2001；Janicka 和 Sadiki，2004），主要原因在于复杂流动的网格的拓扑结构很难达到良好的性能，尤其是并行系统。LES中的另外一个问题是亚网格模型和所用的数值算法究竟是怎样相互作用的。这个需要利用如Grinstein、Margolin 和 Rider（2007）的文献中提到的修正方程分析法来检验。这给出了一个估算数值方法中截断误差的阶数的直接方法，将这个与亚格子流动的模型来做对比。无论怎样，计算效率和鲁棒高阶LES格式仍然是研究的热点。

除了数值算法和网格生成问题以外，模拟的一个关键问题就是边界条件的合理应用（Poinsot 和 Veynante，2001）。对于可压缩流动而言，这是一个很严格的要求，需要适当考虑，因为在计算区域



有声波的进出运动。为了在计算域中合理地引入湍流，也需要定义入流湍流。当与实验比较时，边界条件的定义非常重要，需要认真考虑，因为合理的测试方法或者边界条件的控制在实验中（由于各种原因）是不可能的。

3.2 并行运算和成本

这里讨论到的数值模拟燃烧，如果不使用大规模并行计算的话，几乎是不可能实现的。因此数值算法、并行实现和可扩展性都是相互关联的。几乎所有公布的并行代码都用到了 MPI 库，并且都是区域分解模型，将整个问题分解为更小的部分，然后再用当地处理器来求解。函数化分区，根据具体的任务来分解问题，这些任务大多数在数值模拟燃烧中都没有被研究或使用过。有了合适的程序，就可以获得很好的扩展性，如超过 5 000 个处理器（Boileau 等，2008），很重要的一点是需要达到的并行效率和扩展性不能依赖于计算机结构的支配，因为现在有很多系统（这些系统每年都在变化）。运行时间的长伸缩性（对于固定规模的问题，运行时间的伸缩性和处理器数量之间的关系）和短伸缩性（对于固定规模的问题，运行时间的伸缩性和每个处理器之间的关系），都必须考虑。有时良好的扩展性对 LES 而言非常重要，因为对于快速完成一个固定网格且具有良好扩展性的问题有很大帮助。

用 CPU 时间来对应模拟的成本是不重要的。一些大尺度 DNS 研究需要消耗大量的资源。LES 的计算也非常昂贵，尤其是考虑到有限速率反应和亚格子湍流化学反应相互作用（Fureby，2008；Sen、Hawkes 和 Menon，2010）。例如，自点火过程的 LES 模拟需要 112 000 个 CPU 小时，但是由于良好的扩展性，完成它大约只需要 160 h（Boileau 等，2008）。大规模并行系统的应用对模拟而言尤为重要，但是使用现成硬件的商用计算机集群的成本正在急剧降低，这样的话，在将来计算成本可能不再是一个限制条件。每个时间步长的计算成本就会非常低，但是模拟需要运行足够长的时间，为了得到可靠的统计，必须收集足够多的采样。如果只要平均属性，那么成本可能比较合理，但是如果获得整个时间历程的数据，感兴趣的高阶统计量，尤其是二阶统计量如湍流脉动强度、湍动能和可解标量脉动都可以得到。在一些情况下，甚至对三阶统计量也感兴趣。一般情况下，高阶统计需要更长的时间才能达到收敛，因此成本增加。

3.3 分析和后处理

将有关数据的分析和后处理包含在这部分很重要。利用 DNS 和 LES（或 URANS）来模拟数值燃烧时，所有变量和各种高阶相关量会产生大量的四维数据（数据量会很容易超过 10～100 TB）。对于时均统计而言，在模拟中应该提前做出决定，需要存储哪些信息用于分析，因为有时重新进行模拟是非常昂贵且不太可能的。此外，必须用时间单点和双点关联来理解流场中湍流的本质，并检测流动中是否有经典的惯性范围存在（它可以说明某些方面模拟的精确度）。特征提取，如用标准工作站来研究大型数据中的瞬态涡运动也变成了主要的挑战。在将来如果有可能，高效存储、提取和分析数值模拟产生的大规模数据可能会成为成功的标志而非实际的模拟。

4 算例结果

在实验室系统及更为复杂的现实环境中，LES 和 DNS 在湍流燃烧中的应用，已经时有报道，在引用文献中也包含很多复杂例子，包括评估实验数据的精度和预测的不确定性。以上所引用的文献不可能涵盖所有方面。在这里我们仅仅关注几个具有代表性的例子，这些例子是关于火焰稳定和用火焰反应来揭示一些流动本质的。在实际设备中有两个主要方法可以用于火焰稳定，即钝体（在它后面将产生一个回流区域，该区域中包含热产物，可以提供必需的热源来再次点燃燃气混合物并保持火焰）和旋转入流（用来在下游某个位置产生涡破碎气泡，同时也包含旋转热产物，可以为火焰提供稳定机制）。许多可获得的论文都讨论了这些保持火焰的方法，而且有很多实际案例（Fureby，2000；Shanbhogue、Husain 和 Lieuwen，2010）。燃气涡轮机的燃烧室中普遍都有旋转稳定系统，因为在燃烧室中，火焰保持是由空气动力过程来施行的，不需要实际物体（Poinsot 和 Veynante，2001；Fureby 等，2005；Lieuwen 和 Yang，2005；Patel 和 Menon，2008；Pitsch 等，2008）。钝体稳定应用于突扩燃烧室、冲压式喷气发动机、超燃冲压发动机和加力燃烧室中。

下面讨论一些特征流动/火焰的结果（这是不完整或不全面的）。图 3 给出了预混流动流过三角

形钝体的 LES 模拟和实验结果（Baudoin 等，2009），考虑了温度（或密度）效应。楔两侧的非定常分离涡卷起，该现象造成的流动将火焰缠绕在强涡区域周围并使火焰晃动。

两个案例中的这一过程都是由开尔文-亥姆霍兹（KH）对流不稳定性主导，其频率 $f_{KH}\approx140\sim160$ kHz，产生的展向涡旋沿着纵向发展。随着剪切层的混合迫使低温的反应物加入火焰，低频的伯纳德/冯·卡门（BVK）绝对不稳定性开始控制 KH 不稳定性，然后借此来修改火焰。取决于膨胀率（ρ_u/ρ_b 或 T_b/T_u），流动在 KH 和 BVK 不稳定之间会达到不同的平衡，对于案例 1，当 $T_b/T_u\approx5.6$ 时，BVK 不稳定被抑制，火焰是对称的；对于案例 2，当 $T_b/T_u\approx3.2$ 时，BVK 不稳定的相对影响更强，形成了非对称翻动火焰。这些观察到的现象与理论保持一致，并与实验数据（Shanbhogue、Husain 和 Lieuwen，2010）也相一致。图 3 同时给出了采用不同亚格子湍流化学反应模型的 LES 预测结果的对比。它基本上与实验数据保持一致，但同时也揭示了重要的非线性湍流化学反应过程。

旋涡对于流动-火焰相互作用的影响也很显著。例如，图 4 展示了旋流稳定突扩燃烧室中预混燃烧的一些特征。

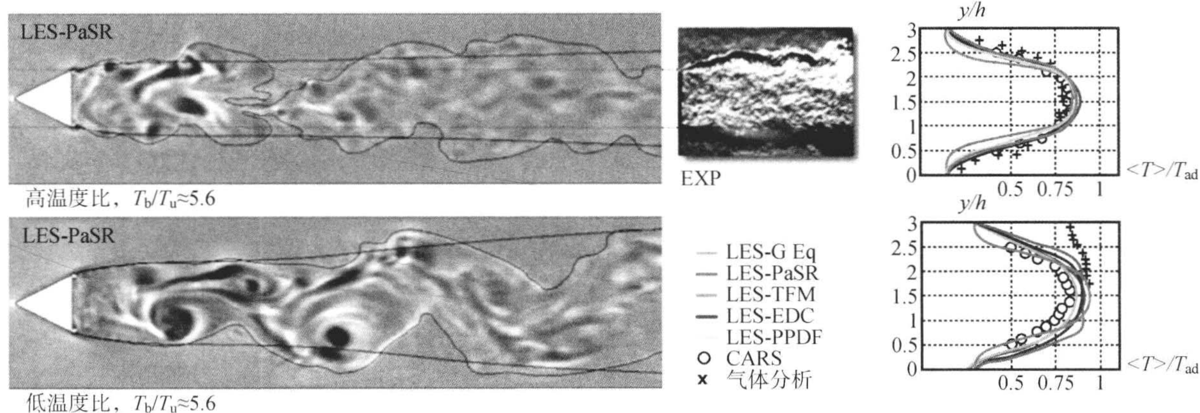


图 3　利用不同的（亚格子）湍流化学反应模型（Baudoin 等，2009）的 LES 预测的数据对比，以及在不同温度（或密度）比下 LES 通过钝头体稳定火焰的反应流

［经 Fureby（2009）© Springer 许可复制］

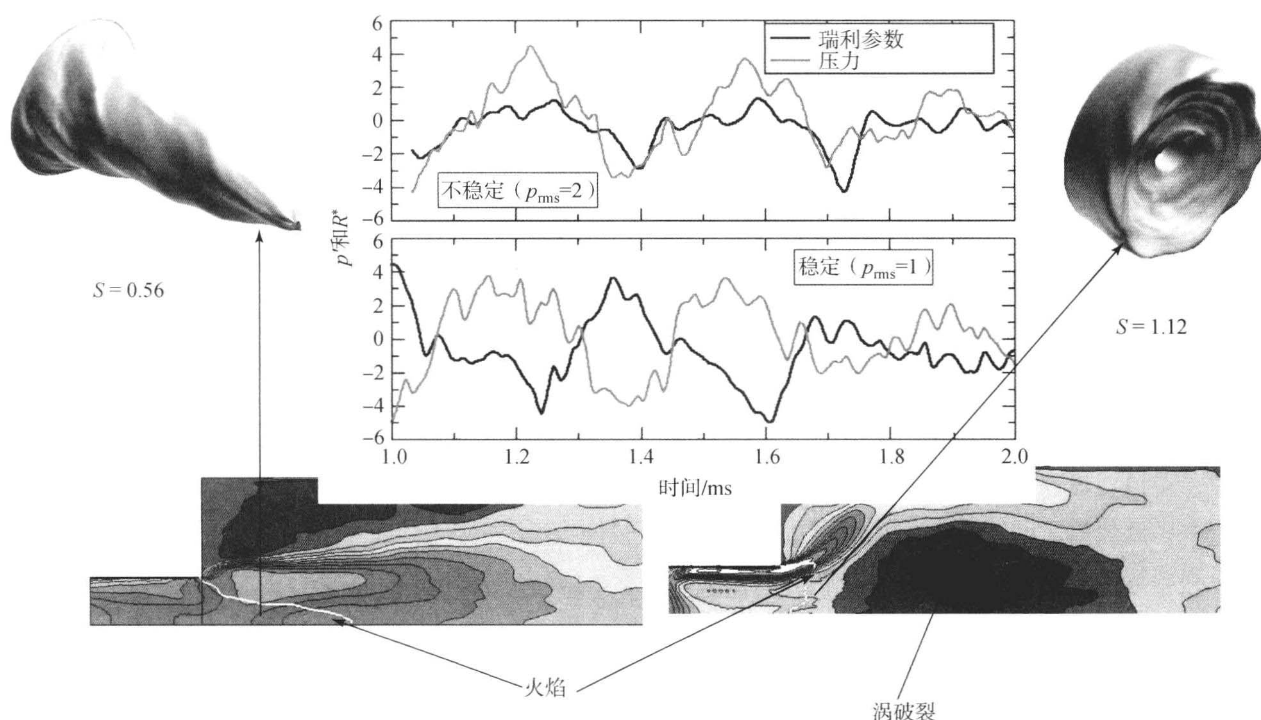


图 4　旋流预混燃烧室中放热和非定常压力振荡之间的耦合效应



两种旋流例子，旋流数 $S=0.56$ 的低旋流和 $S=1.12$ 的高旋流相互比较（Stone 和 Menon，2003）。低旋流的瞬时火焰表面很长，而且在其表面上只存在一些方位扰动。瑞利参数（压力和放热的乘积在燃烧室内的体积分）与压力脉动（用平均压力把量纲化为 1）相位相同，表明存在一个潜在的不稳定性。然而，对于高旋流数而言，火焰非常紧凑，燃烧室中出现回流气泡（用负轴向速度轮廓线来表征），同时瑞利参数与压力脉动具有不同相位。这使得压力脉动幅值减小，火焰-涡-声相互作用更加稳定。在之前（Poinsot 和 Veynante，2001）的研究中也得到了类似的结论。所有的燃气涡轮发动机（预混合液态燃料）利用旋流入流以便在操作条件大范围变化时也能稳定燃烧。

图 5 所示的是更为复杂的旋流燃烧，在图中有三个环形旋流流入燃烧室（Fureby 等，2005）。实验和 LES 预测都较好地展示了整体的旋流结构以及中心线涡破裂的形成。特别是在该图中，LES 很好地捕捉到突变平面的下游复杂速度场的变化。在混合区域，环形剪切层卷起并发展为 KH 不稳定，增强了燃料之间以及空气与燃料之间的混合。在燃烧室中，涡拉伸、体积膨胀、斜压扭矩和涡量受扩散的影响。高温产物促使黏性增大、涡量衰减，而涡是由失调的压力、密度梯度及斜压转矩产生的，同时由于体积的膨胀而遭到破坏（Fureby 等，2005），在预混合喷雾燃烧系统中（Patel 和 Menon，2008），许多其他旋流稳定燃烧一直在研究中并与可行的数据进行比较。

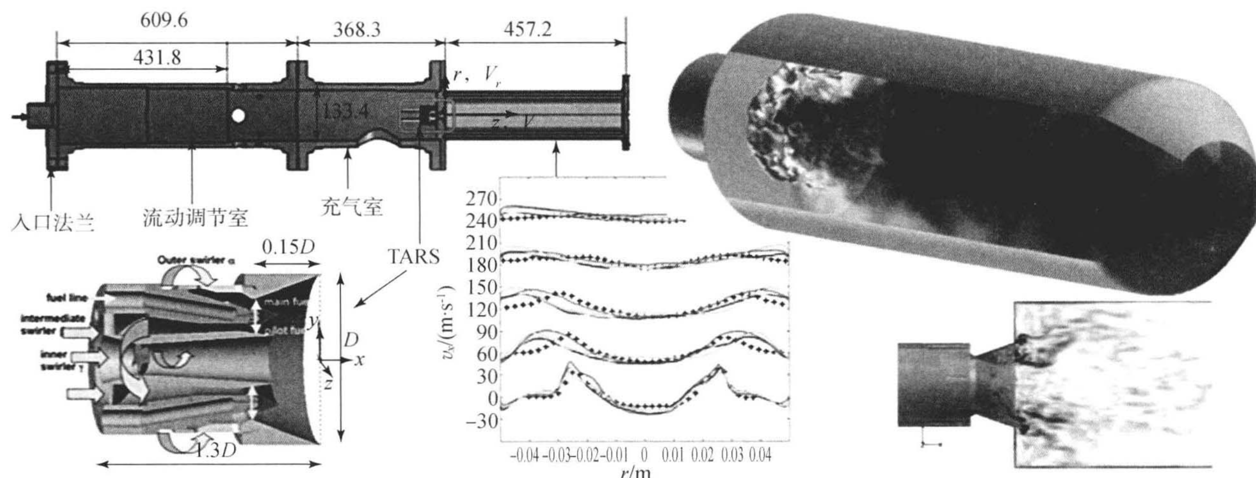


图 5　三环形旋流器（TARS）安装在实验台和燃烧室示意图及一些 LES 预测结果

[经 Fureby（2009）© Springer 许可复制]

图 6 所示的是更为复杂的系统（Fureby，2010），该系统有由 18 个燃烧器组成的燃气轮机燃烧室，采用三步有限速率 LES 模拟不同工况和燃料条件下的化学反应过程。该燃烧室是由 GE LM6000 燃烧室发展而来的，通过 360°扫描燃烧室轮廓而得。实际离心喷嘴由实验所测的速度和温度场来代替，这样便于操控，从而可以产生不同类型的工况。可以在纵向、径向和方位角模态不同组合下，观察到燃烧器之间很强的相互作用。观测所得的基本纵向模态只有几百赫兹。而方位角模态介于 1 000～2 000 Hz。人们发现这个模态特征也会影响燃烧室出口的温度分布，而这是设计涡轮时必须考虑的重要参数。

早期，喷雾散布的旋流效应也得到了研究

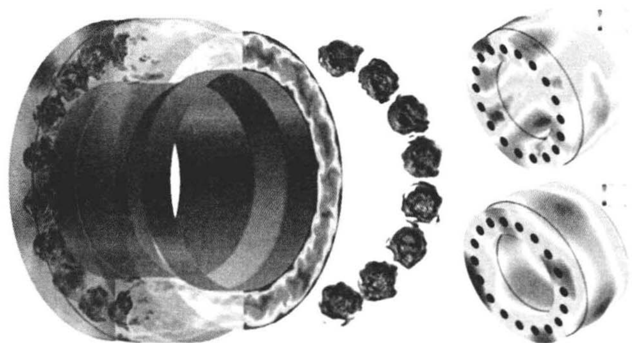


图 6　多燃烧室的 LES 研究

[经 Fureby(2009)© Springer 许可复制]

（Sankaran 和 Menon，2001）。例如，图 7 展示了低旋流产生的大尺度相干结构，该结构在抑制喷雾扩散方面有直接作用，但是更高的旋流模型将导致

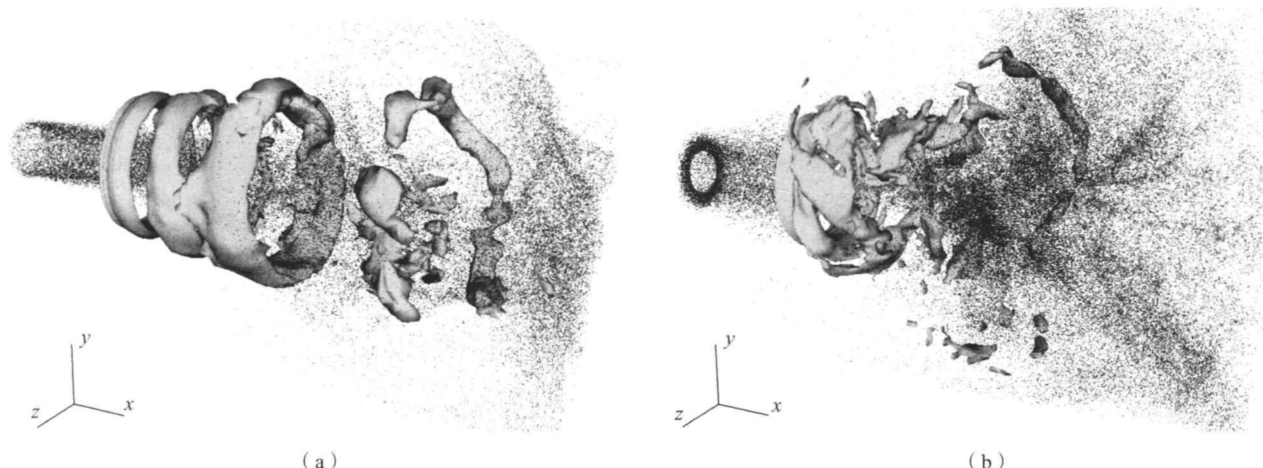


图 7　液态燃油燃烧室中的气泡喷嘴液雾中的旋流效应及沿着液体滴落方向的涡量值的等值面图

(a) 低旋流；(b) 高旋流

这些结构很快破碎，从而允许喷雾高效分散。

5　前景展望和挑战

本章介绍了采用大型计算机开展数值燃烧中的一些问题。许多数值技术和提出的封闭形式有成功的，也有失败的（见参考文献）。这些模型中的许多方法才刚开始建立，并且随着并行计算机的发展，一些实质性的假设可以用来简化模型，这些假设在不远的将来就可以公布。计算燃烧学，前景一片光明，特别是在考虑到下一代低排放节能燃烧系统的研究中所面临的挑战时。相互协调的实验-理论-数值研究，对未来节能系统的研究和深化设计来说是必不可少的。计算燃烧研究的逐步发展可能最终会起到非常重要的作用，如提供一些关键的数值数据库，而这些数据库可以用来理解这些复杂系统中的本质过程。

参考文献

Baudoin, E., Nogenmyr, K. J., Bai, X. S. and Fureby, C. (2009) Comparison of LES models applied to a bluff body stabilized flame. *AIAA* 2009 - 1178.

Boileau, M., Staffelbach, G., Cuenot, B., Poinsot, T. and Berat, C. (2008) LES of an ignition sequence in a gas turbine engine. *Combust. and Flame*, 154, 2 - 22.

Fureby, C. (2000) Large-eddy simulation of combustion instabilities in a jet engine afterburner model. *Combust. Sci. and Technol.*, 161, 213 - 243.

Fureby, C. (2008) LES modeling of combustion for propulsion applications. *Phil. Trans. R. Soc. A.*, 367, 2957 - 2964.

Fureby, C. (2010) LES of a multi burner annular gas turbine combustor. *Flow Turbul. and Combust.*

Fureby, C., Grinstein, F. F., Li, G. and Gutmark, E. (2005) An experimental and computational study of a multi-swirl gas turbine combustor. *Proc. Combust. Inst.*, 31, 3107 - 3113.

Givi, P. (1989) Model free simulations of turbulent reactive flows. *Prog. Energy Combust. Sci.*, 15, 1 - 107.

Grinstein, F. F., Margolin, L. and Rider, B., (eds.), (2007) *Implicit Large Eddy Simulation: Computing Turbulent Fluid Dynamics*. Cambridge University Press. Cambridge UK.

Hussain, A. K. M. F. (1983) Coherent structures-reality and myth. *Phys. Fluids*, 26, 2816 - 2850.

Ihme, M., Schmitt, C. and Pitsch, H. (2009) Optimal artificial neural networks and tabulation methods for chemistry representation in LES of a bluff-body swirl stabilized flame. *Proc. Combust. Insit.*, 32, 1527 - 1535.

Janicka, J. and Sadiki, A. (2004) Large eddy simulation for turbulent combustion. *Proc. Combust. Inst.*, 30, 25x - 62.

Law, C. K. (2008) *Combustion Physics*. Cambridge University Press. Cambridge UK.

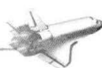
Lieuwen, T. C. and Yang, V. (eds) (2005) *Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines*, vol. 210. Progress in Astronautics and Aeronautics.

Lu, T. and Law, C. K. (2008) Strategies for mechanism reduction for large hydrocarbon: n-heptane. *Combust. Flame*, 154, 153 - 163.

Menon, S. (2005). *Acoustic-vortex-flame interactions in gas turbines*, *Progr. Astronaut. and Aeronaut.* 210, 277 - 314.

ÓConaire, M., Curran, H. J., Simmie, J. M., Pitz, W. J. and Westbrook, C. K. (2004) A comprehensive modeling study of hydrogen oxidation. *Int. J. Chem. Kinet.*, 36, 603 - 622.

Oran, E. and Boris, J. P. (2001) *Numerical Simulation of*



Reacting Flows. Cambridge University Press, New York.

Patel, N. and Menon, S. (2008) Simulation of spray-turbulenceflame interactions in a lean direct injection combustor. *Combust. Flame*, 153, 228 - 257.

Peters, N. (2000) Turbulent Combustion. Cambridge Monographs on Mechanics. Cambridge University Press. Cambridge, UK.

Pitsch, H., Desjardins, O., Balarac, G. and Ihme, M. (2008) Large eddy simulation of turbulent reacting flows. *Prog. Aerospace Sci.*, 44, 466 - 478.

Pitsch, H. and Duchamp de Lageneste, L. (2002) Large-eddy simulation of premixed turbulent combustion using a level-set approach. *Proc. Combust. Inst.*, 29, 2001 - 2008.

Poinsot, T. and Veynante, D. (2001) *Theoretical and Numerical Combustion*. Edwards, Inc. Las Vegas, NV.

Pope, S. B. (1990) Computations of turbulent combustion: progress and challenges. *Proc. Combust. Inst.*, 23, 591 - 612.

Pope, S. B. (1997) In-situ adaptive tabulation. *Combust. Theory Model.*, 1, 41 - 63.

Pope, S. B. (2000) *Turbulent Flows*. Cambridge University Press. Cambridge, UK.

Pope, S. B. (2004) Ten questions concerning the large-eddy simulation of turbulent flows. *New J. Phys.*, 6, 35 - 47.

Sagaut, P. (2000) *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer-Verlag. New York.

Sankaran, V. and Menon, S. (2001) LES of spray combustion in swirling flows. *J. Turbulence*, 3 (11), 1 - 24.

Sen, B. A., Hawkes, E. and Menon, S. (2010) Large eddy simulation of extinction and reignition with artificial neural networks based chemical kinetics. *Combust. Flame*, 157, 566 - 578.

Shanbhogue, S. J., Husain, S. and Lieuwen, T. (2010) Lean blowoff of bluff body stabilized flames: Scaling and dynamics. *Prog. Energy Comb. Sci.*, 35, 98 - 132.

Stone, C. and Menon, S. (2003) Open loop control of combustion instabilities in a model gas turbine combustor. *J. Turbulence*, 4, 1 - 28.

Vervisch, L. and Veynante, D. (2000) Interlinks between approaches for modeling turbulent flames. *Proc. Combust. Inst.*, 28, 175 - 183.

Westbrook, C. K. and Dryer, F. L. (1981). Simplified reaction mechanisms for the oxidation of hydrocarbon fuels in flames. *Combust. Sci. Technol.*, 27, 31 - 43.

本章译者：王锁柱，牛建平（北京理工大学宇航学院）

第 56 章

计算流体力学的格子玻尔兹曼方法

Li-Shi Luo[1], Manfred Krafczyk[2], Wei Shyy[3]

1　奥多明尼昂大学数学与统计系及计算科学中心，诺福克，美国

2　布伦瑞克工业大学土木工程系计算模型研究所，布伦瑞克，德国

3　密歇根大学航空航天工程系，安娜堡，密歇根，美国

1　格子玻尔兹曼方程

格子玻尔兹曼方程（LBE）在 20 多年前被提出，用于描述流体力学系统的格子气体元胞自动机（LGCA）模型。LGCA 和 LBE 都是对流体的微观的、离散的描述，与宏观的、连续的描述不同。在最近的 20 年中，格子玻尔兹曼方法不断进步，已经成为计算流体力学（CFD）多个领域的通用的、富有竞争力的方法。在这一篇关于格子玻尔兹曼（LB）方法现状的简短综述中，我们将对 LBE 的理论基础做一简介，并讨论 LB 方法的应用领域。这篇综述并不全面，LGCA 和 LBE 的发展历史可以参考文献（Rothman 和 Zaleski，1997；Chen 和 Doolen，1998）。

1.1　数学背景

我们先来讨论 LBE 的理论基础。LB 方法与传统的 CFD 方法不同，传统的 CFD 方法对 N-S 方程进行直接离散，而 LB 方法是由线性化的玻尔兹曼方程导出的（He 和 Luo，1997）：

$$\partial_t f+\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla f=\frac{1}{\epsilon}\mathcal{L}[f-f^{(0)}] \qquad (1)$$
$$(f^{(0)}=\rho(2\pi RT)^{-3/2}\mathrm{e}^{-c^2/2RT})$$

式中，$f:=f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)$ 为相空间 $\Gamma:(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi})$ 的单粒子分布函数；$\boldsymbol{\xi}:=\dot{x}$，为粒子速度；$\mathcal{L}$为线性碰撞算子；$\epsilon:=Kn:=\ell/L$ 为克努森数，是分子平均自由程ℓ和宏观特征长度 L 的比值；$f^{(0)}=f^{(0)}(\rho,\boldsymbol{u},T)$，为麦克斯韦平衡分布；$R$ 为摩尔气体常数；$\boldsymbol{c}:=(\boldsymbol{\xi}-\boldsymbol{u})$，为本动速度；$\rho$、$\boldsymbol{u}$、$T$ 分别为流动的密度、速度和温度，它们是 f 关于$\boldsymbol{\xi}$的矩：

$$\begin{pmatrix}\rho\\ \rho\boldsymbol{u}\\ \rho(u^2+3RT)\end{pmatrix}=\int f\begin{pmatrix}1\\ \boldsymbol{\xi}\\ \xi^2\end{pmatrix}\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}=\int f^{(0)}\begin{pmatrix}1\\ \boldsymbol{\xi}\\ \xi^2\end{pmatrix}\mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \qquad (2)$$

微观守恒律被用于碰撞，因为 1，$\boldsymbol{\xi}$ 和$\xi^2:=\boldsymbol{\xi}\cdot\boldsymbol{\xi}$ 为碰撞不变量，即

$$\int\begin{pmatrix}1\\ \boldsymbol{\xi}\\ \xi^2\end{pmatrix}\mathcal{L}\,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \qquad (3)$$

在 Chapman-Enskog 分析中，f 被展开为ϵ的渐近级数，即

$$f=f^{(0)}+\epsilon f^{(1)}+\cdots+\epsilon_n f^{(n)}\mid+\cdots \qquad (4)$$

利用 $f=f^{(0)}$，由玻尔兹曼方程可以导出欧拉方程，利用 $f=f^{(0)}+f^{(1)}$，可以导出 N-S 方程。玻尔兹曼方程是宏观物理与微观动力学之间的桥梁，Chapman-Enskog 分析将输运系数与分子间相互作用相关联。

对相空间 $\Gamma:=(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi})$ 和时间 t 时的动力学方程进行数值求解，比求解物理空间 $\boldsymbol{x}$ 和 t 时的流体动力学方程更加具有挑战性。为了对流体动力学问题构造高效的动力学格式，需要进行合理的近似。有三个步骤来构造 LBE（d'Humières，1992；d'Humières 等，2002；Lallemand 和 Luo，2000、2003）。第一步，利用拥有定常松弛时间的松弛模型来近似碰撞过程，



即格罗斯-杰克逊算法被用于降低碰撞算子的复杂性。第二步，利用拥有 q 个离散速度的有限集 $\mathbf{V}:=\{\boldsymbol{c}_i|i=0, 1, \cdots, b\}$ 来近似速度空间 $\boldsymbol{\xi}$，$\boldsymbol{c}_0=0$，$q=(1+b)$，这一速度集合通常是对称的，即 $\mathbf{V}=-\mathbf{V}$。离散的速度集 $\{\boldsymbol{c}_i\}$ 必须精确地保持流体动力学力矩 f 及其通量（He 和 Luo，1997）。第三步，也是最后一步，是离散空间 $\boldsymbol{x}$ 和时间 t，与 $\boldsymbol{\xi}$ 的离散保持一致。空间 $\boldsymbol{x}$ 被离散为 d 维格子空间 $\delta_x\boldsymbol{Z}_d$，δ_x 为格子常数，时间 t 被离散为定常步时 δ_t，即 $t_n\in\delta_t\mathbf{N}_0$，其中 $\mathbf{N}_0=\{0, 1, \cdots\}$。相空间 $\Gamma:=(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})$ 和时间 t 的离散相一致，所以对于任意 $\boldsymbol{c}_i\in\mathbf{V}$，矢量 $\boldsymbol{c}_i\delta_t$ 总能够将一个格点与另一个格点相关联，即

$$\boldsymbol{x}_j+\delta_t\boldsymbol{c}_i\in\delta_x Z_d \quad (\boldsymbol{x}_j\in\delta_x\boldsymbol{Z}_d, \ \boldsymbol{c}_i\in\mathbf{V}) \tag{5}$$

拥有 q 个离散速度的 d 维 LBE 被表示为 DdQq 模型，可以简明地写为

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{c}\delta_t, \ t_n+\delta_t)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)=-\boldsymbol{M}^{-1}\cdot S\cdot[\boldsymbol{m}-\boldsymbol{m}^{(\mathrm{eq})}] \tag{6}$$

式中，黑体符号表示 q 维列向量：

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{c}\delta_t, \ t_n+\delta_t)=[f_0(\boldsymbol{x}_j, \ t_n+\delta_t), \\
&f_1(\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{c}_1\delta_t, \ t_n+\delta_t), \ \cdots, \ f_b(\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{c}_b\delta_t, \ t_n+\delta_t)]^{\dagger}, \\
&\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n):=[f_0(\boldsymbol{x}_j, \ t_n), \ f_1(\boldsymbol{x}_j, \ t_n), \ \cdots, \\
&f_b(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)]^{\dagger}, \\
&\boldsymbol{m}(x_j, \ t_n):=[m_0(\boldsymbol{x}_j, \ t_n), \ m_1(\boldsymbol{x}_j, \ t_n), \ \cdots, \\
&m_b(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)]^{\dagger}, \\
&\boldsymbol{m}^{(\mathrm{eq})}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n):=[m_0^{(\mathrm{eq})}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n), \\
&m_1^{(\mathrm{eq})}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n), \ \cdots, \ m_b^{(\mathrm{eq})}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)]^{\dagger}
\end{aligned} \tag{7}$$

式中，“†”表示矩阵转置；$q=(1+b)$；$\boldsymbol{M}$ 为 $q\times q$ 矩阵。

将速度空间 $\mathbf{V}=\boldsymbol{R}^q$ 中的矢量 $\boldsymbol{f}$ 映射到矩空间 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{R}^q$ 中的矢量 $\boldsymbol{m}$，得

$$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{f}, \ \boldsymbol{f}=\boldsymbol{M}^{-1}\cdot\boldsymbol{m} \tag{8}$$

$\boldsymbol{S}$ 是 $q\times q$ 的对角阵，对角元为松弛率 $\{s_i\}$，$s_i\in(0, 2)\ \forall i$：

$$\boldsymbol{S}=\mathrm{diag}(s_0, \ s_1, \ \cdots, \ s_b) \tag{9}$$

松弛率 $\{s_i\}$ 决定了系统的输运系数。$\boldsymbol{m}^{(\mathrm{eq})}$ 的成分为平衡力矩，是系统守恒力矩的多项式。对于非热流体动力学，$RT=(1/3)c^2$，其中 $c:=\delta_x/\delta_t$，$\boldsymbol{m}^{(\mathrm{eq})}$ 的第一阶为密度 ρ，第二阶为流速 $\boldsymbol{u}$。利用下式可将受迫项 $\boldsymbol{F}$ 包含在 LBE 中（Luo，2000；Lallemand 和 Luo，2003）：

$$f_i^*=f_i-\frac{2w_i}{c_s^2}\boldsymbol{c}_i\cdot\boldsymbol{F} \tag{10}$$

式中，系数 $\{w_i\}$ 由 $\{\boldsymbol{c}_i\}$ 决定；c_s 是系统的声速，$c_s=(1/\sqrt{3})c$。

给定离散的速度集 $\{\boldsymbol{c}_i\}$，矩阵 $\boldsymbol{M}$ 很容易得到（Lallemand 和 Luo，2000、2003；d'Humières 等，2002）。我们也可以导出多相非理想气体的 LB 模型（Luo，2000）以及多元混合物的 LB 模型（Asinari 和 Luo，2008）。

LBE（6）为投影方法：碰撞在正交基表示的矩空间 $\boldsymbol{M}$ 中进行，对流在速度空间 $\mathbf{V}$ 中进行。LBE（6）可以被分解为两个独立的步骤：

碰撞

$$\boldsymbol{f}^*(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)-\boldsymbol{M}^{-1}\cdot\boldsymbol{S}\cdot[\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}_j\cdot t_n)-\boldsymbol{m}^{(\mathrm{eq})}(\boldsymbol{x}_j, \ t_n)] \tag{11a}$$

对流

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{c}\delta_t, \ t_n+\delta_t)=\boldsymbol{f}^*(\boldsymbol{x}_j, \ t_n) \tag{11b}$$

式中，$\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{f}^*$ 分别表示碰撞前和碰撞后的分布。

碰撞是局部的，对流将数据从一个网格点传递到另一个网格点而不进行浮点运算，但数据的传输确实要占用 CPU 时间。

由方程（6）定义的 LB 算法可以被视为均匀笛卡儿网格上的显式有限差分格式，同时有离散速度定义的模板。上述的 LB 方法只限于不存在激波的不可压缩流动。然而，LB 方法在本质上是可压缩的，因为密度波动是 LBE 的本质成分，与人工压缩方法类似。可以证明，对于不可压缩 N-S 方程，LB 方法具有二阶空间精度和一阶时间精度（Junk、Klar 和 Luo，2005）。与传统的二阶甚至高阶方法相比，LBE 有相对较低的数值耗散和色散，并且有较好的各向同性特征（Lallemand 和 Luo，2000；Marie、Ricot 和 Sagaut，2009）。

1.2 大涡模拟

由于应变率 $\sigma_{\alpha\beta}:=(\partial_\alpha u_\beta+\partial_\beta u_\alpha)/2$ 与 f_i 的二阶矩相关，并且在 LBE 中可用（Krafczyk、Tölke 和 Luo，2003；Yu、Luo 和 Girimaji，2006），因此 Smagorinsky 亚格子模型很容易实现：

$$\nu=\nu_0+\nu_t=c_s^2\left(\frac{1}{s_\nu}-\frac{1}{2}\right), \nu_t=(C_s\delta_x)^2\overline{S}$$
$$\left(\overline{S}=\sqrt{2\sum\nolimits_{\alpha,\beta}\sigma_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta}}\right) \tag{12}$$

式中，ν_0 和 ν_t 分别为分子黏性和湍流黏性。对于雷诺数 $Re=UL/\nu_0$ 的流动，应力的松弛率由下式决定：

$$\frac{1}{s_\nu}=\frac{1}{c_s^2}\left(\frac{UL}{Re}+\nu_t\right)+\frac{1}{2} \tag{13}$$

1.3 边界条件

LBE 中的无滑移边界条件利用反弹（BB）边

界条件（BC）可以容易实现：一个粒子 f_i 在与无滑移壁面碰撞后，其动量 C_j 反向，即

$$f_{i^*}^*(\boldsymbol{x}_b, t_n)=f_i(\boldsymbol{x}_b, t_n)-\frac{2w_i\rho_b\boldsymbol{u}_w\cdot\boldsymbol{c}_i}{c_s^2} \quad (14)$$

式中，$f_{i^*}^*$ 为碰撞后的分布函数，$\boldsymbol{c}_{i^*}:=-\boldsymbol{c}_i$；$\boldsymbol{x}_b$ 为与边界相邻的流体节点；$\boldsymbol{u}_w$ 是在粒子与边界的碰撞点施加的速度；$\rho_b=\rho(\boldsymbol{x}_b)$。

反弹边界条件也可被用于实现边界位置 $\boldsymbol{x}_w$ 处的压力条件，利用 $\rho_b=\rho(\boldsymbol{x}_w)=p(\boldsymbol{x}_w)/c_s^2$，其中 $p(\boldsymbol{x}_w)$ 为施加的压力。

反弹边界条件利用曲折阶梯近似光滑的边界曲面。可以利用插值来改善几何精度（Bouzidi、Firdaouss 和 Lallemand，2001）。因为依赖两个松弛率的位置满足狄利克雷边界条件（Ginzburg 和 d'Humières，2003），所以为了在 LBE 中达到精确的边界条件，不可避免地要使用 MRT-LBE 模型。

1.4　液-液和液-面相互作用

扩散界面方法通常被用于 LBE 来捕捉两种不能混合的液体（如油-水）间的界面或两相流体（如蒸汽-水）的界面。我们引入有序参数：

$$\phi:=\frac{\rho_A-\rho_B}{\rho_A+\rho_B} \quad (15)$$

式中，ρ_A 和 ρ_B 分别为混合物中两种成分或两相物质的密度。与 ϕ 的梯度相关的矢量可以用下式计算：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}_j)&=\frac{1}{c_s^2\delta_t}\sum_i w_i\boldsymbol{c}_i\phi(\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{c}_i\delta_t)\\&\approx\frac{1}{c_s^2\delta_t}\sum_i w_i\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{c}_i\cdot\nabla\phi(\boldsymbol{x}_j)\end{aligned} \quad (16)$$

表面张力与 $\boldsymbol{C}$ 相关，可以直接包含在应力平衡中。使 $\rho_A\boldsymbol{u}_A\cdot\boldsymbol{C}$ 最大化的反扩散算法被用于区分两种物质的 ρ_A 和 ρ_B，因此使液-液分界面变得尖锐（Tölke 等，2002；Tölke、Freudiger 和 Krafczyk，2006）。

为了模拟具有不同润湿性的固体表面，我们可以利用有序参数 $\phi_w\in[-1, +1]$ 来覆盖表面。例如，如果由 $\phi_w=+1$ 描述表面，那么“A”是亲水的，“B”是疏水的。给定表面特性和两种物质的情况下，可以解析地确定接触角。

2　计算流体力学中的应用

下面举例说明 LB 方法的性能。这些例子包括对不可压缩且逐渐衰减的均匀各向同性湍流的直接数值模拟（DNS）、光滑球体绕流的大涡模拟（LES）、流体中的微粒悬浮、倾斜表面上的液滴在重力作用下的滑动以及多孔介质中的多元流动。

2.1　不可压缩衰减湍流的 DNS

不可压缩衰减均匀各向同性湍流（DHIT）即不可压缩 N-S 方程在三维立方体内，周期性边界条件下的解为

$$\partial_t\boldsymbol{u}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}=-\nabla p+\nu\nabla^2\boldsymbol{u},\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0,$$
$$\boldsymbol{x}\in[0, 2\pi]^3, \quad t\geqslant 0 \quad (17)$$

式中，p 为压力，ν 为剪切黏性；对任意整数 m、n、l，有 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}+2\pi\boldsymbol{L}, t)=\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$，$\boldsymbol{L}:=(m, n, l)$。

初始速度场 $\boldsymbol{u}_0(\boldsymbol{x})$ 由零均值高斯分布随机生成，满足如下初始能谱：

$$E_0(k)=E(k, t=0)=Ak^4e^{-0.14k^2}\{k\in[k_a, k_b]\} \quad (18)$$

式中，$A=1.429\,3\times10^{-4}$，$k_a=3$，$k_b=8$。

DHIT 由均方根速度 $u':=\sqrt{(u\cdot u)/3}$ 描述，且泰勒微尺度雷诺数为

$$Re_\lambda=\frac{u'\lambda}{\nu}, \quad \lambda=\sqrt{\frac{15\nu}{\varepsilon}}u' \quad (19)$$

式中，ε 为耗散率。有关 DHIT 的统计量包括能量 K、耗散率 ε、能谱 $E(\boldsymbol{k}, t)$、偏斜因子 S_u 和平坦因子 F_u，即

$$K=\frac{1}{2}\langle\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}\rangle, \quad \varepsilon=2\nu\langle\boldsymbol{u}\cdot\nabla^2\boldsymbol{u}\rangle$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, t)=\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{k}, t)\cdot\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{k}, t) \quad (20)$$

$$S_u=\frac{1}{3}\sum_{\alpha=1}^{3}S_\alpha, \quad S_\alpha=\frac{\langle(\partial_\alpha u_\alpha)^3\rangle}{\langle(\partial_\alpha u_\alpha)^2\rangle^{3/2}},$$

$$F_u=\frac{1}{3}\sum_{\alpha=1}^{3}F_\alpha, \quad F_\alpha=\frac{\langle(\partial_\alpha u_\alpha)^4\rangle}{\langle(\partial_\alpha u_\alpha)^2\rangle^2} \quad (21)$$

由于 DHIT 中边界条件的简化，在这一问题中实际上用的是伪谱（PS）方法。我们利用 D3Q19 LBE 模型与伪谱（PS）方法对照，伪谱方法利用了二阶亚当-巴什福斯格式对时间积分（Peng 等，2009）。网格数为 $N^3=128^3$，$Re_\lambda=24.37$。模拟进行到 $t'=t/\tau_0\approx30$，其中 $\tau_0=K_0/\varepsilon_0$ 为湍流。LBE 和 PS 方法使用相同的量纲为 1 的时间步长 $\delta t'=\delta t/\tau_0$。

图 1 展示了归一化的动能 $K(t')/K(0)$、耗散率 $\varepsilon(t')/\varepsilon(0)$、能谱 $E(k, t')$，以及偏斜因子 $S_u(t')$ 和平坦因子 $F_u(t')$。我们观察到，这些由 LB 方法得到的统计量与伪谱法得到的数据非常吻合（Peng 等，2009）。

图 2 展示了由 LBE 和 PS 得到的瞬时速度场和涡量场。值得注意的是，由这两种迥然相异的方法得到



的流场相互吻合得非常好（Peng 等，2009）。

（a）

（b）

图 1　不可压缩 DHIT 的 DNS($N^3=128^3$ 且 $Re_\lambda=24.37$)

(a) $K(t')/K_0$ 和 $\varepsilon(t')/\varepsilon_0$（左）；能谱 $E(K,\ t')$（右）；(b) $S_u(t')$（左）和 $F_u(t')$（右）

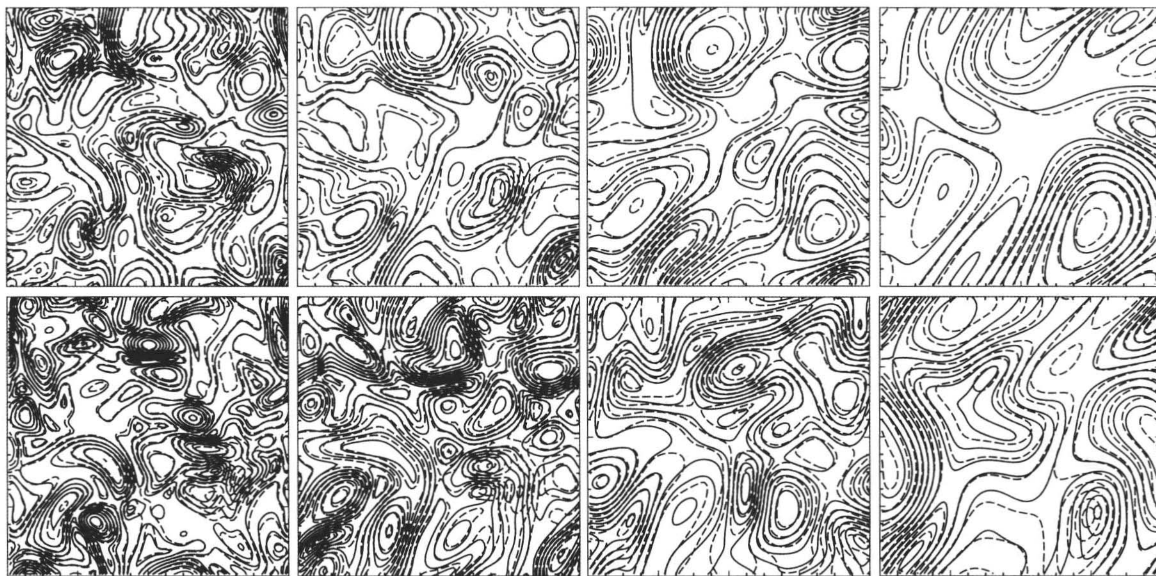


图 2　DHIT 的 DNS

xy 平面 $z=\pi$ 内的速度模 $\|\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},\ t')u'\|$（顶行）和涡量模

$\|\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x},\ t')/u'\|$（底部），LBE（实线）和 PS（虚线）的对比从左到右依次为：$t'=4.048\ 169$，$8.095\ 571$，$16.18\ 959$ 及 $29.94\ 941$

2.2 光滑球体绕流的 LES

我们利用 D3Q19 MRT-LBE 及 Smagorinsky 模型来模拟亚临界条件（层流分离）$1\,000 \leqslant Re \leqslant 10\,000$ 下的球体绕流。区域大小为 $L \times W \times H = 18D \times 11D \times 11D$，其中 D 为球体直径。在与自由流方向 x 平行的四个边界上利用滑移边界条件。入口处为均匀流，出口处为充分发展的条件。球体在 yz 平面中心距离入口 $4.5D$。我们利用多块网格，结合六级二进制网格加密，大约有 2×10^7 个网格点。马赫数固定为 $M=0.02$，$c_s=0.18$。

图 3 展示了 $Re=10\,000$ 时，三维情况下 u_x 的等值面和 xy 对称面内的涡量模。在 LB-LES 中，分离角 $\theta_s \approx 84°$，Achenbach（1972）通过实验得到的结果为 $82.5°$，同时 Constantinescu 和 Squires（2004）由 DES 得到的结果是 $\theta_s = 84° \pm 1°$。

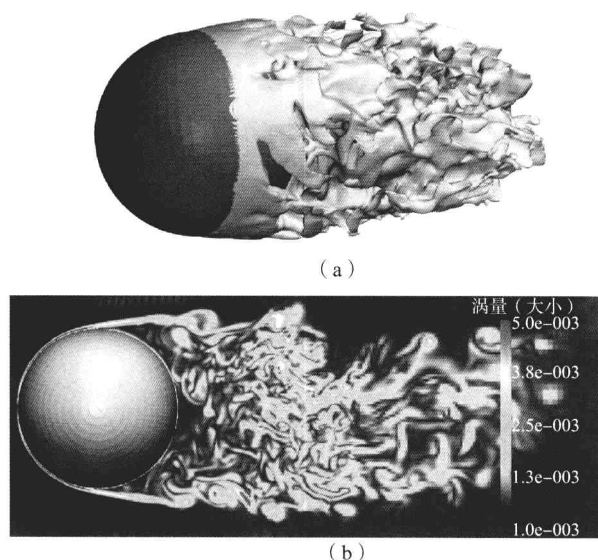


图 3 $Re=10\,000$ 时球体绕流的 LBE-LES

（a）三维情况下瞬时 u_x 等值面；（b）对称 xy 平面的 $\|\boldsymbol{\omega}\|$

（S. Freudiger 供图）

图 4 展示了 $Re=10\,000$ 时，平均压力系数 $\overline{C}_p(\theta)$ 随角度的分布，以及 $1\,000 < Re < 10\,000$ 时阻力系数 $C_D(Re)$ 随 Re 的分布。对于 $\overline{C}_p(\theta)$，我们将 LB 方法的结果与 Achenbach（1972）的实验值和 Constantinescu 和 Squires（2002）的 DES 数据作对比。对于 $C_D(Re)$，我们将 LB 方法的结果与 Goin 和 Lawrence（1968）的实验数据和 Clift、Grace 和 Weber（1978）给出的如下公式作对比：

$$C_D \approx \mathrm{e}^{-5.657\,681\,832+2.555\,8x-0.040\,367\,672\,09x^2+0.019\,785\,367\,02x^3}$$

$$x := \ln Re \tag{22}$$

对于 $\overline{C}_p(\theta)$ 和 $C_D(Re)$，LBE-LES 结果与现有数据都吻合得非常好。

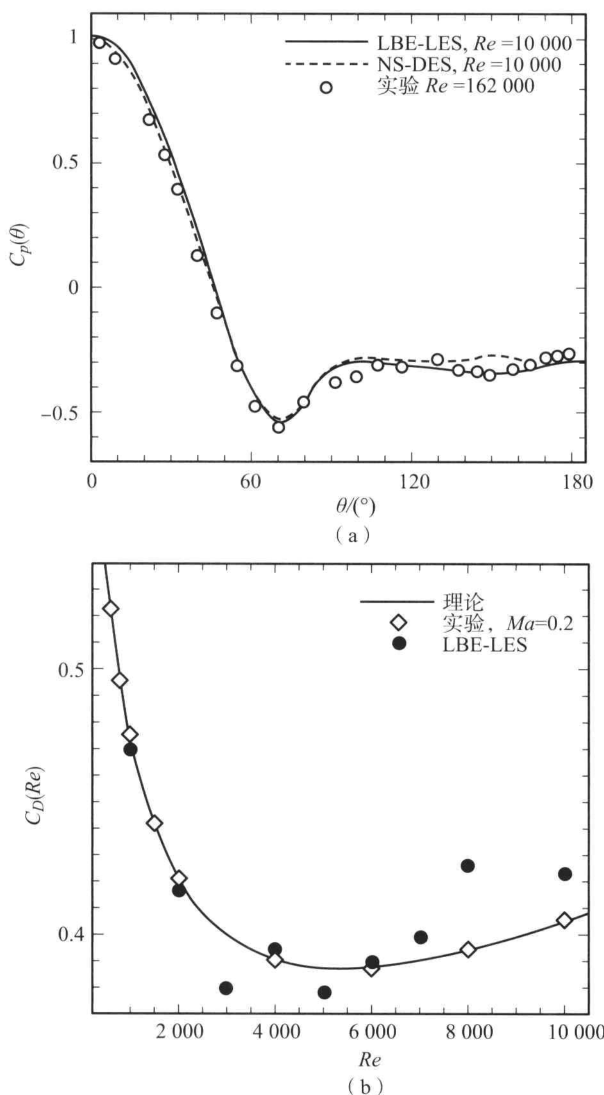


图 4 球体绕流

（a）$Re=10\,000$，$\theta=0°$时，驻点处的 $\overline{C}_p(\theta)$；

（b）$C_D(Re)$，$1\,000 < Re < 10\,000$

2.3 悬浮颗粒/微粒悬浮

根据反弹边界条件，由粒子-边界碰撞产生的沿 $\boldsymbol{c}_i$ 方向的净动量变化为 $-2w_i\rho\boldsymbol{u}_w \cdot \boldsymbol{c}_i$。由此，一个粒子上的合力 $\boldsymbol{F}$ 和扭矩 $\boldsymbol{T}$ 为

$$\boldsymbol{F} = -\sum_{\substack{\boldsymbol{c}_i \in \boldsymbol{B} \\ x_k \in \partial\Omega}} 2w_i\rho\boldsymbol{u}_w \cdot \boldsymbol{c}_i\hat{\boldsymbol{c}}_i,$$

$$\boldsymbol{T} = \sum_{\substack{\boldsymbol{c}_i \in \boldsymbol{B} \\ x_k \in \partial\Omega}} 2w_i\rho\boldsymbol{u}_w \cdot \boldsymbol{c}_i\hat{\boldsymbol{c}}_i \times (\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{r}),$$

$$\hat{\boldsymbol{c}}_i := \frac{\boldsymbol{c}_i}{\|\boldsymbol{c}_i\|} \tag{23}$$

式中，$\boldsymbol{B}$ 是在边界点 $\boldsymbol{x}_k$ 上所有离散速度的集合；$\partial\Omega$ 是体积为 Ω 的粒子周围所有边界点的集合；$\boldsymbol{r}$ 为质心。



已知 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{T}$，粒子根据牛顿定律演化，流体-微粒相互作用通过无滑移边界条件实现（Ladd，1994a、1994b）。对于多粒子系统，需要考虑润滑力以避免粒子重叠（Nguyen 和 Ladd，2002）。

图 5 展示了包含 1 812 个球体的球形群在重力作用下的沉淀。在很长一段时间内，这个群体保持相连。在低雷诺数下，这一群体保持球状，缓慢地有粒子脱落形成尾迹。由于惯性很小，粒子重新排布并形成圆环，这是高度相干态，没有粒子损失。然而，圆环的半径逐渐变大，最终系统不稳定。接着分解为较小的群体，仍然保持环形。图 5 中最右边的一幅图展示了在后期群体分解为许多子环。

由 LB 模拟得到的结果和 Nicolas（2002）的实验结果有惊人的相似性，特别是分解为较小群体之前圆环的弯曲度（比较 Nicolas 论文中的图 7）。图 5 中的第四幅图展示了分裂前圆环的弯曲度。

2.4 倾斜表面上液滴的滑动

双组分 D3Q19 MRT-LBE 模型被用于模拟在倾角为 45°的斜面上，液滴在重力作用下的滑动。两种不可融合的流体“A”和“B”，$\rho_A:\rho_B=1:10$，$v_A:v_B=100:1$，分别表示周围气体和液滴，相当于 $\phi=+1$ 和 -1。LB 模型有两部分：利用 LBN－S 求解器得到混合物的速度场 $\boldsymbol{u}$，利用 $\boldsymbol{u}$ 得到混合物中两种流体的密度 $\rho_A(\boldsymbol{x})$ 和 $\rho_B(\boldsymbol{x})$。网格数为 60×40×60，液滴的半径约为 15δ。在 x 和 y 方向应用周期性边界条件，底部为固壁条件，顶部应用滑移条件。对于液滴来说，表面特性可以是亲水的（$\phi_w<0$），也可以是疏水的（$\phi_w>0$）。最终液滴因重力以定常速度滑动，由于表面特性的不同，液滴会有不同的前进角和后退角。图 6 展示了液滴在具有不同润湿性表面上的最终状态。数值模拟得到的接触角和理论预测相一致。

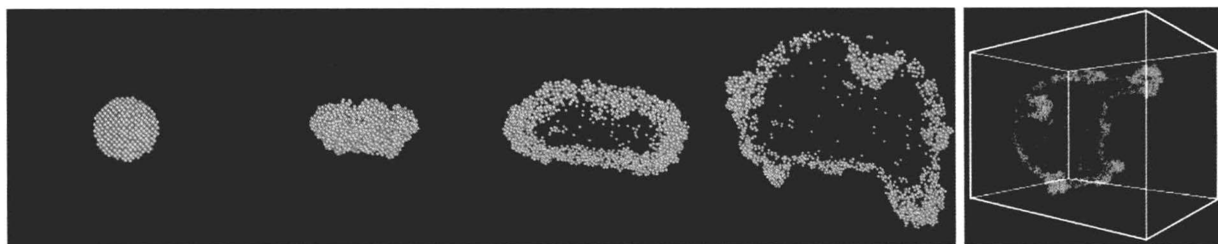
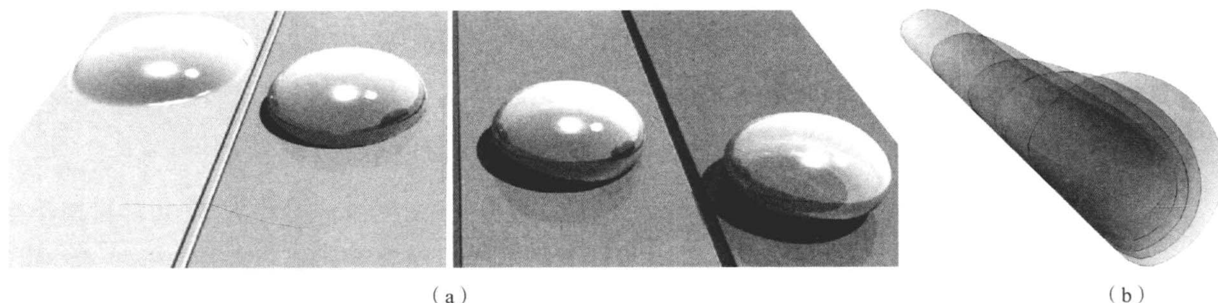


图 5 包含 1 812 个球体的球形群在重力作用下的沉淀

网格数量为 400×400×1 300，粒子半径为 $R\approx2.78$，粒子雷诺数 $Re\approx0.3$，初始的球形群体直径约为 $80\delta_x$

从左向右时间推移：前四幅图为从底部观察图，最右边的图为侧视图（A. J. C. Ladd 供图）



(a) (b)

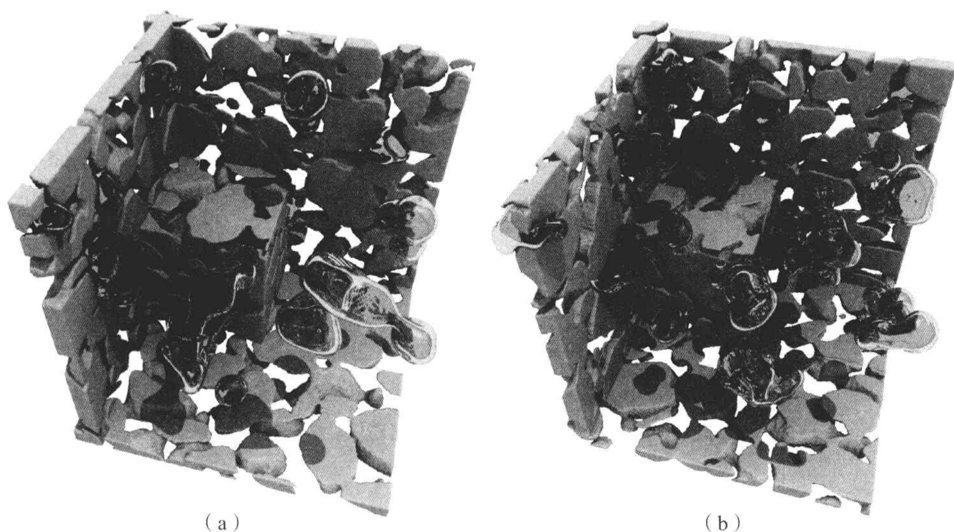
图 6 在倾角为 45°的斜面上由于重力作用而滑动的液滴

(a) 从左向右，$\phi_w=-0.5$，0.0，0.5，1.0；(b) 最终的液滴剖面为了作一对比，还展示了 $\phi_w=1.0$ 的表面上的对称液滴

(B. Ahrenholz 供图)

2.5 通过多孔介质的流动

图 7 展示了天然土壤样本吸收液体之后，残余气体饱和度的模拟（Tölke 等，2002；Tölke、Freudiger 和 Krafczyk，2006；Ahrenholz 等，2008）。求解这个样本使用的网格数为 200^3，通过计算机断层扫描技术数字化。网格大小 $\delta_x\approx11\ \mu$m。该模拟可以确定不饱和土壤输运系数对于孔隙率的敏感性，以及导出宏观输运特性必需的单元体积。



(a)　　　　　　(b)

图 7　不可融合的流体通过多孔介质，液体吸入后残余气体的饱和度（只显示了残余气体）

(a) 多孔性，$\phi=0.412$；(b) $\phi=0.388$

(B. Ahrenholz 供图)

3　结论与展望

本章给出了 LBE 在数学理论以及在 CFD 应用中的简要综述。由于篇幅的限制，我们并没有讨论 LB 方法在热流体动力学、非牛顿流体和克努森数非零微流动中的应用，Yu 等（2003）给出了更加广泛的评论。尽管 LBE 只是初步发展，但已经在众多领域表现出其巨大的潜力，本文中的例子就是最好的证明。LBE 有两个显著的优点：首先是数值优点，我们注意到 LBE（1）是一阶线性方程，拥有线性对流项$\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla f=\nabla\cdot(\boldsymbol{\xi}f)$和仅限于局部的非线性碰撞项，一阶系统容易进行数值处理；其次是物理优点，由于其动力来源，LBE 在流体动力学领域有着很大的潜力，甚至超过了纳维尔-斯托克斯-傅里叶理论。

LB 方法是显式二阶方法，已经引入了许多在 CFD 应用中充分开发的复杂数值技术。尽管在 LBE 中对于隐式步时、多重网格和高阶离散只进行了初步研究，但在可预见的未来，开发带有这些复杂技术的 LB 算法将始终是活跃的研究领域。

致　谢

感谢 A. J. C. Ladd 教授提供的与微粒悬浮的 LB 模拟（图 5）相关的材料，G. Constantinescu 教授提供的如图 4 所示的 DES 数据，S. Freudiger 在其博士论文中提供的图 3 和图 4，以及 B. Ahrenholz 在其博士论文中提供的图 6 和图 7。LSL 要感谢 J. Tölke 博士有帮助的讨论。同时 LSL 要感谢国家自然基金的支持，款项为 DMS-0807983。MK 要感谢 DFG 和 BMBF。

参考文献

Ahrenholz, B., Tölke, J., Lehmann, P., Peters, A., Kaestner, A., Krafczyk, M. and Durner, W. (2008) Prediction of capillary hysteresis in a porous material using lattice-Boltzmann methods and comparison to experimental data and a morphological pore network model. *Adv. Water Res.*, 31 (9), 1151 - 1173.

Achenbach, E. (1972) Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 54 (3), 565 - 575.

Asinari, P. and Luo, L. S. (2008) A consistent lattice Boltzmann equation with baroclinic coupling for mixture. *J. Comput. Phys.*, 227 (8), 3878 - 3895.

Bouzidi, M., Firdaouss, M. and Lallemand, P. (2001) Momentum transfer of Boltzmann-lattice fluid with boundaries. *Phys. Fluids*, 13 (11), 3452 - 3459.

Chen, S. and Doolen, G. D. (1998) Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 30, 329 - 364.

Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E. (1978) *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press, New York, p. 112.

Constantinescu, G. and Squires, K. (2004) Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes. *Phys. Fluids*, 16 (5), 1449 - 1466.

d'Humières, D. (1992) Generalized lattice-Boltzmann equations, in *Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simula-*



tions (eds B. D. Shizgal and D. P. Weave), vol. 159, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, AIAA, Washington, D. C. pp. 450 - 458.

d'Humières, D., Ginzburg, I., Krafczyk, M., Lallemand, P. and Luo, L.-S. (2002) Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three-dimensions. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A*, 360 (1792), 437 - 451.

Ginzburg, I. and d'Humières, D. (2003). Multireflection boundary conditions for lattice Boltzmann models. *Phys. Rev. E*, 68 (6), 066614.

Goin, K. L. and Lawrence, W. R. (1968) Subsonic drag of spheres at Reynolds numbers from 200 to 10,000. *AIAA J.*, 6 (5), 961 - 962.

He, X. and Luo, L.-S. (1997). Theory of lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation. *Phys. Rev. E*, 56 (6), 6811 - 6817.

Junk, M., Klar, A. and Luo, L.-S. (2005) Asymptotic analysis of the lattice Boltzmann equation. *J. Comput. Phys.*, 210 (2), 676 - 704.

Krafczyk, M., Tölke, J. and Luo, L.-S. (2003) Large-eddy simulations with a multiple-relaxation-time LBE model. *Int. J. Mod. Phys. B*, 17 (1/2), 33 - 39.

Ladd, A. J. C. (1994a) Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 1. Theoretical foundation. *J. Fluid Mech.*, 271, 285 - 309.

Ladd, A. J. C. (1994b). Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2. Numerical results. *J. Fluid Mech.*, 271, 311 - 339.

Lallemand, P. and Luo, L.-S. (2000) Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability. *Phys. Rev. E*, 61 (6), 6546 - 6562.

Lallemand, P. and Luo, L.-S. (2003) Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions. *Phys. Rev. E*, 68 (3), 036706.

Luo, L.-S. (2000) Theory of lattice Boltzmann method: Lattice Boltzmann models for nonideal gases. *Phys. Rev. E*, 62 (4), 4982 - 4996.

Maríe, S., Ricot, D. and Sagaut, P. (2009) Comparison between lattice Boltzmann method and Navier-Stokes high-order schemes for computational aeroacoustics. *J. Comput. Phys.*, 228 (4), 1056 - 1070.

Nicolas, M. (2002) Experimental study of gravity-driven dense suspension jets. *Phys. Fluids*, 14 (10), 3570 - 3576.

Nguyen, N.-Q. and Ladd, A. J. C. (2002) Lubrication corrections for lattice-Boltzmann simulations of particle suspensions. *Phys. Rev. E*, 66 (4), 046708.

Peng, Y., Liao, W., Luo, L.-S. and Wang, L.-P. (2009) Comparison of the Lattice Boltzmann and Pseudo-Spectral Methods for Decaying Turbulence: Low Order Statistics. To appear in *Comput. Fluids*.

Rothman, D. H. and Zaleski, S. (1997) *Lattice-Gas Cellular Automata: Simple Models of Complex Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Tölke, J., Freudiger, S. and Krafczyk, M. (2006) Anadaptive scheme using hierarchical grids for lattice Boltzmann multi-phase flow simulations. *Comput. Fluids*, 35 (8/9), 820 - 830.

Tölke, J., Krafczyk, M., Schulz, M. and Rank, E. (2002) Lattice Boltzmann simulations of binary fluid flow through porous media. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A*, 360 (1792), 535 - 545.

Yu, D., Mei, R., Luo, L.-S. and Shyy, W. (2003) Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation. *Prog. Aerospace Sci.*, 39 (5), 329 - 367.

Yu, H., Luo, L.-S. and Girimaji, S. S. (2006) LES of turbulent square jet flow using an MRT lattice Boltzmann model. *Comput. Fluids*, 35 (8/9), 957 - 965.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 57 章

间断伽辽金方法

Chi-Wang Shu
布朗大学应用数学系，普罗维登斯，罗得岛，美国

1 引　　言

间断伽辽金（DG）方法属于有限元方法。然而，与传统的有限元方法不同，DG 方法完全是利用间断的基函数，通常为分段多项式。这使得 DG 在使用捕捉激波的有限体积技术时具有灵活性，如将迎风和守恒相结合的单调数值通量和黎曼近似解，控制虚假振荡的非线性限定条件，获得高效和稳定时间离散的总变差减小（TVD）的龙格-库塔方法。

Reed 和 Hill 于 1973 年在中子输运框架内首先提出了 DG 方法，即与时间无关的线性双曲型方程。Cockburn 和 Shu（1989，1998）发表的一系列文章对 DG 方法的发展做出了重要贡献，在文中他们建立了与时间相关的非线性问题的求解框架，如气体动力学的欧拉方程，利用显式非线性稳定高阶龙格-库塔时间离散（Shu 和 Osher，1988）和 DG 空间离散，利用黎曼近似解作为分界面通量，利用总变差有界（TVB）非线性限定条件来实现强激波的无振荡特性。

DG 方法已被用于航空航天工程和计算流体力学中，进行无黏守恒定律的计算和对流主导的黏性流计算（高雷诺数 N-S 方程）。在其他领域也有快速的应用，如气动声学、电磁学、颗粒流、磁流体动力学、气象学、浅水建模、采油模拟、半导体器件模拟、多孔介质中的污染物输运、涡轮机械、湍流、黏弹性流动和天气预报等。

本章只是对 DG 方法做简要介绍，要了解更多的细节和深入的描述，可以参考调查报告（Cockburn、Karniadakis 和 Shu，2000）以及其他文章，包括 1999 年在美国罗得岛州纽波特举行的第一届关于 DG 方法的国际讨论会论文集。课程讲稿（Cockburn，1999；Shu，2009）和综述文章（Cockburn 和 Shu，2001）都是相关细节的参考。最近有三个关于 DG 方法的专刊（两个在计算科学杂志中，一个在应用力学与工程的计算方法中），包含许多有关这一方法在各方面进展的文章，涉及算法设计、分析、实现和应用。最近至少有四本书（Hesthaven 和 Warturton，2008；Li，2006；Riviere，2008；Kanschat，2007）涵盖了 DG 方法的不同方面。

2 算　　法

这一节我们讲述 DG 算法的主要组成。

2.1 一维守恒律的 DG 格式

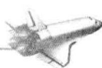
DG 算法的要素可以通过一维标量形式的守恒定律展示：

$$u_t + f(u)_x = 0 \tag{1}$$

假设由单元 $\boldsymbol{I}_j = [x_{j-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]$ 组成的网格，其中 $i=1, 2, \cdots, N$。单元 $\boldsymbol{I}_j$ 的中心为 $x_j = (x_{j-\frac{1}{2}} + x_{i+\frac{1}{2}})/2$，大小为 $\Delta x_j = x_{j+\frac{1}{2}} - x_{j-\frac{1}{2}}$，$\Delta x = \max_j \Delta x_j$。如果式（1）乘以任意的测试函数 v，在间隔 $\boldsymbol{I}_j$ 上积分，同时利用分部积分，可以得到弱公式：

$$\int_{\boldsymbol{I}_j} u_t v \,\mathrm{d}x - \int_{\boldsymbol{I}_j} f(u) v_x \,\mathrm{d}x + f(u_{j+\frac{1}{2}}) v_{j+\frac{1}{2}} - f(u_{j-\frac{1}{2}}) v_{j-\frac{1}{2}} = 0 \tag{2}$$

现在，假设解 u 和测试函数 v 是最高阶为 k 的分



段多项式。用 $V_{\Delta x}$ 表示多项式在每个单元 $\boldsymbol{I}_j$ 的空间，即

$$V_{\Delta x}=\{v: v\in P^k(\boldsymbol{I}_j),\ x\in \boldsymbol{I}_j,\ j=1, 2, \cdots, N\} \tag{3}$$

我们想要寻找数值解，仍然用 u 表示，在有限维的空间 $V_{\Delta x}$ 中，对于所有的测试函数 v，式（2）始终成立。然而，式（2）中涉及 $x_{j\pm\frac{1}{2}}$ 处边界值的最后两项会产生歧义，因为解 u 和测试函数 v 在这些边界点是间断的。这可以被视为一种不便或是设计好的格式的机会，取决于人们怎么看待它。DG 方法的良好性能主要来源于对于这些歧义项的适当处理。处理这些项的指导原则是，使数值方法守恒、稳定且精确。我们用 $u^+_{j+\frac{1}{2}}$ 和 $u^-_{j+\frac{1}{2}}$ 来表示 u 在 $u_{j+\frac{1}{2}}$ 处的值，分别由右单元 $\boldsymbol{I}_{j+1}$ 和左单元 $\boldsymbol{I}_j$ 得到。边界项做如下处理：

（1）利用单值的数值通量 $\hat{f}_{j\pm\frac{1}{2}}=\hat{f}(u^-_{j\pm\frac{1}{2}}, u^+_{j\pm\frac{1}{2}})$ 来代替边界项 $f(u_{j\pm\frac{1}{2}})$。这些通量通常取决于左极限 $u^-_{j\pm\frac{1}{2}}$ 和右极限 $u^+_{j\pm\frac{1}{2}}$，因此提供了单元之间必要的通信和守恒。为了保证稳定，这些项通过迎风原理处理，采用高精度激波捕捉有限体积法。对于标量方程（1），通量 $\hat{f}_{j\pm\frac{1}{2}}$ 被认为是单调的数值通量，即在两种参数条件下始终有科普席茨连续（$\hat{f}(u, u)=f(u)$），第一个参数不减，第二个参数不加，用符号表示为 $\hat{f}(\uparrow, \downarrow)$。单调通量适用于 DG 方法，例子可以在 Cockburn 和 Shu（1989）的文章中找到。我们可以利用简单的拉克斯-弗里德里希斯通量。

$$\hat{f}(u^-, u^+)=\frac{1}{2}[f(u^-)+f(u^+)-\alpha(u^+-u^-)]$$

$$(\alpha=\max|f'(u)|) \tag{4}$$

式中，α 在 u 的相关范围内取到最大值。

（2）利用内部单元 $\boldsymbol{I}_j$ 的值，即 $v^-_{j+\frac{1}{2}}$ 和 $v^+_{j-\frac{1}{2}}$，来代替边界处的测试函数 v。

DG 格式正式的定义如下。

寻找 $u\in V_{\Delta x}$，使得对于所有 $v\in V_{\Delta x}$，有

$$\int_{\boldsymbol{I}_j} u_t v\,\mathrm{d}x-\int_{\boldsymbol{I}_j} f(u)v_x\,\mathrm{d}x+\hat{f}_{j+\frac{1}{2}}v^-_{j+\frac{1}{2}}-\hat{f}_{j-\frac{1}{2}}v^+_{j-\frac{1}{2}}=0 \tag{5}$$

式中，$\hat{f}_{j\pm\frac{1}{2}}=\hat{f}(u^-_{j\pm\frac{1}{2}}, u^+_{j\pm\frac{1}{2}})$ 和 $\hat{f}(u^-, u^+)$ 为单调通量。

对于工程实现，选定基础空间 $V_{\Delta x}$，当数值解 u 写为基函数的线性组合时，得到关于包含系数的矢量的常微分方程（ODE）系统。当对 $V_{\Delta x}$ 选择正交基描述时，或者对小型的质量矩阵求逆时，ODE 系统表示为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u=L(u, t) \tag{6}$$

质量矩阵维度很小：多余 k 阶的分段多项式为 $(k+1)\times(k+1)$ 阶矩阵。注意到，式（6）中空间算子 L 明显与时间 t 有关，这可能会产生时间相关的受迫项或边界条件。

式（5）中的积分可以精确求解或求数值积分。为了保证（$k+1$）阶精度，当对式（3）中的空间 $V_{\Delta x}$ 应用 k 阶分段多项式时，数值积分需要对 $2k$ 阶多项式进行。

2.2 时间离散

ODE 系统[式(6)] 可以利用特殊的龙格-库塔方法进行时间离散，被称为 TVD 龙格-库塔时间离散（Shu 和 Osher，1988），也被称为强稳定性（SSP）时间离散。这类时间离散的特点是，它们为一阶向前欧拉步长的凸组合。因此在任意向前欧拉步长的半范数（如总变差半范数、最大范数、熵条件等）区域内保持强稳定。我们只需要证明一阶向前欧拉步长的非线性稳定性。在多数情况下是较为简单的（如 TVD 格式，见 2.3 节），对于同一类方法的高阶时间离散，也可以得到相同的强稳定性。

求解式（6）时最流行的格式是三阶龙格-库塔方法：

$$\begin{aligned}
u^{(1)}&=u^n+\Delta t L(u^n, t^n),\\
u^{(2)}&=\frac{3}{4}u^n+\frac{1}{4}u^{(1)}+\frac{1}{4}\Delta t L(u^{(1)}, t^n+\Delta t),\\
u^{n+1}&=\frac{1}{3}u^n+\frac{2}{3}u^{(2)}+\frac{2}{3}\Delta t L\left(u^{(2)}, t^n+\frac{1}{2}\Delta t\right)
\end{aligned} \tag{7}$$

这种格式精度较高且内存占用较少。

如果偏微分方程（PDE）中含有系数较大的空间导数，如中等雷诺数的 N-S 方程或网格不均匀，那么上述的显式时间推进方法会有严格的时间步长限制。研究这种情况下的有效时间离散是非常重要而且活跃的课题，同时要保持 DG 方法的优点，如良好的局部性质和并行计算效率。空间-时间 DG 方法，将时间变量和空间变量做相同的处理，可以克服这一困难，但导致内存占用和计算复杂程度增加。参考文献（Pesch 和 van der Vegt，2008；Miller 和 Haber，2008）。

还有另一种时间离散方法，被称为拉克斯-温德罗夫方法，首先对时间做泰勒展开，达到理想的精度，接着利用空间导数代替时间导数，重复地使用 PDE 和其变形形式。ADER 格式就属于这种类型，参

见文献（Dumbser 和 Munz，2005）。对于 DG 方法的拉克斯-温德罗夫格式，参见文献（Qiu、Dumbser 和 Shu，2005）。

2.3　非线性限制器

由于 DG 方法为 L^2 稳定（Jiang 和 Shu，1994），当解光滑或不光滑但 PDE 为线性时，前两个小节中的方法已经可以被应用，但是在强间断处，其解仍然包含数值振荡，这会使带有强振荡的非线性问题的格式变得不稳定。实际上，特别是对于包含强间断的问题，我们通常需要应用非线性限制器来控制这些振荡，以获得总变差稳定性。

为了简化，我们首先考虑半离散 DG 格式（5）的向前欧拉时间离散。初始时，时间级 n 的初始解 $u^{n,\mathrm{pre}} \in V_{\Delta x}$［对于初始条件，$u^{0,\mathrm{pre}}$被认为是解析初始条件 $u(\cdot, 0)$ 在有限元空间 $V_{\Delta x}$的 L^2 投影］，在进入下一个时间级之前，我们会对其进行“限制”或“预处理”来得到新的函数 $u^n \in V_{\Delta x}$：寻找 $u^{n+1,\mathrm{pre}} \in V_{\Delta x}$，使得对于所有测试函数 $v \in V_{\Delta x}$ 以及所有 $1 \leqslant j \leqslant N$，有

$$\int_{I_j} \frac{u^{n+1,\mathrm{pre}} - u^n}{\Delta t} v \mathrm{d}x - \int_{I_j} f(u^n) v_x \mathrm{d}x + \hat{f}^n_{j+\frac{1}{2}} v(x^-_{j+\frac{1}{2}}) - \hat{f}^n_{j-\frac{1}{2}} v(x^+_{j-\frac{1}{2}}) = 0 \tag{8}$$

式中，$\Delta t = t^{n+1} - t^n$，为时间步长。

这一限制过程使得 $u^{n,\mathrm{pre}}$变为 u^n，应该满足以下两个条件：

（1）不能改变 $u^{n,\mathrm{pre}}$的单元平均，即 u^n 和 $u^{n,\mathrm{pre}}$的单元平均相同。这是由于 DG 方法的守恒特性。

（2）不能影响光滑区域格式的精度，即在光滑区域，这一限制条件并不使解发生变化，$u^n(x) = u^{n,\mathrm{pre}}(x)$。

文献中讨论了许多限制器，这仍然是活跃的研究领域，特别是对于多维系统，见文献（Zhu 等，2008）。文献（Cockburn 和 Shu，1989）中基于 minmod* 的 TVB 限制器和文献（Biswas、Devine 和 Flaherty，1994）中的力矩限制器是最常用的选择。

2.4　多维系统概述

之前讨论的 DG 方法可以很容易地推广至多维系统。对于二维标量守恒定律：

$$u_t + f_1(u)_x + f_2(u)_y = 0 \tag{9}$$

计算域被分为一系列的单元 Δ_j，可以是矩形、三角形等，并且每一个单元中的数值解为 k 阶多项式。阶数 k 随着单元变化，两个单元分界面上的两个多项式并没有连续性要求。因此，与有限体积格式中每个单元一个自由度不同，对于利用分段 k 阶多项式的二维 DG 方法，每个单元有 $K=(k+1)(k+2)/2$ 个自由度。当按照局部基展开时，K 自由度将被选为多项式的系数。

DG 方法由以下步骤得到，式（9）乘以测试函数 $v(x, y)$（同样是单元中的 k 阶多项式），在单元 Δ_j 上积分，并分部积分：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Delta_j} u(x, y, t) v(x, y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y - \int_{\Delta_j} F(u) \cdot \nabla v \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{\partial\Delta_j} F(u) \cdot n v \mathrm{d}s = 0 \tag{10}$$

式中，$F=(f_1, f_2)$，n 为单元边界$\partial\Delta_j$ 的单位外法向。

式（10）中的线积分可以精确求解［对于线性或特定的非线性通量 $F(u)$］，也可以利用高斯求积公式，需要（$2k+1$）阶多项式才能保持精度。

$$\int_{\partial\Delta_j} F \cdot n v \mathrm{d}s \approx |\partial\Delta_j| \sum_{k=1}^{q} \omega_k F(u(G_{k,t})) \cdot n v(G_k) \tag{11}$$

式中，$F(u(G_{k,t})) \cdot n$ 由数值通量代替（近似或精确黎曼求解）。

对于标量方程，沿单元边界的法向，数值通量可以被认为是单调的。例如，我们可以使用简单的拉克斯-弗里德里希斯通量：

$$F(u(G_{k,t})) \cdot n \approx \frac{1}{2}[F(u^-(G_{k,t})) + F(u^+(G_{k,t})) \cdot n - \alpha(u^+(G_{k,t}) - u^-(G_{k,t}))] \tag{12}$$

式中，α 被认为是$|\Delta F(u) \cdot n|$的上界；u^- 和 u^+ 是高斯点 G_k 处单元 Δ_j 内部和外部的 u 值。$v(G_k)$ 为 $v^-(G_k)$，即高斯点 G_k 处单元 Δ_j 内部的 v 值。体积分项 $\int_{\Delta_j} F(u) \cdot \nabla v \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 可以精确求解（对于线性或特定非线性通量 F），也可以通过数值积分求解，需要 $2k$ 阶的多项式才能够保持精度，或者对于可压缩欧拉方程这样的特殊系统，可以不用通过积分的方法实现。我们仍然能够得到 ODE 系统，2.2 节中描述的 TVD 龙格-库塔时间离散或其他时间离散技术都可以应用。2.3 节中的非线性限制器可以被推广到多维中，如 Liu 等（2007）提到的基于 minmod 的 TVB 限制器和分层限制器。

对于一维和多维系统，上述对于标量方程的 DG 格式可被用于 PDE 的每个组成。两个新的要点在于：

（1）单调通量应该由精确的或近似的黎曼解代替。

（2）为了更好地控制数值振荡，非线性限制器需要用于局部特性场而不是数值解的每个组成中，

* 这是限制器的一种。



参见文献（Cockburn 和 Shu，1998）。

2.5 对流扩散方程

与时间相关的对流扩散方程的 DG 方法：

$$u_t+\sum_{i=1}^{d}f_i(u)_{x_i}-\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{d}(a_{ij}(u)u_{x_j})_{x_i}=0 \quad (13)$$

式中，$(a_{ij}(u))$ 为对称的、半正定矩阵。

求解这种方程有多种不同的 DG 公式，多数都总结在 Arnold 等（2002）的论文中。如 Baumann 和 Oden 方法、van Raalte 和 van Leer 方法、Cheng 和 Shu 方法、Liu 和 Yan 方法，以及局部 DG（LDG）方法。

在这里只讨论一维对流扩散方程的 LDG 方法：

$$u_t+f(u)_x=(a(u)u_x)_x \quad (14)$$

且 $a(u)\geqslant 0$。将方程写为如下形式：

$$u_t+f(u)_x=(b(u)q)_x,\ q-B(u)_x=0 \quad (15)$$

其中

$$b(u)=\sqrt{a(u)},\ B(u)=\int^{u}b(u)\mathrm{d}u \quad (16)$$

有限元空间由式（3）给出。

半离散的 LDG 格式定义如下。

寻找 u，$q\in V_{\Delta x}$，使得对于所有的测试函数 v，$p\in V_{\Delta x}$ 及 $1\leqslant j\leqslant N$，有

$$\int_{\boldsymbol{I}_j}u_t v\mathrm{d}x-\int_{\boldsymbol{I}_j}(f(u)-b(u)q)v_x\mathrm{d}x+(\hat{f}-\hat{b}\hat{q})_{j+\frac{1}{2}}v^-_{j+\frac{1}{2}}-(\hat{f}-\hat{b}\hat{q})_{j-\frac{1}{2}}v^+_{j-\frac{1}{2}}=0$$

$$\int_{\boldsymbol{I}_j}qp\mathrm{d}x+\int_{\boldsymbol{I}_j}B(u)p_x\mathrm{d}x-\hat{B}_{j+\frac{1}{2}}p^-_{j+\frac{1}{2}}+\hat{B}_{j-\frac{1}{2}}p^+_{j-\frac{1}{2}}=0 \quad (17)$$

$\hat{f}$、$\hat{b}$、$\hat{q}$ 和 $\hat{B}$ 是在单元分界面定义的单值函数，其依赖于分界面两侧间断的数值解。由 2.1 节可知，对流通量 $\hat{f}$ 应被选为单调通量。然而，在设计扩散通量 $\hat{b}$、$\hat{q}$ 和 $\hat{B}$ 时，迎风原理将不再有效。Cockburn 和 Shu 给出了保证格式具有 L^2 稳定性的扩散通量的选择条件。这里，我们讨论一种非常好的选择，被称为“交变通量”，定义为

$$\hat{b}=\frac{B(u^+)-B(u^-)}{u^+-u^-},\ \hat{q}=q^+,\ \hat{B}=B(u^-) \quad (18)$$

要点在于应该选择不同方向的 $\hat{q}$ 和 $\hat{B}$。因此，可以是

$$\hat{b}=\frac{B(u^+)-B(u^-)}{u^+-u^-},\ \hat{q}=q^-,\ \hat{B}=B(u^+) \quad (19)$$

注意到，格式（17）中的第二个方程，对单元 $\boldsymbol{I}_j$ 中的小质量矩阵求逆，我们可以解出局部的 q（单元 $\boldsymbol{I}_j$ 内），是关于 u 的函数。这就是此种方法被称为“局部”DG 方法的原因。

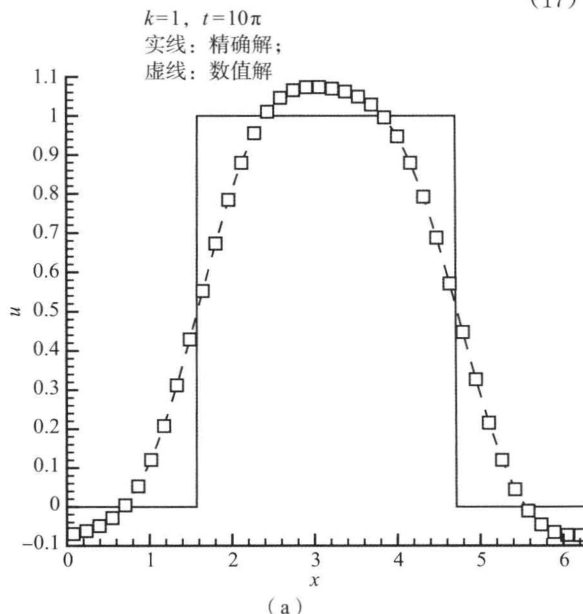
LDG 方法很容易推广至多维对流-扩散系统。

3 两个例子

下面举两个例子来说明 DG 方法的性能。

第一个例子，图 1 和图 2 是由 2 阶（分段线性）和 7 阶（6 阶分段多项式）DG 方法得到的如下线性输运方程的解：

$$u_t+u_x=0 \text{ 或 } u_t+u_x+u_y=0 \quad (20)$$



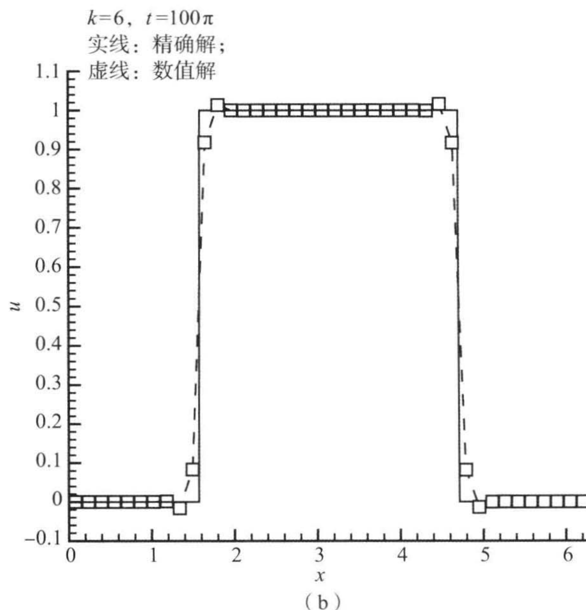


图 1　输运方程：$t=100\pi$ 时，精确解和利用 2 阶（P^1，a）及 7 阶（P^6，b）方法得到的龙格-库塔 DG 解的对比

一维解有 40 个单元，精确解由实线表示，数值解由虚线和符号表示，每个点为 1 个单元

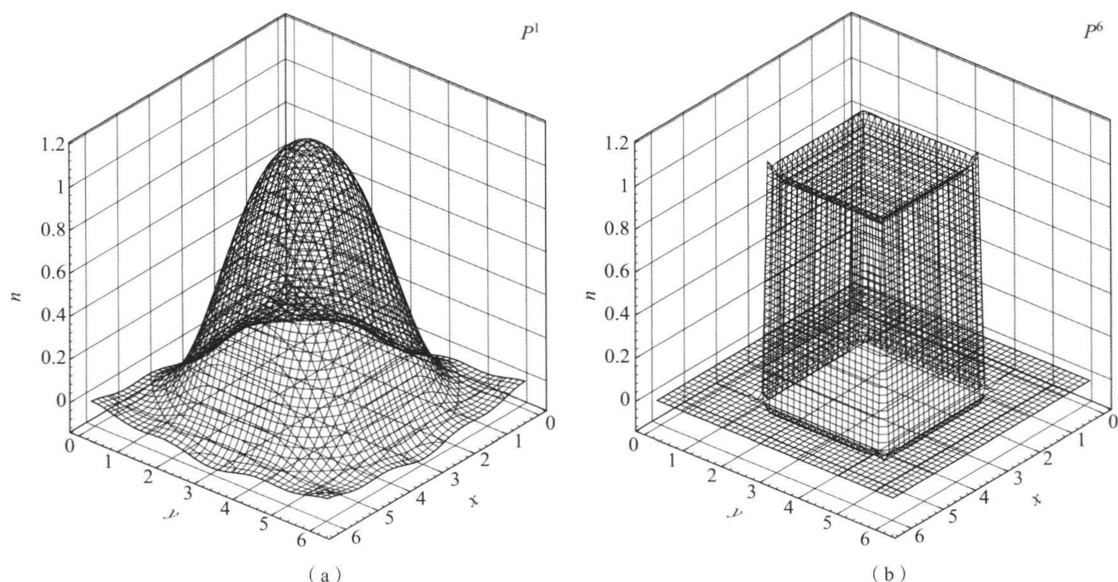


图 2 输运方程：$t=100\pi$ 时，精确解和利用 2 阶（P^1，a）及 7 阶（P^6，a）方法得到的龙格-库塔 DG 解的对比

二维解有 40×40 个单元

在区域（0，2π）×（0，t）或（0，2π）^{2}×（0，t）内，间隔为（π/2，3π/2）或（π/2，3π/2）^{2} 的特征函数作为初始条件和周期性边界条件（Cockburn 和 Shu，2001）。注意，求解的时间很长，$t=100\pi$（50 个时间周期），网格相对粗糙。可以看出，二阶格式在初始时较为模糊，然而 7 阶格式的解仍保持初始条件的形状。这里并没有使用非线性限制器，因此间断点有不足之处，但仅限于局部。利用非结构网格，对多维系统使用 DG 方法会表现出非常好的性质，因此，对于气动声学中线性化的欧拉方程和电磁学中的麦克斯韦方程等，是一种非常好的求解方法。为了证明 DG 方法对非线性系统同样有效，图 3给出了前台阶问题的解，利用 DG 方法求解可压缩气体动力学的欧拉方程

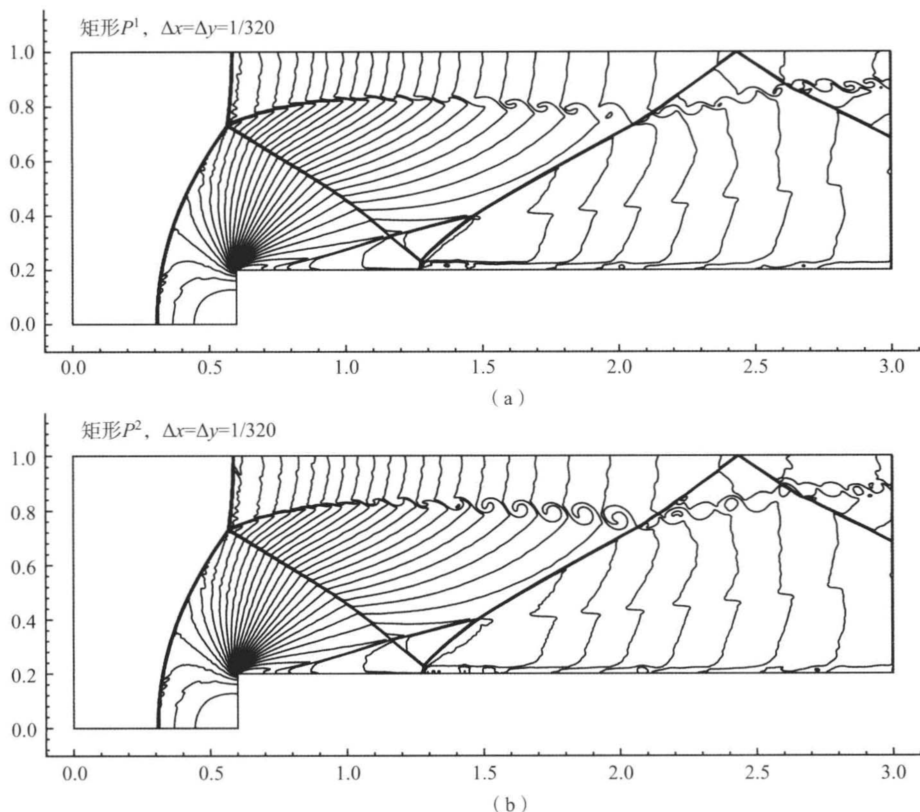


图 3 前台阶放大区域：$\Delta x=\Delta y=1/320$

（a）P^1 单元；（b）P^2 单元



(Cockburn 和 Shu，1998)。物理不稳定性造成的接触线的卷起很明显，特别是利用三阶 DG 格式得到的结果。

4 结　　论

概括起来，关于守恒律和对流主导的对流扩散方程的 DG 方法有以下几点：

(1) 可以用于任意三角形划分，包括带有悬挂节点的三角形。此外，多项式的阶数，也就是每个单元的精度，都可以独立确定。因此这种方法对于 h-p（网格尺寸和精度）加密和自适应非常适用。一个非常好的描述 DG 方法性能的例子（在 h-p 自适应性和解析特性方面）是 Remacle、Flaherty 和 Shephard (2003) 对于瑞利-泰勒流动不稳定性的模拟。

(2) 这种方法有出色的并行效率。即便有时空自适应性和负载平衡，并行效率还是能够超过 80%，见文献 (Remacle、Flaherty 和 Shephard，2003)。

(3) 如果几何形状复杂或自适应性很重要，特别是对于光滑解演化时间很长的问题，DG 格式将是一种选择。

(4) 对于包含强激波的问题，非线性限制器没有先进的有限差分和有限体积法鲁棒性好[如加权无振荡方法（WENO）]。近些年，人们开始研究基于 WENO 的限制器 (Zhu 等，2008)。

有一些其他的格式也有 DG 方法的特性。其中之一就是谱有限体积法（SV）。这种方法可以被认为是一种彼得罗夫-伽辽金方法，与 DG 方法拥有相同的解空间，但测试函数空间不同，与维度相同，但由亚单元上的分段常函数组成。SV 方法的一个优点是，限制器可以很容易地用于每个单元的子单元上，因此精度能够达到亚单元。

三维系统 DG 方法的重点在于，它比同网格上的有限体积法需要更大的存储空间。存储限制是 DG 方法在大尺度三维模拟中的制约因素。埃尔米特格式对这一限制做出了让步，每个单元存储的自由度大于 1，但小于 k 阶多项式描述的完整自由度。因此，需要对有限体积法进行重构，但模板较为狭窄，因此每个单元携带的信息量更多。这种方法在大尺度三维模拟中有非常好的潜力。

参考文献

Arnold, D., Brezzi, F., Cockburn, B. and Marini, L. (2002) Unified analysis of discontinuous Galerkin methods for elliptic problems. *SIAM J. Numerical Anal.*, 39 (5), 1749 - 1779.

Biswas, R., Devine, K. D. and Flaherty, J. (1994) Parallel, adaptive finite element methods for conservation laws. *Appl. Numerical Math.*, 14 (1 - 3), 255 - 283.

Cockburn, B. (1999) Discontinuous Galerkin methods for convection-dominated problems, in *High-Order Methods for Computational Physics* (eds T. J. Barth and H. Deconinck), *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Springer, vol. 9, pp. 69 - 224.

Cockburn, B., Karniadakis, G. and Shu, C.-W. (2000) The development of discontinuous Galerkin methods, in *Discontinuous Galerkin Methods: Theory, Computation and Applications* (eds B. Cockburn, G. Karniadakis and C.-W. Shu), *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Springer, Berlin, vol 11, Part Ⅰ: Overview, pp. 3 - 50.

Cockburn, B. and Shu, C.-W. (1989) TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws. Ⅱ: General framework. *Math. Comput.*, 52 (186), 411 - 435.

Cockburn, B. and Shu, C.-W. (1998) The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for conservation laws V: multidimensional systems. *J. Comput. Phys.*, 141 (2), 199 - 224.

Cockburn, B. and Shu, C.-W. (2001) Runge-Kutta Discontinuous Galerkin methods for convection-dominated problems. *J. Sci. Comput.*, 16 (3), 173 - 261.

Dumbser, M. and Munz, C. D. (2005) ADER discontinuous Galerkin schemes for aeroacoustics. *Comptes Rendus Mecanique*, 333 (9), 683 - 687.

Hesthaven, J. S. and Warturton, T. (2008) *Nodal Discontinuous Galerkin Methods*, Springer, New York.

Jiang, G.-S. and Shu, C.-W. (1994) On cell entropy inequality for discontinuous Galerkin methods. *Math. Comput.*, 62 (206), 531 - 538.

Kanschat, G. (2007) *Discontinuous Galerkin Methods for Viscous Flow*, Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden.

Li, B. Q. (2006) *Discontinuous Finite Elements in Fluid Dynamics and Heat Transfer*, Birkhauser, Basel.

Liu, Y.-J., Shu, C.-W., Tadmor, E. and Zhang, M. (2007) Central discontinuous Galerkin methods on overlapping cells with a nonoscillatory hierarchical reconstruction. *SIAM J. Numerical Anal.*, 45 (6), 2442 - 2467.

Miller, S. T. and Haber, R. B. (2008) A spacetime discontinuous Galerkin method for hyperbolic heat conduction. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 198 (2), 194 - 209.

Pesch, L. and van der Vegt, J. J. W. (2008) A discontinuous Galerkin finite element discretization of the Euler equations for compressible and incompressible fluids. *J. Comput. Phys.*, 227 (11), 5426 - 5446.

Qiu, J., Dumbser, M. and Shu, C.-W. (2005) The discontinuous Galerkin method with Lax-Wendroff type time discretizations. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 194 (42 - 44), 4528 - 4543.

Reed, W. H. and Hill, T. R. (1973) Triangular mesh methods for the neutron transport equation. *Technical Report LA-UR-73-479*, Los Alamos Scientific Laboratory.

Remacle, J.-F., Flaherty, J. and Shephard, M. (2003) An adaptive discontinuous Galerkin technique with an orthogonal basis applied to Rayleigh-Taylor flow instabilities. *SIAM Rev.*, 45 (1), 53 - 72.

Riviere, B. (2008) *Discontinuous Galerkin Methods for Solving Elliptic and Parabolic Equations*. SIAM, Philadelphia.

Shu, C.-W. (2009) Discontinuous Galerkin methods: general approach and stability, in *Numerical Solutions of Partial Differential Equations* (eds S. Bertoluzza, S. Falletta, G. Russo and C.-W. Shu), *Advanced Courses in Mathematics CRM Barcelona*, Birkhäuser, Basel, pp. 149 - 201.

Shu, C.-W. and Osher, S. (1988) Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. *J. Comput. Phys.*, 77 (2), 439 - 471.

Zhu, J., Qiu, J., Shu, C.-W. and Dumbser, M. (2008) Runge-Kutta discontinuous Galerkin method using WENO limiters. Ⅱ: Unstructured meshes. *J. Comput. Phys.*, 227 (9), 4330 - 4353.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 58 章

隐式 CFD 方法和非结构网格

Dimitri J. Mavriplis
怀俄明州立大学机械工程系，拉勒米，怀俄明，美国

1 引 言

与时间相关的计算流体动力学问题可以利用显式或隐式方法求解。显式方法通常是指下一时间步的未知解只取决于先前时间步的已知值，而隐式方法中，下一时间步的未知解之间相互依赖，同时还依赖先前时间步的解。

考虑拥有半离散方程的系统：

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}\boldsymbol{w}}{\partial t}+R(\boldsymbol{w})=0 \tag{1}$$

式中，$R(\boldsymbol{w})$ 表示空间离散方程；$\boldsymbol{M}$ 为质量矩阵[在有限无离散的情况下，如间断伽辽金（DG）方法]，在有限体积法中退化为单元或控制体。

利用具有一阶精度的时间导数离散，可以得到显式格式：

$$\frac{\boldsymbol{M}}{\Delta t}(\boldsymbol{w}^{n+1}-\boldsymbol{w}^{n})+R(\boldsymbol{w}^{n})=0 \tag{2}$$

一般对于对角质量矩阵，$\boldsymbol{w}^{n+1}$ 只取决于在前一时间步 n 计算得到的量，这种格式非常容易实现，并且每一步的计算花费并不高。然而，CFL 条件限制了显式格式能够使用的时间步长大小，CFL 条件对于双曲问题有这样的表述，最大稳定时间步长与网格间距同最大波速的比值成比例（Richtmyer 和 Morton，1967）。因此，显式格式适用于时间尺度和空间尺度密切相关的问题，如气动声学问题或精细湍流模拟。另一方面，对于许多航空航天的相关问题（如运动体问题、气动弹性问题等），相关的时间尺度会大于显式格式的稳定限度。这种情况下，利用显式格式需要非常小的时间步长，导致求解效率非常低。

修改方程（2）可以得到简单的隐式格式，即使用新时间步的空间残差代替旧时间步的空间残差：

$$\frac{\boldsymbol{M}}{\Delta t}(\boldsymbol{w}^{n+1}-\boldsymbol{w}^{n})+R(\boldsymbol{w}^{n+1})=0 \tag{3}$$

这一公式被称为隐式的，因为在（$n+1$）时间步流动的解取决于（$n+1$）时间步的其他值，同时取决于 n 时间步的值。因此，为了得到新时间步的值，需要联立求解非线性方程。很明显这会比显式格式更加复杂并且更加昂贵。然而，隐式格式是无条件稳定的，时间步长大小的选择仅仅是出于时间精度的考虑。

方程（3）为一阶精度的时间向后差分隐式公式。实际上，时间离散的精度越高越理想，因为使用较大的时间步长就能得到相同的精度。此外，上述例子中，质量矩阵/控制体 $\boldsymbol{M}$ 被认为是不变的，对于动网格问题，$\boldsymbol{M}$ 是时间的函数。利用二阶精度的时间向后差分得到更常用的隐式时间公式：

$$\frac{\frac{3}{2}\boldsymbol{M}^{n+1}\boldsymbol{w}^{n+1}-2\boldsymbol{M}^{n}\boldsymbol{w}^{n}+\frac{1}{2}\boldsymbol{M}^{n-1}\boldsymbol{w}^{n-1}}{\Delta t}+R(\boldsymbol{w}^{n+1})=0 \tag{4}$$

这里假定质量矩阵是时变的。其他的时间离散有二阶精度的克兰克-尼科尔森方法（Dahlquist 和 Bjorck，2003）或高阶精度的隐式龙格-库塔方法（Butcher，2003）。然而，所有的隐式时间方法在每一步都需要求解由非线性方程组构成的系统，主要的挑战在于构造能够高效求解的隐式方法。这一章后面的部分将注重于高效的隐式解法和方程（3）

的应用，这些技术可以被用于各种不同的隐式时间公式以及稳态问题的高效求解，稳态问题相当于拥有无限大时间步长的隐式时间问题。

2　双时间步方法

将时间步 n 的流动变量视为已知值（不变量），方程（3）可以被重新写为 $S(w^{n+1})=0$，相当于在新时间步由非线性方程组成的系统。求解这一方程组的方法之一是将系统视为伪时间中的稳态系统，可以通过时间推进（伪时间）得到稳态方程：

$$\frac{\partial w}{\partial t^*}+S(w)=0 \tag{5}$$

同时

$$\frac{\partial w}{\partial t^*}\rightarrow 0，当 t^*\rightarrow\infty \tag{6}$$

式中，t^* 表示伪时间。

利用简单的伪时间离散，伪时间推进格式可以写为

$$w^{k+1}=w^k \cdot \Delta t^* S(w^k) \tag{7}$$

这种方法被称为双时间步方法，因为求解隐式问题的过程包含物理时间步 n 的外循环和伪时间步 k 的内循环。因为伪时间内的格式是显式的，所以可以使用任意的时间推进格式，在伪时间内也会存在时间步稳定性限制。这种方法的优点在于，考虑方程（5）在伪时间内加速收敛到稳态时，将对时间精度没有约束。因此，可以使用当地时间步技术，控制体或网格单元都以最大的时间步长前进，在整个区域上使用不同的时间步长。习惯上，双时间步法与龙格-库塔法相结合，成功地将局部时间步法（Hirsch，1988）和其他加速技术，如多重网格、预处理和 Krylov 方法，用于结构网格和非结构网格上（Jameson，1991；Venkatakrishnan 和 Mavriplis，1996）。

3　隐式时间方法

求解隐式时间问题的另一种方法是，在每一物理时间步，利用牛顿法求解非线性问题 $S(w^{n+1})=0$。传统的牛顿法可以写为

$$\left[\frac{\partial S(w)}{\partial w}\right]\Delta w^{k+1}=-S(w^k) \tag{8}$$

$$w^{k+1}=w^k+\Delta w^{k+1} \tag{9}$$

式中，k 为牛顿或非线性迭代计数器，对于充分大的 k，有 $w^k\approx w^{n+1}$ 和 $S(w^k)\approx 0$。

实际上，牛顿法二次收敛，需要的非线性迭代次数通常很小（通常小于 10）。然而，每一次迭代，需要对一个大矩阵求逆，计算非常复杂。对于方程（3）描述的隐式问题，需要求逆的矩阵可以写为

$$\left[\frac{\partial S(w)}{\partial w}\right]=\left[\frac{\boldsymbol{M}}{\Delta t}+\frac{\partial R(w)}{\partial w}\right] \tag{10}$$

因此，隐式矩阵由流动方程空间离散残差的雅可比矩阵［$\partial R(w)/\partial w$］和对角元为 $\boldsymbol{M}/\Delta t$ 的对角阵组成。这是 $N\times N$ 维的矩阵，其中 N 相当于整个计算网格上的未知量数目。高效的隐式求解方法的主要任务是，对于这一矩阵高效地组装、求逆或分解，可以是精确的也可以是近似的。

3.1　雅可比矩阵的结构

雅可比矩阵［$\partial R(w)/\partial w$］通过对当前状态下空间离散的流动方程进行线性化得到，反映了残差向量 $R(w)$ 关于所有求解变量 w 的变化情况。因为每个残差只取决于少量的临近 w 值，雅可比矩阵为大型稀疏矩阵，稀疏模式取决于残差结构的模板。稀疏矩阵的图形由一系列的边界点给出，在非零项相关的行和列之间画线。对于 N-S 方程，雅可比矩阵呈现出稀疏的块结构，非零项为 5×5 的子矩阵，表示流体动力学控制方程（当模拟涉及湍流模型方程时，相应的块结构会更大）中的五个未知量（一个质量、三个动量分量和一个能量）。对于一阶精度的基于顶点的非结构三角形（二维）或四面体（三维）有限体积离散，残差模板只涉及与网格边界相连的最近的网格点。这种情况下，相当于网格的雅可比矩阵，以及矩阵中每一个非对角分块都可以与网格边界联系在一起，如图 1 所示。对于单元中心式，即未知量存储在单元中心而不是网格顶点，雅可比矩阵相当于网格的对偶图，即图 2 所示的联系相邻单元中心点的一系列边界。对于二阶精度的有限体积格式，残差不但取决于最临近的值，还取决于与最近单元相邻单元的值。因此相应的雅可比矩阵中包含二级相邻的网格信息。这种情况下，雅可比矩阵变得更加稠密（有更多的非零元），需要更多的存储空间，不能用简单的基于网格的数据结构。出于这些原因，利用隐式格式求解基于二阶离散的方程时，通常引入基于一阶离散的雅可比矩阵。然而，离散与雅可比算子间的不匹配意味着，适用于方程(8)和方程(9)的牛顿法的二次收敛特性将不再保持。通过权衡，可以增加非线性迭代次数，同时利用简单的雅可比矩阵来降低迭代花费。



对于间断伽辽金（DG）离散，通过为每个单元引入额外的自由度来获得更高的精度，而保持最近的模板来联系相邻单元的自由度。这种情况下，雅可比稀疏矩阵的图形与单元中心有限体积情况的对偶网格相当，尽管稀疏矩阵的分块大小随着精度的增加而增加。DG 离散产生的雅可比矩阵的稠密分块结构，可以被用于开发高效的隐式求解技术，这种技术在并行计算机中有很好的扩展性。

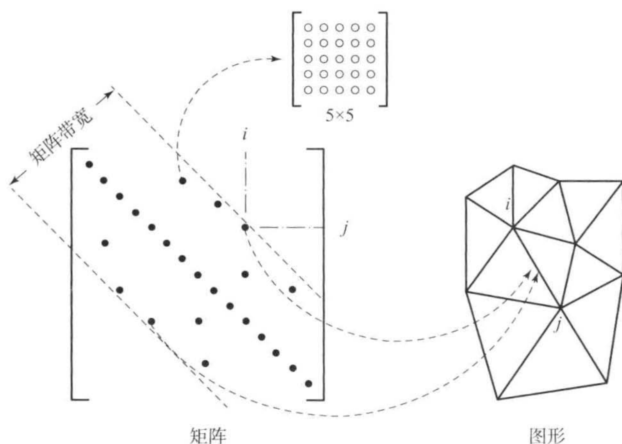


图 1 基于顶点的最邻近的模板离散的雅可比矩阵结构示意图

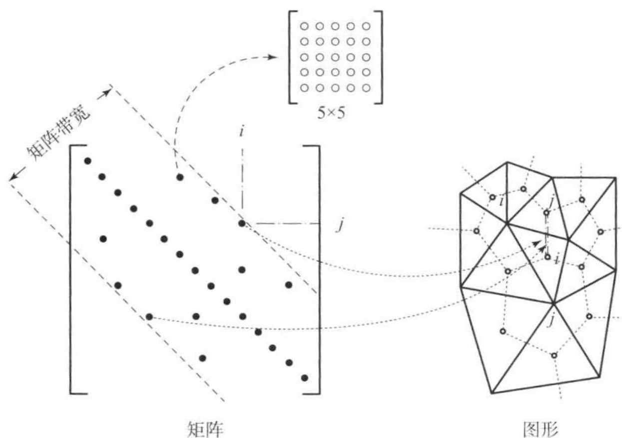


图 2 单元中心式的最近的模板离散的雅可比矩阵结构示意图

3.2 分解方法

通过对隐式矩阵直接求逆可以得到方程（8）的解。可以直接应用高斯消元法（Trefethen 和 Bau，1997）求逆 $[\partial S(\boldsymbol{w})/\partial \boldsymbol{w}]^{-1}$，或者通过矩阵分解 $\partial S(\boldsymbol{w})/\partial \boldsymbol{w}=\boldsymbol{LU}$，其中 $\boldsymbol{L}$ 表示上三角阵，$\boldsymbol{U}$ 表示下三角阵。按这种形式，方程（8）可以先向前替换，再向后替换求解：

$$\boldsymbol{L}\Delta \boldsymbol{w}^{*}=-S(\boldsymbol{w}^{k})\text{（向前代换）}\qquad(11)$$

$$\boldsymbol{U}\Delta \boldsymbol{w}^{k+1}=\Delta \boldsymbol{w}^{*}\text{（向后代换）}\qquad(12)$$

高斯消元法和 LU 分解法的复杂度相当，用 $O(N^3)$ 表示，其中 N 表示未知量数目，对于大多数大型问题来说是不现实的。人们开发了更为精细的稀疏矩阵的分解技术，并将其成功地用于隐式计算流体力学问题中（George 和 Liu，1981）。稀疏矩阵分解技术的性能由矩阵带宽来衡量，是矩阵对角元到非零非对角元的距离，如图 1 和图 2 所示。因此，减小矩阵带宽有助于提高这种方法的性能，为了使矩阵带宽最小化，还开发出了重新排序技术（Cuthill 和 McKee，1969）。

然而，大多数情况下，即便是最精细的矩阵分解技术对于中型 CFD 问题来说也太过昂贵。另外的困难在于逆矩阵或分解得到的矩阵变得稠密，需要额外的存储空间，不能够继续使用初始隐式矩阵的数据结构。出于这些原因，对隐式 CFD 方法开发了近似分解方法。一种被称为不完全 LU 分解（ILU）的方法，建立了近似的上三角和下三角分解形式，保持着初始隐式矩阵的稀疏模式。这种方法通过在分解过程中丢弃一些元素而实现，这些元素与初始隐式矩阵中的非零元位置并不一致。如果最终的近似因子被表示为和，那么矩阵近似由下式给出：

$$\left[\frac{\partial S(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}\right]\approx\overline{\boldsymbol{L}}\overline{\boldsymbol{U}}\qquad(13)$$

同时利用方程（11）和方程（12）描述的过程，利用近似因子代替精确因子，可以求解方程（8）。ILU 方法的性能与初始稀疏矩阵的带宽相关，利用带宽降低和重排技术能够改进性能。人们也开发了更加精密的 ILU 格式，允许矩阵在临近位置的非零位置进行额外填充［如 ILU(n)，其中 n 表示距离初始非零元的允许的填充距离］，或者根据元素大小进行填充（如降低公差的 ILU）。

另一种流行的近似分解方法为 LU 对称高斯-塞德尔（LU-SGS）方法。这种方法中，隐式矩阵被分解为

$$\left[\frac{\partial S(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}\right]=\boldsymbol{D}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}\approx(\boldsymbol{D}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}})\boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{D}+\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}})\qquad(14)$$

式中，$\boldsymbol{D}$ 表示初始矩阵中的对角块；$\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}$ 和 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}$ 表示初始矩阵的下三角和上三角部分。

方程（8）通过下式求解：

$$[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}]\Delta \boldsymbol{w}^{*}=-S(\boldsymbol{w}^{k})\text{（向前代换）}\qquad(15)$$

$$[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}]\Delta \boldsymbol{w}^{k+1}=[\boldsymbol{D}]\Delta \boldsymbol{w}^{*}\text{（向后代换）}\qquad(16)$$

这里只需要对 $\boldsymbol{D}$ 求逆，便使得这种迭代格式的花费较少。在 LU-SGS 格式中，矢量 $\boldsymbol{w}$ 以波阵面的方式穿过网格，所以矩阵的 $\boldsymbol{L}_s$ 部分表示波阵面之后的变量，这些量在向前扫描中已经计算得到，$\boldsymbol{U}_s$ 的元素在向后扫描中得到。如此，LU-SGS 方法与顺序的波阵面对称的高斯-塞德尔扫面类似。

有许多其他可行的近似分解方法。虽然这些近似能够大幅地减小每步迭代中的花费，但是由此只能得到方程（8）的近似解，反过来，需要更多的非线性迭代才能得到收敛解。此外，许多情况下，这种技术可以作为其他方法的预处理，从而使求解更加高效，如第 4 节所述。

3.3　迭代方法

隐式矩阵求逆要求方程（8）在每一牛顿步时的解都可以通过迭代得到。通过把将要求逆的矩阵拆分为 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 两部分，可以得到一类线性迭代格式：

$$\left[\frac{\partial S(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}\right]\Delta \boldsymbol{w}^{k+1}=[\boldsymbol{M}+\boldsymbol{N}]\Delta \boldsymbol{w}^{k}=-S(\boldsymbol{w}^{k}) \quad (17)$$

再通过迭代求解得

$$[\boldsymbol{M}]\Delta \boldsymbol{w}^{l+1}=-S(\boldsymbol{w}^{k})-[\boldsymbol{N}]\Delta \boldsymbol{w}^{l} \quad (18)$$

或者等价于

$$[\boldsymbol{M}][\Delta \boldsymbol{w}^{l+1}-\Delta \boldsymbol{w}^{l}]=-\left[\frac{\partial S(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}\right]\Delta \boldsymbol{w}^{k}-S(\boldsymbol{w}^{k}) \quad (19)$$

式中，右侧表示线性系统的残差；l 表示线性亚迭代计数器，对于 $l \gg 1$，近似的解 $\Delta \boldsymbol{w}^{l+1}$ 收敛于精确的非线性解 $\Delta \boldsymbol{w}^{k+1}$。这种方法中，只需要对初始矩阵的 $\boldsymbol{M}$ 部分求逆。对于不同的 $\boldsymbol{M}$ 有不同的迭代格式：

（1）$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{I}$：理查森方法。

（2）$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{D}$，其中 $\boldsymbol{D}$ 为分块对角阵：雅可比迭代。

（3）$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{D}+\boldsymbol{L}_s$，其中 $\boldsymbol{L}_s$ 为初始矩阵的下三角部分：高斯-塞德尔迭代。

为了设计高效的线性求解程序，矩阵 $\boldsymbol{M}$ 需要含有初始隐式矩阵中耦合最强的成分。例如，对于高度拉伸的网格，强耦合发生在垂直于拉伸方向的相邻点之间，矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中包含这样的元素将很有用。可以通过鉴别网格中的一系列线来实现，这些线通过与耦合点相关的边界合并得到，如图 3 所示。认为矩阵 $\boldsymbol{M}$ 是所有与边界相关的元素的联合，除了对角块，会产生分块三对角矩阵结构，利用标准技术很容易求逆，如托马斯算法（Trefethen 和 Bau，1997）。这一隐式线性求解方法成功地克服了由于各向异性产生的刚度，同时能够得到很好的收敛率，收敛率对网格拉伸度并不敏感（Mavriplis，1998、1999）。

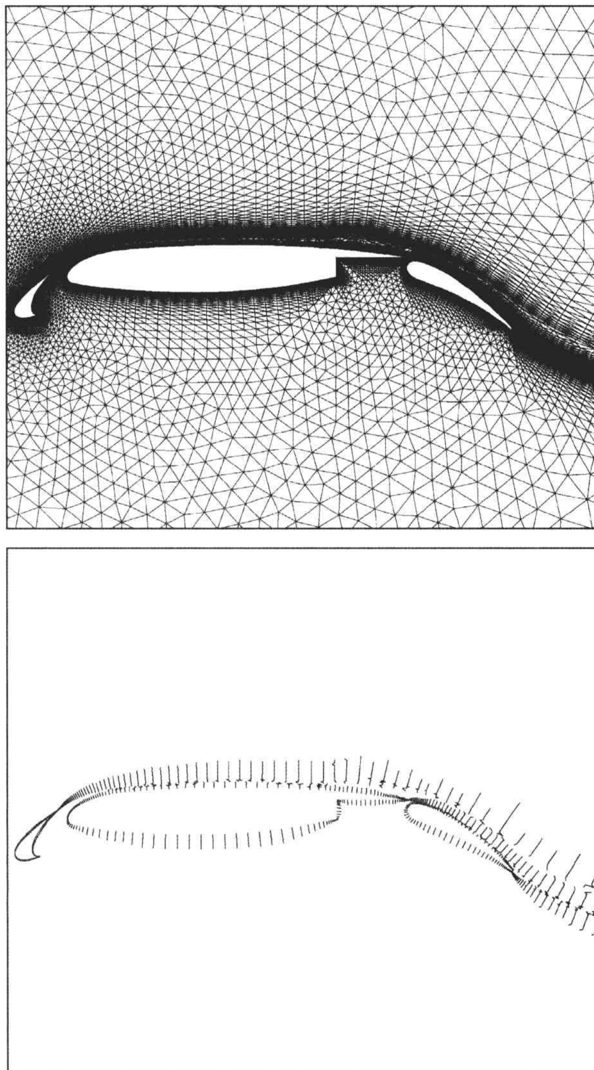


图 3　三段翼型的拉伸非结构网格及对应于线性隐式算法的网格线

一般来说，只要由方程（18）和方程（19）描述的迭代过程得到的 $\Delta \boldsymbol{w}^{k}$ 足够精确，方程（8）和方程（9）描述的牛顿格式就能二次收敛，这可能需要大量的线性迭代次数 l。然而，通常求解方程（18）和方程（19）描述的线性系统更加经济，线性迭代次数 l 较小，同时需要较大的外部非线性牛顿迭代次数才能够实现隐式系统的整体收敛。在非线性收敛的初始阶段尤为如此，在引入不精确的雅可比近似的情况下也是如此，这时可能不是二次收敛。

3.4　简化的雅可比方法

为使方程（8）和方程（9）描述的系统能够快速地二次收敛，需要对雅可比矩阵 $\partial R(\boldsymbol{w})/\partial \boldsymbol{w}$ 中的空



间残差进行线性化。然而，在许多情况下，对雅可比矩阵的直接或近似求逆所需的内存和花费高，特别是对于带有延伸模板的离散（如二阶或高阶精度的有限体积离散）。正如之前提到的，这种情况下通常使用近似雅可比矩阵，如通过一阶离散得到的雅克比矩阵。

可以利用进一步的雅可比简化来降低内存和求逆花费，代价是使用更多的非线性迭代次数。通常的方法是将隐式矩阵分解，对分解后的第一项做如下近似：

$$\frac{\partial S(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}} \approx [\boldsymbol{M}] \tag{20}$$

得到的不精确的牛顿迭代为

$$[\boldsymbol{M}]\Delta \boldsymbol{w}^{k+1} = -S(\boldsymbol{w}^k) \tag{21}$$

注意到这里并没有线性迭代，因为一旦求解方程（21），非线性残差 $S(\boldsymbol{w})$ 也必须随之更新以得到进一步的解。然而，每一步迭代中的矩阵求逆花费与方程（18）和方程（19）中的线性情况相同。方程（21）是方程（18）和方程（19）描述的线性求解方法的变形。可以证明，接近收敛解时，这两种方法在渐近极限会有相同的收敛率（Mavriplis，2002）。利用非线性方法的优点是，不需要空间来存储隐式矩阵的［$\boldsymbol{N}$］部分，出于分解，考虑这一矩阵会很大，特别是在三维情况下。其缺点是在每一步迭代中都需要对非线性残差重新评估，这比线性矩阵与矢量的乘积更加昂贵，这一乘积是方程（18）和方程（19）描述的求解方法的核心。

此时，来对比由方程（21）描述的非线性隐式迭代方法和第 2 节中的双时间步方法。如果矩阵 $\boldsymbol{M} \approx [\boldsymbol{I}/\Delta t^*]$，那么方程（21）描述的迭代格式变为方程（7）描述的简单双时间步方法。因此，双时间步方法可以被看成一种非线性隐式迭代格式，可以利用简化的雅可比近似代替伪时间步来改进这种方法。

4 加速技术

利用以上小节中的迭代技术作为驱动，可以利用更加精密的求解方法对隐式系统的解进行加速，如多重网格和 Krylov 方法。这里简单介绍这些加速方法在隐式 CFD 求解方法中的应用。

4.1 多重网格方法

多重网格方法的基本想法是，利用粗糙网格上的计算修正来加速精密网格上方程的求解（Trottenberg、Schuller 和 Oosterlee，2000）。这种方法的动机来源于对频域上数值解的误差的检查。涉及解的局部变化的高频误差，通过简单的显式或局部隐式方法可以消除。低频误差或全局误差对局部方法并不敏感。多重网格方法利用局部格式的能够快速减小高频误差的特性。通常多重网格利用显式或局部隐式格式，首先消除精密网格上初始解的高频误差。一旦成功，进一步的精密网格迭代将会导致收敛性退化。因此，解转换到粗糙网格上。在这一网格上，精密网格上的低频误差将表现为高频误差，利用同样的显式或局部隐式格式可以有效地消除。为了更新解，将这种方式得到的粗糙网格修正重新插值到精密网格。这一过程可以在一系列越来越粗糙的网格上递归地应用，每一级网格能够消除特定频带的误差。

多重网格方法通常被认为是收敛加速技术，而不仅仅是求解方法。实际上，它们可以被用于任意现存的显式或隐式松弛技术。如果精密网格上的系统方程被写为

$$\boldsymbol{L}_{\rm h}\boldsymbol{w}_{\rm h} = \boldsymbol{f}_{\rm h} \tag{22}$$

式中，$\boldsymbol{w}_{\rm h}$ 是我们寻找的解；下标 h 表示精密网格值；残差 $\boldsymbol{r}_{\rm h}$ 被定义为

$$\boldsymbol{L}_{\rm h}\bar{\boldsymbol{w}}_{\rm h} - \boldsymbol{f}_{\rm h} = \boldsymbol{r}_{\rm h} \tag{23}$$

式中，$\bar{\boldsymbol{w}}_{\rm h}$ 表示当前解的估计值。以上两个方程做减法得到

$$\boldsymbol{L}_{\rm h}\boldsymbol{w}_{\rm h} - \boldsymbol{L}_{\rm h}\bar{\boldsymbol{w}}_{\rm h} = -\boldsymbol{r}_{\rm h} \tag{24}$$

如果 $\boldsymbol{L}_{\rm h}$ 算子是线性的，以上方程退化为关于修正量 $\Delta \boldsymbol{w}_{\rm h} = \boldsymbol{w}_{\rm h} - \bar{\boldsymbol{w}}_{\rm h}$ 的方程：

$$\boldsymbol{L}_{\rm h}\Delta \boldsymbol{w}_{\rm h} = -\boldsymbol{r}_{\rm h} \tag{25}$$

假设解中的高频误差已经通过精密网格平滑循环而消除，我们寻找的剩余修正量 $\Delta \boldsymbol{w}_{\rm h}$ 一定足够光滑，因此可以在粗糙网格上通过下式高效地求解：

$$\boldsymbol{L}_{\rm H}\Delta \boldsymbol{w}_{\rm H} = -I_{\rm h}^{\rm H}\boldsymbol{r}_{\rm h} \tag{26}$$

式中，下标 H 表示粗糙网格；$I_{\rm h}^{\rm H}$ 为限制性算子，将精密残差向粗糙残差插值。

一旦方程（26）被求解，修正量将被插值带回精密网格：

$$\bar{\boldsymbol{w}}_{\rm h}^{\rm new} = \bar{\boldsymbol{w}}_{\rm h} + \boldsymbol{I}_{\rm H}^{\rm h}\Delta \boldsymbol{w}_{\rm H} \tag{27}$$

式中，$I_{\rm H}^{\rm h}$ 表示插值算子，将粗糙网格修正插入精密网格。

一旦精密网格值得到了更新，另外的精密网格迭代会再一次使其光滑，整个过程由简单的多重网格循环构成，将不断地重复，直到全局收敛。这一格式被称为多重网格修正格式（CS），且只对线性问

题有效。为使多重网格能够直接应用于非线性问题中，人们开发出了整体近似存储（FAS）多重网格格式（Trottenberg、Schuller 和 Oosterlee，2000）。

对于结构网格，粗糙网格很容易构建，只需要移除每个坐标方向的第二级网格线。对于非结构网格，有限体积离散时适当的粗糙级可以自动形成，利用图形演算法将临近的精密控制体合并为数量较少但是体积较大的粗糙控制体，如图 4 所示。对于高阶间断伽辽金离散，得到更粗糙的网格的最简单的途径是，减小固定网格上的离散阶数（Nastase 和 Mavriplis，2006）。

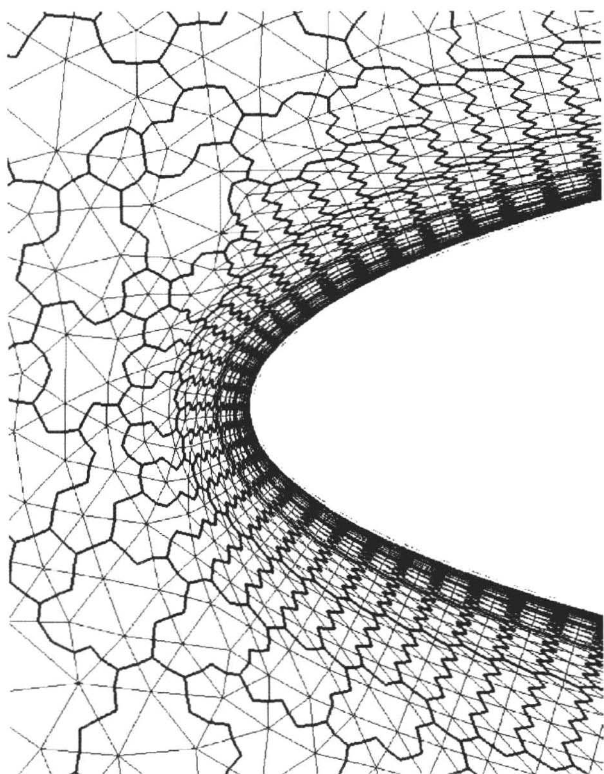


图 4　精密控制体相结合得到的粗糙网格

一旦确定粗糙级、精密级和网格间的迁移算子，之前提到的任意迭代求解技术都可以被用于多重网格的每一级。因为每一级只需要减小高频误差，所以在多重网格每一级中使用的局部隐式方法，如分块雅可比法，会进行高效的全局求解，收敛速率比单独应用局部隐式方法快得多。实际上，任意迭代求解法或与时间相关的求解法都可以被引入，得到的多重网格算法可以被用于求解方程（8）描述的线性问题，也可以被用于求解在第（$n+1$）时间步由隐式系统 $S(\boldsymbol{w}^{n+1})=0$ 定义的非线性问题。

4.2　Krylov 方法

Krylov 技术（Saad，1996）是一种不同的迭代方法。基本思想是，利用之前迭代得到的信息来改进迭代结果。人们开发了大量不同的 Krylov 方法，但对于 CFD 问题，最流行的 Krylov 技术是广义的最小残差（GMRES）法。一般的线性方程组可以写为

$$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b} \tag{28}$$

GMRES(k) 寻求如下形式的解：

$$\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{y}_k \tag{29}$$

式中，$\boldsymbol{x}_0$ 为初始猜测值；$\boldsymbol{y}_k$ 是 Krylov 子空间 $\boldsymbol{K}_m=\text{span}\left[\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{Ar}_0, \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{r}_0, \cdots, \boldsymbol{A}^{k-1}\boldsymbol{r}_0\right]$ 上的最合理的修正，使得残差最小：

$$\|\boldsymbol{r}_k\|=\min_y\|\boldsymbol{r}_0+|\boldsymbol{Ay}|\| \tag{30}$$

式中，$\boldsymbol{r}_0=\boldsymbol{Ax}_0-\boldsymbol{b}$ 表示线性系统的初始残差。因此，随着迭代次数的增加，Krylov 子空间不断变大，不断地接近精确解。实际上，对于拥有 N 个未知量的问题，GMRES 方法在第 N 步时收敛。然而，由于每一步都需要存储之前的解向量，且最小化问题的复杂性关于 Krylov 子空间的维数二次增加，所以实际中应用的迭代步数通常较小（如 $k\ll N$）。既然这样，GMRES 本身需要被反复地应用，丢弃循环后的历史效应，在新一步的迭代中，利用最新的解向量作为初始猜测值，从而重启 GMRES 过程。GMRES 中非常重要的一点是，从始至终并不需要求解矩阵 $\boldsymbol{A}$，而只需要矩阵和向量的乘积 $\boldsymbol{Ar}$。当将牛顿格式得到的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 用于非线性残差时，这些矩阵和向量的乘积相当于弗雷歇导数，通过有限差分技术可以写为

$$\frac{\partial S(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}\Delta\boldsymbol{w}=\frac{S(\boldsymbol{w}+\epsilon\,\Delta\boldsymbol{w})\ -S(\boldsymbol{w})}{\epsilon} \tag{31}$$

式中，ϵ表示较小的有限差分步长，需要选择适当的步长以保证有限差分的精度，避免过大的舍入误差。

结合预处理的 Krylov 方法是最为高效的方法。对于线性系统，主要思想是利用预处理的系统代替方程（28）描述的原始系统，即

$$\boldsymbol{PAx}=\boldsymbol{Pb} \tag{32}$$

式中，$\boldsymbol{P}$ 是 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的近似矩阵，它容易计算得到。这相当于左端预处理。右端预处理系统也能够使用（Saad，1996），但为了简明，在这里不做讨论。

Krylov 方法被用于预处理的系统来代替方程（28）。很明显，最有效的预处理器就是 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 本身，但是其求解过于昂贵。对于矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的要求与之前在迭代方法中讨论的 $\boldsymbol{M}$ 类似，并且，之前讨论过的任意一种迭代方法都可以作为预处理器。例如，选择 $\boldsymbol{P}^{-1}=\boldsymbol{D}$ 相当于分块雅可比或对角预处理器，而选择与雅可比矩阵元素相同的 $\boldsymbol{P}^{-1}$ 相当于直线或



三对角预处理器（Mavriplis，1998、1999）。特别地，ILU 预处理器在 CFD 应用中取得了巨大的成功（Venkatakrishnan 和 Mavriplis，1993；Cai、Keyes 和 Venkatakrishnan，1997）。利用隐式迭代方法作为 Krylov 技术的预处理器比单独利用隐式方法求解更加高效，特别是对收敛判据要求非常严格的复杂问题。

5　时间步和启动的影响

对于和时间相关的问题，隐式矩阵通常为雅可比矩阵与对角阵的和的形式，对角阵中的元素与物理时间步长 Δt 的倒数成比例，见方程（10）。对于大时间步长，隐式矩阵趋于稳态问题的雅可比矩阵，而对于小时间步长，矩阵是对角占优的。由于矩阵是对角占优的，小时间步长隐式解比大时间步长隐式解收敛速度快。因此，对于时间相关问题的最高效的求解过程需要利用较小的时间步长，更易于收敛，即使较大的时间步长就能够得到足够精确的解。

许多情况下，大的隐式时间步长或稳态问题存在非线性收敛困难，特别是在非线性求解过程的初始启动阶段，这时初始流场与最终解相差甚远。这种情况下，通过减小隐式求解过程在初始阶段的时间步长，可以修复收敛问题，当接近最终解时，再恢复标准时间步长。总的来说，为了求解方程(8)，需要引入各种不同的连续性技术来保证非线性启动问题，许多技术都来源于非线性优化技术(Nocedal 和 Wright，2000)。

6　并行计算

由于当今的大尺度 CFD 模拟在并行计算机系统中进行，选择能够很好地映射到并行结构上的隐式求解技术非常重要。这意味着需要使处理器之间通信最小化的求解算法。通常，利用局部运算的方法，如（分块）雅可比方法，在并行机上的效率将比全局方法更高，如 LU 或 ILU 分解法。然而，局部隐式方法通常会导致较慢的数值收敛速度。局部隐式方法与其他技术的结合，如多重网格或 Krylov 方法，提供了一种增加数值收敛速度的方法，同时对整体求解过程的并行扩展性影响最小。例如，尽管分块雅可比方法对于大多数大型问题表现不佳，但将其作为多重网格每一级的光滑算法，就可以得到快速的收敛。此外，由于多重网格的每一级依赖于局部雅可比矩阵的光滑算法，因此并行扩展性得到了保持，尽管粗糙网格产生的通信会使扩展性衰退。

类似地，全局隐式方法，如 LU 或 ILU 方法，其扩展性可以通过限制子矩阵而改进。因为这种方法忽略了两种网格划分之间的内在联系，对收敛性将会有不利的影响，尤其是处理器数量较大时。因此，将局部分解方法作为预处理器用于全局 Krylov 方法，是保持适当的收敛特性的另一种途径，这种方法增加了处理器的数量，同时对扩展性的影响最小（Cai、Keyes 和 Venkatakrishnan，1997）。

向并行计算机结构映射的高效求解方法的开发，仍然是一项活跃的研究领域（Vassilevski，2007）。

7　展示结果

图 5 和图 6 展示了本章中提到的一些隐式求解技术的应用和性能。测试实例是利用隐式方法求解飞机构型的定常黏性跨声速湍流绕流，所用的网格是混合网格（四面体、棱柱和锥体），大约有 120 万个网格点。这里选取了稳态情况作为例子，因为在不考虑雅可比矩阵对角的影响时，这是隐式求解方法中最苛刻的问题。由隐式线条光滑推动的多重网格格式的收敛性如图 6（a）所示，不同的网格级别有不同的收敛性。图中纵坐标为密度方程残差的 RMS 平均，横坐标为标准化的中央处理器(CPU）时间，标准化的 CPU 时间表示四级多重网格循环所需的时间。使用单一网格级别的情况相当于无多重网格的基准求解方法，收敛很慢。随着级别的增加，收敛速度都会提升，利用四级时，在大约 2 000CPU 时间时就会收敛到机器精度。在图 6（b)中，多重网格求解方法（四级）的性能与在每一级上应用点隐式［如分块雅可比隐式格式，即方程（21）中的 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{D}$］或线隐式光滑器的结果做了对比。此外，利用线隐式驱动的多重网格求解方法作为预处理器，展示了 GMRES 的结果（在 GMRES之间，利用的 Krylov 步）。这种情况下，可以通过减小密度方程的残差及改变计算得到的飞行器整体构型的升力系数，来检测收敛性。由点光滑算法到线光滑算法，求解效率有了显著的提高，当多重网格作为 GMRES 的预处理器时，效率还会有额外的增加。对于后者的情况，每个循环的时间与基准多重网格格式相差无几，尽管在重启 GMRES 算法时需要存储 20 个 Krylov 解向量。

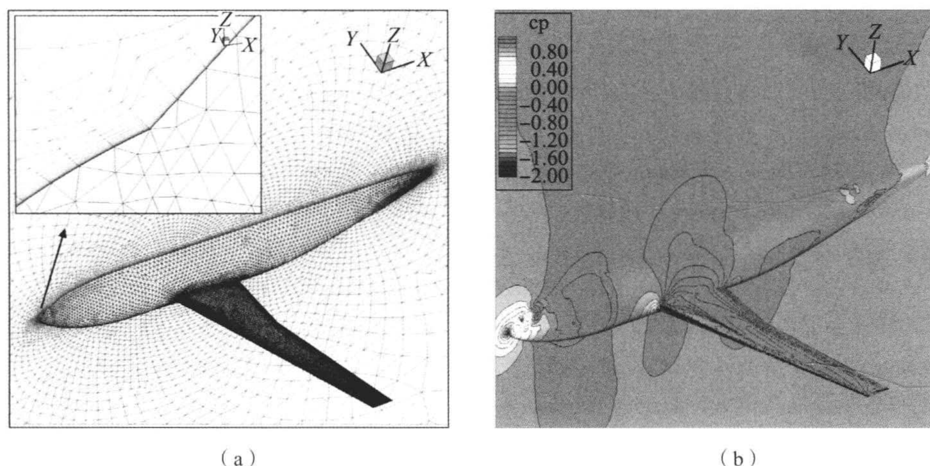
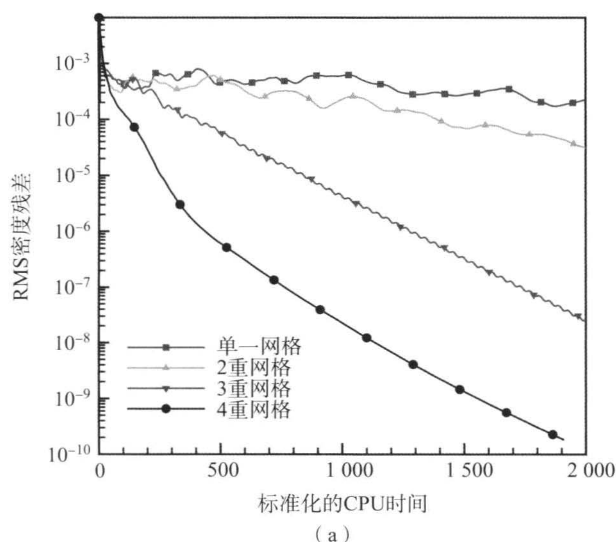


图 5　实例图示意图

（a）表面附近拥有拉伸的柱状单元的非结构网格；（b）飞行器构型的黏性跨声速湍流绕流解



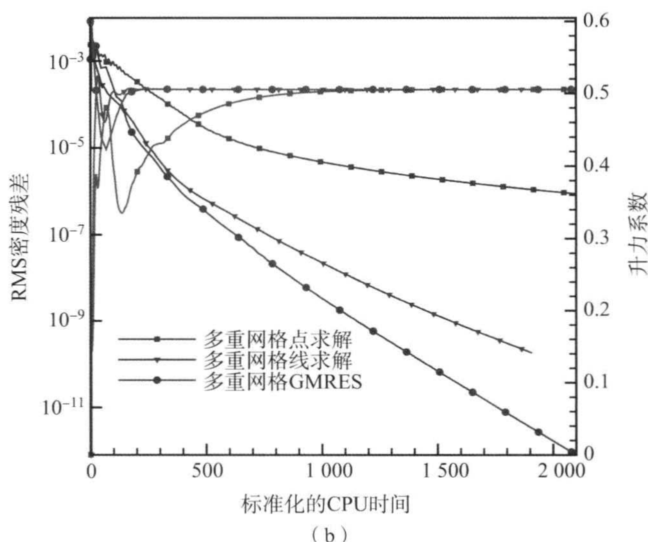


图 6　对飞行器构型的黏性跨声速湍流绕流的稳态解，不同隐式求解方法的性能

（a）多重网格级别的影响；（b）利用线条求解和 GMRES 算法得到的加速

8　结　　论

上述例子展示了如何利用本章提到的技术来获得高效隐式的求解方法。通常，最高效的隐式方法就是那些被专门用于处理当前问题的方法。它们必须致力于求解紧密耦合的方程或刚性的方程，同时还要能够很好地映射到具有多层存储结构的并行计算机结构中。为了扩大可数值求解问题的尺度和复杂度，隐式求解方法的设计和应用仍然是一项关键技术。

相关章节

第 1 卷，第 42 章

第 1 卷，第 45 章

参考文献

Butcher, J. C. (2003) *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*, Wiley, Chinester, UK.

Cockburn, B., Karniadakis, G. E. and Shu, C. W. (2000) *Discontinuous Galerkin Methods: Theory, Computation and Applications*. Springer.

Cai, X. C., Keyes, D. E. and Venkatakrishnan, V. (1997) Newton-Krylov-Schwarz: an implicit solver for CFD, In *Proceedings of Eighth International Conference on Domain Decomposition Methods* (eds R. Glowinski, J. Periaux, Z. Shi, O. Widland), Wiley, New York, pp. 387 - 400.

Cuthill, E. and McKee, J. (1969) Reducing the band width of sparse symmetric matrices. *Proceedings of ACM Na-*



tional Conference, *ACM Publications*, New York, NY, pp. 157－172.

Dahlquist, G. and Bjorck, A. (2003) *Numerical Methods*, Dover Publications, Inc.

George, J. A. and Liu, J. W. (1981) *Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Hirsch, C. (1988) *Numerical Computation of Internal and External Flows*, *Volume* Ⅱ: *Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*, Wiley, New York, NY.

Jameson, A. (1991) Time-dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings. AIAA Paper 91－1596.

Mavriplis, D. J. (1998) Multigrid strategies for viscous flow solvers on anisotropic unstructured meshes. *J. Comput. Phys.*, 145 (1), 141－165.

Mavriplis, D. J. (1999) Directional agglomeration multigrid techniques for high-Reynolds number viscous flow solvers. *AIAA J.*, 37 (10), 1222－1230.

Mavriplis, D. J. (2002) An assessment of linear versus nonlinear multigrid methods for unstructured mesh solvers. *J. Comput. Phys.*, 175, 302－325.

Nastase, C. and Mavriplis, D. J. (2006) High-order discontinuous Galerkin methods using a spectral multigrid approach. *J. Comput. Phys.*, 213 (1), 330－357.

Nocedal, J. and Wright, S. J. (2000) *Numerical Optimization*, *Springer Series in Optimization Research*, Springer.

Richtmyer, R. D. and Morton, K. W. (1967) Difference methods for initial-value problems, *Interscience Tracts in Pure and Applied Mathematics*. John Wiley and Sons, New York, NY.

Saad, Y. (1996) *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, *PWS Series in Computer Science*, PWS Publishing Company, Boston, MA.

Trefethen, L. N. and Bau, D. (1997) *Numerical Linear Algebra*, SIAM, Philadelphia, PA.

Trottenberg, U., Schuller, A. and Oosterlee, C. (2000) *Multigrid*, Academic Press, London, UK.

Vassilevski, P. (ed.) (2007) Proceedings of the Copper Mountain conference on iterative methods. *SIAM J. Sci. Comput.*, 29 (5), 1825－2239.

Venkatakrishnan, V. and Mavriplis, D. J. (1993) Implicit solvers for unstructured meshes. *J. Computat. Phys.*, 105 (1), 83－91.

Venkatakrishnan, V. and Mavriplis, D. J. (1996) Implicit method for the computation of unsteady flows on unstructured grids. *J. Comput. Phys.*, 127, 380－397.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 59 章

计算磁流体力学

Sam A. E. G. Falle
利兹大学应用数学系，利兹，英国

1 引　　言

磁流体力学（MHD）方程描述了包含磁场的导电流体的运动，这些方程可以描述许多现象，如实验室中一定条件下的等离子体、地球的磁层、太阳及其他天体。MHD 与普通的流体力学有很多相似之处，但仍有一些自身的性质。我们已经成功地将许多方法应用于可压缩流动中，但考虑 MHD 的特性，需要对这些方法进行修正。

2 MHD 方程

连续性方程与普通流体力学的相同，即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})=0 \tag{1}$$

式中，ρ 和 $\boldsymbol{v}$ 分别是流体的密度和速度。

动量方程与流体力学中的欧拉方程类似，但其中包含另外的一项，即描述磁场施加的力（洛伦兹力）：

$$\frac{\partial \rho\boldsymbol{v}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}+p\boldsymbol{I}=\boldsymbol{J}\wedge\boldsymbol{B} \tag{2}$$

式中，p 为压力；$\boldsymbol{I}$ 为单位张量；$\boldsymbol{J}$ 为电流密度；$\boldsymbol{B}$ 为磁场。

$\boldsymbol{J}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之间的关系由麦克斯韦方程给出：

$$\nabla\wedge\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{J}+\mu\epsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{3}$$

式中，$\boldsymbol{E}$ 为电场；μ 为磁导率；ϵ 为介电常数。

在良导体中，位移电流为

$$\epsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{4}$$

与 $\boldsymbol{J}$ 相比，位移电流可以忽略，除非流体速度接近光速。与相对论的磁流体力学不同，通常忽略位移电流，因此式（3）退化为

$$\nabla\wedge\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{J} \tag{5}$$

用此来消除式（2）中的 $\boldsymbol{J}$，得到

$$\frac{\partial \rho\boldsymbol{v}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}+p\boldsymbol{I}=(\nabla\wedge\boldsymbol{B})\wedge\boldsymbol{B} \tag{6}$$

这里可选择适当的单位使 $\mu=1$。

还需要一个方程来描述 $\boldsymbol{B}$ 的演化。欧姆定律给出：

$$\boldsymbol{J}=\sigma(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}) \tag{7}$$

式中，σ 为导电率。

在理想的 MHD 中，假设 σ 无穷大，这种情况下有

$$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}=0 \tag{8}$$

因为 $\boldsymbol{J}$ 是有限的，式（8）与麦克斯韦方程

$$\nabla\wedge\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{9}$$

相结合，给出如下感应方程：

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=\nabla\wedge(\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}) \tag{10}$$

最终需要能量方程来决定气压。为了方便，将总能定义为

$$e=\rho U+\frac{1}{2}\rho v^2+\frac{1}{2}B^2 \tag{11}$$

式中，$U(\rho,\ p)$ 为单位质量的内能。

热能根据下式演变：

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla U+\frac{p}{\rho}\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0 \tag{12}$$

将式（11）对时间微分，利用式（1）、式



(6)、式(10)、式(12)给出的能量方程为

$$\frac{\partial e}{\partial t}+\nabla\cdot[\boldsymbol{v}(e+p_t)-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{v})]=0 \quad (13)$$

式中

$$p_t=p+\frac{1}{2}B^2 \quad (14)$$

称为总压。

如果考虑包含激波的流动，那么需要将这些方程写为守恒形式。式(1)和式(13)已是守恒形式，而式(6)和式(10)则不是。式(6)可以写为

$$\frac{\partial \rho\boldsymbol{v}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}+p_t\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{B})=0 \quad (15)$$

式(10)为

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}+\nabla\cdot(\boldsymbol{v}\boldsymbol{B}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{v})=0 \quad (16)$$

最终，我们对 $\boldsymbol{B}$ 还有如下限制：

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \quad (17)$$

可以证明，对于精确方程，如果初始时成立，那么在所有时间都成立。

3 MHD 黎曼问题

很长一段时间以来，对于双曲型方程，最有效的求解格式为迎风激波捕捉格式（如 Harten、Lax 和 Van Leer，1983）。这些格式基于黎曼问题的近似或精确解。黎曼问题是指带有间断初始数据的一维问题。更具体地说，如果 $\boldsymbol{u}$ 是守恒变量的集合，黎曼问题中的初始数据为

$$\boldsymbol{u}(x,\ 0)=\begin{cases}\boldsymbol{u}_l\ (x<0)\\ \boldsymbol{u}_r\ (x\geqslant 0)\end{cases} \quad (18)$$

式中，$\boldsymbol{u}_l$ 和 $\boldsymbol{u}_r$ 为定常态。

假设一维方程可以写为如下形式：

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x}=0 \quad (19)$$

式中，$\boldsymbol{f}$ 为对应于守恒变量 $\boldsymbol{u}$ 的通量。

一维形式的 MHD 方程（1）、方程（13）、方程（15）和方程（16）可以写为

$$\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho v_x\\ \rho v_y\\ \rho v_z\\ e\\ B_y\\ B_z\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{f}=\begin{bmatrix}\rho v_x\\ \rho v_x^2+p_t\\ \rho v_x v_y-B_xB_y\\ \rho v_x v_z-B_xB_z\\ v_x(e+p_t)-B_x(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{v})\\ B_yv_x-B_xv_y\\ B_zv_x-B_xv_z\end{bmatrix} \quad (20)$$

注意到，在一维情况下，限制条件方程（17）要求 B_x = 常数。

通常可以将这些方程写为

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\mathbf{A}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x}=0 \quad (21)$$

式中

$$\mathbf{A}=\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{u}} \quad (22)$$

为 $\boldsymbol{f}$ 对于 $\boldsymbol{u}$ 的雅可比矩阵。系统结构由矩阵 $\mathbf{A}$ 的 7 个特征值和特征向量描述。

$\mathbf{A}$ 的特征值 λ_i（i=1，2，…，7）给出了波速：

$$\lambda_{1,7}=v_x\pm c_f,\ \lambda_{2,6}=v_x\pm c_a,\ \lambda_{3,5}=v_x\pm c_s,\ \lambda_4=v_x \quad (23)$$

其中

$$c_{cs,f}^2=\frac{1}{2}\{a^2+B^2/\rho\mp[(a^2+B^2/\rho)^2-4B_x^2a^2/\rho]^{1/2}\} \quad (24)$$

为慢磁声速和快磁声速，且

$$c_a=\frac{B}{\sqrt{\rho}} \quad (25)$$

为 Alfvén 速度。这里 a 为绝热声速，由下式给出：

$$a^2=\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S \quad (26)$$

很明显，MHD 黎曼问题比普通气体动力学中的黎曼问题更加复杂，这并不仅仅是因为有更多的波系。其中也有很多的退化情况，最明显的是当磁场消失时，系统要退化为普通气体动力学系统。因此，数值格式中使用精确的黎曼解法并不可行。幸运的是，并不需要这样做。实际上，简单的线性黎曼解法就非常有效。

通过定义平均矩阵 $\overline{\mathbf{A}}=\overline{\mathbf{A}}(\boldsymbol{u}_l,\ \boldsymbol{u}_r)$，接着求解方程（21），同时有 $\mathbf{A}=\overline{\mathbf{A}}$ = 常数，可以构造线性化的黎曼解法。理想的考虑是包含 Roe 特性：

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}_l)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}_r)=\overline{\mathbf{A}}(\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_r) \quad (27)$$

这保证了对于单激波，解是精确的（Roe，1981）。

尽管对于 MHD 可以构造这样的矩阵（Balsara，1998），但并没有特别的优势。通常将平均矩阵简单地定义为

$$\overline{\mathbf{A}}=\mathbf{A}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{p}_l+\frac{1}{2}\boldsymbol{p}_r\right) \quad (28)$$

式中，$\boldsymbol{p}=(\rho,\ v_x,\ v_y,\ v_z,\ p,\ B_y,\ B_z)$ 为原始变量。将这些变量平均要比守恒变量更好，因为这保证了平均状态在物理上的可实现。这并不是具有 Roe 特性，但仍然可以处理强激波。

根据$\boldsymbol{A}=\overline{\boldsymbol{A}}=$常数，方程（21）的解是明确的。$\overline{\boldsymbol{A}}$并不是对称矩阵，因此左/右特征向量为

$$\boldsymbol{l}_i\overline{\boldsymbol{A}}=\lambda_i\boldsymbol{l}_i,\ \overline{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{r}_i=\lambda_i\boldsymbol{r}_i \tag{29}$$

因为$\overline{\boldsymbol{A}}$总有$n$个线性无关的特征向量，两两正交：

$$\boldsymbol{l}_i\cdot\boldsymbol{r}_j=\delta_{ij} \tag{30}$$

注意，在普通流体力学问题中，特征向量的确定很简单，但在MHD问题中并非如此，因为这里存在大量的退化问题，如y和z方向的磁场消失。Roe和Balsara（1996）已经证明，特征向量可以定义为与磁场值无关的独立集。

现在我们来看如下形式的解：

$$\boldsymbol{u}=\sum_{i=1}^{7}v_i(x,t)\boldsymbol{r}_i \tag{31}$$

同时

$$v_i=\boldsymbol{l}_i\cdot\boldsymbol{u} \tag{32}$$

代入方程（21）得

$$\sum_{i=1}^{7}\left(\frac{\partial v_i}{\partial t}+\lambda\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)\boldsymbol{r}_i=0 \tag{33}$$

乘以$\boldsymbol{l}_j$并利用式(30)给出的两两正交特性，得

$$\frac{\partial v_j}{\partial t}+\lambda_j\frac{\partial v_j}{\partial x}=0\quad(j=1,\ \cdots,\ n) \tag{34}$$

这是一个线性对流方程，其解为

$$v_j(x,\ t)=\boldsymbol{l}_j\cdot\boldsymbol{u}_0(x-\lambda_i t) \tag{35}$$

如果初始流场为

$$\boldsymbol{u}(x,\ 0)=\boldsymbol{u}_0(x) \tag{36}$$

那么完整的解为

$$\boldsymbol{u}=\sum_{i=1}^{7}\boldsymbol{l}_i\cdot\boldsymbol{u}_0(x-\lambda_i t)\boldsymbol{r}_i \tag{37}$$

很明显，解由7个以定常波速$\lambda_i(i=1,\ 2,\ \cdots,\ 7)$运动的波组成。对于式（18）给出的间断初始流场，当从左到右时，在解有跳跃$\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_r-\boldsymbol{u}_l)$的地方，每一个波都有间断。

如果对于$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n^-$，$\lambda_i<0$，那么$x=0$处的解为$\boldsymbol{u}^*=$常数，同时

$$\boldsymbol{u}^*=\boldsymbol{u}_l+\sum_{i=1}^{n^-}\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_r-\boldsymbol{u}_l)\boldsymbol{r}_i\quad\text{从左至右} \tag{38}$$

$$=\boldsymbol{u}_r+\sum_{i=n^-+1}^{7}\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_r)\boldsymbol{r}_i\quad\text{从右至左}$$

即

$$\boldsymbol{u}^*=\frac{1}{2}\left[\boldsymbol{u}_l+\boldsymbol{u}_r-\sum_{i=1}^{7}\operatorname{sign}(\lambda_i)\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_r-\boldsymbol{u}_l)\boldsymbol{r}_i\right] \tag{39}$$

对于线性系统，有

$$f(\boldsymbol{u})=\overline{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{u} \tag{40}$$

可得

$$\begin{aligned}f(\boldsymbol{u}^*)=\overline{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{u}^*&=\overline{\boldsymbol{A}}\left[\boldsymbol{u}_l+\sum_{i=1}^{n^-}\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_r-\boldsymbol{u}_l)\boldsymbol{r}_i\right]\\&=f(\boldsymbol{u}_l)+\sum_{i=1}^{n^-}\lambda_i\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_r-\boldsymbol{u}_l)\boldsymbol{r}_i\\&=\overline{\boldsymbol{A}}\left[\boldsymbol{u}_r+\sum_{i=n^-+1}^{7}\mathrm{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_r)\boldsymbol{r}_i\right]\\&=f(\boldsymbol{u}_r)+\sum_{i=n^-+1}^{7}\lambda_i\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_r)\boldsymbol{r}_i\end{aligned} \tag{41}$$

即

$$f(\boldsymbol{u}^*)=\frac{1}{2}\left[f(\boldsymbol{u}_l)+f(\boldsymbol{u}_r)+\sum_{i=1}^{7}|\lambda_i|\boldsymbol{l}_i\cdot(\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_r)\boldsymbol{r}_i\right] \tag{42}$$

要注意，在数值格式中，根据式（42）计算$\boldsymbol{x}=0$处的通量很重要，而不是首先计算$\boldsymbol{u}^*$，再利用$\boldsymbol{f}=f(\boldsymbol{u}^*)$求解。这是因为式（42）是$\boldsymbol{u}_l$和$\boldsymbol{u}_r$的连续函数，而$\boldsymbol{u}^*$并不是。

4　数值格式

给出来自于黎曼问题的通量，有很多构造守恒格式的方法（如Harten、Lax和van Leer，1983）。然而，在多维情况下这些格式一般不满足限制条件（17）。可以通过修正流场的方式来保证这一点（如Toth，2000），但也有更简单的方法。

最简单的修正方法是，即便在$\nabla\cdot\boldsymbol{B}\neq0$时，方程仍然保持伽利略不变（Powell，1994），但是这并不理想。另一种方法是利用霍奇映射加强限制条件。假设在某一步时的流场为$\boldsymbol{B}^*$，同时$\nabla\cdot\boldsymbol{B}^*\neq0$。下一时间步的流场为

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}^*-\nabla\phi \tag{43}$$

式中，ϕ为泊松方程的解，即

$$\nabla^2\phi=\nabla\cdot\boldsymbol{B}^* \tag{44}$$

很明显，这保证了$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$。这种方法很好，但代价是在每一时间步都要求解泊松方程。

Dedner等（2002）给出了一种更为巧妙的方法，与$\nabla\cdot\boldsymbol{B}$相关的单极子被对流和衰退的结合而破坏。感应方程（10）修正为



$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=\nabla \wedge(\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})-\nabla \psi \qquad (45)$$

其中 ψ 满足

$$\frac{\partial \psi}{\partial t}=c_h^2 \nabla \cdot \boldsymbol{B}+c_p \psi=0 \qquad (46)$$

对式（45）求取散度，将式（46）对时间求导，可以证明 ψ 满足如下方程：

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 t}+c_p \frac{\partial \psi}{\partial t}-c_h^2 \nabla^2 \psi=0 \qquad (47)$$

因为这一方程描述衰退的波，所以由式（46），很明显 $\nabla \cdot \boldsymbol{B}$ 衰退。实际上，可以证明 $\nabla \cdot \boldsymbol{B}$ 同样满足式（47）。

这个过程非常容易实现：一维情况下，对系统（21）需要补充方程

$$\frac{\partial B_x}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial x}=0,\ \frac{\partial \psi}{\partial t}+c_h^2 \frac{\partial B_x}{\partial x}=-c_p \psi \qquad (48)$$

注意，这里不再假设 B_x 是常数，但 B_x 和 ψ 与其他变量解耦。由式（48）描述的对于这些变量的黎曼问题不含源项并且非常简单。

这里仍存在 c_h 的选择问题，c_h 是与 ψ 和衰退常数 c_p 相关的波速。由于我们想要这些波能够尽快地通过对流输送，c_h 应为区域内最快的波速。c_p 应使波长与网格间距相当的波能够快速衰退。一个很好的选择是

$$c_p=0.1 \frac{c_h}{\Delta x} \qquad (49)$$

式中，Δx 为网格间距。

5　耗　　散

众所周知，相对于网格固定或移动缓慢的激波会产生较小的数值耗散，迎风格式会产生非物理解（Quirk，1994）。通常的求解方法是利用高耗散性的黎曼方法，如 HLL 方法（Harten、Lax 和 van Leer，1983）。然而，更自然的方法是在第三节的线性黎曼方法中加入一些耗散项（Falle、Komissarov 和 Joarder，1998）。令

$$c_{\mathrm{m}}=\max[c_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{l}}),\ c_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}})],\ \rho_{\mathrm{m}}=\max[\rho(\boldsymbol{u}_{\mathrm{l}}),\ \rho(\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}})] \qquad (50)$$

为式（42）给出的通量添加耗散通量：

$$\boldsymbol{f}_\nu=\alpha_p c_{\mathrm{m}} \rho_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{l}}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}),\ f_e=\alpha_e c_{\mathrm{m}} \rho_{\mathrm{m}}(T_{\mathrm{l}}-T_{\mathrm{r}}),$$
$$\boldsymbol{f}_B=\alpha_{\mathrm{m}} c_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{B}_{\mathrm{l}}-\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}) \qquad (51)$$

这里，$\boldsymbol{f}_\nu$ 是黏性动量通量；f_e 是由传热产生的能量通量；$\boldsymbol{f}_B$ 为磁扩散；α_p、α_e 为参数（$\alpha_p=\alpha_e=\alpha_{\mathrm{m}}=0.2$ 就能得到较好的结果）。这样就解决了静止激波或缓慢运动的激波问题，并且这并不改变格式的精度，因为光滑区域的耗散项为 $O(\Delta x^2)$。

6　非物理激波

对于运动速度为 s 的 MHD 激波关系由下式给出：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{l}}-\boldsymbol{f}_{\mathrm{r}}=s(\boldsymbol{u}_{\mathrm{l}}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}) \qquad (52)$$

式中，$\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 由式（20）给出。

这里有四种类型的激波，每一种都有自己的特征线族，即快激波、Alfvén 激波、慢激波和接触间断。快激波和慢激波是非线性的，Alfvén 激波和接触间断线性衰退（穿过激波的波速不变）。在某种意义上，这种衰退激波也是不断发展的，即在激波结构内波速变更符号，也就是说解由初始数据唯一确定。然而，激波关系同样允许与特征线族无关的激波存在，被称为中间激波。而由于 Alfvén 波与慢或快波速变更符号一同加速，除非施加某种对称性，否则它们是不会发展的。

Brio 和 Wu（1988）考虑了带有如下条件的黎曼问题：

$$\text{左状态}\quad \rho=1,\ \boldsymbol{v}=0,\ p=1,\ B_x=0.75,\ B_y=1$$
$$\text{右状态}\quad \rho=0.125,\ \boldsymbol{v}=0,\ p=0.1,\ B_x=0.75,\ B_y=-1 \qquad (53)$$

注意到，左状态和右状态中横向场的符号不同。这种情况下，如果存在中间激波，黎曼问题的解并不唯一：在 Alfvén 激波或中间激波中，流场会变更符号。他们发现了一种标准格式，正如第 4 节中描述的那样，即便是利用精确的黎曼求解，也会产生中间激波。

图 1 展示了由标准格式得到的解。从左到右，有快速的稀疏（FR），有缓慢的复合波（SCW），复合波由中间激波附着在慢稀疏上形成，有慢激波（SS），还有快稀疏（FR）。在 SCW 和 SS 之间还有接触间断，跨越简单流场连续。图 1（b）中的解由 Glimm 的随机选择格式（Glimm，1965）得到，利用了排除中间激波的精确黎曼解法（Falle 和 Komissarov，2001）。其中，慢复合波由 Alfvén 激波和非常弱的慢激波代替。

重点是这是一个共面问题，即速度场和磁场在同一个平面。如果对方程添加限制条件，那么必须排除 Alfvén 激波，因为它们不能保持遵循限制条件。这种情况下，如果横向场中的符号改变，某种

类型的中间激波是不断发展的并且一定会出现。真实的流动并不严格共面，这意味着中间激波的是非物理解，但是它们会在数值计算中出现，因为即使流动不是严格共面的，它们也会存在一段时间。例如，如果在上述黎曼问题的一个状态中加入小组分进行修正，那么中间激波还是会形成，但最终会消失。这意味着，MHD 模拟必须被仔细地检验以保证没有中间激波的存在。如果发现存在中间激波，唯一的办法就是提高数值精度。这些问题在 Falle 和 Komissarov（2001）的文章以及参考文献中有详细的讨论。

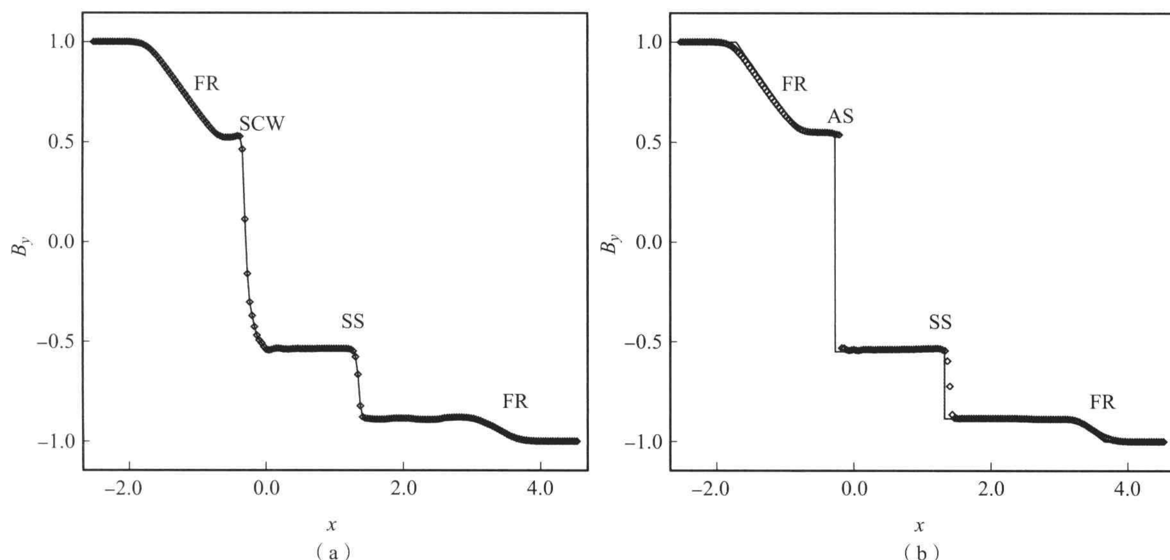


图 1 利用标准激波捕捉格式求解 Brio 和 Wu 问题

(a) Glimm 格式；(b) 实线为精确解

7 结　　论

我们看到，适用于可压缩流动的迎风激波捕捉格式同样适用于 MHD，但需要注意保证限制条件 $\nabla \cdot \boldsymbol{B}=0$ 并且防止中间激波的出现。虽然黎曼问题的精确求解非常复杂，但是简单的近似方法也能得到很好的结果。实际上，MHD 比普通流体力学更适宜用简单方法求解。

正如我们所指出的，可压缩 MHD 有众多的应用。其中之一，太阳风与地球的相互作用十分重要，因为其对于通信系统的影响较大。例如，Manchester 等（2008）对比了太阳日冕物质抛射的模拟和实际观察，这一抛射在 2003 年 10 月引起了严重的磁暴。此类现象的建模对于我们预测此类现象对通信系统的影响以及降低影响来说至关重要。

参考文献

Balsara, D. S. (1998) Linearized formulation of the Riemann problem for adiabatic and isothermal magnetohydrodynamics. *Astrophy. J. Suppl. Ser.*, 116, 119 - 131.

Brio, M. and Wu, C. C. (1988) An upwind differencing scheme for the equations of ideal magtnetohydrodynamics. *J. Comput. Phys.*, 75, 400 - 422.

Dedner, A., Kemm, F., Kröner, D., Munz, C. D., Schnitzer, T. and Wesenberg, M. (2002) Hyperbolic divergence cleaning for the MHD equations. *J. Comput. Phys.*, 175, 645 - 673.

Falle, S. A. E. G. and Komissarov, S. S. (2001) On the inadmissibility of non-evolutionary shocks. *J. Plasma Phys.*, 65, 29 - 58.

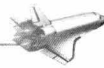
Falle, S. A. E. G., Komissarov, S. S. and Joarder, P. (1998) A multidimensional upwind scheme for magnetohydrodynamics. *Monthly Notices Royal Astron. Soc.*, 297, 265 - 277.

Glimm, J. (1965) Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations *Comm. Pure Appl. Math.*, 18, 697 - 671.

Harten, A., Lax, P. D. and Van Leer, B. (1983) On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Rev.*, 25, 35 - 61.

Manchester, W. B., Vourlidas, A., Tóth, G. et al. (2008) Threedimensional MHD simulation of the 2003 October 28 coronal mass ejection: Comparison with LASCO coronagraph observations. *Astrophy. J.*, 684, 1448 - 1460.

Powell, K. G. (1994) An approximate Riemann solver for magnetohydrodynamics that works in more than one di-



mension. *ICASE Report*, 94 - 24.

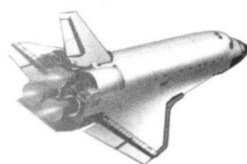
Quirk, J. J. (1994) Acontribution to the great Riemann solver debate. *Int. J. Numeri. Methods Fluids*, 18, 555 - 574.

Roe, P. L. (1981) Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys.*, 43, 357 - 372.

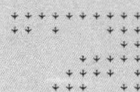
Roe, P. L. and Balsara, D. S. (1996) Notes on the Eigensystem of Magnetohydrodynamics. *SIAM J. Appl. Math.*, 56, 57 - 67.

Toth, G. (2000) The ▽ · B constraint in shock-capturing magnetohydrodynamic Codes. *J. Comput. Phys.*, 161, 605 - 652.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）



第8部分



流体动力学和热力学实验技术

第 60 章

风洞设计基础

Louis Cattafesta, Chris Bahr, Jose Mathew
佛罗里达大学机械与航空工程系，盖恩斯维尔，佛罗里达，美国

1 引　　言

全尺度或缩比模型的风洞实验指导热流系统的设计，同时也是研究一些流动机理的重要手段。由于某些流动本身的复杂性或数值模拟手段的缺失，不能使用理论和数值计算的方法分析这些问题。基于这些原因，尽管全尺度风洞实验的费用较高，但还是费效比较高的分析手段。

风洞广泛应用于研究所、大学、工厂和政府机构，并且有很多不同的分类方法。从基本的观点来看，它可以看作量纲为 1 的流体运动控制方程，它包含许多量纲为 1 的参数，如斯特劳哈尔数 Sr、雷诺数 Re、欧拉数 Eu 和弗劳德数 Fr。当考虑能量方程时，又有另外的量纲为 1 的参数，如埃克特数 Ec、马赫数 M 和普朗特数 Pr。边界条件也会引入其他量纲为 1 的参数。

风洞也可以根据其运行流态及相应的量纲为 1 的参数分类，通常可以根据雷诺数来描述不可压缩气态流动，如空气。可压缩气态流动由马赫数和雷诺数描述，液体流动由雷诺数和弗劳德数描述。这些参数至关重要，但通常很难得到，风洞测试需要动力学相似，即模型和实物之间所有的量纲为 1 的参数都要匹配。

从实物出发，风洞通常按尺寸分类。例如，低速风洞（$M<0.3$）有小（测试区尺寸不到 1 m×1 m）有大，有的能够测试完整的汽车、卡车及大型飞机部件模型。跨声速和超声速风洞也相当常见，但由于能耗需求，这些风洞与低速风洞相比尺寸都很小。

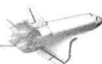
风洞也可以根据用途分类，如用于拥有运动地平面的汽车测试风洞、用于研究机翼结冰影响的冰风洞、用于模拟各种不同环境条件的气象风洞、用于流动可视化的烟风洞、用于评估航空发动机的推进风洞、用于飞行器旋转校正的旋转风洞，以及用于研究飞行动态过程的动态风洞（Barlow、Rae 和 Pope，1999）。

如上所述，低速风洞测试的关键量纲为 1 的参数是雷诺数，它是惯性力与黏性力之比。对于动力学相似的模型，全尺寸模型上的力和力矩都可以通过对测试数据进行比例缩放得到。然而，即便是在不可压流动中，要实现雷诺数相似也非常困难。因为风洞的功率为 $\rho V^3 A_{TS}$，功耗和可用空间 A_{TS} 通常会受限制，反过来也会限制模型尺寸。假设空气媒介接近标准条件，使 Re 匹配的唯一方法就是增加风洞速度。在一些情况下，限制风洞最大速度或引入压缩效应都会阻碍 Re 的匹配。因此，测试区能够得到的最大 Re 有限，对某些实验，这个限制也可能不会影响结果的有效性，这种情况在小尺寸气动声学风洞中很常见（Mueller 等，1992；Mathew，2005）。

高质量的空气动力学风洞应能够提供合理的 Re 范围、均匀流动和较弱的湍流。此外，气动声学风洞（Duell 等，2002）和层流-湍流转捩风洞（Choi 和 Simpson，1987）应有较低的背景噪声和振动级别。

2 设备特性

下面讨论风洞的一些基本特性。介绍这些特性



的参考文献和实验过程参考 Barlow、Rae 和 Pope（1999），Pope 和 Goin（1965），以及 Mehta 和 Bradshaw（1979）的文章。

2.1　驱动系统

风洞最典型的特性就是它的驱动系统，它决定了工作流体将如何通过测试区域。不同的驱动系统有不同的最佳运作模式，模式的选择取决于媒介和运行状态。

对于空气风洞，驱动系统最基本的部分为压缩机和风扇。压缩机（通常从储气罐中得到气体）通过控制器或调节器向通道中提供压缩空气。风扇通过轴心、离心风扇或鼓风机将空气推入测试区域。风扇和鼓风机可以通过轴传动或皮带传动，具体取决于其成本和性能。

压缩-驱动设备可以在低成本下获得大的压比，常用在需要较高滞止压力的高速设备中，但一次测试中只能使用一定量的空气，因为一般的压缩机并不能持续提供所需的质量流量，所以这些风洞通常会将实验持续时间限制在几分钟甚至更短，具体取决于初始压力、储气罐体积和质量流率。风扇系统可以连续运行，但相应的花费会随体积流率和所需能耗的增加而迅速增加。风扇是低速设备的最优选择。压缩-驱动设备的一个例子是 NASA 兰利研究中心的 20 in 超声速风洞（2006）。NASA 兰利的 14 in×22 in亚声速风洞是较大的风扇驱动设备（NASA Aeronautics Test Program，2007b）。

2.2　工作介质

当动力学相似准则难以实现时，有多种改进方法。首先，可以改变通道中的工作流体，使其与实际应用中的流体不同。然而，当工作流体不再是外围流体或与外围环境不匹配时，如压缩空气或水，必须利用闭路式的设备并且需要密封以防止泄漏。

另一种选择是利用压缩气体作为工作流体。在给定的温度下，这使得密度增加，有助于雷诺数的匹配。但是当密度明显增大时，动态荷载会增加，与动压 $0.5\rho_{\infty}V_{\infty}^{2}$ 成比例。如 NASA 艾姆斯研究中心的11 in×11 in 跨声速风洞就是压缩空气风洞（NASA Aeronautics Test Program，2007a）。

以上两种方法中，冷却气体介质会改变流动特性。可以利用低温系统增加流体密度并降低黏性。这样的设备需要绝热条件和大规模的制冷系统。如 NASA 兰利研究中心的跨声速风洞（NASA Aeronautics Test Program，2007c）。

对于涉及两相流的实验，如气穴现象或一般的海事研究，可以利用水洞。水洞同样需要保证密封，通常用泵来运作。维护费用可能相当高，这取决于隔绝蓄水池中污染物的能力。正如之前提到的，对于给定的流速，水会极大地增加模型载荷。宾夕法尼亚州立大学的 Garfield Thomas 水洞就是大型水洞（2007）。自由表面风洞被用于研究气-水分界面，由风洞和水洞组成，两者有测试区连接（Rasmi，2002）。Tow-tanks 用于各种不同的海事应用中，它由大水槽组成，模型可以采用拖拽方式通过水槽。（Naval Warfare Center Carderock Division，2009）。

2.3　管道回路

风洞主要有两种回路，即开环和闭环（图 1）。开环设备中，外围空气从通道的一端进入，穿过通道并排入外围环境。闭环设备中保持一定质量的空气，不考虑泄漏，在不同的风洞组件中循环流动。

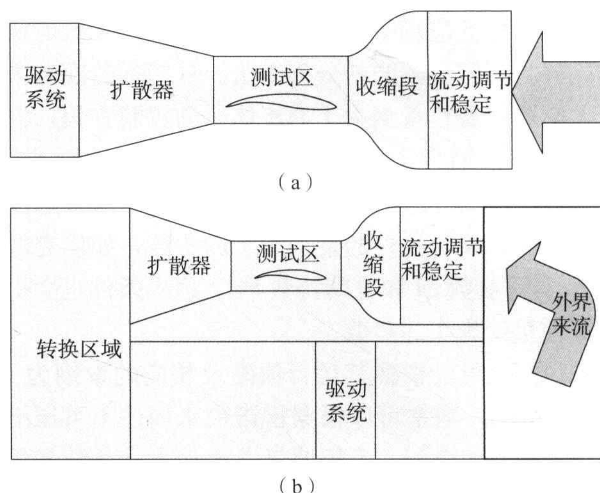


图 1　风洞的回路

(a) 开环；(b) 闭环

开环通道拥有相对较低的建造成本并且占用空间较小。由于其在外围进入的空气中运作，测试区的局部流动可视化容易实现，清除显示粒子很简单。但不足的是，对于给定的速度，开环通道的操作通常需要更多的能量（Barlow、Rae 和 Pope，1999），同时需要更多的流动调节才能达到和闭环

通道相当的水平，进气区和排气区不能有任何障碍。因为没有回收机制，开环通道需要更多的显示粒子材料进行流动可视化，根据通道的设计和位置，其操作还受到天气条件的影响。另一种控制流动条件（温度和相对湿度）的方法是，将风洞建在屋内并配备 HVAC 系统。

闭环系统虽然建造费用较高，但在类似的环境条件下，比开环系统的操作成本低。虽然清除显示粒子较为复杂，但实验中显示粒子需求量减少了。另外，显示粒子会在通道中快速形成“烟雾”，能够在全场均匀分布。绝大多数情况下，这种风洞的操作与当地天气无关，而且由于来流被很好控制，流动状态变得更为简单。然而，由于要循环利用通过驱动系统的空气，需要引入冷却控制系统以保证气体不会被加热而改变原有的热力学性质。

2.4　测试段气流品质

风洞设备最重要的指标就是测试段气流的品质。这由设备所针对的实验条件决定，在风洞设计中占有重要地位。

超声速设备（$M>1$）需要很高的能量和研发成本。设计时要考虑设备可能承受的内部负载和潜在的高温因素，还有静止和运动激波所产生的力。测试区需要合适的收缩-扩张喷管来达到超声速马赫数，同时尽可能消除激波，以保证测试模型反射的激波不会干扰实验（见第 1 卷第 22 章）。选择的设备要经得起条件的大幅变化。高马赫数风洞通常通过减小其尺寸以降低能耗。

跨声速设备（$M=1$）用于模拟许多民用和军用飞行器的巡航飞行。测试模型周围的流动会达到局部超声速，但测试段的整体流场仍为亚声速。通常利用开槽的壁面来调节激波角较大的激波。与超声速设备中的模型相比，其模型尺寸有了明显的增大，以实现雷诺数相似，因此能耗仍然很高。因为传统的亚声速和超声速风洞的进气效果并不理想，所以往往使用喷射器使测试段达到跨声速（Bradshaw 和 Mehta，2003）。

亚声速设备被用于模拟低速飞行器的飞行或被用于检测大型飞行器的起飞或着陆结构及地面车辆设备。通常设备接近完整尺寸，而较小的风洞仅限于小型测试。如上所述，运作速度足够低（$M=1$）时，流动是不可压缩的，所以不需要马赫数相似。

3　风洞设计

风洞设计的前提是确立研究目标，这就明确了设计准则。因为设计涉及建造、成本、空间和其他限制，所以设计过程需要反复迭代进行。

3.1　设计准则

风洞设计需要满足特定的研究目标，同时受到预算和设备占用空间的限制。这一部分内容给出了风洞组件详细设计的指导方针，包括流动调节器、收缩管、测试区、扩散器、驱动器和可选配件。感兴趣的读者可以参考有关这一主题的专著（Barlow、Rae 和 Pope，1999；Bradshaw 和 Mehta，2003）。

3.1.1　研究目标

一个好的风洞应该能够根据应用目标准确地测量定常或非定常数据。测试区的湍流强度应该尽可能低，以便研究相关的物理现象。例如，边界层转捩实验（Saric、Reed 和 White，2003）通常需要极低的湍流水平，以减小自由湍流对模型前缘的冲击影响，机翼后缘噪声的气动声学实验需要低湍流水平（Mueller 等，1992）。测试区的流动应该均匀，并且不包括任何预定中的不稳定情况，同时收缩管中的二次流效应也要最小化。通道循环中应该避免流动分离导致的不稳定性及噪声，同时使损失最小化。为了模拟自由流条件，由测试区模型引起的阻塞效应和相应的流线弯曲应被降至最低。由驱动系统产生的振动应该不断衰减，使其减小对实验的影响。在气动声学设备中，降噪处理至关重要，以减小扰动噪声对声学测试的干扰。

3.1.2　设计过程

风洞的设计通常受到预算、运行和维护费用（见第 8 卷，第 386 章）以及设备尺寸的限制。图 2 展示了设计低速、低噪声设备的流程图。在低速设备中，出于雷诺数的考虑和花费、尺寸的限制，人们通常会使测试区的尺寸尽可能大。测试区尺寸和期望的流动质量决定了流动调节区的尺寸。为了达到测试区流动条件同时保持可接受的尺寸，通常要在进气道收缩比和收缩长度之间进行权衡。进气道结构决定了流动调节器所在通道的尺寸，如蜂巢



状或栅状。蜂巢状结构影响流动的均匀性，栅结构和通道长度决定了测试区的湍流强度。扩散器应使在测试区、收缩管和流动调节器中损失的压力得到最大恢复。虽然较长的扩散器会实现更好的压力恢复，但是其长度和高度通常受到尺寸的限制。一些风洞需要在折返段连接多级扩散器，以满足设备的限制（图 2）。在管道中要保证不会出现流动分离，同时要求对管道进行降噪处理使流动噪声最小化。驱动系统必须在合理的能量消耗条件下提供所需的流速和压降。在闭环通道内，流体在进入收缩段之前重新返回流动调节器中，而开环通道中流体最终排到外界环境中。

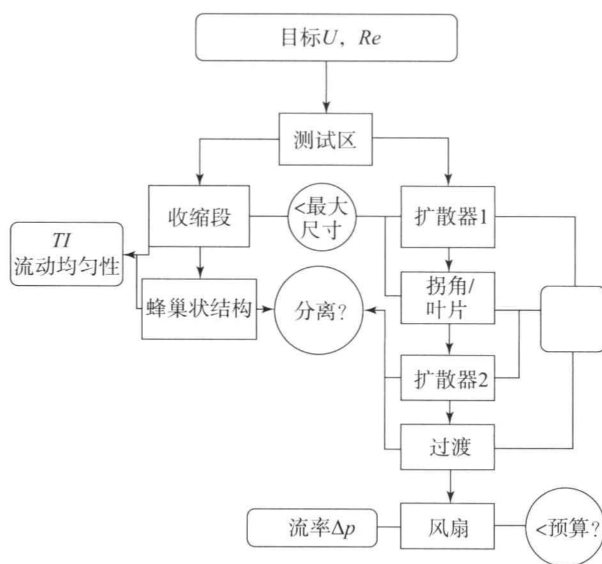


图 2　低速、低噪声风洞设计流程图

3.2　组件设计准则

这一节介绍各种风洞组件的设计，包括流动调节器、收缩管、测试区、扩散器和驱动器系统。可选组件包括折返段、隔振器和开环-喷气测试区的喷射式集尘器。

3.2.1　流动调节器

大多数风洞中，流动调节区包括蜂巢状结构、栅结构和沉淀管。图 3 是蜂巢状结构的例子。蜂巢状结构使来流沿管道轴向流动，消除了大尺度的流动不稳定性。栅结构将大尺度的湍流波动变为小尺度。这些在沉淀管中都会衰退，沉淀管必须足够长来保证足够的衰退，同时保证边界层的增长最小（见第 1 卷第 10 章）。

蜂巢状结构消除了来流的旋涡，同时使平均速度和脉动速度的横向变化最小化（Mehta 和

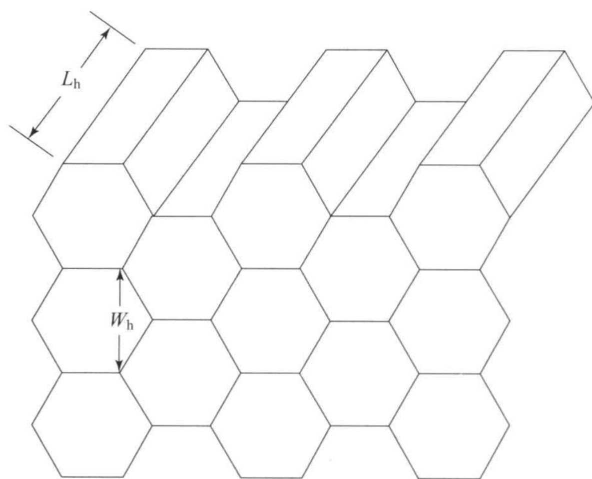


图 3　六边形蜂巢区域原理图

Bradshaw，1979）。来流的偏航角应小于 10°，以免蜂巢单元失速。蜂巢状结构有不同的截面形状，如圆形、正方形和六边形，通常选择六边形的横截面，因为它压降系数最低（Barlow、Rae 和 Pope，1999）。蜂巢单元在长径比为 7～10 时的性能最优（Mehta 和 Bradshaw，1979）。Mehta 和 Bradshaw（1979）也表明，单元的尺寸应小于速度的最小横向波长。蜂巢状区域要有足够的结构刚度来承受运行时的气动载荷而不发生明显变形。如果蜂巢状区域的来流马赫数足够高而产生流动阻塞，则需要进行特殊的处理。

拉伸的栅结构被置于沉淀管之上，以降低来流的湍流水平。栅结构将大尺寸湍流涡打碎为小尺寸涡，随后衰减。Schubauer、Spangenberg 和 Klebanoff（1950）表明，基于栅线直径的雷诺数不应超过 60，以免涡旋脱落时产生额外的湍流。

栅的间距应与大涡的尺度相当（Mehta 和 Bradshaw，1979）。在沉淀管放置孔隙度不同的多级栅结构，最粗糙的栅结构放置在来流端，最密的栅结构紧邻测试区，这样测试区就能拥有较低的湍流度（Watmuff，1998）。在栅结构之后有沉降室，所以栅线产生的较小尺度的波动在进入收缩管加速之前就会衰减。

3.2.2　收缩管

进气道收缩管在决定测试区流动质量时起到了关键作用。收缩管加速并调整流动进入测试区。收缩管的尺寸和形状决定了测试区的最终湍流水平（Derbunivich 等，1987）。收缩管延长了涡旋线，减小了轴向湍流波动，加强了横向湍流波动

(Tennekes 和 Lumley，1972)。收缩管的长度应足够小以保证边界层增长和花费最小化，也要足够长以免沿壁面产生较大的逆压梯度，逆压梯度由流线曲率产生，会导致流动分离。现代设计方案中可以使用 CFD 进行设计，Morel (1975) 提出了一种匹配多项式的简单解析方法。图 4 所示为收缩管形状多项式的原理图。收缩管入口高度为 H_i，出口高度为 H_e，收缩管总长度为 L，两个多项式在 $X=X_m$ 处相匹配（位置、斜率、曲率）。在收缩管出口，剩余的任意高阶多项式导数都取零来获得直边区域。

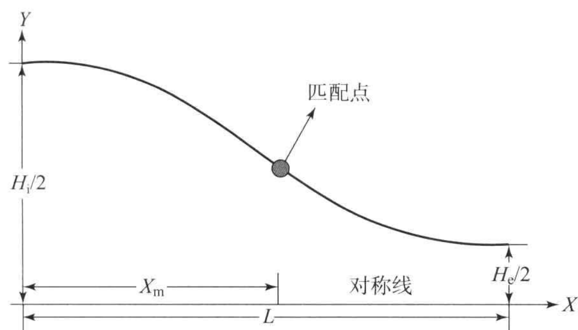


图 4　收缩管形状多项式的原理图

Su (1992) 提出收缩管入口与三次多项式匹配，出口与更高次的多项式匹配。通过对管道入口高度、收缩比、匹配点和管道长度的反复迭代，可以得到不均匀性最小的收缩管。根据 Stratford (1958) 的湍流边界层分离准则，在收缩管内利用三维势流模拟，可以优化收缩管形状，以满足测试区流动均匀性的设计标准。

3.2.3　测试区

测试区可以是封闭式或是开放喷气式的。测试区的设计要使风洞测试模型易于安放。在封闭的测试区，模型的气动性能与实物匹配较好，然而，开放的喷气区域能够进行远场的声学测量，代价仅仅是测试区的喷流可能发生潜在折射，存在喷气/集气相互作用，以及剪切层折射 (Amiet，1978)。在封闭的测试区，由于湍流边界层压力波动和声音反射，声学测量的信噪比很差。设备的首要设计目的应是确定使用哪种类型的测试区。对于二维研究，翼弦不应超过翼展的 1/3～2/3 (Barlow、Rae 和 Pope，1999)。基于最大截面的阻塞率不大于 10% (Barlow、Rae 和 Pope，1999)，根据一般经验法则，测试矩形区域的长宽比为 1.4～1。

3.2.4　扩散器

扩散器对由测试区而来的高速流动进行减速，因此实现静压的恢复并降低驱动系统的负载。扩散器中的流场在本质上受离开测试区的流动的影响。机翼模型的方向、尺寸和尾迹发展是影响扩散器入口流动的因素。扩散器的截面面积沿着轴线逐渐增加，以使壁面流动分离。与收缩管截面一样，可以对扩散器的几何形状进行优化。

Barlow、Rae 和 Pope (1999) 表明，对于设计较好的圆锥形扩散器，扩散器壁面的发散半角应小于 3.5°。Mehta (1977) 认为，对于圆锥扩散器，扩散器的夹角应在 5°（流动稳定性最优）～10°（压力恢复最优）。Klines 的单调扩散器曲线 (Runstadler、Dolan 和 Dean，1975) 常被用于扩散器的设计（并不是基于 CFD)，如图 5 所示。扩散器出口和入口的面积比 AR 与扩散器长高比之间的关系非常明确。图 5 中分为三个区域。扩散器的设计由选择长度开始，即在设备尺寸的限制条件内。给定 L/H_i，相应的 AR 从无失速区选择。虽然在非定常流动状态能够得到较好的压力恢复，但会产生不必要的噪声和偏离设计条件时性能较差。如果扩散器的长度受到限制或使用了封闭式设计，就需要利用带有导向叶片的折返段，扩散器可以被分为多级区域。

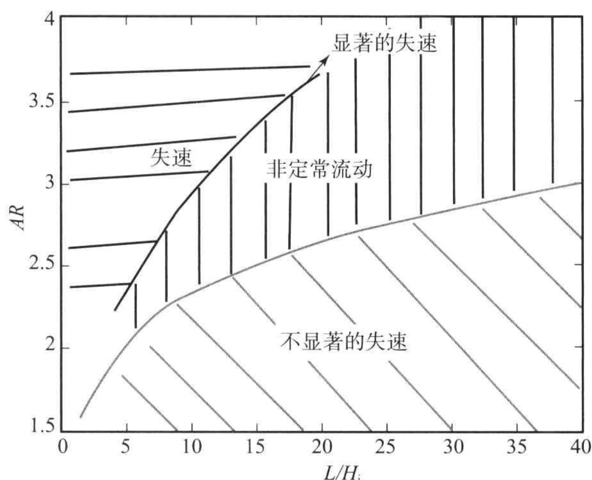


图 5　二维扩散器设计曲线

[改编自 Runstadler、Dolan 和 Dean (1975)]

3.2.5　驱动系统

驱动系统产生体积流率并补偿剩余的压力损失。驱动器可以是风扇、鼓风机、压缩气体源。在 2.1 节中对其优缺点进行了介绍。



风扇通过体积流率及其产生的静压降来评估。Barlow、Rae 和 Pope（1999）提出了一种方法来评估通道循环中的损失，以帮助选择风扇。

风扇的性能由风扇负载曲线表示，它体现了风扇效率和静压损失的关系（图 6），静压损失是流速的函数。负载曲线对不同的风扇角速度均可以进行评估。压降计算形成了风洞性能曲线，这一曲线用于评估不同体积流率的静压损失。压力损失曲线与风洞性能曲线的交点确定了风洞的运行点。当风洞的运行点接近风扇的最大效率点时，风扇有最佳性能（图 6）。

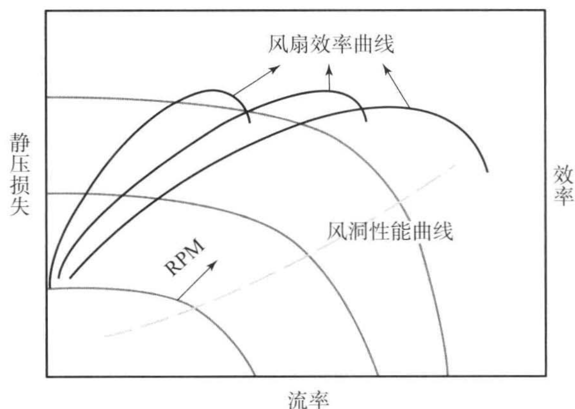


图 6 风扇负载曲线

背景噪声的一个主要来源就是风扇或驱动系统。当设计低扰动设备时，必须减弱风扇的噪声。在风洞速度一定时，叶片基频（$BPF = R \cdot N_{blades}$）和谐频在测试区的背景噪声谱中表现为离散音频，可能会干扰传感器的测量并影响流动。随着风洞速度的增加，由快速离散傅里叶变换得到的声谱图是研究叶片干扰的有效工具（Duell 等，2004）。通过对循环通道进行降噪处理和其他在风扇与测试区之间的声学降噪处理，可以减少此类干扰。

3.2.6 可选部件

对于开放的喷气测试区，测试区的下游端需要收集器来捕捉射流。流动模式高度依赖于空间的特征和测试构型/条件。通过 CFD 能最好地确定收集器的面积参数。收集器的负面影响包括边界层洗气产生的噪声和湍流剪切层与收集器碰撞产生的噪声。收集器在声学风洞中会进行降噪处理，其对流动和声学测量的影响需要仔细地评估。

在封闭式风洞中，管道由 90°的弯管相互连接，所以会发生流动分离，导致明显的压降、流动不稳定性和噪声，导向叶片被安装在拐角区域以减轻这种不利影响。Collar（1937）和 Salter（1946）研发了早期的导向叶片，Gelder 等（1986）开发出了具有低损耗因子的导向叶片。弦长、厚弦比、形状和导向叶片的数量决定了转折区域的效率。现代 CFD 可以被用于设计先进的导向叶片，在所有速度的风洞中都能很好地工作。此外，导向叶片使得通过传热来冷却流动成为可能，传热可以在风洞流动和导向叶片内部流动之间进行。

驱动系统产生的机械振动可以通过管道系统和地面传入测试区。如果要进行气动光学、转捩或声学测量，必须使这些振动最小化。隔振器有被动和主动之分，包括可变的风箱区域（Beranek 和 Vér，1992；Mathew，2005）。

4 设备描述

风洞用来验证实物是否满足设计标准。最常见的测试是用来检验设备能否在期望的速度下安全运行，此外，还能够进行一系列精细的实验。下面介绍一些最常见的定性实验。

4.1 流动均匀性

毫无疑问，我们希望测试区的流动速度是均匀的。测试区的无黏流应拥有尽可能小的偏差。有很多实验技术可以测量平均速度场（Tavoularis，2005），包括穿过皮托管或用皮托探针通过测试区（见第 1 卷第 63 章）。这是一种便宜但耗时的技术。风耙是另一种选择，可以同时测量多处空间位置。同时可以利用常温风速测定法（CTA）、粒子图像测速技术（PIV）和激光多普勒测速法（LDV）。流动均匀性通常由相对于测试区无黏流平均速度的最小-最大偏差或均方根偏差来描述（Mathew，2005）。

4.2 湍流描述

对于许多设备来说，在测试区拥有较低的湍流水平至关重要。而一些全尺寸的应用在测试时，来流的湍流强度较强，对这种风洞测试通常寻求方法来隔离自由来流湍流的影响。例如，在边界层转捩的研究中，来流较高的湍流强度会影响边界层转捩的位置。在气动声学的研究中，湍流将与模型组件相互作用并产生额外的前缘噪声，干扰对于其他部件的测量，如机翼后缘噪声（Brooks、Pope 和

Marcolini，1989）。

作为一种非定常速度测量方法，常温热线风速仪非常适用于测试区的湍流级（Bruun，1995）。在测试区中心穿过单级热线，这样可以对每一个空间位置进行测量和分析。要注意的是，单级热线会消除垂直于金属线方向的速度，而不会消除金属线轴向的速度波动。同时在大多数风洞中，测试区湍流是各向异性的（Bradshaw 和 Mehta，2003），意味着轴向和横向波动有很大不同。由此，需要不同的方法来处理这两种不同的速度分量。最简单的方式是利用垂直于来流的单一金属线，使金属线旋转，在重复实验中，测试区的轴向波动会被阻挡。如果需要同时知道两个速度分量，通常要利用双线探针；对三维速度分解，需要三线探针。图 7 展示了探针构型。如果需要当时的空间数据或波数，那么可以利用一排热线。由方程（1）计算得到湍流强度（TI）（以当地平均速度百分比的形式表示），当计算 TI 时，通常将某个与平均流速和测试区尺寸相关的频率处的数据进行高通滤波处理，将真正的湍流与大尺寸设备的不稳定性进行区分，如 $f > V_\infty/(2L_{TS})$（Bradshaw 和 Mehta，2003）。速度谱可以通过评估得到。另一种方法利用了 LDV，但需要流动引起且必须遵循湍流流动规律（Tavoularis，2005）。LDV 可以被用于单线、双线（图 8）或三线构型来确定一个、二个或三个速度分量。PIV 提供二维或三维数据，在计算时均能够统计量。想要了解更多有关 CTA、LDV 和 PIV 的信息，可以参见第 1 卷第 65、66、67 章。

$$TI = \frac{u'}{V} \tag{1}$$

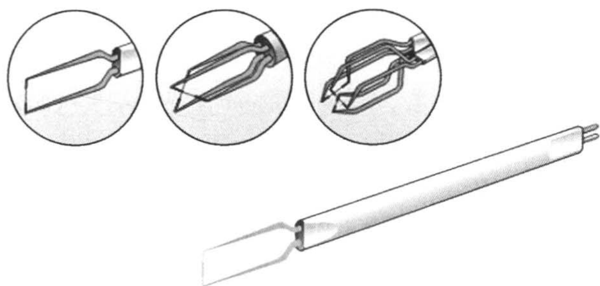


图 7　单线、双线和三线 CTA 构型

［经 Dantec Dynamics（2009）的允许转载］



图 8　用于测量两个速度分量的双束 LDV 构型

［经 R. Holman（2006）的允许转载］

4.3　声学和振动

如果设备用于声学测量，那么必须对背景噪声进行评估。在理想测试中，气动声学流动设备的背景噪声应比感兴趣的声源至少低 10 dB（Duell 等，2002），但很少有这种情况。许多测试技术能够分析被背景噪声干扰的声源（Soderman 和 Allen，2002），但尽可能地减小背景噪声总是有益处的。

背景噪声的级别通常利用一个自由扩音器来测量。扩音器可以被放在测试区的无黏中心，嵌入安装在封闭式测试区的壁面上，也可以放在开放喷气测试区的流动之外，其位置取决于进行声学测量的位置。如果对整体的声压水平（OASPL）感兴趣，那么需要选择适当的频率边界来集成能量。频移对于常见的应用并不是问题，加入一个权重即可（Duell 等，2002）。

振动的测量可以通过单级或多级轴加速计实现（Beranek 和 Vér，1992）。绝对振动级可以通过评估得到。如果在设备设计和建造中考虑了振动沿管道的传播，那么可以考虑传播损耗系数。通过相关性和一致性分析，可以将振动源，如风洞驱动系统，与测试区设备的振动相关联。

5　结　　论

风洞是实验者用于补充分析方法和计算方法的重要工具。根据用途，风洞可分为各种不同的类型。风洞的设计是一个迭代过程，有诸多相互矛盾的限制和需求，完整的设备必须细致地确定其特性。



相关章节

第1卷，第29章
第1卷，第61章
第1卷，第62章
第1卷，第64章
第1卷，第68章
第1卷，第69章
第1卷，第70章

符 号 表

A	截面面积（m^2）
a	等熵声速（m/s）
BPF	叶片基频（Hz）
c_p	比定压热容［J/(kg·K)］
Ec	埃克特数，$Ec=V^2/c_p\Delta T$
Eu	欧拉数，$Eu(p-p_\infty)/\rho V^2$
f	频率（Hz）
Fr	弗劳德数，$Fr=V^2/gL$
g	重力加速度（m/s^2）
H_e	管道出口高度（m）
H_i	管道入口高度（m）
k	热导率［W/(m·K)］
L	参考长度（m）
M	马赫数 V/a_∞
N_{blades}	叶片数
p	压力（Pa）
Pr	普朗特数，$Pr=\mu c_p/k$
R	风扇自转速率（Hz）
Re	雷诺数，$Re=\rho VL/\mu$
Sr	斯特劳哈尔数
V	参考速度（m/s）
x	收缩管顺气流位置（m）
ΔT	温差（K）
TI	湍流强度
U	当地平均速度（m/s）
u'	当地波动速度的均方根（m/s）
μ	动力黏度［kg/(m·s)］
ρ	密度（kg/m^3）

下 标

TS	测试区特性
∞	自由流条件

参考文献

Amiet, R. K. (1978) Refraction of sound by a shear layer. *J. Sound Vib.*, 58 (4), 467-482.

Barlow, J. B., Rae, W. H. Jr. and Pope, A. (1999) *Low-Speed Wind Tunnel Testing*, 3rd edn, John Wiley and Sons, New York.

Beranek, L. L. and Vér, I. L. (1992) *Noise and Vibration Control Engineering-Principles and Applications*, John Wiley & Sons, New York.

Brooks, T. F., Pope, D. S. and Marcolini, M. A. (1989) Airfoil self noise and prediction. NASA Reference Publication 1218, July 1989.

Bruun, H. H. (1995) *Hot-Wire Anemometry, Principles and Signal Analysis*, Oxford University Press, New York.

Bradshaw, P. and Mehta, R. (2003) Wind Tunnel Design, http://www-htgl.stanford.edu/bradshaw/tunnel/ (accessed 18 June 2009).

Choi, K. and Simpson, R. L. (1987) Some mean velocity, turbulence and unsteadiness characteristics of the VPI & SU stability wind tunnel. *Report VPI-Aero-161*, December 1987.

Collar, A. R. (1937) Some experiments with cascades of aerofoils. A. R. C., Reports and Memoranda. *Technical Report* 1768.

Dantec Dynamics (2009) http://www.dantecdynamics.com/Default.aspx? ID=1057.

Derbunivich, G. I., Zemskaya, A. S., Repik, E. U. and Sosedko, Y. P. (1987) Effect of flow contraction on the level of turbulence. *Izv. Akad. Nauk SSSR Mekh. Zhidk. Gaza*, 2, 146-152.

Duell, E., Walter, J., Arnette, S. and Yen, J. (2002) Recent advances in large-scale aeroacoustic wind tunnels. 8th AIAA/CEASA eroacoustics Conference and Exhibit. AIAA Paper 2002-2503. Breckenridge, Colorado, June 2002.

Duell, E., Yen, J., Walter, J. and Arenette, S. (2004) Boundary layer noise in aeroacoustic wind tunnels. 42nd AIAA Aerospace Sciences Conference. AIAA Paper 2004-1028. Reno, Nevada, January 2004.

Gelder, T. F., Moore, R. D., Sanz, J. M. and McFarland, E. R. (1986) Wind tunnel turning vanes of modern design. 24th Aerospace Science Meeting. AIAA Paper 86-0044. Reno, Nevada, January 1986.

Holman, R., (2006). An experimental investigation of flows from zero-net mass-flux actuators. PhD. MAE Department, University of Florida.

Mathew, J. (2005) Design, fabrication and characterization of an anechoic wind tunnel facility. PhD. MAED epartment, University of Florida.

Mehta, R. D. (1977) The aerodynamic design of blower tunnels with wide angle diffusers. *Progr. Aerosp. Sci.*, 18, 59-120.

Mehta, R. D. and Bradshaw, P. (1979) Design rules for small low speed wind tunnels. *Aeronaut. J.*, 83, 443-449.

Morel T. (1975) Comprehensive design of axisymmetric wind tunnel contractions. *J. Fluids Eng.*, 97 (2), 225-233.

Mueller, T. J., Scharpf, D. F., Batill, S. M., Sullivan, C. J. and Subramanian, S. (1992) The design of a subsonic low-noise low turbulence wind tunnel for acoustic measurements. AIAA 17th Aerospace Ground Testing Conference. AIAA Paper 92-3883. Nashville, Tennessee, July 1992.

NASA Aeronautics Test Program (2007a) NASA's Aeronautics Test Program 11-Foot Transonic Unitary Plan Facility, http://www.aeronautics.nasa.gov/atp/facilities/documents/06ames11x11 dsi.pdf (accessed 18 June 2009).

NASA Aeronautics Test Program (2007b) NASA's Aeronautics Test Program 14×22 Foot Subsonic Tunnel, http://www.aeronautics.nasa.gov/atp/facilities/documents/03langley14x22 dsi.pdf (Accessed 18 June 2009).

NASA Aeronautics Test Program (2007c) National Transonic Facility, http://www.aeronautics.nasa.gov/atp/facilities/ documents/07langleyntf dsi.pdf (accessed 18 June 2009).

NASA Langley Research Center (2006) The Langley 20-Inch Supersonic Wind Tunnel, http://wte.larc.nasa.gov/facilities updated/fluid dynamics/20inch supersonic2.htm (accessed 18 June 2009).

Naval Warfare Center Carderock Division (2009) Towing Basins, http://www.dt.navy.mil/hyd/fac/tow-bas/index.html (accessed 21 July 2009).

The Pennsylvania State University (2007) Garfield Thomas Water Tunnel Facilities, http://www.arl.psu.edu/facilities/gtwt.html (accessed 18 June 2009).

Pope, A. and Goin, K. L. (1965) *High-Speed Wind Tunnel Testing*, John Wiley & Sons, New York.

Rasmi, S. (2002) Characterization of the University of Florida air-water shear layer facility. M. S., MAE Department, University of Florida.

Runstadler, P. W., Dolan, F. X. and Dean, R. C. (1975) *Diffuser Data Book*, Creare, Inc. Hanover, New Hampshire.

Salter, C. (1946) Experiments on thin turning vanes. A. R. C., Reports and Memoranda, no. 2469.

Schubauer, G. B., Spangenberg, W. G. and Klebanoff, P. S. (1950) Aerodynamic characteristics of damping screens. *NACA TN* 2001.

Saric, W. S., Reed, H. L. and White, E. B. (2003) Stability and transition of three-dimensional boundary layers. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35, 413-440.

Soderman, P. T. and Allen, C. S. (2002) Microphone measurements in and out of airstream (Chapter 1), in *Aeroacoustic Measurements* (ed. T. J. Mueller), Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg & New York.

Stratford, B. S. (1958) The prediction of separation of the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 5, 1-16.

Su, Y. (1992) Flow analysis & design of three-dimensional wind tunnel contractions. *AIAA J.*, 29 (11), 1912-1919.

Tavoularis, S. (2005) *Measurements in Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, New York.

Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972) *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Watmuff, J. H. (1998) Detrimental effects of almost immeasurably small freestream nonuniformities generated by wind-tunnel screen. *AIAA J.*, 36 (3), 379-386.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 61 章

直接喷射技术的流动可视化

Robert C. Nelson, Brian M. Babie
圣母大学航空航天与机械工程系，南本德，印第安纳，美国

1 引　　言

1.1 直接喷射可视化技术简介

在历史上，流动可视化技术在改善和理解复杂流动机理现象方面起着非常重要的作用。从 1883 年奥斯本·雷诺的经典管道流动染色实验到今天，可视化实验为理论学家和实验学家提供了许多对复杂流动结构的认知。观察特定气体动力学现象相关的流动结构的能力，通常是理解该现象的第一步。从流动的视觉观察中得到的认识促使了许多流动问题的理论和实验求解方式的发展。流动可视化在研究许多复杂的液体流动方面起着非常重要的作用，通过可视化可以得到通过单点测试方法很难得到的流动结构的全局图。

很多可视化技术用于研究表面流动、流动分离以及气动外形或飞行器前后的尾迹。为了研究物体表面的流动，可以用烟或油流动、升华技术和小羽毛来表征流动分离和表面摩擦线。当发生流动分离时就会产生脱体流动，在水洞模型的端口和来流分配器上运用染色喷射技术可以观察到该现象。在风洞中，常用烟来标记低速时的分离的流动结构。对于高速情况，应用蒸气屏和光学方法（Schlieren 和 Shadowgraph）来检测分离流动的特征。关于高速流动可视化技术方面的额外信息可以在第 1 卷第 62 章中找到。

尽管追踪如烟和颜色等示踪粒子可以揭示相关的流动模式，但是人们在解释流动可视化数据时要非常谨慎。为了对烟或染色图片做合理解释，人们应该牢记迹线、脉线和流线的概念。迹线是由给定的流体粒子运动的点的位置组成，如流体粒子穿过流场。脉线是在某一时间间隔内相继经过空间一固定点的流体质点依次串联起来而成的曲线，烟需从给定点进入流场，追踪得到的是脉线。流线是个更为抽象的概念，它是一条曲线，其上任意点都与速度矢量相切。

因此在通常情况下，染色或烟的流动可视化图像都是脉线。当流动为定常时，穿过同一点的迹线、脉线和流线都是相同的。这是因为速度场不会随着时间变化，每个粒子的运动轨迹相同。当流动为非定常时，迹线、脉线和流线各不相同。

1.2 本章的目标

从某种意义上来说，流动可视化是有点类似艺术的科学。本章将以已经成功使用流动可视化的研究实例作为参考。在接下来的部分中，将讨论流动可视化的喷射标记处理以及染色标记处理的设备、方法和局限性，并介绍用于捕捉视觉图片的照明和记录技术。由于篇幅有限，不讨论水洞和高速风洞的可视化技术；如需获取更多关于水流动可视化方面的资料，读者可以参考 Werle（1989）和 Mueller（1996）的文献以及第 1 卷第 62 章。同时值得注意的是，与低速风洞实验应用类似，在水洞中获取大量流动可视化数据存在许多挑战。本文的主要部分将集中在流动可视化的应用与流动信息的获取，以及流动可视化如何对流动现象进行定量测量的实例上。如需更多关于流动可视化技术的详细内容，读者可以参考 Merzkirch（1987），Yang（1989）和 Mueller（1996）的出版物。

2　直接喷射可视化标记处理

2.1　烟雾喷射标记

将烟直接喷射到空气测试流动中是流动可视化应用最广泛的技术之一。引号中的术语"烟雾"作为流动可视化传播媒介，并非必须是燃烧反应的产物。一般而言，将透明气体中悬浮的小固体或液体粒子喷射到流场中，并依靠从粒子表面反射出去的光来观察流场的相关状态。常用的烟介质包括矿物油（如煤油和丙二醇）(Mueller，1978)、汽化的橄榄油（Lim，2000)、有机物的燃烧产物（木头和烟草）(Pankhurst 和 Holder，1952）和通过超声波加湿器的水蒸气（Sohn，2008)。对于烟雾采取直接喷射可视化技术，以便有足够的烟用于流动可视化，但应考虑到以下几点要求：

（1）烟的粒子不能以任何方式对测试流动造成干扰，包括在流动单元中的沉淀物和模型表面；

（2）粒子应该具有适中的浮力，并且惯性效应可以忽略，以便它们能够准确地追踪测试流动；

（3）粒子应该具有良好的反光性，以便研究人员能容易地观察到反射光，便于拍照；

（4）在开式循环设备中，传播媒介应是无毒的，因为在这种设备中，空气会重新返回到实验室环境中；

（5）烟的生成应简单，成本低。

以上问题中，需要对第二项和第三项进行权衡。较小的粒子一般能够满足浮力适中和低惯性的要求，然而，较大的粒子具有更大的表面积，它可以将更多的光反射传播出去，所以需要在这两个条件之间做出权衡。前面的章节中列举出来的大多数粒子直径都介于 0.1～1 μm，实践证明它们都可以满足这些要求。

烟可视化技术的使用还要求在相对低湍流环境下，以便观察到关键的流动特征。通过对进气道流动进行适当调节，如蜂巢和其他结构来破坏较大的湍流尺度，就可能实现这样的测试环境。合理的入流设计，对低湍流的测试设备的维护也是一个非常重要的因素，因为收缩流动倾向于进一步减少来流方向速度的波动。由 Brown 和 Goddard 研究的技术和设备，提供了用于烟可视化技术的实例（Mueller，1978)。

2.2　烟丝技术

在航空航天实验室中，特别是在低雷诺数时，要求使用细且清晰的脉线，以便可以观察到小尺度流动现象，如低雷诺数条件下翼型前缘附近层流分离气泡的研究（Batill 和 Mueller，1981)，以及湍流的转捩（Saric，1986)。追踪流动的烟雾由涂油的细电阻线加热产生。由于加热，油蒸发产生了一个薄薄的烟层。利用烟产生的线来观察 NACA 663－018翼型上的流动分离，见图 1。

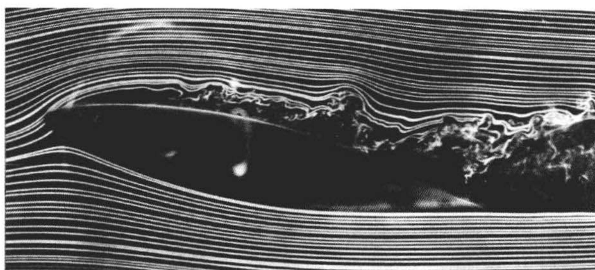


图 1　NACA663－018 翼型在 $\alpha=12^\circ$ 且 $Re=40\ 000$ 时的烟丝可视化

对于该项技术的应用，将细线放置在测试流动中以便产生的烟可以流到传播媒介中。在应用中所选择的线应满足基于其直径的雷诺数小于 20 的要求，以确保测试流动中线的任何尾迹效应都被最小化。常用的丝有不锈钢、镍铬铁合金和钨丝。同时也需要给产生烟的这些丝预加应力，因为在加热时丝会下垂，造成测试流动中烟的位置不正确（Mueller，1996)。

为了产生烟，需要在预紧的丝上涂上一层薄薄的油层，如润滑油、硅、矿物油、硬石蜡、煤油和回车波形烟流。丝必须每次都涂油，才可以形成所期望的薄烟层。下面列举了一些可以容易使用且高效率的烟丝涂油方法，包括垂直烟丝的重力受压涂抹（Corke 等，1974)、擦拭设备或简单的人工涂抹。同时在实验中也需要避免烟丝上的残余较大的液滴，因为大型液滴可能会从烟丝表面脱落，并向下流动到模型上，导致其改变模型的属性。

利用直流电源加热提供烟层，烟丝上的电流根据计时电路而发生变化，以此来改变烟层的宽度。相对于较小的电流，较大的电流将会导致油层的快速蒸发，并产生较短的烟流脉线。因为产生烟的电流脉冲很短（一般低于 2 s)，同时计时电路也用于触发摄像头，以便捕捉流动的视觉图片。这种计时电路的实例在 Corke 等（1974)，Batill 和 Mueller (1981)，Mueller 和 Batill（1982)，Liu 和 Ng (1990）的文献中都有描述。

2.3　化学反应制造传播媒介

四氯化钛是一种无色的液体，将其作为标记介质非常有效。当从模型上的硬管或端口中将四氯化



钛蒸气引入流动中时，四氯化钛蒸气与水蒸气就会在风洞内的气流中发生反应，可以创造出浓密的白烟，这种白烟是盐酸气体和二氧化钛颗粒。由于这个化学反应生成了盐酸气体烟雾，因此要将风洞的排气口朝向外面。

利用这种技术的早期实验要在模型上刷上液体，然后在风洞中开始实验。Visser、Nelson 和 Ng（1988）研究了一种更为有效的传输系统，该系统由密封瓶、橡皮管和阀门组成，用于检测流动中的四氯化钛。少量的四氯化钛液体存储在不与四氯化钛反应的氮气提供压力的烧瓶中，烧瓶中的气体包含氮气和四氯化钛蒸气的混合气体，然后混合蒸气从烧瓶到烟管的管道或通过模型上的端口来测量。这个传输系统的草图如图 2 所示，该图源于 Pelletier（1994）。

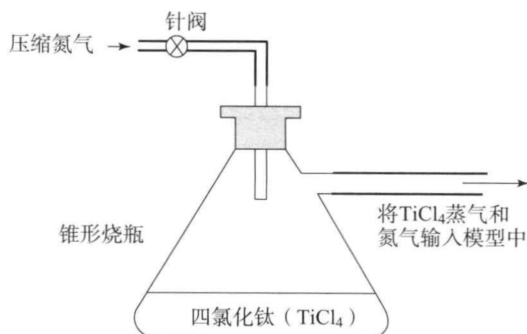


图 2 利用 $TiCl_4$ 做流动可视化的传输系统图

［根据 Visser、Nelson 和 Ng（1988）改编］

2.4 氦气泡作为传输介质

对于利用氦气泡的气流可视化，与利用烟的要求是相同的。氦气泡与烟可视化之间最大的差别可能是追踪流动的粒子的大小。氦气泡的直径变化范围为 1～5 mm（0.04～0.20 in），但是测量得到的烟粒子的直径范围更小。氦气泡粒子表面积较大，这使它具有明显的优势，即研究者可以看到这些单独的气泡，这样使得氦气泡技术适用于复杂流场，也可以适用于大湍流环境。因为可以观察到单个气泡，所以可以很容易对气泡脉线进行拍照。这项技术已经成功地应用于尾迹涡流（Babie，2008）、飞行器外形测试（Hale 和 Ordway，1975）、空投流场评估（Klimas，1973）和化学实验通风柜的评估中（Soling 和 Knapp，1985）。一个完整的氦气泡流动可视化系统一般由氦气泡发生器、用来照亮气泡的可调节光圈的聚光灯和拍照装置组成。气泡发生器和聚光灯装置由纽约 Sage Action 公司制造。

气泡发生器使用肥皂膜、压缩空气源及氦气来产生具有适中浮力的氦气泡。氦气泡发生器通过将压缩的氦气注射到利用 Sage Action1035 气泡膜方案（BFS）产生的稳定流场中来生产氦气泡，BFS 中内置了一个元件，即内置推进装置，推进单元利用压缩空气驱动气泡运动，该推进装置安装在圆柱周围以便空气或气泡混合物的喷射按一定的方位角吹进圆柱内，从而创造出涡流，具有适中浮力的气泡更倾向于靠近圆柱中心的低压区域，并且从不锈钢圆柱以及橡胶阀将气泡输入测试流动中。在该过程中，质量较大即不具有适中浮力的气泡会在圆柱上破裂，从而有效地过滤这些气泡，每一个气泡喷头每秒产生大约 400 个气泡。

当具有适中浮力的氦气泡被输送到测试流动中时，测试系统的光照就成了主要的问题。根据测试，氦气泡只能反射 5% 的入射光（Hale 等，1971），所以应该给气泡尽量多的光照，同时也要限制暗处的光照，不具有反光效应的背景可以使发光气泡和背景之间的差距最大化。出于这个目的，可调节光圈的聚光灯可能非常有用，并且常用黑色的画布来做背景墙。

随着数字摄像技术的发展，对于研究人员来说，简单地调节一下摄像机的快门速度就可以得到想要的结果。在湍流和复杂流场中，当使用长时间的曝光时，氦气泡可以用于制作脉线图像。

2.5 标记介质的选择

当为一项流动可视化实验选择标记介质时，需要考虑以下几个问题，以确保传播介质适用于测试流动：

（1）传播介质的浮力和内部效应怎么样，粒子能够精确地追踪流动吗？

（2）可视化的介质是否会影响实验，如它是否会粘在模型或流动条件单元上？

（3）测试流动的湍流情况怎样？

（4）流动是高旋流还是强涡流，涡的延伸是否会在流动的物理现象中起重要作用？

（5）实验应该用什么类型的设备，这些实验设备是否能够提供合适的氧化物传播介质？

（6）怎样引入介质，在哪里引入介质？

3 直接喷射技术

3.1 来流烟耙子和管道

对于什么时候在测试流动中引入什么样的媒介

来设计流动可视化实验的问题，测试流动中引入媒介的常用技术就是在模型的来流中使用烟耙子或冒烟管道。烟耙子或冒烟管道必须在固定的位子上以保证由喷射装置造成的热和尾迹不会影响测试体周围的流动。冒烟管道的理想位置是飞行器风洞的收缩部分的前端或整个封闭回路的拐弯处。

3.2　通过模型引入媒介

通过利用测试模型上的端口来引入标记处理时，需要考虑几个问题。首先，合理的端口位置非常重要，这需要不断地尝试，在错误的方法中吸取教训，最终为喷射媒介找到正确的位置。当最优端口位置确定后，下一个问题就是测试流动中标记处理的传递，这个问题一般通过保持测试线上的压力比风洞测试部分的压力稍微高一点就可以实现。操作时必须非常谨慎，以保证喷射端口喷出的流动不会影响模型的流场。这同样也需要尝试，不断调节传递管道内的压力直到满意为止。

4　直接喷射流动可视化技术实例

流动可视化使得研究者能够认识边界层转捩、分离剪切层以及源于流线体、钝头体和飞行器的尾迹。在后面的部分，我们将展示几个流动可视化的例子，这些例子为研究者提供了认识这项技术的关键内容，包括模型在大入射角情况下的模型周围流动、三角翼涡流、对称上的边界层转捩、对称喷射流中的不稳定性以及飞行器尾迹涡中的弯曲波不稳定性研究。这些实例都是用来说明直接喷射技术应用中的一些细节，以及流动可视化在航空航天研究工程环境中的用途。

4.1　高性能飞行器组件上复杂流动结构的烟可视化

现代高性能战斗机在高亚声速或跨声速时，其操纵性会表现出无法控制的非线性动态现象，包括分离流动和时变效应。在可操纵的飞机上，流场中的流动分离和时间延迟是限制目前战斗机的可操作性能的本质原因。流动分离不仅仅限制飞机的操纵性，也可能威胁到飞行安全。图3是拥有混合翼的现代战斗机外形草图。混合翼集合了主翼上高展弦比的优点以及前缘延伸部分（LEX）或边条的大后掠角的优点。这两种形状的结合使机翼具有高速性、可操作性和其他一些性能。当飞机在适当攻角下飞行时，机身和边条周围的流动分离如图3所示。下面介绍各种流动结构，包括机身前体涡、机翼前缘涡（前缘延伸部分或边条）及翼尖涡。

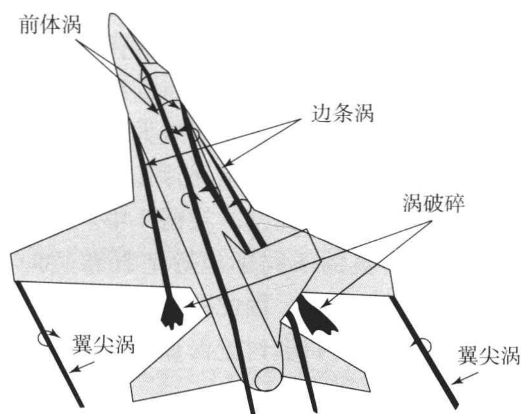


图3　高性能飞行器上的涡流场
（R.C. Nelson 供图）

4.1.1　机身前体涡

许多现代战斗机中，机身前端的鼻子部分都是由一个细长点构成的。当弹体前部以一定的入射角面对来流时，机身上的边界层流动会分离并向上翻卷进入成对的反向旋转涡中，如图3所示。前体涡最初是对称的，在某个攻角下会变为不对称的。当涡为对称时，它们影响机身上的法向力和俯仰力矩分布，从而影响飞机的启动特性，当涡变为不对称时，就会产生侧向力和偏航力矩。由于在该区域内的方向稳定性的减弱，由非对称涡造成的偏航力矩会促使飞机发生侧滑（如快速侧滑）。运动的方向取决于非对称涡的旋向。可以将烟可视化和激光片照明技术用于前体涡研究中。图4展示了在一定入射角条件下的细长锥体的扰流情况，可以观察到对称的和非对称的前体涡。利用激光片光源将穿过不同流动平面的轴向上的涡照亮。这些图片可以用来测量涡相对于前体表面的位置，并且可以验证涡的对称性。

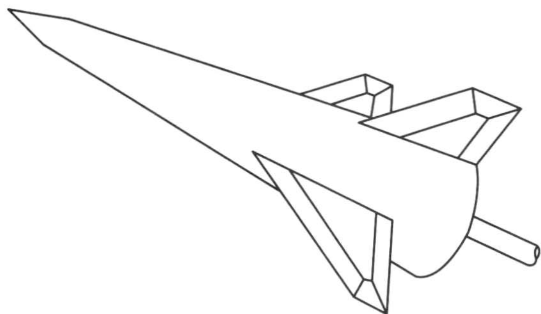
4.1.2　三角翼上的前缘涡结构

在相对较小的入射角条件下，大后掠角机翼如三角翼上的流动分离会沿着机翼前缘的流动分离。源于前缘的分离流动都会向上卷入位于前缘上方和内侧的旋向相反的涡流中。前缘涡和夹带的流动直接向后流向前缘，在此处流动分离并形成二级涡，而二级涡和对应的前缘涡的旋向相反。



与涡有关的一个现象是涡破碎，当发生涡破碎时，涡会发生突变，这个突变包括轴向流动的减速、圆周速度的减小及涡核大小的增加。涡核突然变大导致了涡破碎的另外一个现象，即涡爆裂。关于涡破碎这个主题的进一步讨论，在第 1 卷第 12 章中已给出。

三角翼前缘涡的烟可视化效果如图 5 所示。在模型来流中引入烟，并利用激光片光源来照亮垂直于机翼表面的平面内的流动。在图 5 中，烟的模态揭示了沿着三角翼的不同轴位置上翻卷过程的细节。由于涡内部没有烟，因此前缘涡的涡核是可见的。在后面的章节中将会讨论涡核处没有烟现象的原因。





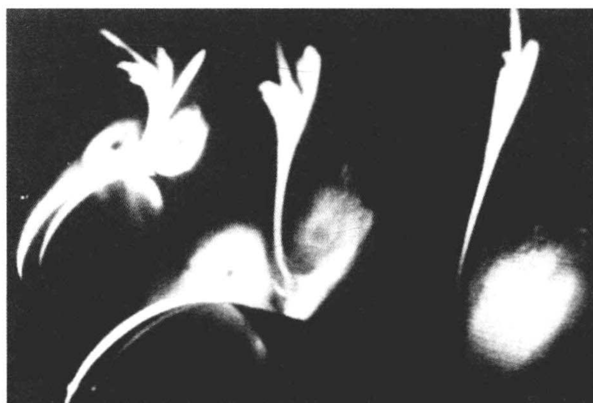


图 4　植入直接烟喷射和使用激光片光照明的前体模型的对称涡（顶部）和非对称涡（底部）

（R. C. Nelson 供图）



图 5　利用多个激光片光照明的前缘涡向上翻卷的烟可视化图片

［经 Payne、Ng 和 Nelson（1987）© AIAA 许可复制］

4.1.3　双三角翼上前缘涡的相互作用

对于大多数应用来说，多重涡之间的相互作用是有意义的。多重涡作用包括复杂三角翼、翼-体涡作用及鸭翼作用，这些涡之间的相互作用决定了机翼的气动性能。当出现多重涡时，烟的模态就会很难解释。当向机翼来流中注射传波媒介时，涡之间的相互作用通常因为烟太多而变得模糊。理想的情况下，当观察它们之间的相互作用时，通常只标记每个涡的涡核。在水洞实验中，这个方法通过利用不同颜色的染料来标记流动中不同的涡及模型表面上染色端口的合理位置，已经得到了成功的应用。这种类似的效应，在风洞中通过使用前面章节中提到的化学物质追踪剂四氯化钛也可以达到。

作为多重涡作用的一个实例，在双三角翼上可以检测到竖直流。具有两个前缘后掠角的三角翼叫作双三角翼。机翼的前端部分（叫作边条），比机翼的后半部分（称为主翼）具有更大的后掠角。双三角翼的优点是边条上的前缘涡延迟了主翼上前缘涡破碎的发生，因此可达到改善最大升力的作用。

双三角翼上的边条和主翼前缘涡的后掠角分别为 80°和 60°，如图 6 所示（Olsen 和 Nelson，1989）。在这个实例中，通过尖端附近和机翼后掠相交处的端口释放四氯化钛和氮气的混合物。端口中储存的蒸气可以产生浓密的白色烟雾，用来观察由边条和主翼形成的前缘涡的涡核轨迹。侧视图和平面图清晰地显示了机翼后缘附近涡破碎的发生，以及涡之间复杂的相互作用。前缘斜面与平面上的标记网格用来做

涡迹和涡破碎发生位置的定量测量。

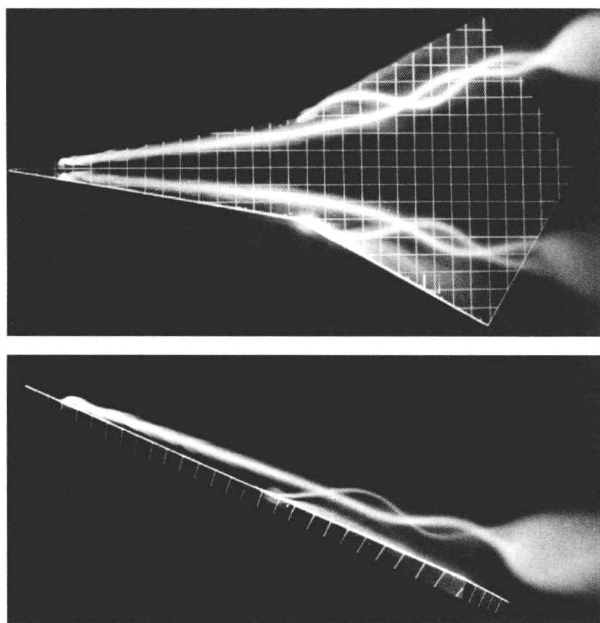


图 6　80/60 双三角翼上方涡的相互作用

通过模型表面的端口在涡核中植入了 $TiCl_4$

［经 Olsen 和 Nelson（1989）AIAA 许可复制］

在前面讨论的三角翼可视化图片中，涡核是可见的，因为黑暗区域都被烟包围了。对于双三角翼而言，我们看到的是相反的效果，它清晰地标记了涡核的位置，并且涡核外部几乎没有烟。一些研究人员一直认为涡核区域处没有标记处理，是因为涡核里面较大的圆周速度将较大的粒子从涡核区域中旋出了。Visser、Nelson 和 Ng（1988）是通过管道将四氯化钛和氮气引入到测试流动实验中得出的结论。当管道位于模型尖端的来流处时，涡核处是黑色的，并且将标记处带出涡核区域。然而，当管道非常接近机翼的尖端和翼面附近时，涡核就会变为可见的，其中的差别只是在什么位置引入标记而已。

4.1.4　前部轴对称弹体层流到湍流的边界层转捩

流动可视化为边界层转捩的复杂过程提供了认识途径（Mueller 等，1981）。旋转或非旋转对称体上的层流边界层的不稳定性具有两种模式，这种不稳定性导致层流转捩为湍流边界层。转捩取决于雷诺数和旋转速率。当模型在某些关键雷诺数下不旋转时，层流边界层就变得不稳定。边界层内的小扰动会随着时间而变大，图7 是不同的流动特征导致层流边界层向湍流边界层转捩的图片。如果雷诺数足够高，Tollmien-Schlichting 波会增大并导致三维不稳定性，因为随着弹体移动，这些波就会分解为涡束模式，然后进一步分解为湍流，从而完成整个转捩过程。如果模型是旋转的，就会发生屈曲失稳。屈曲失稳是表面圆周速度与来流速度的比值的函数。图 7（b）展示了分解成湍流边界层的交叉流涡的条纹图。这种类型的不稳定性类似于在后掠机翼和旋转碟片上观察到的交叉流不稳定性。在图7（c）中，Tollmien-Schlichting 波和烟条纹都可以观察到，这表明在特殊的流动条件下，这两种不稳定性都会出现。

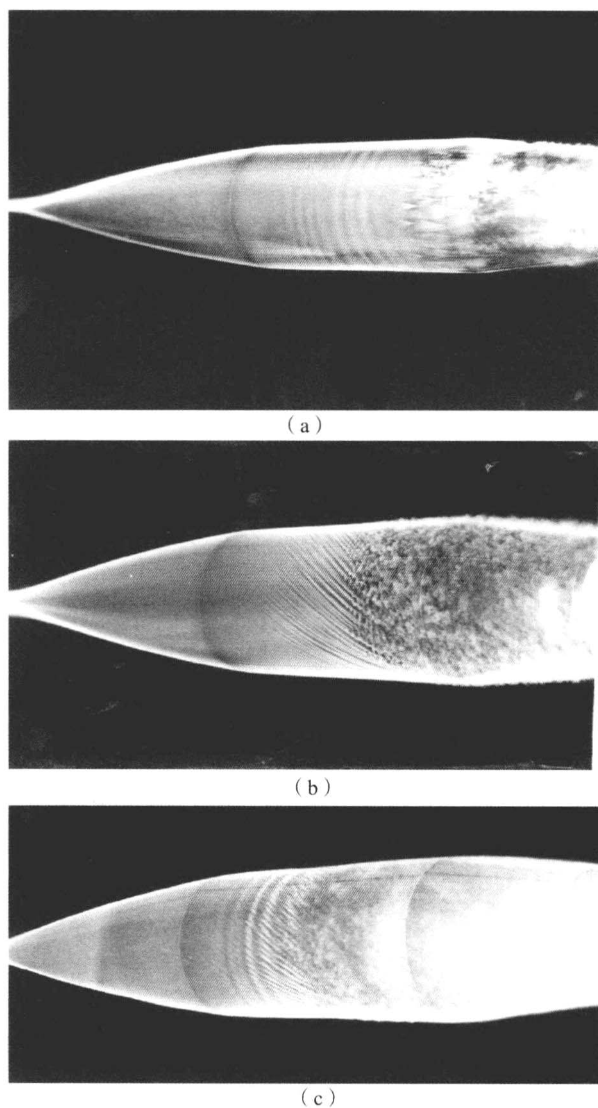


图 7　轴对称体在 $\alpha=0°$ 时边界层转捩的烟可视化图

（a）在没有旋转的弹体上出现了 Tollmien-Schlichting 波；（b）当转速为 1 250 r/min 且 $Re_L=31\ 500$ 时，弹体上出现交叉流不稳定性；（c）当转速为 2 900 r/min 且 $Re_L=1\ 030\ 000$ 时，弹体上出现了 Tollmien-Schlichting 波和交叉流不稳定性（T. J. Mueller 供图）



4.2 烟丝下轴对称射流的不稳定性

烟线是观察低湍流设备非常有效的工具。Kusek 等（1990）列举的例子表明将利用了烟线技术的喷管应用于对称的喷气机上以便观察基本的二维或三维不稳定性模态的有效控制效应。利用喷嘴附近的微型扬声器阵列来为来流输入压力扰动，以此来控制与喷射流有关的剪切层不稳定性。阵列中的 12 个扬声器分布都是单独控制的，这就容许研究人员控制周期性压力波动的方位振幅和相位分布。为了能够观察到这些不稳定性，人们发明了圆周烟线以便将烟的对称空心管安装在喷口的剪切层位置。

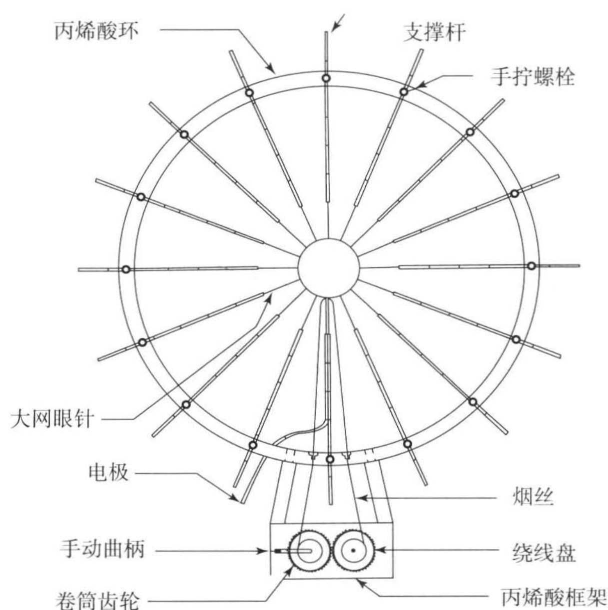
对于该项实验，所使用的低湍流（$u'/U_j=0.05\%$）圆周喷口的直径 $D=5.08$ cm。关于喷口的详细资料，读者可以参阅 Drubka（1981）及 Corke、Shakib 和 Nagib（1991）。为了知道流动中非定常压力扰动，放置了每组 12 个、直径为 1.3 cm 的微型扬声器的阵列，且以 30°的相同方位角间距排列。为了激励三维螺旋模态，将基于期望的方位角上的波数（m）和扬声器位置的周期性信号传送到每一个扬声器中。为了产生对称（$m=0$）模态，每一个扬声器都经过调节以产生规则的振幅和相位响应。这项研究中的流动可视化部分，操作中的喷气设备基于直径的雷诺数为 4 000。

为了将少量的烟雾喷入不稳定剪切层的外面部分，可以安装一个圆周烟线装置。烟线装置由 0.10 mm的不锈钢丝构成，这些钢丝穿过均匀布置的 16 个连接孔。每一个连接孔都接入了铝制支撑杆，这些支撑杆固定在丙烯酸圆环上，以使导电的支撑杆绝缘。烟线环的直径可以通过调节位于铝制支撑杆上的圆环上的固定螺栓来调节。烟线环的底部有两个电隔离的销钉，用来使烟线环和轻微平移烟线的两端完整，烟丝装置图见图 8。

在喷口的底部，使用一对连接到外部丙酸环的齿轮，通过这对齿轮的重复实验为不锈钢丝涂抹油。摇动旋转的齿轮，钢丝将会通过销孔涂油，并穿过包含在圆环内的油箱。为了避免油滴滴出油箱，钢丝应穿过安装在每个油箱底部的内径为 0.20 mm 的管道。将钢丝穿过油箱，由于拉伸失稳，钢丝上留下的都是小油滴。当电阻加热时，这些小油滴就会产生烟条纹。

为了通过电阻加热钢丝以生成烟条纹，两个电极应以一定的方式夹在铝制支撑杆上，使铝制支撑杆与流场保持一致，以便研究人员观察。其中一个始终安装在环的底部，另一个电极安装在喷口底部的另外一个支撑上，这时整个环就会被加热，在空心管内就会生成烟脉线。如果只希望环的一半能生成烟，研究人员可以将相反的电极接到环的顶部，这样就可以只加热半个环。

为了将传播媒介在正确的位置喷射到流场中，可以通过调节铝制支撑，将钢丝放置在剪切层的外



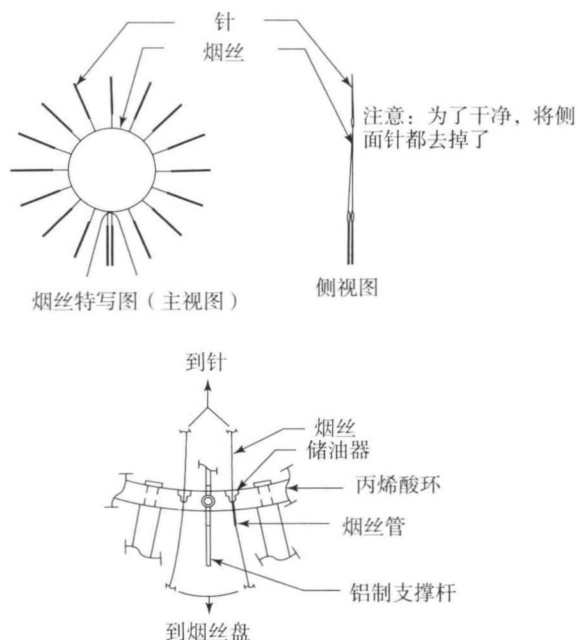
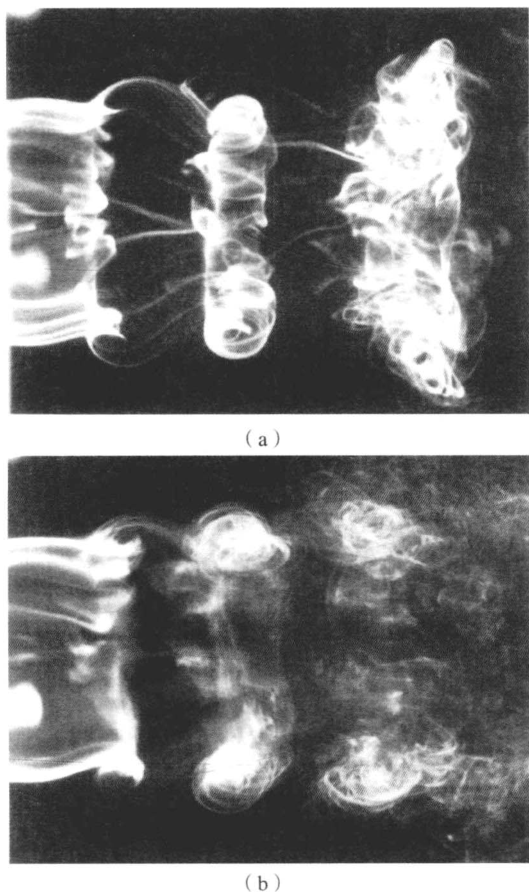


图 8 Kusek、Corke 和 Reisenthal（1991）给出的轴对称喷射的烟丝装置图

（T. C. Corke 供图）

缘。入流体下游的闪光灯可以为可视化提供照明。闪光灯的调节用同样的信号，因为微型扬声器要确保不稳定的压力扰动，并与闪光灯保持相同的相位。在钢丝加热及闪光过程中，摄像机的快门保持开启，用这种方法来对标记流动拍照。利用这种方法可以得到相位平均的照片，因为在依次曝光中可以有摄像机观察到相同相位的多个实例。单独实现的图片和相位平均的图片的实例见图 9。



(a)

(b)

图 9　被植入烟丝环的对称喷射剪切层的一个单独效果图

(a) 和相位平均图；(b) T. C. Corke 供图

4.3　尾涡不稳定性的氦气泡可视化技术

对于工业学术应用中的量化研究而言，氦气泡的直接喷射技术是成功的，其价值在尾涡流动中得以体现。Hale 等（1974）利用氦气泡技术来研究倾转翼飞行器桨叶的近场流动中的尾涡特性。同样，氦气泡也用于研究由固定翼飞行器产生的尾涡的远场相互作用，参见文献（Eliason、Gartshore 和 Parkinson，1975）。Babie 和 Nelson（2008）利用这项技术来研究大升力外形的固定翼飞行器尾迹的远场。关于尾涡流现象的更多资料，读者可以参阅第 1 卷第 20 章。

Babie 和 Nelson 的流动可视化研究的目标是依靠实验来检测基于涡传播和涡跨度的尾迹形状与某些特殊案例中弯曲波不稳定性（Crow，1970）模态的增长之间的关系。对于这样的研究，氦气泡直接喷射技术十分理想。因为适中浮力的气泡在相对较长的时间周期内可以对涡核保持足够量的标记。该项实验用四个独立的弦长为 0.127 m（5 in），半展长为 0.508 m（20 in）的机翼模型和 NACA 0015 翼型来创建回涡系统。粘在地板上的模型位于测试区域的远处来流区域，测量得到的该区域的截面面积为 1.52 m×1.52 m（5 ft×5 ft），长度为 15.24 m（50 ft），将氦气泡喷射到机翼模型的来流流场中，以将气泡夹带入期望的涡核区。根据制造者的说法，单个氦气泡的生命大约为1 min，但是标量粒子流入测试区域的时间要求大概是 3 s。图 10 是氦气泡流入涡核时的采样照片。



图 10　从 Babie 和 Nelson 的实验得到的氦气泡夹带进入尾迹涡

(A. L. Babie 供图)

流场照明用 300 W 的卤钨聚光灯，并安装在测试区域的下游。该聚光灯也包含可调节光圈，适用于不同形状和大小的照明区域。测试区域的墙壁也被涂成黑色，以使背景与气泡的反射光之间达到所期望的反差。

为了得到尾迹的全局照片，将摄像机安装在测试区域中离光源稍微偏后的位置，避免在流场中形成阴影。因为有摄像机针对流场的这个视角，研究人员可以观察到不稳定涡核的多种波长，同时也可以模拟与飞行器在飞行条件下视图相类似的视图。数字摄像机和照相机可以捕捉到不稳定涡流场的图片。帧速率为 30 帧/s 数字摄像机，用来捕捉弯曲波的关键特征就已非常够用，对于照相机而言，快门速度范围介于 0.10～0.035 s 就可以得到弯曲涡



核的图片。图 10 是摄像机的快门速度为 0.067 s 时的一个不稳定涡核的采样图片。

5 总　　结

在这里已经列举了几个直接喷射可视化技术，以及它们对于航空宇航研究工程的贡献的实例。这些技术包括烟喷射、烟丝、化学反应和氦气泡。通过这些方法的使用，我们也讨论了使用中的好多注意事项。希望读者对直接喷射流动技术的可视化有一个更深刻的认识。这些技术使得研究人员对流场有了一个全局的理解，并提高了他们对详细流场结构认识的能力。

致　　谢

Thomas Mueller 博士为我们提供了很多流动可视化的图片，同时也帮助我们校对这篇文章，对此向他表示由衷的感激；同时为 Thomas Corke 能够提供许多流动可视化图片而表示感谢；最后，也要感谢许多工程的负责人，如 J. M. Jenista、J. T. Kegelman、T. T. Ng、P. Olsen、F. M. Payne、A. Pelletier 和 K. D. Visser 的精诚合作。

参考文献

Babie, B. M. (2008) An experimental and analytical study of the stability of counter-rotating vortex pairs with applications for aircraft wake turbulence control. Ph. D. Dissertation, University of Notre Dame.

Babie, B. M. and Nelson, R. C. (2008) Wavelength and amplitude measurement of an unstable wake vortex bending mode via helium bubble visualization. Proceedings of the 13th International. Symposium on Flow Visualization.

Batill, S. M. and Mueller, T. J. (1981) Visualization of transition in the flow over an airfoil using the smoke-wire technique. *AIAA J*. 19 (3), 340 - 345.

Corke, T. C., Koga, D., Drubka, R. and Nagib, H. (1974) A new technique for introducing controlled sheets of smoke streaklines in wind tunnels. IEEE International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, 77 CH1251 - 8 AES.

Corke, T. C., Shakib, F. and Nagib, H. M. (1991) Mode selection and resonant phase locking in unstable axisymmetric jets. *J. Fluid Mech.*, 223, 253 - 311.

Crow, S. C. (1970), Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA J.*, 8 (12), 2172 - 2179.

Drubka, R. E. (1981) Instability in the near field of turbulent jets and their dependence on initial conditions and reynolds number. PhD dissertation. Illinois Institute of Technology.

Eliason, B. G., Gartshore, I. S. and Parkinson, G. V. (1975) Wind tunnel investigation of the Crow instability. *J. Aircraft*, 12 (12), 985 - 988.

Hale, R. W. and Ordway, D. E. (1975) High-lift capabilities from favorable flow interaction with close-coupled canards 1975. Sage Action, Inc., *Report SAI - RR* - 7501.

Hale, R. W., Tan, P., Stowell, R. C., Iwan, L. S. and Ordway, D. E. (1974) *Preliminary investigation of the role of the tip vortex in rotary wing aerodynamics*. Sage Action, Inc., *Report SAI-RR* - 7402.

Hale, R. W., Tan, P., Stowell, R. C. and Ordway, D. E. (1971) Development of an integrated system for flow visualization in air using neutrally buoyant bubbles. Sage Action, Inc., *Report SAI - RR* - 7107.

Klimas, P. (1973) Helium bubble survey of an opening parachute. *J. Aircraft* 10 (9), 567 - 569.

Kusek, S. M., Corke, T. C. and Reisenthel, P. (1990) Seeding of helical modes in the initial region of an axisymmetric jet. *Exp. Fluids*, 2 - 3, 116 - 124.

Lim, T. T. (2000) Dye and smoke visualization, in *Flow Visualization: Techniques and Examples* (eds A. J. Smits and T. T. Lim), Imperial College Press, pp. 43 - 72.

Liu, C. Y. and Ng, K. L. (1990) A low-cost mini smoke tunnel with automatic smoke wire fueling mechanism. *Int. J. Mech. Eng. Educ.* 18, 85 - 91.

Merzkirch, W. (1987) *Flow Visualization*, 2nd edn, Academic Press.

Mueller, T. J. (1996) Flow visualization by direct injection, in *Fluid Mechanics Measurements*, 2nd edn (ed. R. J. Goldstein), Taylor and Francis Ltd, pp. 367 - 450.

Mueller, T. J. and Batill, S. M. (1982) Experimental studies of separation on a two-dimensional airfoil at low Reynolds numbers. *AIAA J.*, 20 (4), 457 - 463.

Mueller, T. J., Nelson, R. C., Kegelman, J. T. and Morkovin, M. V. (1981) Smoke visualization of boundary-layer transition on a spinning axisymmetric body. *AIAA J.*, 19 (12), 1607 - 1608.

Mueller, T. J. (1978) *Smoke Visualization of Subsonic and Supersonic Flows-The Legacy of F. N. M Brown. AFOSR Technical Report TR* - 78 - 1262.

Nagib, H. M. (1979) Visualization of turbulent and complex flows using controlled sheets of smoke streaklines, *Flow Visualization* (ed. T. Asanuma) Hemisphere, pp. 257 - 263.

Olsen, P. and Nelson, R. C. (1989) Vortex interaction over double delta wings at high angles of attack. 7th AIAA

Applied Aerodynamics Conference AIAA 89-2191.

Pankhurst, R. C. and Holder, D. W. (1952) *Wind-Tunnel Technique* Sir Isaac Pitman & Sons Ltd.

Payne, F. M., Ng, T. T. and Nelson, R. C. (1987) Experimental study of the velocity field on a delta wing. 19th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference AIAA 87-1231.

Pelletier, A. (1994) An experimental investigation of vortex breakdown on slender delta-wing planforms. MS Thesis, University of Notre Dame, p. 18.

Saric, W. S. (1986) Visualization of different transition mechanisms, in *Gallery of Fluid Motion*; (ed. H. L. Reed), *Phys. Fluids*, 29 (9), 2770.

Sohn, M. H. (2008) Delta-wing vortex visualization by micro waterdroplets generated from ultrasonic humidifier. 12th International Symposium on Flow Visualization.

Soling, S. P. and Knapp, J. (1985) Laboratory design of efficient exhaust hoods *ASHRAE Trans* 91 (1), 383-392.

Visser, K. D., Nelson, R. C. and Ng, T. T. (1988) Method of cold smoke generation for vortex core tagging. *J. Aircraft* 25 (11), 1069-1071.

Werle, H. (1989) Water tunnel testing, in *Handbook of Flow Visualization* (ed. W. J. Yang), Hemisphere, pp. 409-413.

Yang, W. J. (1989) *Handbook of Flow Visualization*, Hemisphere.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，张巧
（北京理工大学宇航学院）

第 62 章

光学流动显示

Konstantinos Kontis，Hossein Zare-Behtash
曼彻斯特大学机械、航空航天与土木工程系，曼彻斯特，英国

1 光学流动显示的基本原理

光可在同种光学介质中均匀传播，光学介质包括气体、液体和某些固体。由于与这些介质相互作用，光在真空中的传播速度会产生时滞现象。真空中的光速与光在阻滞介质中的速度之比称为介质的折射率。由于介质局部温度、压力的改变或相互合成，其密度会发生变化。密度的变化会改变介质的折射率，并且使光穿过介质时发生波前扭曲。折射率 n 与气体密度的关系由 Gladstone-Dale 方程给出：

$$n-1=K\rho \tag{1}$$

式中，ρ 为气体密度；K 为 Gladstone-Dale 常数，量纲同 $1/\rho$ 的量纲。

折射率只与介质的性质有关，与所用的光的波长无关（Tropea、Yarin 和 Foss，2007）。

光学可视化方法的目的在于展示光线由于透明介质折射率不同而产生的偏折，波前可以被用于量化或研究畸变源的大小和位置。

光学流动可视化可以被用于分析可压缩流动、对流传热、混合层、燃烧、等离子流动和流动双折射等现象（Merzkirch，1987）。

光学方法取决于两种物理现象：①光速取决于折射率和气体密度；②光通过存在密度梯度的气体时发生偏转，偏转方式与穿过棱柱时相同（Shapiro，1953）。影像图、纹影和云纹折射技术都基于这个原理。尽管从纹影图中获得定量数据在理论上是可行的，但影像图和纹影技术都是定性方法，云纹折射和干涉技术能够对流场进行定量分析。

2 影像图

影像图系统最简单的组成包括小型光源、准直透镜和照相底片的显示屏幕。如果光源远离测试区，就不需要准直透镜，因为光线为平行光并且波前与光线垂直。实验室中常用的排布如图 1 所示，测试区的另一侧有反准直透镜。为了利用照相机记录缩小的影像图，照相机镜头在距离目标 l 处聚焦。

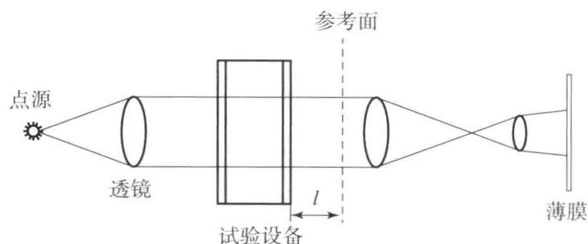


图 1 平行光束穿过测试区得到的影像图

在测试区引入流动之前，屏幕上的光照度均匀。当测试区有流动时，平行光束会在存在密度梯度的地方发生折射。如果密度梯度不变，每一条光线的偏折量都是相同的，屏幕上的光照度没有变化。只要存在密度梯度，通过光线的介质就存在发散或收敛的趋势，在屏幕或直接在胶片上产生阴影图像。显然，屏幕光照度的改变与密度梯度的二次导数成比例，即

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\rho}{\partial y^2}=0 \tag{2}$$

假设流动为 $x-y$ 平面的二维流动。

由此得出结论，影像图适用于密度梯度变化较

快的流动，对于密度梯度缓慢变化的流动不敏感。同时，这种方法并不适用于密度的直接定量测量，因为这需要对信号数据进行二重积分。然而，这种方法对于定常超声速流动的激波或利用激波管产生的非定常构型中的激波非常方便。图 2 所示的影像图使用抛物面镜代替透镜得到，当测试区较大时，利用反光镜会更加有效。

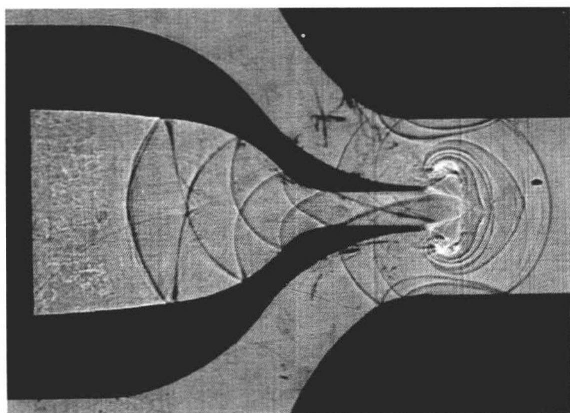


图 2　二维收缩喷管中的激波传播和衍射影像图

［经 Zare-Behtash 和 Kontis（2009）的允许转载］

3　纹　　影

纹影系统常用于研究高速流动的风洞和激波风洞，以观察加热体内部和周围的混合、自由及受迫对流。Foucault 于 1859 年第一个发现了纹影现象，这一现象最初被用于查看玻璃器件的缺陷，如透镜、反光镜和观测窗。“纹影”这个名字来源于德语词汇“streak”或“striation”。很快人们就发现这种方法是观测流动密度变化的强有力工具，并且由于其随着$\partial\rho/\partial x$ 和$\partial\rho/\partial y$ 变化，因此其对于密度变化更为精细的低压条件敏感。

图 3 展示了纹影系统的一般原理，这只是排布方式之一。可以用直径较大的透镜或反射镜产生平行所需的光束，实际中更倾向于使用反射镜，因为在直径相同的情况下，高质量的反射镜比透镜便宜，而且设备占用的空间较小。高质量的光学器件至关重要，任何细微的缺陷都会被清晰地呈现（Ray，2002）。纹影系统与影像图系统的区别在于，纹影系统在第二个透镜的交点处添加了一个刃状物（Settles，2001）。

实际上，刃状物只是普通的剃须刀片。如图 3 所示，通过第一个透镜，点光源的光变为平行光，电源恰好位于透镜的焦点上。接着平行光束通过测

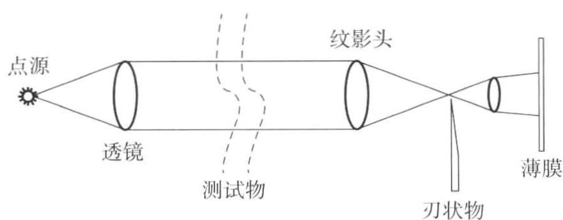


图 3　测试区有平行光穿过的纹影设备

试区，第二个透镜重新调整光束的焦距以得到点源的图像，光束打到显示屏幕上，形成了关于测试区域的倒立的实像。随着刃状物向透镜的焦点逼近，点源的光线突然被挡住，屏幕变黑。如果在测试区域有折射率固定的介质，显示屏会被均匀照亮。如果测试区的折射率发生变化，那么之前被刃状物阻挡的光线可能会偏折而重新到达显示屏幕；如果折射率的变化引起相反的结果，那么之前能够通过刃状物的光线现在却被阻挡，屏幕变黑。因此，测试区的扰动会引起折射率梯度或介质密度变化。图 4 展示了光线的偏折如何导致图像亮度的变化。

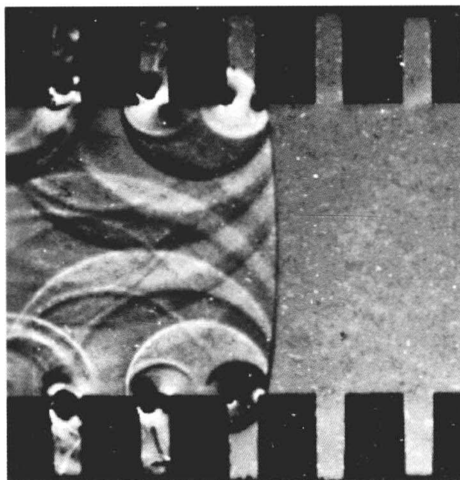


图 4　激波在沟槽面传播的纹影图像

［经 Gongora-Orozco、Zare-Behtash 和 Kontis（2009）的允许转载］

如果使用水平的刃状物，那么系统只检测纹影目标的竖直分量$\partial n/\partial y \propto \partial\rho/\partial y$，也就是说，刃状物只影响折射光及其垂直的分量。如果纹影目标的梯度主要是水平的，即$-\partial n/\partial x \propto \partial\rho/\partial x$，那么刃状物应该垂直放置在第二个透镜的焦点处。

控制刃状物阻挡的光量会改变系统对测试区内扰动的敏感性。如果初始时较多的光线被刃状物阻挡，那么纹影系统对于测试目标微小的扰动更为敏感。相反，如果刃状物阻挡的光量较小，那么系统在显示屏幕上只能展示出大扰动的影响，当扰动有



较大的折射率梯度时，会导致更多的光线偏折。

最常用的排布方法是Z形纹影系统，即利用两个平行、反向倾斜的同轴抛物面反射镜，与Zare-Behtash、Kontis和Gongora-Orozco（2008）所使用的类似，这种配置使得主要通过像散现象使奇数像差最小化。利用小偏轴角使偶数像差最小化，尤其是球面像差和彗形像差（Mercer，2003）。两个反射镜之间发散的照明光束、会聚的检偏光束和平行光束的结合，形成了类似字母Z的样式，故以此命名。

上述传统的黑白纹影方法可扩展为彩色纹影技术。在光源处放置滤色镜，根据所选的镜罩不同，刃状物可以由狭缝（由两片刃状物组成）、柱形小孔或更为方便的可变光圈代替（Kleine和Grönig，1991）。如果水平的颜色罩被放置在光源处，那么像平面捕捉到的颜色阴影与光线的偏移量成正比，因此被称为指向彩色纹影（Kleine和Settles，2008）。

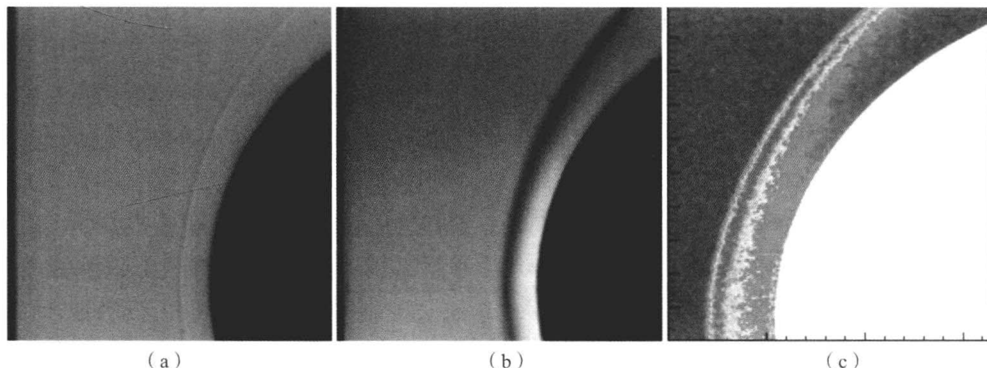
在某些情况下，数字影像图或纹影图可以通过计算流体力学（CFD）模拟流场和光线追迹法得到。二者结合，在进行具体实验之前就可以构建出流场（Sun，2007）。根据这种方法，可以通过分析光学元件的效用来优化光学系统，如透镜或反射镜的位置、光源类型、产生点源的小孔尺寸及像平面的位置。

4　云纹折射法

由于变密度流场产生的光线偏折，透过流场观察到几何图案发生变形。变形与密度的导数$\partial\rho/\partial x$和$\partial\rho/\partial y$有关（Merzkirch，1987）。观察的几何图案可以是规则的或任意的。栅格可以是等距线、同心圆或同心正方形，放在目标物的任意一侧。云纹法用于栅格不是很小的情况，将宏观长度与流场中可观察到的典型尺度进行对比。与此相反，激光散斑法利用微尺度的参考图案（Köpf，1972），微尺度的参考图案由光路中的毛玻璃板产生（Debrus等，1972），记录的散斑图样由毛玻璃的散射特性决定。在无流动时对参考图版曝光照相，再加入流动，即在同一张底片上进行二次曝光。由于流动中的光线偏折，第二个图案相对于参考图案产生了变形。局部偏转角由单个散斑的位移来度量。

背景导向纹影技术（BOS）是对影像图和纹影方法的补充技术，可以得到定量信息（Elsinga等，2004）。尽管叫作纹影技术，但实际上它是云纹技术，之所以被称为纹影技术，是因为其与纹影技术类似，都给出了折射角或密度导数的信息。在简单的BOS应用中，照相机用来捕捉带有纹理的目标穿过导流片时的图像。背景由高空间频率分布的任意小点组成，具有很高的对比度（Richard和Raffel，2001）。首先，实验之前，先在空气中对背景图案拍照，然后加入流动后进行二次曝光，得到移动的背景图案。背景图案的移动是由密度梯度产生的光线偏折所引起的。两次曝光的图像通过对比法评估，粒子图像测速的评估方法已被用于确定背景图像的位移。

单光束的偏转包含折射率的空间梯度信息，梯度介质的光线追迹理论可以在Dorić（1990）的工作中找到。图5对比了高超声速流动中球体的影像图、纹影图和彩色背景导向纹影（CROS）图。除了高速流动的研究（Ramanah等，2007），BOS技术已被成功地用于分析低速流动（Meier，2002）。这一技术的优点在于其对于技术设备的需求非常少，通常只需要一台照相机、构建好的背景和一台个人计算机。



（a）　　（b）　　（c）

图5　（a）纹影图；（b）CROS图；（c）马赫数为10，海拔为40 km时的球体绕流影像图

［经French-German Research Institute of Saint-Louis（RISL）的允许转载］

所有的云纹方法都能够提供光线在密度变化的流动中偏转的定量信息。这样就能够分别计算折射率的导数或流体密度的导数。与纹影技术相比，云纹方法敏感度更低，常用于研究大型目标物。

5　干涉测量法

干涉测量法能够确定光路之间的差别，以及两束或多束光的传播时间，其中至少有一束光穿过了所研究的相位物体。在参考光束干涉仪中，一束光横穿相位物体，被称为目标光束，而另一束光通过折射率已知的参考空间，被称为参考光束。两束光的结合得到干涉图样，是光程差的结果，得到的干涉条纹相当于折射率一定的线。根据方程（1），对于气体流动，这些线又相当于密度一定的线。在差分干涉测量法中，两束光都通过目标场，但相互之间有一小段重合或交错。这类干涉有时被称为剪切干涉或纹影干涉（Woisetschläger 等，1998）。

5.1　差分干涉测量法

差分干涉测量法的光学设备和纹影技术的设备类似，外加两个放置在二次点光源和焦点处的 Wollaston 双棱镜（Houas、Meshkov 和 Jourdan，1999），原理图如图 6 所示。每种颜色的干涉条纹都反映了光程差，与光学指数的梯度成比例（Desse 和 Pegneaux，1993）。这套设备是定量的纹影系统，从密度已知的位置开始积分，可以导出部分密度和质量浓度。

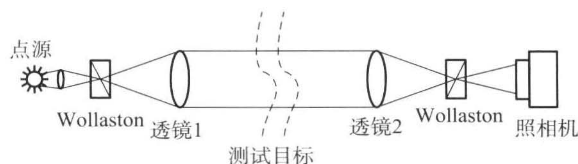


图 6　差分干涉测量法的基本原理

这种技术将三维流场反映在二维图像上，后期通常会出现壁面效应并影响密度测量。因此，对于高马赫数湍流流动，并不推荐这种测量方法。Desse（2006）的文章讲述了这一技术的最新进展。

5.2　参考光束干涉法

参考光束干涉法中最常用的两种系统是 Mach-Zehnder 干涉仪（MZI）和全息照相干涉仪（Takayama、Kleine 和 Grönig，1987）。两种方法在布局和产生干涉的方法上有本质区别，但基本的干涉原理是相同的。

图 7 所示的 MZI 允许测试和参考光束之间有很大的间隔。第一个分光镜将入射光分为测试光束和参考光束，第二个分光镜为干涉元件，将两束光重新结合。如果所有的反射镜都平行放置，就能得到无穷大条纹宽度的模式（IFW）。通常将第二个分光镜倾斜，得到有限条纹宽度模式（FFW）。在 IFW 模式下，图像背景被均匀地照亮，测试场折射率的改变会导致干涉条纹的产生。另外，在 FFW 模式下，测试场中出现等距的、平行的干涉条纹。测试区密度的变化会使规则的条纹图样变形，条纹距未扰动位置的偏移量是密度变化的度量。

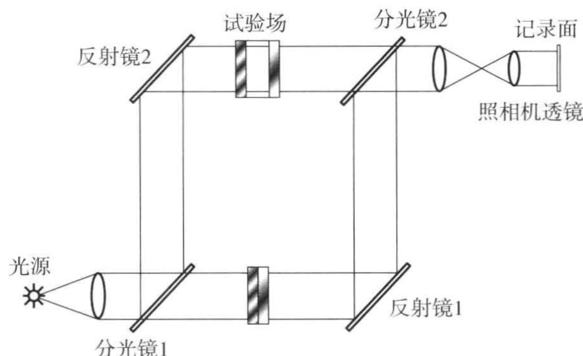


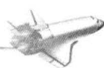
图 7　Mach-Zehnder 干涉仪原理图

全息照相干涉法能够比较目标在不同时间的不同状态，这一技术利用全息照相通过多次曝光来存储一个或两个复杂的波阵面。随后波场的干涉产生干涉图样，由干涉图样可以得到变形或者两次曝光之间目标折射率变化的相关信息。全息照相的光源必须是由激光源发出的均匀光束（Goldstein，1983）。双重曝光技术多被用于工业中，在全息双重曝光照相中记录材料，如高分辨率照相乳胶，记录了两次曝光（变形前后）并通过激光照亮重构。在第一次记录期间，平面由测试光束和参考光束照亮，在测试区的折射率改变时进行第二次记录，平面由相同的参考光束照亮，但测试光束不同。图 8 给出了由双脉冲全息干涉照相得到的干涉图。

对两种干涉仪，可以记录相移或光程差 $\Delta\Phi$，光程差可以表示为

$$\Delta\Phi = \int_0^L [n(x,y,z) - n_{\mathrm{ref}}]\mathrm{d}z = i\lambda \quad (i=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots) \tag{3}$$

式中，n_{ref}是折射率为 n 的参考值；λ 是光波波长；x，y，z 和 L 分别是之前定义的笛卡儿坐标系和测试区深度。



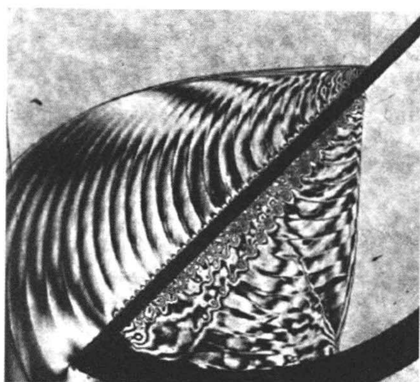


图 8　沿多孔板传播的激波的全息干涉照相

［经 Skews 和 Takayama（1996）的允许转载］

在参考光束干涉仪的无限条纹中，相位物体是干涉条纹的唯一来源。由相目标产生的条纹表示整个流场的等密度线。利用方程（1），两个条纹之间的密度增量 $\Delta\rho$ 可以确定为（Merzkirch，1987）

$$\Delta\rho=\frac{\lambda}{KL} \tag{4}$$

影像图和纹影系统主要被用于定性描述密度场。因为纹影和影像图可以得到有关密度一阶和二阶导数的信息，所以它们可以被用于密度和温度有较大梯度的系统，如火焰前缘和激波。干涉仪可被用于定量研究二维密度和温度场。

以上描述的方法中，干涉仪获得的信息最多，而影像图最少。另外，干涉仪的花费最多而且操作最为困难。每一种方法在实验中都有其长处，方法的选择取决于研究的本质。Kleine、Grönig 和 Takayama（2006）给出了影像图、纹影和干涉三者相结合的系统，这表明正确利用这些方法的基本原理，就没有技术变化的限制。

6　光学层析成像

断层摄影术通过测量瞄准线来确定物理参数的分布，如密度、吸收系数或三维目标的光亮度。通常这些分布的线积分可以通过适当的物理测量得到。对应于特定角度的视图被称为投影，重构图像需要多重投影。

光学层析成像利用光波记录投影，并为从视线图中得到定量的流动测量提供框架。由经典的技术，如影像图、纹影和干涉，物理量的三维分布可以被重构，同时给出大量的从不同方向得到的流动图片（Yang，1989）。将要重构的三维场分为均匀分布的平行平面，每一个平面或薄片为场的二维截面，位于下游方向与投影面垂直的一定位置，每一个薄片的折射率分布利用相应的投影数据确定（Pelliccia-Fraft 和 Watt，2000）。接着通过将二维薄片堆叠得到完整的三维密度分布。投影几何图如图 9 所示。

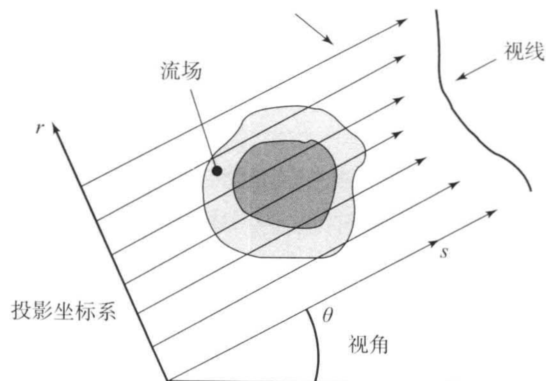


图 9　投影几何图

一般情况下，目标可以通过投影而复原，需要无限个多精度的投影图。实际上，这并不可能，所以需要近似的重构方法。人们已经发明了几种重构格式，最普遍的是代数重构技术（ART）、过滤和卷积反投影法、FFT 技术、最大熵法和其他迭代方法（Hesselink，1988）。

光学层析法最大的问题是缺乏用于重构的投影数据。这是由于同时获得大量的投影数据有一定困难或者当流场相对较大时，无法进行全息投影全场，导致投影截断（Feng 等，2002）。

7　结　　论

这一章讨论了光学流动可视化技术的基本原理，它可以分为影像图、纹影、云纹折射和干涉。光学层析法利用简单描述的二维结果来重构三维系统。影像图和纹影适用于有较大密度和温度梯度的流动。传统黑白纹影方法的扩展是彩色纹影技术。某些情况下，数值影像图或纹影图可以通过 CFD 模拟和光线追踪方法得到。根据这一方法，光学系统可以被优化。所有的云纹方法提供光线由密度变化而偏转的定量信息。这就能够分别计算折射率或流体密度的导数。与纹影技术相比，云纹方法不是很敏感，但对于大型目标的研究更为容易。干涉可以用于研究二维密度和温度场。光学层析法利用光波来记录投影，并为从视线图中得到定量的流动测量提供框架。由经典的技术如影像图、纹影和干涉，物理量的三维分布可以被重构，同时给出大量的从不同方向得到的流动图片。以上描述的方法中，干涉法得到的信息最多，影像图最少。在实验

工作中，每种方法都有其特点，方法的选择取决于研究的本质。通过正确使用这些方法的原理，技术变化将不再有限制。

致 谢

感谢 Nalleli Gongora-Orozco 女士的技术帮助。

参考文献

Debrus, S., Franco, n, M., Grover, C. P., May, M. and Roblin, M. L. (1972) Ground glass differential interferometer. *Appl. Opt.*, 11 (4), 853 - 857.

Desse, J. M. and Pegneaux, J. C. (1993) Direct measurements of the density field using high speed differential interferometry. *Exp. Fluids*, 15, 452 - 458.

Desse, J. M. (2006) Recent contribution in color interferometry and applications to high-speed flows. *Opt. Lasers Eng.*, 44, 304 - 320.

Dorić, S. (1990) Ray tracing through gradient-index media: recent improvements. *Appl. Opt.*, 29 (28), 4026 - 4029.

Elsinga, G. E., van Oudheusden, B. W., Scarano, F. and Watt, D. W. (2004) Assessment and application of quantitative schlieren methods: calibrated color schlieren and background oriented schlieren. *Exp. Fluids*, 36, 309 - 325.

Feng, J., Okamoto, K., Tsuru, D., Madarame, H. and Fumizawa, M. (2002) Visualization of 3D gas density distribution using optical tomography. *Chem. Eng. J.*, 86, 243 - 250.

Goldstein, R. J. (1983) *Fluid Mech. Meas.*, Springer.

Gongora-Orozco, N., Zare-Behtash, H. and Kontis, K. (2009) Experimental studies on shock wave propagating through junction with grooves. AIAA 2009 - 327.

Hesselink, L. (1988) Digital image processing in flow visualization. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 20, 421 - 485.

Houas, L., Meshkov, E. E. and Jourdan, G. (1999) Overview of diagnostic methods used in shock-tube investigations of mixing induced by Richtmyer-Meshkov instability. *Shock Waves*, 9, 249 - 257.

Kleine, H., Grönig, H. and Takayama, K. (2006) Simultaneous shadow, schlieren and interferometric visualization of compressible flows. *Opt. Lasers Eng.*, 44, 170 - 189.

Kleine, H. and Settles, G. S. (2008) The art of shock waves and their flowfields. *Shock Waves*, 17, 291 - 307.

Kleine, H. and Grönig, H. (1991) Color schlieren methods in shock wave research. *Shock Waves*, 1, 51 - 63.

Köpf, U. (1972) Application of speckling for measuring the deflection of laser light by phase objects *Opt. Comm.*, 5 (5), 347 - 350.

Meier, G. E. A. (2002) Computerized background-oriented schlieren. *Exp. Fluids*, 33, 181 - 187.

Mercer, C. R. (2003) *Optical Metrology for Fluids, Combustion and Solids*, Kluwer Academic Publishers.

Merzkirch, W. (1987) *Flow Visualization*, (2nd edn), Academic Publishers, Inc.

Pelliccia-Fraft, B. J. and Watt, D. W. (2000) Three-dimensional imaging of a turbulent jet using shearing interferometry and optical tomography. *Exp. Fluids*, 29, 573 - 581.

Ramanah, D., Raghunath, S., Mee, D. J., Rösgen, T. and Jacobs, P. A. (2007) Background oriented schlieren for flow visualization in hypersonic impulse facilities. *Shock Waves*, 17, 65 - 70.

Ray, S. F. (2002) *High Speed Photography and Photonics*. SPIE Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers.

Richard, H. and Raffel, M. (2001) Principle and applications of the background oriented schlieren (BOS) method. *Measurements Sci. Technol.*, 12, 1576 - 1585.

Settles, G. S. (2001) *Schlieren and Shadowgraph Techniques*, Springer.

Skews, B. W. and Takayama, K. (1996) Flow through a perforated surface due to shock-wave impact. *J. Fluid Mech.*, 314, 27 - 52.

Shapiro, A. H. (1953) *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, vol. I, The Ronald Press Company, New York.

Sun, M. (2007) Computer modeling of shadowgraph optical setup. *Proceedings of SPIE*, 6279, 62790L.

Takayama, K., Kleine, H. and Grönig, H. (1987) An experimental investigation of the stability of converging cylindrical shock waves in air. *Exp. Fluids*, 5, 315 - 322.

Tropea, C., Yarin, A. L. and Foss, J. F. (eds). (2007) *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*, Springer.

Woisetschläger, J., Pretzler, G., Jericha, H., Mayrhofer, M. and Pirker, H. P. (1998) Differential interferometry with adjustable spatial carrier fringes for turbine blade cascade flow investigations. *Exp. Fluids*, 24, 102 - 109.

Yang, W-J. *Handbook of Flow Visualization*, Taylor & Francis.

Zare-Behtash, H, Kontis, K and Gongora-Orozco, N. (2008) Experimental investigations of compressible vortex loops. *Phys. Fluids*, 2, 126105.

Zare-Behtash, H. and Kontis, K. (2009) Compressible flow structures interaction with a two-dimensional ejector: a cold-flow study. *J. Propul. Power*, 25 (3), 707 - 716.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

第 63 章

压力与速度测量

Demetri P. Telionis[1], Yihong Yang[2], Gregory S. Jones[3], Othon K. Rediniotis[4]
1 Aeroprobe公司，布莱克斯堡，弗吉尼亚，美国
2 弗吉尼亚理工学院和州立大学，布莱克斯堡，弗吉尼亚，美国
3 NASA兰利研究中心，安普顿，弗吉尼亚，美国
4 得克萨斯A&M大学卡城分校，得克萨斯，美国

1 引　　言

在早期的航空动力学研究中，人们都是通过压力表进行压力测量的。为了在固体表面测量压力，可以采用压力孔挖凿技术，并且将其连接到压力计上。如今，各种成熟的压力传感器已广泛采用。但是，航空器表面的分布压力孔技术仍在测量表面压力分布上占据了主导地位，经典的皮托静压管也仍然大规模地应用在气流速度的测量上。在流体密度已知的情况下，压力计被用于测量滞止压力和静压力，从而计算出速度。在均匀流动且探针与流体速度的方向一致的情况下，利用全静压管可以准确地测量压力，但是这对于测量流场某一点的速度具有很大局限性。用于测量流体速度的多孔探针（MHP）的设计就是基于全静态管的操作原理来实现的。多孔探针已经成熟地运用于解决所有的三维速度分量的测量中。

一直以来，流场中的压力都难以测量，但如今，许多复杂的测量方法已经得到发展，如热线风速仪测速法（HWA）、激光多普勒测速法（LDV）、粒子图像测速技术（PIV），我们将其运用到全静态管的原理上以得到内场静态压力。这些可以由合适的多孔探针来实现。事实上，多孔探针也是目前唯一被证明可以提供三个速度分量值的方法，包括对静温和总温、静压和动压，还有流体的其他参数。本章主要讲述压力的测量及多孔探针。

探针通过在不同点的压力测量，可以提供速度分量和内场压力等必要的信息。多孔探针的前端有许多不同的形状，如圆锥形、球形、圆柱形或翻光面。这些探针必须插入流体中一个必须测量的点。因此，必须提供这样的一个测量点，但探针可能会对流动产生干扰，虽然探针干扰原则上已经校准，但还依赖于维度和空间变化的尺寸限制。

2 压力测量

2.1 固体表面的压力测量

通过对浸在流体的固体表面上压力分布的测量，可以得到固体在液体中所受到力的有价值信息。在许多情况下，这些力的确定是工程分析的最终目标。以侧翼或压力分布测量为例，压力分布可以积分得到升力、阻力和力矩。要控制这些因素，需要理解整体流体特征。压力分布的测量提供了有关流动的发展和如何演变的重要信息。

体表压力的测量是气体力学历史上第一次成功的实验，并且近一个世纪以来仍在沿用，当然现在的压力传感器更加先进，也更加复杂，其基本思想是在体表面钻小孔，然后在模型内部连接压力传感器。

孔的直径可能是零点几毫米，在实验中较大的孔被钻在体壁的内表面上，并且与小的金属吸管进行压配合，然后将塑料软管连接到上述吸液管上，

再连接至压力传感器，如图 1 所示。以这种方式测得点压力，为了得到在固体表面上的压力分布的一个完整的图像，需要大量的压力端口。

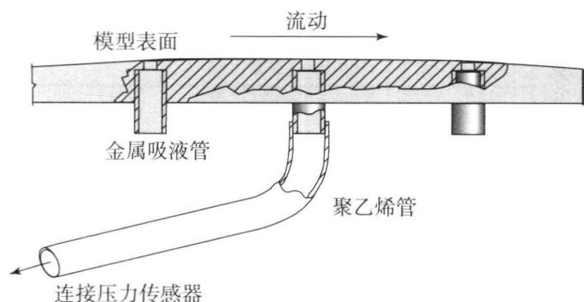


图 1 带有压力阀门头和管道的固体表面模型

2.2 压力测量传感器

目前，在市场上可以购买到各式各样的压力传感器，其中最重要的是压力扫描仪，包括大量以紧凑方式装在一起的压电换能器，可以很快扫描到该仪器的读数，而且可以多路共用。

2.2.1 压力传感器

在现今，使用最广泛的压力表有两大类，即电子和机械量具。本节主要介绍电子压力测量的相关技术。电子压力转换器安装在压力传感器两侧的隔膜上，一般有两种电子换能器，即绝对式和计量式，根据测量的要求选取，如图 2 所示。

大部分压力换能器的测试侧统一称为“湿”，参考侧称为“干”。应变计式传感器将传感器的基准侧暴露在大气中（PSIG）或暴露在一些已知的压力位置（PSID），这些位置需要满足一定的特征（如风洞静态参照、全静压探针的静压孔）。通常，通过在压力传感器外壳开一个孔，使周围流体、空气或水可以进入正在测量压力的单元和计数器来构造表压传感器。传感器的“后侧”也可以容纳电子设备和其他装置，测量所述膜的偏转。参考孔（或“呼吸”的孔）通常被指定为“干的”，应该被放置在一个干净、干燥的气体环境中。这个压力差（Δp）方法通常允许在变化较大的参考环境下使用高敏感度膜，如增压风洞、高空飞机和深海测量。

对于绝对传感器，绝对参考零点是最主要的问题，并能够通过抽空参考侧或“背面侧腔”来实现。所有绝对压力测量值为正，并且被定义为 PSIA。在海平面，0PSIG（表压）约为 14.7 PSIA（绝对压力）。

一些制造商将传感器的“后侧腔”密封，以防止污染，并使可能的灵敏度和时变的测量值固定在参考值附近。零点通常被设定为某一大气压下制造时的时间和位置，但也可以以顾客的要求为参考进行构建和设置。实际上可产生穿过膜的非零 Δp 并且可通过天气变化来改变当地的大气压力，或者因为高度和（或）深度的变化造成器械的移动。

当传感器在超出了极限压力运作时，可能出现膜的损坏，该压力超出了换能器的线性区域，但不会发生膜的屈服或损坏。“破裂”压力通常为工作压力的 2～4 倍，并可能导致对换能器的永久损坏。

电压力转换器有两种类型，即压阻式和电容式。

2.2.2 压阻式传感器

压阻式传感器的一般设计方法通常利用硅芯片和隔膜作为一个应变计系统（厚度 5～254 μm）来实现。当膜片产生紧绷时，导体的电阻增加。应变计元件和机械振动膜的位置之间的物理关系通常被配置成一个惠斯登（Wheatstone）电桥。其结果为，由流体压力所产生的施加应力导致电桥的输出不平衡。这种不平衡的幅值与施加应力的大小成正比。

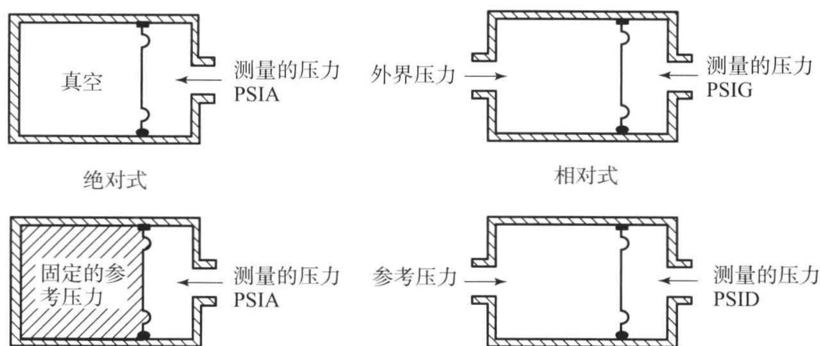
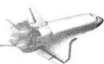


图 2 压力传感器的类型



压阻式传感器能提供给用户监测快速上升时间高压脉冲的能力。上升时间（t）能线性地表示为到该换能器具有一个周期（T）的单调直线响应函数，即 $t=4T$。

系统的响应时间是指在一个压力阶跃的刺激之后，输出需要从 0 增加到一个特定的终值所需的时间。

这些传感器的典型测量通过替换一个已知的静态压力或参考管而得到。这些结果确定了传感器的灵敏度（psigm/V 或 Pam/V）并且具有非线性和滞后的特征。由于缺少合适的校正标准，很难对不稳定性进行校正。

2.2.3　电容式传感器

由于声音具有极小的压力等级，需要很高的灵敏度来测量声音，因此电容式压力传感器在声音测量方面具有普遍性。这种传感器的隔膜厚度为 1.5～8 μm，这取决于话筒的类型。振膜和背板的前端形成有源电容，为电容式麦克风提供输出信号。

电容式传感器的校准一般通过制动器底板电容的电子变化得到，并通过所得的转换函数来提取传感器工作带宽的频率和相位。

2.3　管的声学特性和试验校正

建立 2.1 节中可以提供平均压力的模型。如果模型中的压力随时间波动，这些布置可用于提供对模型的瞬时压力。然而，压力信号可以通过柔性软管放大或减弱，并且需要特别注意模型表面上返回的真正的压力波动。MHP 以及测量传感器之间的压力变化需要得到类似的关注。

图 3（a）给出了连接至长度为 L 和直径为 $2R$ 管道系统中的压力测量传感器的基本系统示意图。测量点的真实压力用 $p_s(t)$ 表示，而由传感器测得的压力表示为 $p_r(t)$。由于介质的可压缩性和管内黏性流的存在，换能器中的压力会在幅度和相位失真，失真取决于几个因素，其中最重要的是内部管道直径、管道的长度、压力传感器体积 V 和介质性质（如黏度和密度）。例如，对于由一个53 mm 长、内径 0.25 mm 的钢管和一个 ENDEVCO 换能器组成的管道系统，如图 3（b）所示，信号失真振幅是频率的函数，可以看到，高频部分大规模减弱。

基于较大的不确定性和误差；在小直径管道系统，传递函数精确的理论模型几乎是不可能达到的。

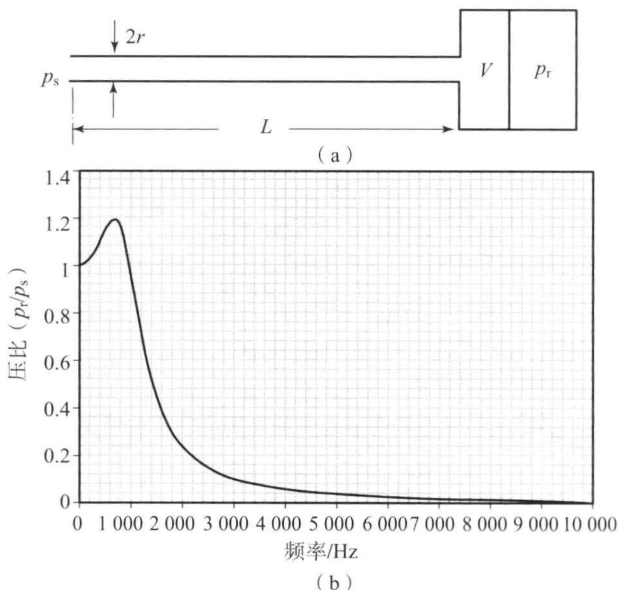


图 3

（a）基本的 MHP 管道系统原理图；（b）53 mm 长，内径 0.25 mm 的钢管在标准大气条件下的频率响应

因此，需要一个实验校准系统。Johansen（2001）为这样的校准开发了一个简单的系统。此系统在管道系统的入口可生成重复的脉动压力，同时连续监测进气压力（p_s）和在管件系统（p_r）接收端的压力。以某种扬声器作为驱动系统，在准确设置频率和振幅的空腔中生成一个正弦压力信号。管路系统的传递函数确定的必要条件是频率在某个范围内进行扫描，在每个单独的频率下，计算 p_r/p_s 以及在两个信号之间的相位角。

压力的重建过程是必要的。Johansen（2001）用一个统一的窗口，发现校正频率失真不需要平滑函数。光谱重建是基于扬声器设施产生的数据进行测试的。该设施可用于生成具有各种波形连续的压力信号。对于这些信号，参考压力（p_s）和在管件系统的端部测得的压力（p_r）都进行记录。因此压力重建程序用于校正所测量压力（p_r）并与参考压力（p_s）做对比。

压力重建的一个例子如图 4 所示，管长为 38 mm，内径为 0.5 mm。测试使用通过修正的 100 Hz 和 1 000 Hz 的正弦波，图 4 显示了测量压力和参考压力，可以观察到压力的放大和相角的微小变化。重建的压力可以看作准确地遵循参考压力。

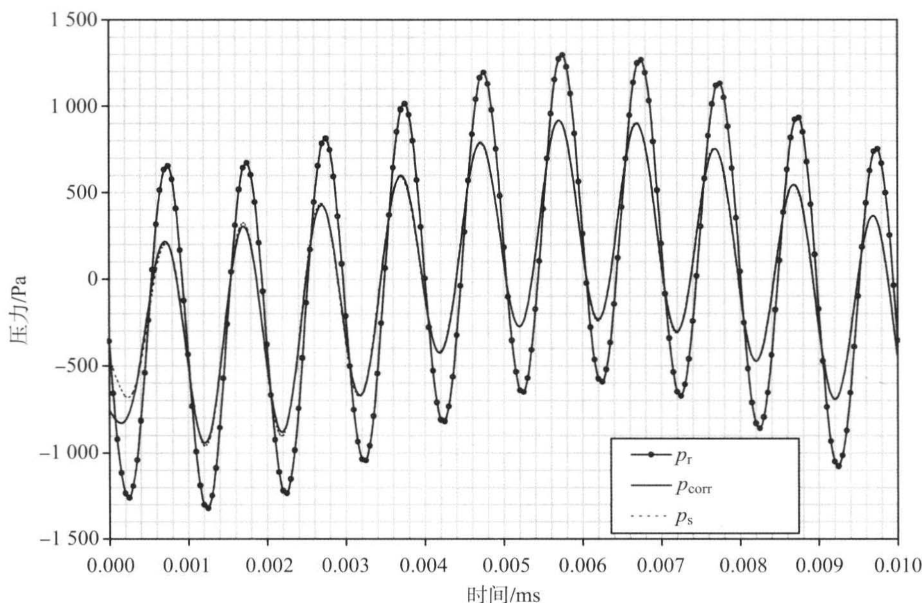


图 4　100 Hz 和 1 000 Hz 的测试案例——测量压力（p_r）、参考压力（p_s）和修正压力（p_{corr}）信号

3　多孔探针的操作原理与设计

3.1　多孔探针的操作原理

在航空动力学的早期实验中，全静态管探针是测量流体速度的唯一工具，紧接着人们发明了五孔探针。小型压力传感器、大型计算机以及高性能软件的使用，使得现代的多孔探针技术达到了一个全新的技术水平。如今的多孔探针技术与其他测量技术相比更具优势，并且以其容易使用和低廉成本的优势吸引着众多的研究者和工程师。

多孔探针已经成为一种解决静态域三维速度向量的成熟技术（Bryer 和 Pankhurst，1971；Zilliac，1989；Rediniotis、Hoang 和 Telionis，1993）。当一个部分被插入任何流体之中时，表面的压力从一个最大的终止点变化到较小的值，这个值一般低于上限静态压力。对于阻尼流体，最大压力等于滞止压力 p_0，即静态压力 p_∞ 与动态压力之和：

$$p_0 = p_\infty + \frac{\rho}{2} V_\infty^2 \tag{1}$$

如果不发生分离，最低压力通常在其身体的倾斜表面且几乎平行于自由流的附近区域。多孔探针测量原理是，如果一个非流线形体浸在流中，在其表面上的特定点的压力与方向和气流速度的大小有关，这种关系可以通过分析研发，但在实践中常通过实验校准探头。

在本章中“远上限”“自由流”和“条件在无穷大”，由下标∞表示探针针尖上游位置，这里我们假定该流动是均匀的，不会受上述探针的存在影响。在实践中，由该探针产生的扰动导致局部流动的不均匀性，如流线或速度梯度发生变化，但量级很小，可以忽略，因此可以使用多孔探针来衡量一个流场空间点上的速度和压力。

为了说明多孔探针测量原理，可以考虑包括一个圆筒与测压孔沿经向的角度 $\theta=0°$、45°和−45°的间距探测器，如图 5所示。如果将此探针插入一个二维场，且与流动方向呈角度 α（在本章中称作入射角），那么压力测量的点在 $\theta=0°$、45°和−45°时可以得到角度 α、自由流速度及静压和动压。

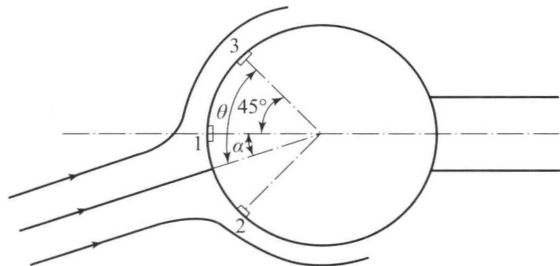


图 5　非常简单的倾斜三孔探针

对不可压缩流体，压力和速度在所述主体上的点 p、V 都涉及远离主体压力和速度，p_∞、V_∞ 由下式决定：

$$p_\infty + \frac{\rho}{2} V_\infty^2 = p + \frac{\rho}{2} V^2 \tag{2}$$

对于一个圆柱体，位势流给出了其速度：



$$V(\theta)=2V_{\infty}\sin\theta \tag{3}$$

式中，θ 是从静止点到目标点的角度。

应用等式（2）和等式（3）来得到三个压力孔的流量：

$$p_{\infty}+\frac{\rho}{2}V_{\infty}^{2}=p(45^{\circ}-\alpha)+2\rho V_{\infty}^{2}\sin^{2}(45^{\circ}-\alpha) \tag{4}$$

$$p_{\infty}+\frac{\rho}{2}V_{\infty}^{2}=p\alpha+2\rho V_{\infty}^{2}\sin^{2}\alpha \tag{5}$$

$$p_{\infty}+\frac{\rho}{2}V_{\infty}^{2}=p(45^{\circ}+\alpha)+2\rho V_{\infty}^{2}\sin^{2}(45^{\circ}+\alpha) \tag{6}$$

如果点 1、2、3 的压力已测得，那么式（4）～式（6）可以用来求解未知参数 p_{∞}、V_{∞} 和 α（分别代表静压值、速度大小和速度向量的斜率）。

要设计一种尖状的探针，可测量某一点的压力变化，而这个点与当地的速度矢量的大小和方向有关。测压孔放置在探针的尖端的不同位置进行分析，数值关系类似于式（4）～式（6），将探头端部的压力值与当地速度、静压和动压联系起来，可以推出任何探头端部的形状。但在探针尖端的加工和测压孔的位置微小误差的引入，只能通过校准来消除。

3.2　一孔、三孔、五孔、七孔、十二孔及十八孔探针

探针顶端孔的数目使得探针具有所需精确度的角度，孔的数目越多，探针在检测流体方向上的检测精度越高。一般情况下，全静态探针的角度小于 10°，五孔探针的小于 55°，七孔探针的为 75°，对于角度大于 75°的情况，使用十二孔或十八孔探针。

标准皮托静压探头可以归类为 MHP，这个探针是沿末尖端有单个孔管，在离管尖端 6～10 倍直径处，沿环向有 6 或 8 孔［图 6（a）］，即静态环。静态环的孔通向探针体的内部。如果探针与流体对齐，测量口前端的自由流总压力和静环室内部的压力与静压力相等，即 p_{∞}。前述表明，探针轴小角度倾斜，当与自由流呈 5°时，前端口记录的总压力误差小于 1%。事实证明，在静态室中的压力，沿着静态环所记录压力值的平均值非常接近自由流静压。因此，即使探针未完全与流对齐，皮托静压探头仍然可以对速度进行很好的测量。

如果三个孔被布置在同一平面上，如图 6（b）

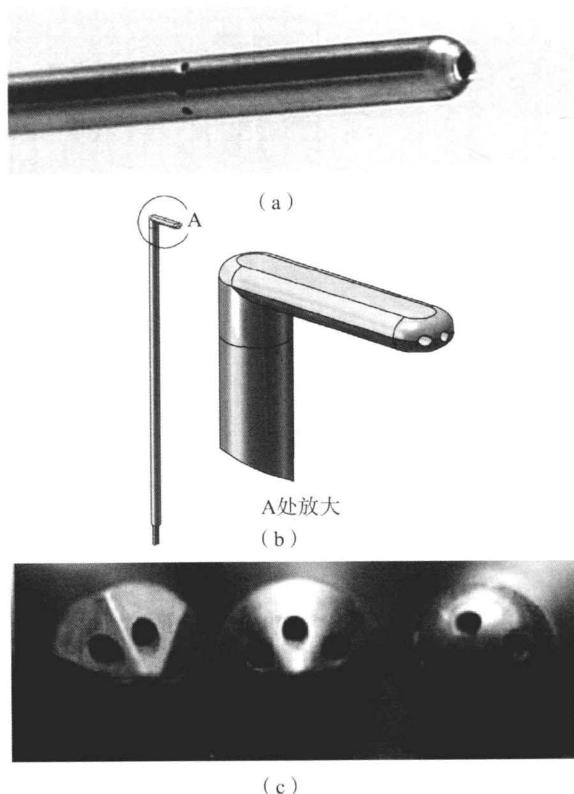


图 6　实例示意图

（a）皮托静压探测器，静态环由 6 个或 8 个测压孔组成，有小面的、圆锥形的和半球的气孔头部；（b）三孔探针；（c）有小面的、圆锥形的和半球形的气孔头部

所示，该探针可以检测探头的轴线与在探头面流速的投影角度。在有些情况下，垂直于该平面的流速分量很小，这种探头变成了偏航探头。在实验室中，这样的探针对二维的流动很有用。这种情况下，由于流被两个壁限制，静态环可能得到不准确的静压值。

最常见的多孔探针都是五孔和七孔探针。孔沿所述探针的末端布置，如图 6（c）所示。在第 4 部分中所述的原理可以很容易地扩展到三维流动，因为最高压力出现在停滞点，探头尖端表面上的压力随着与该点的距离的增大而减小。对于一个球体，可以得出独特的数学关系，即连接处的压力阀的压力方向和速度大小是压力阀位置的函数，这实质上是式（4）～式（6）的一般化。在实践中，除球体以外，都没有解析解，因此，这些关系只能通过标定来确定。探头尖端产生的微小缺陷将导致标定表面显著差异，所以每个探头都要被校准。通过对圆锥五孔探针和七孔探针的校准表明，它们能提供准确度良好的入射角，分别高达 55°和 75°，流动角度误差低至 0.4°、幅值误差低至 0.8%时可以求解。



当入射角接近150°时，探测器可以测量流动的方向和大小，这实质上是通过将12个或18个孔的球体连接到一个圆柱形杆实现的，如图7所示。它的存在限制了阀杆的入射角。

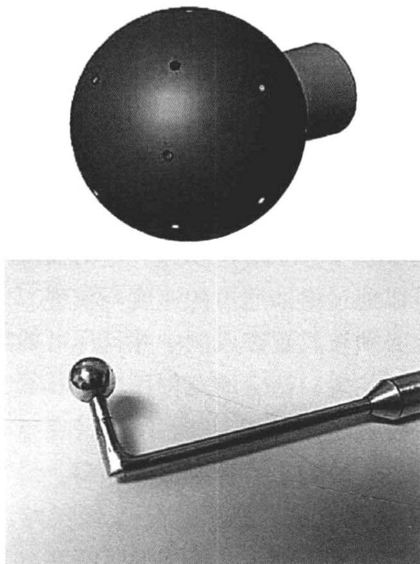


图7　七孔探针

（由Aeroprobe公司提供）

3.3　尖端/颈部形状及压力测量

理论上讲，任何尖端的模型均适用于多孔探针。决定特定用途的适用类型的标准是，通过测压孔来测量压力并且随着角度变化而平滑变化。这是因为曲率测量中任何尖锐的变化都可能导致探针获取不准确的角度。

尖端测量已经得到很多不错的结果，最常见的是圆锥和半球，有平滑表面的尖端也得到了很好的效果。平滑平面的性能差异是流的分离特性导致的。光滑表面的分离是渐变的，并且在表面被平缓，这对于多孔探针而言是一个很好的特征。然而，随着自由流动速度的增加，曲率可能会表现出一种突变。因为雷诺数也会增大，产生扰乱，使得分离点更加向下，并且平面尖端的锐角迫使沿着角分离，因此，曲率对雷诺数的变化并不敏感。然而，平面尖端的流动几乎总是分离的，因此流动对于不稳定的静态效果更加敏感，这将在动态监测中产生误差。典型的平面探针如图8所示（Sieverding等，2000）。这个探针可以测量全压和静压，并且返回频率响应为20 kHz的俯仰角。ETH组能够将探针的直径减少到不足1 mm。

一个排列在探针尖端的压力阀门必须能够与

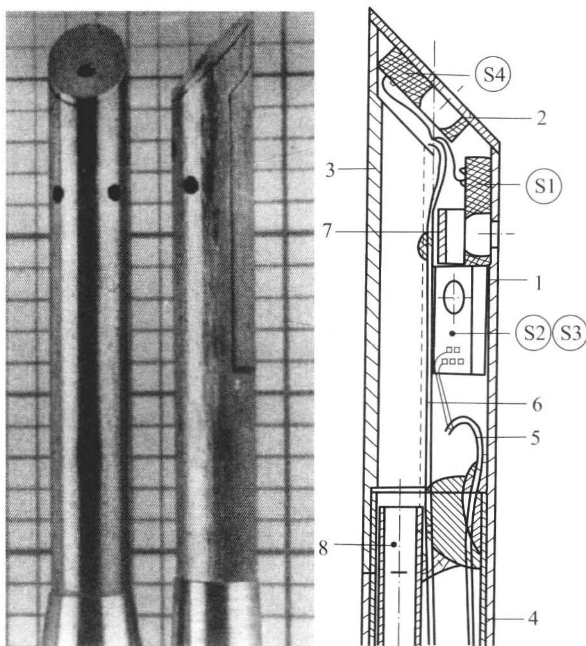


图8　ETH圆柱探针

［经Sieverding（2000）的允许转载］

压力传感器互相通信。附着在每个压力阀门上的小型金属壳压力管是压力传感器的敏感元件。金属管经常进入塑料管，与图1所示类似。这些管的长度是可变的，并且能够长达几米。但是这些压力脉冲的阻尼随着管的长度的增加而增加，并且限制尺寸在平均值。对于短管，前面讨论的声音测量提供了检测因子，这些检测因子可以允许多孔探针分辨高达几百赫兹的不同信号。但是，为了增加频率响应到与LDV和PIV相同的水平，传感器必须放置得更加靠近压力阀门。这就意味着传感器必须在探针内或者大量放置在探针尖端表面，如图8所示。

4　测量过程

与任何仪器一样，多孔探针的测量要求探针暴露在需要读取数值的组合部件中。这些数据被存储并且通过某种数学运算来为仪器测量做准备。对于物理量化，用户希望得到的是流速的幅度和方向以及一个测量点的静压和动压。所有量化的结果是通过探针尖端的压力阀门得到的压力测量的一个函数。压力探针尖端通常是五孔的，如图9（a）所示。

自由流量中的探针的方向是根据两个角度来定义的，即锥角θ和滚转角ϕ或俯仰角α和偏航角β，如



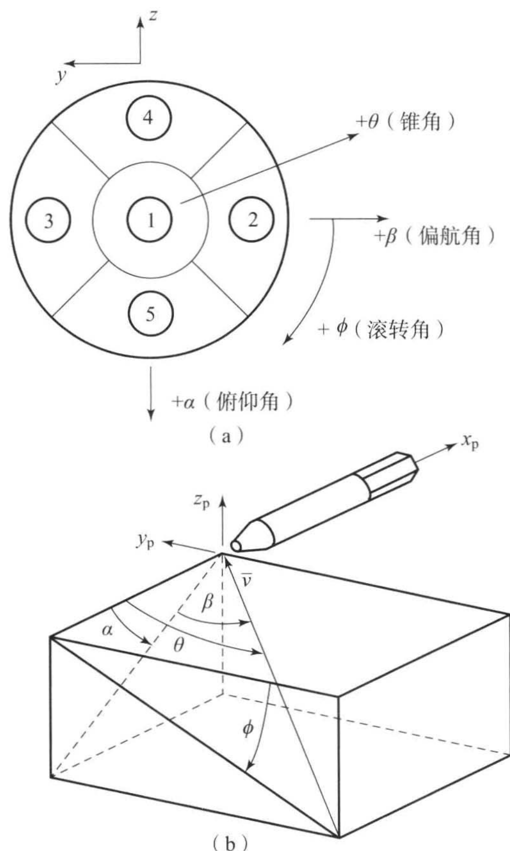


图 9　定义探针相对于自由流速度 v 的角度

其中 θ 和 ϕ 是锥角和滚转角，α 和 β 是俯仰角和偏航角

图 9（b）中定义。这两个系统是可完全转换的，并且它们的转换关系由下面几何公式给出：

$$\alpha=\arctan(\tan\theta\sin\phi),\ \beta=\arcsin(\sin\theta\cos\phi) \quad (7)$$

校准数据实际上是离散的数据，并且当仪器被用作测量工具时，测量值介于离散修正值之间，因此有效的插值需要特殊软件，可以由测量值得到校准结果文件。

基本的校准参数是定义相对于探头轴的速度矢量方向的角度，即雷诺数和马赫数。用户想要测量的校准参数的量依赖于校准面，这些面对每个仪器是独特的，即使两个探针被相同的计算机设备控制，具有相同的规格和图纸，它们的校准表面也会偏离。换句话说，没有两个探针是完全相同的，这是因为探头端部表面上的轻微机械偏差会诱发在校准表面不可忽略的差别，这就是每个探针必须在整个值域内进行校准的原因。

4.1　校准设备

一个校准机器应该能够产生两个空间姿态角独立的离散值，即雷诺数 Re 和马赫数 M：

$$Re=\frac{\rho V_{\infty}L}{\mu},\ M=\frac{V_{\infty}}{a} \quad (8)$$

式中，ρ、μ 和 a 分别代表密度、黏度及声速。

这意味着，必须已知自由流的总温和总压。这些机器必须产生低湍流度的自由来流，并且原理上，可以将探头放置在空间中不同的方向。

大多数设备不可能独立地控制马赫数和雷诺数，因为如果密度和温度不能独立地控制，通道速度的增加导致马赫数和雷诺数都增加。为了独立地控制这些参数需要增加限制，一种方法是可以在控制密度或温度下运行的服务，但这样的设施建设和运营过于昂贵。在大多数实际应用中，雷诺数和校准表面的联系十分微弱，因此，适当校准不同的马赫数值可以通过增加通道的速度来实现。

探针必须被放置在风洞中并且尽可能靠近测试部分的中间位置，给定的角位移使得其端部不是线性移位。换言之，探针尖端必须保持在空间内相同的点，同时，由轴来实现所需的倾斜。最常见的校准设备是 U 形支架，它可以调节倾斜角度，使探头端部在空间保持固定，该支架可绕穿过其两个尖端的轴，如图 10 所示。U 形支架腿被安装在其控制锥角的步进电机上，另一腿为探头本身，或它的一个扩展。实际的机械设计的原理图如图 10 所示，底座包括一个步进电机来控制锥角，由 B 箭头指示，G 盘安装与测试部分的壁面齐平，或者被置于远离校准喷射位置，滚动进步电机 E 被置于远离流动轴处，由皮带驱动来实现箭头 A 所指示的转动。

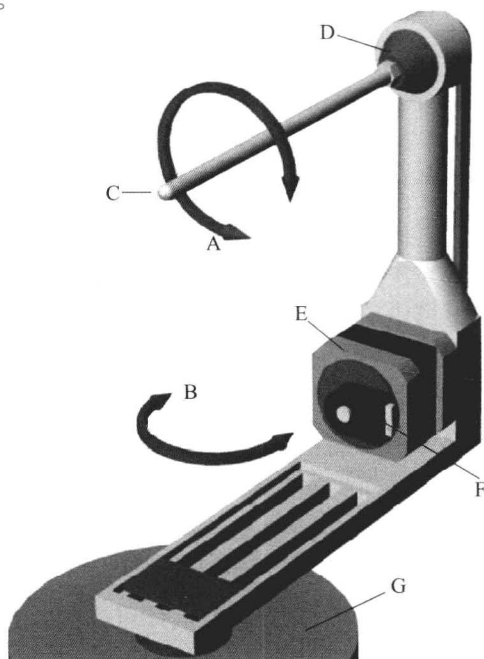


图 10　带有步进电机的校准装置来控制锥面形成和滚转

4.2　测量数学关系及测量过程

本章中的公式和讨论都提出了五孔探针，且可以扩展到任何数量孔的探头，相关内容可以在文献中找到（参见 Johansen，2001），其基本过程如下：分别测量五个孔在多角度下的压力，记录并储存校准设备的动压、静压和增压温度。探针被插入一个未知的流场以测量 5 个压力，可以通过软件得到总压和静压的当地值，以及速度的大小和方向。任何测量位置的局部速度矢量可以由 4 个变量表现其特性：俯仰角 α 和偏航角 β，锥角 θ 和滚转角 ϕ，以及两个压力系数。

孔的编号如图 9（a）所示，这是一个五孔探针末端的主视图。如 Johansen（2001）所述，可以由 5 个测压口记录的压力来定义系数，定义拟动压系数为

$$q=p_1-\frac{p_2+p_3+p_4+p_5}{4} \tag{9a}$$

这个系数没有物理意义，它将使实测压力与假想获得的量联系起来。然后定义俯仰系数和偏航系数、b_α 和 b_β 和总压系数和静压系数，以及 A_t 和 A_s：

$$b_\alpha=\frac{p_2+p_4-p_5-p_3}{2q} \tag{9b}$$

$$b_\beta=\frac{p_2+p_5-p_3-p_4}{2q} \tag{9c}$$

$$A_t=\frac{p_1-p_t}{q} \tag{9d}$$

$$A_s=\frac{q}{p_t-p_s} \tag{9e}$$

式中，p_t 和 p_s 分别为总压和静压。

俯仰系数和偏航系数随俯仰角和偏航角的改变而改变，但确切的关系只能通过校准过程来确定。如前所述，校准机构使探针在俯仰和侧滚对的序列即 α 的序列中和 β 的序列中，并记录自由流总压、静压和总温，对于每一对，都会对五个压力 $p_1 \sim p_5$ 进行测量，然后计算出系数 b_α、b_β、A_t 和 A_s。这个预处理方案中，探头校准文件用于创建一个标准数据库，其中包含了全部独立和不独立的量纲为 1 的系数对应的速度倾向。这些数据都会被存储供以后测量速度矢量使用，如常见的静压和动压，可以作为查阅表，其中有 b_α 和 b_β 的值，也可以查找 α 和 β 角、系数 A_t 和 A_s 的值。可以将这些功能可视化，如图 11 所示。

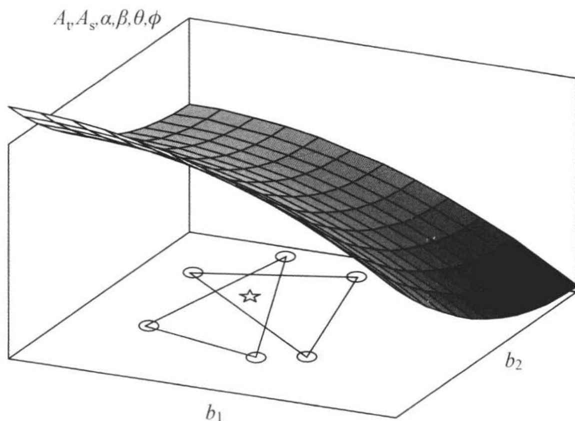


图 11　校准面

4.3　数据减少过程

一旦探针被校准，将可以用来确定在一个未知的流场中的流动条件，当探针被插入该流域中时，将会记录端口的压力，计算独立的量纲为 1 的系数 b_α 和 b_β。第二步是找到校准文件中独立系数测量值最接近的值。在 Johansen（2001）所提出的方法中，远离测试点（b_α，b_β）的校准点，可以认为对计算没有影响。本地插值方案，只有接近测试点的校准点在评估中使用。最小二乘曲面拟合技术被用来计算两个流动角度和两个压力系数，重复这个过程可以得到 A_t 和 A_s。与该选择最近的和三角校核的校准点被用来计算四个单独的插补曲面，每个表面使用最小二乘近似法的系数多项式来计算。一阶表面多项式为

$$f(b_\alpha, b_\beta)=a_0+a_1 b_\alpha+a_2 b_\beta \tag{10}$$

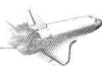
式中，f 可以是 α，β，θ，ϕ 中任意的因变量；a_0，a_1，a_2 是最小的系数。

这个系数由最小二乘准则计算：

$$S=\sum_{i=1}^{N}\sigma_i^2 \tag{11}$$

式中，N 是在近似法中使用的校准点的数目，σ_i 是从每个单独的校准点到以所计算出的表面的最近点的距离。

该程序将找到使距离 σ_i 的平方和最小化的多项式的系数（a_0，a_1 和 a_2），通过将系数 b_α 和 b_β 代入函数 $f(b_\alpha, b_\beta)$ 中，可以得到插补 α、β、θ、ϕ 的值。假设探头的角度或压力系数表面是局部平滑并且没有大梯度或不连续。局部最小二乘法产生的表面并不直接穿过所有的校准数据点，而是一个平均表面。



由于α、β和压力系数A_t、A_s是由最小二乘直接给定的，因此总压和静压是通过量纲为1的压力系数计算的，其计算公式如下：

$$p_t = p_i - A_t \cdot q \tag{12a}$$

$$p_s = p_t - \frac{q}{A_s} \tag{12b}$$

对于低速度，即马赫数低于0.2时，可以用经典公式计算出速度的大小：

$$U = \sqrt{\frac{2(p_t - p_s)}{\rho}} \tag{13}$$

对于高亚声速，需要测量总温T_t。速度大小和流动条件可以用绝热的理想气体的关系计算，由总压和静压表示的马赫数为

$$M = \sqrt{5\left[\left(\frac{p_t}{p_s}\right)^{2/7} - 1\right]} \tag{14}$$

温度和速度的大小由下式计算：

$$T = \frac{T_t}{1 + (M^2/5)} \tag{15}$$

$$U = M\sqrt{\gamma RT} \tag{16}$$

笛卡儿速度分量由下式计算：

$$u = U\cos\alpha\cos\beta \tag{17a}$$

$$v = U\sin\beta \tag{17b}$$

$$w = U\sin\alpha\cos\beta \tag{17c}$$

黏度由萨瑟兰法则计算：

$$\mu = \mu_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right) \tag{18}$$

式中，S是萨瑟兰常量。

对于空气而言，$S = 111$ K，$\mu_0 = 1.171\ 6 \times 10^{-5}$ kg/（m·s），$T_0 = 273$ K。

4.4　超声速流动的校准

当一个皮托管被放置在马赫数为M_1的超声速气流中时，在其尖端的上游出现分离激波。通过测量激波下游的皮托总压和静压，然后用冲击波理论可导出激波上游的马赫数。必须使用MHP推导出流动角。这些探针可适当地校准超声速流动的测量，相关细节，读者可参考文献（Naughton、Cattafesta和Settles，1993）。

4.5　高频响应探针的校准

在包括MEMS技术的小型压力传感器的最新研究中，人们已经可以提供非常适合快速响应多孔探针的高带宽的压力传感器和传感器阵列。这些微型尺寸的阵列使得在换能器中嵌入或靠近探针针尖同时保持1～2 mm的尖端直径的设计成为可能。虽然这样的探针的频率响应很优秀，但流体惯性的非定常空气动力效应会影响探针的压力测量。因此，必须考虑探针的校准，关于这些影响来源最简单的解释是位势流。

当考虑非定常/加速平移的球体通过无黏流时，球体上的力和压力分布不同于定常移动的球体，这是由于“附加质量”或“惯性”的影响。非定常流场中的多孔探针也会受那些加速度效应的影响。在体轴参考坐标系中，球体表面上任何点的瞬时压力由非定常Bernoulli方程给出（Karamcheti，1966）：

$$p(r, t) = p_s - \rho\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U(t) \cdot \nabla\Phi + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2\right] \tag{19}$$

式中，p_s是远场静压。

方程（19）根据位置矢量$\boldsymbol{r}$和时间t来描述压力。流场是轴对称的，位置矢量可以用球坐标r和θ描述。扰动势Φ是一个标量，其梯度为流动的扰动速度。对于球体，扰动势为

$$\Phi(\theta, t) = -\frac{1}{2}U(t)\frac{R^3}{r^2}\cos\theta \tag{20}$$

式中，R是球体半径；$U(t)$是随时间变化的速度。

球体表面上的压力分布是球体速度和角θ的函数，即方程（20），相应的压力系数是基于瞬时速度的，这个瞬时速度由定常和非定常两部分组成：

$$C_p(\theta, U, t) \equiv C_{p\text{定常}} + C_{p\text{非定常}} \tag{21}$$

其中

$$C_{p\text{定常}} = \left(\frac{9}{4}\cos^2\theta - \frac{5}{4}\right) \tag{22a}$$

$$C_{p\text{非定常}} = \frac{R}{U(t)^2}\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}\cos\theta = K(t)\cos\theta \tag{22b}$$

对于定常流动，惯性/非定常项$C_{p\text{非定常}}$会消失，但是，对于加速流动，惯性项则是非零的，并且在MHP的情况下，为了准确了解由于测量端口的压力造成的流动性，必须做出校准。在球体的迎风侧，黏性效果较小，压力分布与无黏情况下的预测相似。

在该分析中，滞流点是已知的和固定的，因此只有一个变量，即角度θ，就足以描述球体表面上的压力。然而现在，由于相对于该探头轴的流动角的变化，滞点位置也发生变化。因此，为了描述相当于压力孔的滞留点的相对位置，应测量两个变量，即俯仰角α和偏航角β。

一般而言，非周期的流动，瞬时量纲为1的加速度K被定义为

$$K(t)=\frac{R}{U(t)^2}\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t} \tag{23}$$

为了将 C_p 表示为 $K(t)$ 的函数，将方程（21）改写如下：

$$C_p(\alpha,\beta,K(t))=C_{p定常}(\alpha,\beta)+K(t)C_{p非定常}(\alpha,\beta) \tag{24}$$

对于球体：

$$C_{p定常}=\left(\frac{9}{4}\cos^2\theta-\frac{5}{4}\right),\ C_{p非定常}=\cos\theta \tag{25}$$

注意，这里 θ 为 α 和 β 的函数。

在实践中，这些系数是通过实验方法与上述的理论相结合来确定的。量纲为 1 的加速度 K 可以用来描述探针上的不稳定或惯性效应的幅度。忽略惯性项所造成误差线性正比于 K，或等价地正比于探测器的大小和加速度，并且反比于速度的平方。

对于在非定常流的测量，首先进行定常的探针校准来确定端口的压力和流量的入射角之间的关系。端口的压力用于形成两个量纲为 1 的压力系数 b_α 和 b_β，这种关系是通过实验证实的（Johansen，2001），这些系数对在 $-40°$ 和 $40°$ 时，即使 K 是较大值，对惯性效应依赖也非常小。这进一步允许稳态校准多项式在非定常流场的流动角的预测中使用。对于更大的角度，上述非定常作用应考虑在内。

在数据减少时，端口压力的时间序列 $p_i(t)$ 被记录下来，可以得到每个时刻的俯仰角和偏航角（上一节流动角的判定中）。基于这些预测的角度，定常和非定常的压力系数也可以得到。然后，速度由方程（22a）和方程（22b）的非线性一阶常微分方程得出。

5　探针干扰

在流中插入任何探针会干扰流，在大多数情况下，这种干扰可以忽略不计，但有时也可能会相当大。在一般情况下，当探针被放置在感受度高的区域，其对于流的影响可能是从不可忽略到引人注目的。在流的高感受度地区引入小干扰时，会分叉容易出现的区域。例如，在分离点附近，小扰动的引入会使流动从全部分离向全部附属转变成为可能，反之亦然。这些地区探头的存在，很可能影响流动行为。

探针和硬件固定的大小也是一个重要的因素，通过适当地使探头和相关的探针支架/定位的硬件小型化，能够避免这种情况的发生。

如果探头放在主体的尖端上游，就不会对探头读数有干扰。探测器与主体串联时，只有远离其表面 5 倍探头直径才不会引入任何干扰，其读数也不会受影响，如果一个探测器被放置在边界层内，它可能会诱发流动转变为湍流，并且明显地影响分离的位置，因此对于全是湍流的流动，干扰是最小的。但实际上大多数雷诺数大于 105，探针放置在尾流对流动没有影响。特殊的三维尾流实例就是轴向旋涡，如翼尖涡或三角翼涡流还可能含有较大的轴向和圆周速度分量。探针接近其与涡轴线轴的轴向涡流的核心，可能会诱发涡流破裂，彻底改变流体。

6　总　　结

在复杂方法中使用多孔探针有更大的优势，如热线测速、激光多普勒测速和粒子图像测速。多孔探针更容易使用，它们更加稳定，相对便宜，并且不需要在流体中接入光纤。

多孔探针在风洞中被广泛地使用。两个典型的应用为：①在风洞校准时测量自由流均匀性和倾斜度；②扫描流动区域、绘制自由流场或模型周围的流场。

多孔探针也被用于涡轮机械，可以用于生成燃气轮机叶片下游、压缩机之间甚至尾气区的流场。在这些位置，多孔探针及高温探针非常实用，多孔探针类似快速响应探针，可以捕捉到叶片通道中许多点的量值。

多孔探针经常被用于流场测量中。在工业中，它们被用于监测烟囱流动，在风力工程中也有所应用，如监测风速和风向，但多孔探针最重要的实际应用是检测飞行器的俯仰和偏航。

参考文献

Bryer，D. W. and Pankhurst，R. C.（1971）*Pressure-Probe Methods for Determining Wind Speed and Flow Direction*，The Campfield Press，St. Albans.

Johansen，E. S.（2001）Development of a fast-response multi-hole probe for unsteady and turbulent flowfields. PhD Dissertation. Aerospace Engineering Department，Texas A&M University，College Station，Texas，USA.

Karamcheti，K.（1966）*Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*，John Wiley & Sons Inc，New York，USA.



Naughton, J. W., Cattafesta, L. N. Ⅲ and Settles, G. S. (1993) Miniature fast response five-hole conical probe for supersonic flowfield measurements. *AIAA J.*, 31 (3), 453 - 458.

Rediniotis, O. K., Hoang, N. T. and Telionis, D. P. (1993) The sevenhole probe: Its calibration and use. *Forum Instructional Fluid Dyn. Exp.* 152, 21 - 26.

Sieverding, C. H., Arts, T., Denos, R. and Broukaert, J. -F. (2000) Measurement techniques for unsteady flows in turbomachines. *Exp. Fluids*, 28, 285 - 321.

Zilliac, G. G. (1989) Calibration of seven-hole probes for use in fluid flows with large angularity. *NASA TM* 102200.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，尹晋涛

（北京理工大学宇航学院）

第 64 章

剪应力测量

Vijay Chandrasekharan[1]，Jonathan Naughton[2]，Mark Sheplak[1]

1 佛罗里达大学机械与航空航天工程系，盖恩斯维尔，佛罗里达，美国

2 怀俄明州立大学机械工程系，拉勒米，怀俄明，美国

1 引　　言

物体和周围流体介质间的相对速度会产生黏性力和表面摩擦力，这是飞行器和汽车能量耗散的主要来源。阻力对运载工具的燃料效率有负面影响，每年消耗的烃类燃料达到了数十亿升。此外，世界上有限的石油储量更是强调了减阻来提高燃料效率的重要性。逐渐增加的汽车和飞机等交通工具以及不断增加的燃料价格，使得利用有效的技术来减阻成为必需。商业飞机在巡航条件下，表面摩擦力占总阻力的 50%。如果减阻 20%意味着每一年全世界将节省约 10 亿美元的燃料（Gad-el Hak，2000）。对于水中的运载工具，约 90%的阻力与表面摩擦相关，若能减阻 20%，其速度将提升 6.8%以上（Gad-el Hak，2000）。

黏性阻力决定了壁面剪切流的特征，同时对于描述湍流边界层状态也十分重要。这有助于从基本流体的角度理解不同的流动，也有助于流动控制（Naughton 和 Sheplak，2002）。定量的减阻需要对壁面剪应力进行精确的测量，即对单位面积表面阻力的测量。理想的剪应力传感器能够准确地捕捉静态和动态流动特征。为了捕捉湍流流动，剪应力传感器需要足够的带宽来提供可接收的时间分辨率，同时需要较小的尺寸提供良好的空间分辨率。目前，由于灵敏度漂移、动态范围、带宽和剪应力分辨率不足，传感器并不能提供可靠的剪应力测量。本章的主要目的是认识剪应力及其重要意义。

下面简要介绍壁面剪应力的产生及相关机制。流动相关的长度尺度和时间尺度决定了传感器的设计需求，接着讲述了仪器的使用状态和剪应力测量的发展及其方向，最后，阐明了研发精确的剪应力测量仪器的挑战和校正设备。

2 剪应力、测量尺度和挑战

运动的流体，其相邻的流体质点之间存在正应力和剪应力。剪应力由黏性产生，黏性是一种流动特性，能够量化运动流体内在的分子间作用力。在固体表面附近，流固分界面上存在速度梯度。大多数情况下，黏性力使流体分子黏附在表面，通常称为表面无滑移条件，这就产生了垂直于壁面方向的速度梯度，进而导致剪应力。

对于二维边界层，在牛顿流体中，剪应力与速度梯度成正比，数学关系式为

$$\tau_{\text{wall}}=\mu\left.\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right|_{y}=0 \qquad (1)$$

式中，τ_{wall}为剪应力；μ 为动力黏性系数；u 为流动速度；y 为与壁面垂直的坐标。

降低表面摩擦是壁面剪应力测量的一个重要目的。除了表面摩擦，流动分离也会产生阻力。当逆压梯度超过流动动量时就会发生流动分离。对于外流，逆压梯度区也被称为压力恢复区。当流动分离时，分离点之后的流动实际上相当于遭遇到一个变形物体，在流动方向形成了净压力，产生压阻。从流动控制的角度来看，分离阻力对飞行器有害，因为分离会降低升力和燃料效率。由于壁面剪应力对边



界层状态极度敏感，因此剪应力可作为检测流动分离的度量标准。壁面剪应力测量对于流动控制十分重要，通过控制技术可以延缓流动分离（Gad-el Hak，2000）。由以上讨论可以看出，壁面剪应力的测量有其实际意义，同时会让我们深刻地认识流动的物理本质。正如 Haritonidis 所说的"平均应力表示了给定表面的整体流动状态，而波动应力是动量传递的个体过程"（Haritonidis，1989）。一般而言，由剪切效应造成的流动动量的黏性扩散产生了边界层。第 1 卷第 8 章和第 10 章中，有对层流和湍流边界层特征的物理描述和数学表达。在这个背景下，下面将讲述湍流中的小尺度流动，以及它们对认识湍流流动的重要性。

2.1　湍流中的小尺度流动

在大雷诺数下，与惯性力相比，黏性力可以忽略。可忽略的黏性效应意味着流动中没有能量耗散，这与物理直观性相矛盾。N-S 方程的非线性项产生能量级联。在流动中，通过产生小尺度的运动以保证有限的耗散水平，这些小尺度的运动会受到黏性效应的影响（Tennekes 和 Lumley，1972）。Kolmogorov 利用一种简洁的能量理论，称为 Kolmogorov 普适平衡理论，导出了各种各样的运动尺度（Tennekes 和 Lumley，1972）。由这一理论得到的 Kolmogorov 长度尺度、时间尺度和速度尺度分别为

$$\eta \equiv (\nu^3/\epsilon)^{1/4};\ T \equiv (\nu/\epsilon)^{1/2};\ v \equiv (\nu\epsilon)^{1/4} \tag{2}$$

式中，ϵ为单位质量的耗散率。

在统计学上，小尺度的运动与大尺度运动和平均运动无关。然而，它们依赖于大尺度运动的能量供应和黏性耗散来维持运动（Tennekes 和 Lumley，1972）。根据 Kolmogorov 的理论，能量供应率应约为平衡态的能量耗散率。因此耗散率用大尺度运动表示为

$$\epsilon \sim u^3/l \tag{3}$$

式中，u 是大涡的特征速度（$u \approx 0.01U_\infty$）；l 是与这些涡相关的长度尺度，也被称为积分尺度（Tennekes 和 Lumley，1972）。

在湍流边界层中，大涡的尺寸与边界层厚度 δ 相近。因此，对于方程（3）中的ϵ的无黏估计，利用 δ 代替 l 作为长度尺度，将大尺度运动与 Kolmogorov 尺度相关联，即

$$\frac{\eta}{\delta} \sim \left(\frac{u\delta}{\nu}\right)^{-3/4} = Re_\delta^{-3/4} \tag{4}$$

$$\frac{Tu}{\delta} \sim \left(\frac{u\delta}{\nu}\right)^{-1/2} = Re_\delta^{-1/2} \tag{5}$$

$$\frac{v}{u} \sim \left(\frac{u\delta}{\nu}\right)^{-1/4} = Re_\delta^{-1/4} \tag{6}$$

2.2　测量和应用中的挑战

上面给出了关于剪切力及其重要性的简要讨论，此外，还有湍流中小尺度运动的概述。在有壁面束缚的流动中，边界层的本质和边界层与流动条件的相关性为应用与测量提出了挑战。

2.2.1　测量挑战

如果能够精确地测量由小尺度的湍流结构产生的剪应力，那么结果对于小尺度波动将是非常有价值的信息。剪应力传感器必须是非介入式的，以保证流动不受干扰，因此，理想的传感器放置位置是与壁面齐平的。如果传感器的粗糙度在黏性底层内，那么它将不会干扰流动并被认为是光滑的。传感器测量由湍流波动和平均流动产生的剪应力。为了进行可靠的测量，同时避免空间平均效应，传感器的尺寸应小于所测量的最小湍流的长度尺度。类似地，传感器要有足够的带宽来分辨相应的小时间尺度。

方程（4）和方程（5）表明，Kolmogorov 尺度随 Re_δ 变化，同时长度尺度和时间尺度随雷诺数增大而变小。例如，对在空气中的低速应用，即 $U_\infty = 50$ m/s，$x \approx 1.7$ m，有 $\eta \sim 100$ μm，$T \sim 2$ ms 或 $f = 1/T \sim 500$ Hz（Naughton 和 Sheplak，2002）。典型的一维湍流能量分布 E 是波数 k 的函数，如图 1所示，湍流波数 k 定义如下：

$$k = \omega/u \equiv \frac{2\pi f}{f\delta} = \frac{2\pi}{\delta} \tag{7}$$

式中，f 为涡旋频率；ω 为角频率；u 为湍流旋涡速度；δ 为相应的旋涡长度尺度。

一般来说，边界层中的湍流能量集中在较大的湍流涡旋中，通过宏观混合支配着动量传递。这些涡旋的尺度与边界层厚度 δ 相当。因此，方程（7）与湍流结构相应的频率为 $O(1/\delta)$。由大尺度结构变为小尺度结构时，能量重新分布，新的结构尺度与 Kolmogorov 尺度（η）相当，且频率为 $O(1/\eta)$。

随着 Re_x 的增大，Kolmogorov 尺度变小，即便是现代显微机械加工技术，对于这类传感器的加工也存在挑战。因此，随着雷诺数的增大，对传感器的长度尺度和带宽有更加严格的设计要求。根据设计和转换格式（直接、间接、光纤式、压阻式等），壁面剪应力传感器同样会对振动、压力波动、

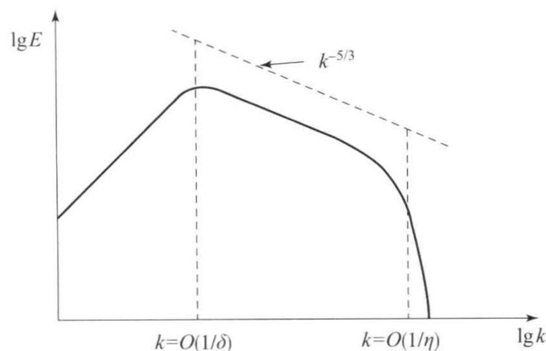


图1　高雷诺数下，湍流能量作为波数函数的分布图
［改编自 Mathieu（2000）］

温度变化和光强度十分敏感。如果这些不必要的敏感性不被消除，剪应力测量结果将是错误的。例如，波动的压力比剪应力大一个数量级，壁面压力效应的直接数值模拟表明，就频率而言，壁面压力波动比顺流方向的壁面剪应力高 7～20 dB，比翼展方向的剪应力分量高 15～20 dB（Hu 等，2006）。传感器的设计应该保证由位置不准、压力梯度和缝隙产生的误差最小（Winter，1977）。允许的缝隙或粗糙度应在黏性长度尺度内（$<5l^+$），以确保不存在流动扰动（水力光滑），这里黏性长度尺度定义如下：

$$l^+=\frac{\nu}{u_\tau} \tag{8}$$

对于微型传感器，在高雷诺数的流动条件下，绝对粗糙度为 4 μm，可以实现传感器的水力光滑。

2.2.2　应用挑战

要注意的是，Kolmogorov 尺度代表了湍流中的最小流动结构，但不一定是测量的最小尺度。例如，在流动控制应用中，为了减阻，剪应力传感器被当作反馈式传感器。许多关于湍流减阻的学术论文将湍流条纹视为产生表面摩擦力的一个主要原因。湍流条纹是顺气流方向低速流和高速流相互交替的翼展区域，且大多数时间是静止的（Robinson，1991）。在低雷诺数时，条纹间距为 $100l^+$（Robinson，1991），宽度约为 $40l^+$（Rathnasingham 和 Breuer，2003），因而传感器不必总分辨 Kolmogorov 尺度。由宽度为 $40l^+$ 的湍流条纹测量剪应力，传感器的最大感知尺寸最多为 $20l^+$ 就足够合理。对于给定的流动条件，如果 $\tau_w=4$ Pa 且 $l^+\approx10$ μm，那么 $20l^+\approx200$ μm，这比在相同流动中确定 Kolmogorov 尺度［$O(1\ \mu m)$］所需的长度尺度大两个数量级。这些数字表明，与在Kolmogorov 尺度上研究基本的流动物理以理解流体运动相比，诸如流动控制的应用所需的空间分辨率较低。

其他应用挑战包括数据采集/还原过程的复杂性，这需要在选择测量技术时做出权衡。例如，反馈式流动控制需要实时的剪应力数据，为了应用有效的控制算法，延时要小于流动自身的变化。在高雷诺数时，如果将目标放在拥有较小时间尺度的较小湍流结构上，光学成像技术会存在问题。同样，如果光源与传感器自身分离，这些传感器在机翼上将失去用处。对高超声速流动，流动的高温会对传感器的材料提出限制，硅、聚合物和低熔点材料不适用于传感器，这些仅仅是一部分例子，并不全面。

前面的讨论以及过去 20 年的剪应力传感器的研究结果表明，微型传感器有在不同的应用中同时满足空间和时间分辨率的潜力。没有直接/间接剪应力传感器在能够满足空间和时间分辨率的同时，还能够提供 Kolmogorov 尺度上的精确剪应力（Naughton 和 Sheplak，2002）。Padmanabhan（1997）设计了浮动单元剪应力传感器，Lofdahl 和 Gad-el Hak（1999）及 Alfredsson 等（1988）研究了热剪应力传感器，他们的研究成果使传感器长度尺度变为 $4l^+$（Padmanabhan，1997）、$5l^+$（Lofdahl 和 Gad-el Hak，1999）和（10～20）l^+（Alfredsson 等，1988）。如前所述，为了精确地测量 Kolmogorov 波动，传感器的尺寸必须小于或等于这些波动的尺寸。传感器在 Kolmogorov 尺度的分辨率使其可以被广泛应用。然而，之前的工作表明，传感器的尺寸受到信号分辨和制造问题的限制。人们研发了大量的直接和间接微型传感器，下面将对其能力和局限性进行简单介绍。

3　剪应力测量技术概述

追溯剪应力测量技术的历史，从 Winter（1977）的回顾中可以看出，剪应力传感器可以被分为两类，即传统技术和现代测量技术。Winter（1977）对传统技术做了完整的记录，现代测量技术还在不断地发展。人们对传统技术进行再设计和应用创新的同时，结合集成电子工业的显微机械加工技术，已在剪应力测量方面取得了几项进步。Naughton 和 Sheplak（2002）对现存的技术进行了全面的回顾。

本节将以这些回顾为基础，同时介绍剪应力测



量的近期发展。根据剪应力演绎方法学分类，人们可以通过对已知区域的剪切力进行直接测量确定，或是通过测量的流动参数间接评估，如速度、加热率等。因此，根据测量的量，测量技术可以被概括地分为直接（测量剪切力）或间接（测量其他量）测量技术。剪应力传感器同样可以分为传统型（宏观）或微型传感器。过去的许多工作都是针对开发直接和间接微型传感器展开的。宏观尺度的传感器，由于其直接的性质和对湍流流动有利的缩放（Naughton 和 Sheplak，2002），更适用于进行定量的、随时间变化的剪应力测量。

3.1 间接测量技术

间接测量技术依靠测量所得的参数与剪应力的相关性来估测剪应力。基于热/质量传递的设备，表面/流动干扰设备和速度场测量技术被用于间接地评估壁面剪应力。Winter（1977）和 Haritonidis（1989）的综述文章描述了这些测量技术的优点和局限性。

基于热/质量传递的设备依靠设备与流动之间的热通量和质量通量的交换。加热的薄膜/电线设备是基于热量传递技术的，这些技术的优点包括高敏感性、合理的动态响应、小尺寸、简单的传感器结构和非嵌入式装配。然而，温度敏感性以及由于向基底/空气的热损耗导致的校准偏差，限制了这类传感器对剪应力的测量。Naughton 和 Sheplak（2002）讨论了微型热剪应力传感器的发展和局限性。

Preston 管、Stanton 管、刀片、台阶和栅栏都是基于表面障碍的剪应力测量设备。由于这类设备阻挡了流动，它们在厚边界层流动中很有用。测量对设备的尺寸和几何形状十分敏感。这类设备同样局限于平均测量并缺乏时间分辨率。剪应力估测基于经验公式，经验公式将二维湍流边界层剖面与测量得到的特性相关联。然而标度对探针在边界层中的位置很敏感。因此，这类技术在复杂的三维流动中用处不大。

基于速度场的技术利用嵌入式探针（如皮托管）或光学技术［如激光多普勒测速（LDV）或粒子图像测速（PIV）］。光学技术的使用局限于厚边界层，因为在近壁面区域散播晶种颗粒很困难。通常，速度场的测量与壁面对数率相匹配，也被称为 Clauser 绘图。这种方法取决于 Clauser 绘图的正确性和确定近壁边界层对数区的能力。尽管在使用时需要许多详细的速度场，包含湍流项的动量积分方法仍展示了其潜力。基于速度的方法的优势在于其远壁测量，并且它是对粗糙表面测量的唯一有效方法。

有记录的微型间接壁面剪应力传感器包括热传感器（Liu 等，1999）、微型翼刀（von Papen 等，2002）、微型基柱（Groβe 和 Schroder，2008）和基于激光的传感器（Gharib 等，2002）。微型翼刀由悬臂结构组成，其由于流动而产生的变形由压敏电阻测量。微型基柱是壁面上在黏性底层内的一排柱子。柱子顶端的变形通过光学测量并与剪应力相关联。激光多普勒传感器基于对光线多普勒频移的测量，频移是由于光线遇到通过湍流边界层黏性底层条纹图样的微粒发生散射。

所有的技术都依赖于二维湍流边界层近壁结构的不变性，因此，在其他流动中使用时必须特别注意。

3.2 直接测量技术

直接测量传感器是最实用的，因为它们能够直接测量剪应力且不需要对流场进行假设（Haritonidis，1989）。直接剪应力测量技术包括薄油膜干涉、液态晶膜和浮动单元传感器。Naughton 和 Sheplak（2002）的综述中讨论了其工作原理、发展、不确定性和局限性。油膜和液态晶膜方法需要接入光纤，这限制了其应用的推广。两种技术都涉及复杂的后处理来分析数据，并且仅限于缓慢变化的平均测量（Naughton 和 Sheplak，2002）。尽管液态晶膜很有潜力，但是因为其标度和数据采集要求复杂，并没有被广泛地使用。Crafton 等（2010）开发了一种用于表面测量的弹性薄膜传感器，得到了满意的结果，但与液态晶膜有类似的限制。尽管具有挑战性，油膜干涉还是在实验室中有广泛的应用，这将在 4.1 节中进一步讨论。

大多数开发中的直接测量剪应力的传感器都采用了敏感元件，且元件的一部分附在顺应式结构上。当敏感元件受到剪切力而移动时，顺应式结构为其提供了回复力。敏感元件通过绳子悬挂于开放腔中，绳子作为回复弹簧。图 2 为浮动元件传感器原理图，将浮动元件的运动转换为成比例的电/光信号来测量剪应力。然而，这些设备本身存在问题，Winter（1977）首先对此做出了解释。Naughton 和 Sheplak（2002）在之前研究工作的基础上，详细

讨论了带有一定时间精度的剪应力传感器的尺寸。他们的结果表明，微型传感器能够有高时间和空间分辨率。他们在理论上至少对带宽敏感性改进了 5 个数量级，对空间分辨率改进了 2 个数量级。

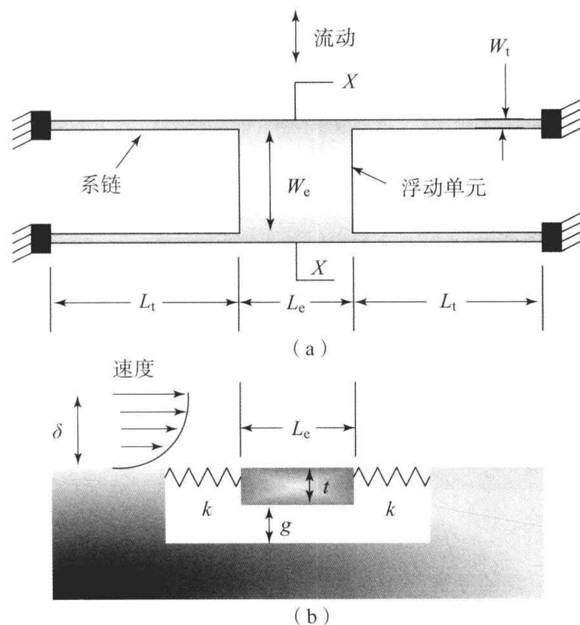


图 2　浮动元件传感器原理图

(a) 简化的二维俯视原理图；(b) 典型浮动单元剪应力传感器结构的横截面 [改编自 Naughton 和 Sheplak (2002)]

4　常规技术和发展中的技术

通过本章和其他综述文章，可以看出，多年以来人们开发了许多壁面剪切力测量技术。然而，由于很多原因，其中的大多数方法并没有被广泛地使用，包括许多并不测量壁面剪应力测试。实验室中，现代壁面剪应力测量方法正在被逐渐采用，然而在飞行测试领域，由于测量有严格的限制，研究人员倾向于使用较老的、行之有效的方法。下面讨论几种最近开发的技术和一些重新计算的老方法。

由于其被广泛使用，从减阻到确定湍流模型，剪应力的平均测量都受到较高的评价。在过去数十年的技术开发中，油膜干涉（OFI）最早由 Tanner 和他的同事提出（Tanner 和 Blows，1976），并得到了快速应用。尽管用得不多，速度剖面技术还是填补了油膜法不适用时的空洞。

尽管急需波动的壁面剪应力的测量方法，但大多数方法都不能满足关键性要求：①理解开发精确的模型传感器工作原理；②严格的静态校准；③动态特性描述。若不能满足以上三个要求，测得的结果只能被认为是定性的，甚至可能是错误的。

4.1　小区域的平均测量油膜干涉法

如前所述，油膜干涉在实验室（Driver，2003）和一些情况下的飞行测试中有广泛的应用。这种技术的发展有几点原因：①所需的仪器相对便宜；②非嵌入式并且可以用于现有的模型；③对油在剪切力作用下的运动有严格的理解；④其测量基于干涉，干涉在其他光学仪器中有广泛应用，人们对其有很好的认识；⑤在应用时注意就可以获得很好的精度。

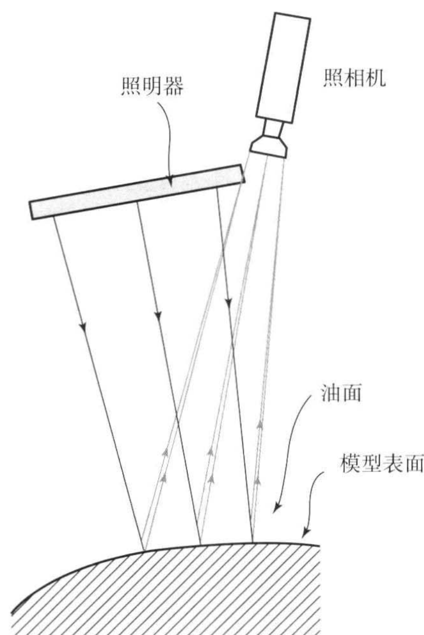
为了演示测量可以很容易地进行，下面讨论 OFI 的测量过程。典型的 OFI 实验如图 3 所示，这是最简单的形式，系统由单色光源、反射面和照相机组成。有时将滤镜和照相机同时使用，为的是使用带宽较宽的光源或是阻止杂散光进入照相机。光源发出的光线部分穿过由于流动而变薄的油膜，部分反射出去。透射光在到达模型表面时也被反射出去。当通过照相机透镜合并时，来自同光源的两束光相互干涉，是增强还是削弱取决于两束光的光程差。油膜厚度在微米量级，每单位微米厚度的油膜，可见光会产生几个条纹。图 3 中的一系列图片表明，干涉图样捕捉到了随着测试时间增加，油膜逐渐变薄的现象。记录干涉图，随后进行处理确定壁面剪应力。

尽管有着明确的原理和简单的操作，OFI 还是面临一些挑战。尽管与石油相比，硅对温度不敏感，但在测试时一般用液硅，因为它对温度有依赖性，所以需要校准。为了进行校准，测试时必须对表面温度进行监控。另一个具有挑战性的领域是对干涉图的分析。除了壁面剪应力，条纹图样也与视角有关。对于有明显曲率的复杂表面，确定相对于曲面法线的视角非常具有挑战性。幸运的是，摄影测量领域已经解决了这一问题，并且开发了处理几何形状问题的方法（Naughton 和 Liu，2007）。这一方法对复杂三维几何结构的应用如 Naughton、Viken 和 Greenbalt (2006) 所述。尽管这个技术已被用于三维流动下的表面测量，但测量还需要流线方向的信息。单个的硅流体液滴可以被用于确定方向，同时提供干涉图，或者利用单独的表面流线测量。

当需要点测时，油膜干涉只需稍加改动，不用再测量模型一定范围的剪应力，照相机聚焦于油膜



前缘非常小的区域或液滴。在这个小区域中，模型可以被认为是平的，只需要考虑迎角。此外，如果区域足够小，表面摩擦可以假定为常量。这种方法简化了分析，也能够降低不确定性。



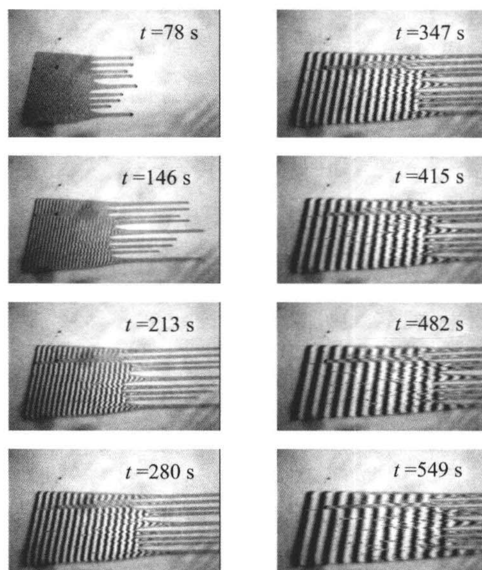


图3　油膜干涉设备和系统采集的图像

4.2　用于点测的速度场法

速度场法在过去曾流行过，在现今，随着高精度方法成为可能，这种方法最近又重新流行起来。此外，速度场法是能够测量高粗糙度表面的壁面剪应力的一种方法。过去，速度场的拟合和恒定的剪切区域的拟合演变为更加精致的方法。在层流底层可以被求解的情况下，壁面梯度仍然能够提供剪应力的精确测量。然而，在近壁面的一些点获得高精度的测量值仍非常困难（Johansson、Medhi 和 Naughton，2006）。

一类有潜力的速度场法利用包含湍流项的全动量积分。测量需要几个下游位置的准确的边界层测量值，因为需要使用激光多普勒测速仪，因此需要较长的测试时间。此方法需要多个沿流动方向位置的测量值，因为方程中出现了流动方向的梯度。这种方法已被用于湍流边界层，包括压力梯度、光滑和粗糙比壁面（Johansson、Medhi 和 Naughton，2006）。对于二维壁面射流，这种方法的失效显示了其对流动假设的敏感性（Johansson、Medhi 和 Naughton，2006）。

4.3　表面测量的微型基柱法

微型基柱传感器使用的是在黏性底层内的柔性聚合物基柱。Groβe 和 Schroder（2008）最先研发出了这种传感器。这类传感器有荧光顶端的基柱由于流动而偏转，有希望成为面测、点测和二维表面摩擦的测量工具。发展现状主要围绕一些不确定性，如材料特性、基柱尺寸、可靠的制造。成像和后处理对实时测量提出了限制，这些限制了传感器作为定性工具来确定不同壁面湍流结构的使用，但没有限制定量的表面摩擦测量。

4.4　用于平均和波动测量的浮动单元平衡

直接剪应力测量使得关于流场假设的限制最小化，对于所有的间接传感器都要对流场做出假定。从使用的转换格式来看，传感器分为电容式、光学式和压缩电阻式。Naughton 和 Sheplak（2002）的综述对近期发展的但之前没有提到的传感器进行了简要的讨论。

4.4.1　压阻技术

Barlian 等（2007）和 Li 等（2008）在浮动单元传感器的拴绳上使用侧向植入的压敏电阻器。Barlian 最初的流动描述了初步结果，结果有明显的发散，需要进一步的研究（Barlian 等，2007）。因为是侧壁植入器，所以对平面内运动高度敏感；因为是几何形状和简单的输出格式，所以对平面外运动不敏感（Li 等，2008）。然而，由于侧壁压阻

式植入物中掺杂物的均匀性较差，传感器存在不平衡电桥，导致了高于预期的面外敏感性。这类传感器的缺点是较高的电阻温度系数，限制了应用偏压，降低了敏感性，同时由于对流传热产生的流动偏移而与热线产生流动偏移的方式类似。

4.4.2　光学技术

Horowitz 等（2004）设计了一种光学浮动单元剪应力传感器，使用了晶片键合/回薄技术。浮动单元的背部和耐热玻璃的顶端都有光栅。光栅形成的几何云纹图样放大了浮动单元的机械运动。Chen 等（2010）提出了关于云纹图样传感器微型化和数据分析格式所进行的工作。基于紧凑纤维的组装格式连同数据分析方法使设计克服了先前的限制，不再需要显微镜光学实验台。

4.4.3　电容式技术

Chandrasekharan 等（2009）开发了一种梳齿式浮动单元差动电容剪应力传感器。差动电容测量格式有助于减轻对横轴传感器运动的敏感性，在使用梳齿式浮动单元结构之后，还发展了其他几种差动电容测量格式，如带有伸臂底座电容的传感器和利用静电力反馈来增加额外敏感性的传感器。传感器可测得的最小剪应力为 14.9 μPa，最高可测动态范围 >102 dB。传感器还有 64 dB 或三个数量级的压力抑制。不充分的回路研发将其测试限制于评估平均剪应力敏感性。尽管有一些限制，但这种传感器是迄今为止用于动态测量最成功的直接剪应力传感器。

对于发展中的剪应力测量技术的回顾展示了有明确性能指标的直接剪应力测量所面对的挑战。由三维非线性 N-S 方程展示的流动复杂性使得测量极其困难，即便是一维剪应力。此外，剪应力测量参照仪器的缺乏，使得新型传感器的自我校准成为挑战。

5　剪应力传感器校准

剪应力的测量需要充分校准的传感器。由于缺乏参照传感器，这类传感器的校准需要理论上容易处理的参考流动条件。此外，还需要同时针对静态（平均流动）和动态（波动流动）的创造流动条件来校准传感器。

5.1　静态校准

某些情况下，传感器必须在原地进行静态校准，因为其他情况下不能校准（如模型中集成的传感器）或要考虑安装影响。此时，可以利用另一种精度很好的壁面剪应力测量技术，如 OFI 可以用于确定模型的表面摩擦，同时改变其工作条件以改变表面摩擦的大小。利用几种不同的工作条件，就能得到校准曲线。

5.2　平均剪应力校准

理想情况下，平均剪应力校准在层流通道内进行，流动通道由间距一定的两个平板组成，形成二维流动通道。图 4 是对测量静态/平均剪应力的典型传感器校准设置的原理图。假设通道中为二维 Poiseuille 流动，通道高度已知，如果有必要的话可以调节高度，使其在相同的来流条件能够获得更高的剪应力。选择初始流动条件使由入口效应诱导的非理想因素最小化非常重要，在流动池设计时已经有所考虑。

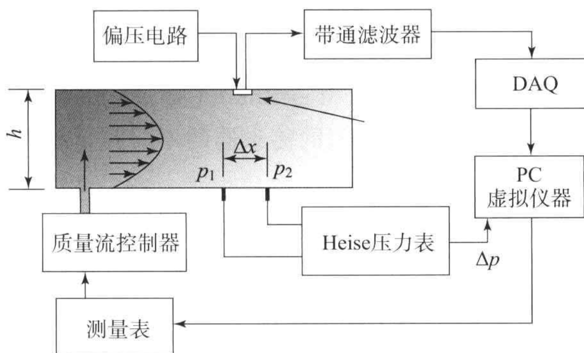


图 4　利用二维 Poiseuille 流动进行平均剪应力/静态校准设置的原理图

Poiseuille 流动假设通过马赫数和雷诺数验证，马赫数检验压缩效应，雷诺数保证层流。如果 $Re<1\,400$ 且 $M<0.3$，则 Poiseuille 流动假设成立（Fox 和 McDonald，1998）。对于充分发展的定常二维流动，剪应力的表达式为（Fox 和 McDonald，1998）：

$$\tau_w = \frac{h}{2}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \tag{9}$$

式中，$\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ 为驱动流动的压力梯度；h 为通道高度。

只要沿通道长度方向的压降呈线性，测量压差的两个测压孔间距就一定，为 Δx，那么有

$$\tau_w = \frac{h}{2}\frac{p_2 - p_1}{\Delta x} = -\frac{h}{2}\frac{\Delta p}{\Delta x} \tag{10}$$



对于平均剪应力校准，传感器的安装与通道壁面齐平。通道中的流率是变化的，由此测量传感器的输出。由于改变了沿通道的压力梯度，流率的变化改变了壁面剪应力。记录下由流率变化产生的相应的压差和传感器输出数据，用于评估传感器的平均剪应力敏感性。

5.3　动态校准

传感器可以描述平面波管道（PWT）中的动态剪切敏感性、压力敏感性和频率响应。由传播的或静止的声波面产生的斯托克斯分层激励被用于评估传感器的动态敏感性、线性度和频率响应。已知的振荡剪应力输入是利用管中的平面声波产生。振荡声音场连同管壁无滑移条件得到了振荡的速度梯度，产生与时间相关的剪应力。如果给定管道某一轴向位置的声压，则理论上可以估计振荡的壁面剪应力。

因为在 PWT 中使用的终端和传感器位置不同，所以有三种不同的测量设置方式。第一种在 PWT 末端使用刚性终端进行剪应力测量；第二种在末端安装传感器进行压力测量；第三种利用消声终端同时测量剪应力和压力。可能会存在 PWT 终端函数的回声。Chandrasekharan 等（2009）给出了这些直接测量剪应力的传感器的不同测量设置的细节。

在成功地完成静态和动态传感器校准后，需要在实验的不确定性内对比两者的敏感性。这一对比通过两种不同的实验设置和理论上已知的流动条件，确保了传感器校准的一致性。因此，校准的传感器在其带宽内有线性响应，始于直流电（平均剪切），终于由操作带宽确定的有限频率。

6　结　　论

本章综述了剪应力测量，强调了湍流中的小尺度运动和测量相应尺度运动带来的挑战。从剪应力传感器开发的角度给出了测量剪应力和应用传感器时的挑战。随后，讨论了现存的剪应力测量方法，回顾了其优势和局限性。回顾了当前和早先关于直接剪应力传感器研发的工作，强调了这些研究工作的关键优势和局限性。最后，阐述了获得精确的剪应力传感器的校准方法。

随着壁面剪应力传感器的发展，人们对其有了更多的认识。然而，能够进行实时平均和波动剪应力测量的传感器仍有待研发。这为那些致力于满足严格要求以获得实用和可靠传感器的研究人员指明了具有挑战性的研发方向。

参考文献

Alfredsson, H., Johansson, A. V., Haritonidis, J. H. and Eckelman, H. (1988) The fluctuating wall-shear stress and the velocity field in the viscous sublayer. *Phys. Fluids*31, 1026 - 1033.

Barlian, A. A., Park, S. J., Mukundan, V. and Pruitt, B. L. (2007) Design and characterization of microfabricated piezoresistive floating element-based shear stress sensors. *Sens. Actuators APhys*. 134 (1), 77 - 87.

Chandrasekharan, V., Sells, J., Meloy, J., Arnold, D. P. and Sheplak, M. (2009) A metal-on-silicon differential capacitive shear stress sensor. In *Transducers* 2009, *Technical Digest*, 15*th International Conference Solid State Sensors*, *Actuators*, *and Microsystems*, Denver, CO, pp. 1537 - 1540.

Chen, T., Mills, D., Chandrasekharan, V., Zmuda, H. and Sheplak, M. (2010) Optical miniaturization of a MEMS-based floating element shear stress sensor with moire amplification, AIAA - 2010 - 498. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, FL.

Crafton, J., Fonov, S., Forlines, A. and Goss, L. (2010) Skin friction measurements using elastic films. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA - 2010 - 42, Orlando, FL.

Driver, D. M. (2003) Application of Oil-Film Interferometry Skin-Friction Measurement to Large Wind Tunnels. *Exp. Fluids* 34, 717 - 725.

Fox, R. W. and McDonald, A. T. (1998) *Introduction to fluid mechanics*, 5th edn, John Wiley, New York.

Gad-el Hak, M. (2000) Drag reduction in *Flow Control*: *Passive*, *Active*, *and Reactive Flow Management*. pp. 209 - 210. Cambridge University Press.

Gharib, M., Modarress, D., Fourguette, D. and Wilson, D. (2002) Optical microsensors for fluid flow diagnostics. 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA - 2002 - 252, Reno, NV.

Groβe, S. and Schroder, W. (2008) Dynamic wall-shear stress measurements in turbulent pipe flow using the micro-pillar sensor MPS3. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29 (3), 830 - 840.

Haritonidis, J. H. (1989) The measurement of wall shear stress. *Adv. Fluid Mech. Meas*. pp. 229 - 261.

Horowitz, S., Chen, T., Chandrasekaran, V., Nishida, T., Cattafesta, L. and Sheplak, M. (2004) A microma-

chined geometric moiré interferometric floating element shear stress sensor'. 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA - 2004 - 1042, Reno, NV.

Hu, Z. W., Morfey, C. L. and Sandham, N. D. (2006) Wall pressure and shear stress spectra from direct simulations of channel flow. *AIAA J*. 44 (7), 1541 - 1549.

Johansson T. G., Medhi F. and Naughton, J. W. (2006) Some problems with near-wall measurements and the determination of wall shear stress. 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, AIAA - 2006 - 3833, San Francisco, CA.

Li, Y., Chandrasekharan, V., Bertolucci, B., Nishida, T., Cattafesta, L., Arnold, D. P. and Sheplak, M. (2008) A laterally implanted piezoresistive skin-friction sensor. Technical Digest, Solid-State Sensors, Actuators, and Microsystems Workshop, Hilton Head, SC, pp. 304 - 307.

Liu, C., Huang, J. B., Zhu, Z. J., Jiang, F. K., Tung, S., Tai, Y. C. and Ho, C. M. (1999) Micromachined flow shear-stress sensor based on thermal transfer principles. *J. Microelectromech. Syst*. 8 (1), 90 - 99.

Lofdahl, L. and Gad-el Hak, M. (1999) MEMS-based pressure and shear stress sensors for turbulent flows. *Meas. Sci. Tech*. 10 (8), 665 - 686.

Mathieu, J. S. J. (2000) Classical Models of Jets Wakes and Boundary Layers in *An introduction to turbulent flow*. Cambridge Univ. Press, Massachusetts.

Naughton, J. W. and Liu, T. (2007) Photogrammetry in Oil-Film interferometry. *AIAA J*. 45 (7), 1620 - 1629.

Naughton, J. W. and Sheplak, M. (2002) Modern development in shear stress measurement. *Prog. Aerosp. Sci*. 38, 515 - 570.

Naughton, J. W., Viken, S. and Greenbalt, D. (2006) Skin Friction Measurements on the NASA Hump Model. *AIAA J*. 44 (6), 1255 - 1265.

Padmanabhan, A. (1997) Silicon micromachined sensors and sensor arrays for shear-stress measurements in aerodynamic flows. Phd thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachussets Institute of Technology.

Rathnasingham, R. and Breuer, K. (2003) Active control of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech*. 495, 209 - 233.

Robinson, S. K. (1991) Coherent motions in the turbulent boundarylayer. *Ann. Rev. Fluid Mech*. 23, 601 - 639.

Tanner, L. and Blows, L. (1976) A study of the motion of oil films on surfaces in air flow, with application to the measurement of skin friction. *J. Phys. E: Sci. Instrumentation* (3), 194 - 202.

Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972) Chapter 1: Introduction in *A First Course in Turbulence*. MIT Press, Cambridge, MA.

von Papen, T., Steffes, H., Ngo, H. D. and Obermeier, E. (2002) A micro surface fence probe for the application in flow reversal areas'. *Sensors Actuators A: Phys*. 97 - 98, 264 - 270.

Winter, K. G. (1977) An outline of the techniques available for the measurements of skin friction in turbulent boundary layers. *Prog. Aerosp. Sci*. 18, 1 - 57.

本章译者：吴小胜，尹晋涛，张巧
（北京理工大学宇航学院）

第 65 章

热力式风速仪

Yiannis Andrepoulos
纽约市立大学机械工程系，纽约，美国

1 引　　言

大约在 50 年以前，尽管光学技术如激光多普勒风速测定法（LDA）、粒子图像测速技术（PIV）和多普勒全场测速技术（GDV）都有了快速发展，但是热力式风速仪（简称 TA）方法仍然是使用最广泛的瞬时流场速度测量方法。利用 TA 方法第一次测得湍流中的速度波动，涉及能在大波数范围内提供非常高的空间和时间分辨率的小探针的使用。此外，该技术的基本原理相对直接，探针的制造相对简单。TA 方法相比于其他速度测量技术的另外一个优点是其成本相对较低。

传感器可以在恒温模态（CTA）、恒定电流模态（CCA）、恒定电压模态（CVA）条件下运行。该技术基于电流加热传感器单元或探针与流体周围的对流热损失。一些相关书籍（Perry，1982；Lomas，1983；Bruun，1995；Tavoularis，2005，1986；Gad-el-Hak，1998；Comte-Bellot 和 Foss，2006；Comte-Bellot，1998）都涉及相关技术。

测量流体速度时最常用热电阻丝或热膜形式的圆柱传感器，但是热膜经常用于测量壁面剪切应力。热电阻丝传感器是由界面为圆的短电阻丝制成的，热膜传感器由一片薄薄的导电材料制成，该导电材料附着在不能导电的基片上。热膜传感器是圆柱状的，但也可以为其他的形状，如可嵌入式的形状。

TA 技术在低速/高速层流、转捩和湍流边界层流动已经使用了很多年，而且目前大多数对边界层结构等物理现象的理解都只来源于热丝测量。热力式风速仪也可用于可压缩流动中，并且该方法也得到了扩展，可用于测量涡量、应变率及湍动能的耗散率（Andreopoulos、Agui 和 Briassulis，2000；Xanthos et al.，2007；Agui、Briassulis 和 Andreopoulos，2005）。这种测量方法经常用于科学研究，主要目标是对流动现象提供较好的解释。与现存的方法相比，这种新的物理现象可以通过分析和计算工具更加精确有效地预测流体系统。基于时间求解的三维速度和利用多个热丝探针得到的涡矢量的常用测量方法，如图 1 所示，这个探针由 12 个热丝构成，其中有 9 个热丝在 CTA 模式下运行，而另外 3 个热丝在 CCA 模式下运行。

测量得到的纵向速度 U_1、横向速度 U_3、密度 ρ、湍动能 $U_iU_i=U_1U_1+U_2U_2+U_3U_3$，以及涡度拟能 $\Omega_i\Omega_i=\Omega_1\Omega_1+\Omega_2\Omega_2+\Omega_3\Omega_3$，如图 1 所示。这些数据都是在激波管中得到的，在激波管中，移动的激波与经过一个网格的激波后的诱导流动产生的均匀且各向同性的湍流有相互作用（Agui，Briassulis 和 Andreopoulos，2005）。这种相互作用减小了激波的下游的流动速度，同时也增加了它的压力和密度。图 1 中的每个信号已经由它的来流的相互作用的均方根值进行了标准化，因此减弱了具有相对较大波动的信号，而增强了较小波动的信号，这样，所有信号都具有相同的振幅等级。此外，在相互作用之后，通过观察和比较波动的相对大小，这个标准化有助于检测是否有特殊信号被放大。每一个信号，除了 U_1 以外，都被移动了 5 倍均方根单位，以便观察。在纵向速度信号中激波的位置很明显，它的值急剧减小，且由于压缩作用，密度信号增大的地方、激波段之后的波动等级以及它们的均方根值的实际计算表明，有些信号被放大

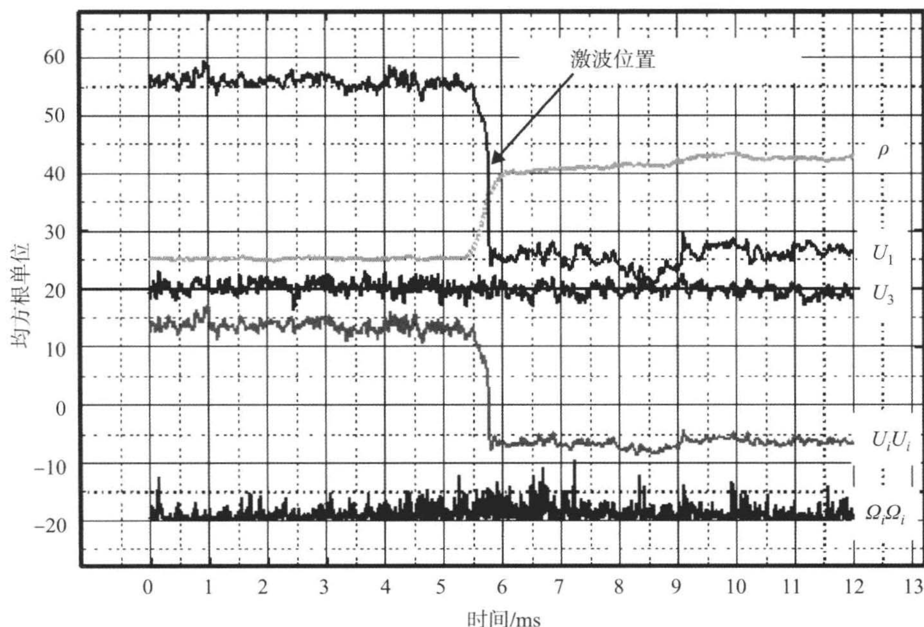


图 1 速度和涡矢量，以及带有激波的各向同性湍流的相互作用中的动能 U_iU_i 和涡度拟能 $\Omega_i\Omega_i$ 的典型测量

流动描述参见 Agui、Briassulis 和 Andreopoulos (2005)©剑桥大学出版社

了，而有些信号没有被放大。纵向涡量 Ω_1 和横向速度 U_3，由于相互作用而受到轻微影响。该实例的计算数据显示，均方根值减小了 2%～5%，这实际上表明，在实验的不确定性之内，Ω_1 和 U_3 经过激波时的传播没有显著变化。纵向速度波动和横向涡量波动 Ω_2 通过相互作用实质上放大了约 1.3 倍。

本章主要是为了给出 TA 使用和原则的基本信息，详细讨论单组分无化学反应气体的不可压缩和可压缩流动有关的问题。与微纳米参数的测量相关的技术是本章的重点，但这些都不是主流，如基于空间和时间的涡量求解、应变率及湍动能的耗散率，这些都是描述流体系统效率时非常重要的参数。

2 单个热丝探针上的流动

热丝探针由传感器构成，将其嵌在非导电材料(通常是陶瓷) 中的分叉上。图 2 (a) 展示了热丝探针的主要组件。感测元件在电压作用下通过电流 I 被加热，可以由这个输出来获得速度信息。另外一个广泛应用的外形就是单热丝探针，如图 2 (b) 所示。分叉进一步分开，图 2 (a) 中的热丝更长。它的形状是由 Wollaston 丝的形状得到的，实际的传感丝上有银制的金属套，可以通过腐蚀去掉。实际的传感器场为 1 mm，并有两个直径较大的末端，可以提供更为理想的温度分布并使分叉的传热效应最小化。每一项实验技术，首要的要求就是避免对流动带来干扰，因为通过探针引入的任何扰动可以从本质上改变流场。以热丝为例，可以将它认为是一种介入性技术，该技术利用一个探针基座来支撑传感器。如果传感器位于探针基座的来流远场，并且整个系统保证所有引入流场中的扰动向下游流动，传感器周围的流动不受影响。然而在分离

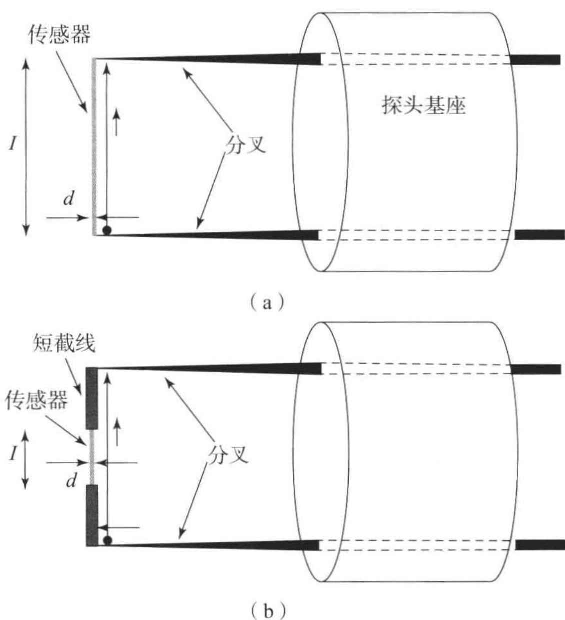


图 2 实例图

(a) 基本的热丝探针；

(b) 带短截线的基本热丝探针



流中发生逆向流动，扰动扩散到上游，则不建议使用介入式测量技术，而采用更为适合这样流动的光学技术，它们受控于椭圆形偏微分方程，以已知的速度移动探针的“飞行”热丝技术可以在这里使用。

计算流体力学（CFD）分析已经被 Gong、Xanthos 和 Andreopoulos（2009）引入，用于研究单个和多个热丝探针周围的流动细节。商业应用的热丝探针带有一个与探针轴呈 45°的传感丝，在图 3（a）中为利用网格生成软件 GAMBIT 建模，并利用 FLUENT 求解器来计算当来流速度为 $U_0 = 10$ m/s 时的周围流动情况。图 3（b）显示了分叉

（a）

（b）

（c）

图 3　实例图

（a）在 CFD 模拟中用到的单丝探针模型，传感器与来流速度矢量 $\boldsymbol{U}_0$ 呈 45°；（b）分叉周围的计算流场，来流速度 $U_0 = 10$ m/s；（c）沿着热丝传感器的计算纵向速度 U_1 已用来流速度 $U_0 = 10$ m/s 标准化

流场附近的速度矢量图，该图表明分叉促使流动转向，并在流动中造成明显的扰动。计算也揭示了分叉上的边界层发展，这促使流动更进一步移位。传感器周围的纵向速度分布如图 3（c）所示，图中的数据由自由来流速度 U_0 标准化。理论上，沿着传感器，速度比率 U_1/U_0 应等于 1，因为它位于来流远场或处于法向的探针上面或下面，这里的流动没有受到干扰。在图 3（c）中，流场分布图中有两个特点值得注意。第一，距离探针长度为 50%，而不是全长的地方，流动是规则的。很明显，在探针附近流动相当不均匀，同时在边界层中速度接近于 0。第二，在规则流动区域，速度的量级比 U_0 的量级小约 4%，在当前的流动中，对热效应和电流操作没有建模。然而，假设风速仪沿着传感器长度方向，通过平均过程而响应是合理的。基于线平均值的有效速度将足够用来描述局部流动，尽管它根本上不同于 U_0，但是这种期望是可行的。实际上，这些流动中的一些扰动可以通过仔细的校准而得到补偿。

这种 CFD 分析表明，大多数的气动干涉是由分叉造成的，而不是带有探针基座的后体造成的。这个发现与 Comte-Bellot、Strohl 和 Alcaraz（1971）的实验结果一致，也与 Adrian 等（1984）的势流理论相吻合，同时 CFD 结果也显示了当探针的侧滑角很大时复杂的流动模式。

3　传感器

热丝传感器必须有小的热容/惯性以便能够提供良好的频率响应，并且需要高的温度系数及电阻，以便可以容易地用实际电压和电流等级下的电流来加热。

常用的热丝材料有钨、铂及铂铱合金。钨丝强度很大，而且具有高的温度系数（0.004 ℃$^{-1}$），但由于抗氧化性较差，它们不能用于高温气体中。铂具有很好的抗氧化性，温度系数为 0.003 ℃$^{-1}$，但是强度却非常小，尤其在高温情况下。铂铱合金介于钨和铂之间，具有良好的抗氧化性，强度大于铂，但是温度系数较低（0.000 85 ℃$^{-1}$），钨似乎是热丝材料最流行的选择。传感器的直径 d 的选择取决于特定的适应条件。当传感器的长度介于 0.7～1 mm 时，传感器的直径介于 0.8～5 μm。因为这些元件对于元件与环境之间的传热很敏感，温度和成分的变化都可以被检测到。

传感器到流体的传热率可以用稳定流场中温度为 T_w 的均匀加热圆柱模型来近似。量纲为 1 项中的热平衡可以通过努塞尔数来表达，即

$$Nu = Nu(Re, Pr, Gr, Kn, \text{geometry}\ldots) \quad (1)$$

式中，雷诺数 $Re=\rho Ud/\mu$；普朗特数 $Pr=\mu c_p/k$；格拉斯霍夫数 $Gr=g\beta(T_w-T)d^3/\nu^2$（$\beta$ 为流体的热膨胀系数）；克努森数 $Kn=\lambda/d$（λ 为流体分子的平均自由程）。

如果 Q_F 是从热丝流入流体中的热流，那么定义努塞尔数为 $Nu=Q_F/\pi lk(T_w-T)$，其中 k 为流体的传热系数。

由电流产生的热量通过传感器，由于力和自由对流作用，部分传递到流体中。由于导热，部分传递到分叉上，其余的都辐射掉了（图 4）。

相对于 $l/d>200$ 的传感器而言，导热率 Q_C 可以忽略。对于常用的热丝测速仪，它的温度变化可以有几百摄氏度，辐射传热系数小于对流传热系数 Q_C 的 0.1%，可以被忽略，当 $Re>Gr^{1/3}$ 时，自由对流也可以忽略。

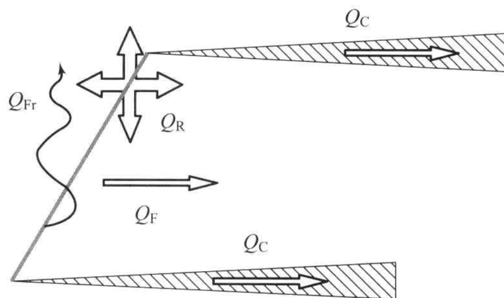


图 4　热丝上的热能平衡

圆柱的中间区域中，流体的温度介于流体温度 T 和热丝温度 T_w 之间，流体属性也会随之而变化。由于对流等气体流动属性，如热导率 k、密度 ρ 和运动黏性系数 μ，以及热扩散能力 $\alpha=k/(\rho c_P)$ 根据膜的平均温度来估算，膜的平均温度定义为 $T_f=1/2(T+T_w)$。

如果分析仅限于气体，那么 Pr 为常数，同时 Nu 取决于 $Re=\rho Ud/\mu$，$Nu=Nu(Re)$。

基于以上假设，Nu 有以下形式：

$$Nu=(C+DRe^n)(T_w+T_\infty)^{0.17} \quad (2)$$

式中的 C、D 及 n 都是常数。热流率 Q_F 由电流加热提供，因此 $Q_F=IE=I^2/R=E^2/R$，这里的 I 和 E 分别是电流和传感器上的电压，R 是热丝的电阻。在恒定电流情况下，可以得出 $Q_F=f(E)$，这就是 CCA 的运作模式，或者在电阻/温度为常数



时，$Q_F=f(R)$，这是 CTA 的运作模式。第三种运行的模式就是 CVA 模式，该模式中电压为常数（Sarma，1998；Comte-Bellot 和 Sarma，2001），CVA 不需要调整，这是一个非常耗时间的过程，同时比 CTA 具有更大的频率宽度，除非在 CTA 模式中使用 1∶1 的电桥系统。

在 CTA 模式中，上面的关系就变为著名的 King 定律（1914）：

$$E^2\frac{R_w}{(R_w+R_a)^2(T_w-T)}=A+BU_{eff}^n \tag{3}$$

式中，U_{eff} 为流体的有效冷却速度。

如果忽略了流体属性的变化，同时 T_w 是常数，那么电压对于速度和流体温度的偏导数分别为

$$\frac{\partial E}{\partial U}=\frac{nYU_{eff}^{n-1}}{2}\left[\frac{(R_w+R_a)^2}{R_w}\frac{(T_w-T)}{A+BU_{eff}^n}\right]^{1/2} \tag{4}$$

$$\frac{\partial E}{\partial T}=-\frac{1}{2}\left[\frac{(R_w+R_a)^2}{R_w}\frac{A+BU_{eff}^n}{T_w-T}\right]^{1/2} \tag{5}$$

那么，$\Delta E=(\partial E/\partial U)\Delta U+(\partial E/\partial T)\Delta T$，如果目标是测量速度和速度波动，那么偏导性 $\partial E/\partial U$ 必须最大化，而且与式（4）相比，偏导 $\partial E/\partial T$ 必须最小化或完全被消去。为了达到这个目的，操作丝的温度 T_w 必须高，因为（T_w-T）项在 $\partial E/\partial U$ 的分子和 $\partial E/\partial T$ 的分母中。为了精确测量，过热率（R_w-R_a）$/R_a=\alpha(T_w-T_a)$ 推荐为 0.8，这里的 R_a 为抗寒性，α 为温度系数。

3.1 频率响应

非定常热流方程决定了质量为 m_w，比热容为 c_w 的热丝传感器的响应。Bradshaw（1971）给出了它的一阶偏微分方程：

$$m_w c_w\frac{\partial T_w}{\partial t}=I^2R_a[1+\alpha(T_w-T_a)]-\pi k(T_w-T)Nu \tag{6}$$

公式左边第一项代表了热丝的加热率，该方程的求解中包含有指数项 $e^{-t/M}$，其中 M 是时间常数：

$$M=\frac{m_w c_w}{I^2R_a\alpha-\pi klNu}=\frac{\rho_w c_w d^2}{kNu}\frac{R_w}{R_a} \tag{7}$$

热丝的直径 d 取较小的值，从而使 M 最小化，事实上这也是用户能够控制的唯一参数。在启动负载条件下，热丝的机械强度限制了直径 d 的减小。M 的减小是以降低传感器的灵敏度为代价的，也可以通过减小 R_w/R_a 的比值来获得。

3.2 角灵敏度

热丝风速仪的输出取决于来流速度矢量的偏航角和俯仰角。要求有合适的偏航角和俯仰角校准，以检测探针上的角度响应。这经常在恒定的来流速度条件下展开，在角灵敏度建模中，传感器的有效冷却速度 U_{eff} 有很多表达方式，该方式是将速度矢量分解在热丝坐标系上（图 5）。

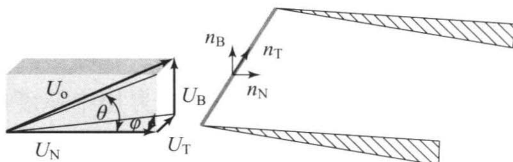


图 5 热丝坐标系内的速度矢量分量

（1）利用余弦定理 $U_{eff}=U_o\cos\varphi$（Bradshaw，1971）是最简单的表达式，它对于小偏航角 φ 有效。由于它垂直于传感器速度分量，因此假设大多数热量传递到了流体中。

（2）根据 Champagne、Schleicher 和 Wehrmann（1967），U_{eff} 包含局部速度矢量的切向分量的摩擦 U_T，同时，表达式变为 $U_{eff}=(U_N^2+k^2U_T^2)^{1/2}$，其中 k 是系数，它的取值为：当 $l/d=200$ 时，$k=0.2$；当 $l/d=600$ 时，$k=0$。

（3）Jorgensen（1971）引入了 U_{eff} 的更为一般的表达式，它包含了次法线方向上源于分量 U_B 的冷却作用，$U_{eff}=(U_N^2+h^2U_B^2+k^2U_T^2)^{1/2}$，其中的 h 为另外一个系数，它的阶数值为 1。显然，这是 U_{eff} 最为复杂的表达式，它可以适用于任何具有合理湍流强度的三维流场。

系数 k 和 h 通常由单个热丝校准来决定，可能会包含不可避免的分叉与探针基座之间相互干涉的效应。在横向速度远小于纵向速度的情况下，一个与流动方向垂直的探针可以获得一个速度分量的信息。如果需要测量两个速度分量，则需要带有两个传感器的探针且方位应是各自与平均方向呈±45°。在三维流动中推荐使用由三条热丝构成的三个传感器。

为了避免使用如上面所述的角度响应的显式表达式，以及避免 King 定律的显式公式，就需要研究风速仪输出电压 E 与速度值 $|U_o|$，以及与方位角 φ 和 θ 之间的详细匹配关系。在三热丝阵列案例中，三个不同的电压 E_1、E_2 和 E_3 与速度矢量的唯一值项对应，即

$$\{E_1, E_2, E_3\} \longleftrightarrow \{U_o, \varphi, \theta\} \tag{8}$$

这个函数关系为 $E_i = E_i(U_o, \varphi, \theta)$，其中 $i=1, 2, 3$。

在该校准过程中，U_o，φ，θ 以恒定步长增大，会在相互正交平行的（U_o，φ，θ）空间上产生连续不断的点。在空间（E_1，E_2，E_3）上，将这个形状映射到不规则的棱柱上，其中电压 E_i 是不等间距的。这个校准决定了空间灵敏度的映射构成的 Jacobian 矩阵为

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial E_1}{\partial U_o} & \dfrac{\partial E_2}{\partial U_o} & \dfrac{\partial E_3}{\partial U_o} \\ \dfrac{\partial E_1}{\partial \varphi} & \dfrac{\partial E_2}{\partial \varphi} & \dfrac{\partial E_3}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial E_1}{\partial \theta} & \dfrac{\partial E_2}{\partial \theta} & \dfrac{\partial E_3}{\partial \theta} \end{bmatrix} \tag{9}$$

以上映射的唯一条件就是 $\boldsymbol{J} \neq 0$。这就使 $\boldsymbol{J}$ 可逆，然后可用于实际流动中，以便从测量得到的 E_i 中，通过以下方式获取速度分量：

$$\begin{bmatrix} U_o \\ \varphi \\ \theta \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}^{-1} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{10}$$

在 Honkan 和 Andreopoulos（1997）的文献中详细地描述了这个映射，也有助于建立现实性条件，同时避免热丝的响应方程（Honkan 和 Andreopoulos，1993）有多重解。这要归功于对与探针的几何形状相结合的速度矢量的偏航角和俯仰角的热丝非线性输出。

4　空间和时间分辨率

对于任何探针而言，热丝应该对流场中测量得到的时间和空间的微小变化很敏感。例如，在稳定状态的层流中，探针要足够小以保证能够检测到流场中参数的空间梯度变化。如果假设传感器感应面积的大小具有尺度 ΔL_s，那么沿着 x_j 方向的速度 U_i 的变化量为 $\Delta U_i = (\partial U_i / \partial x_j) \Delta L_s$，因为大多数传感器不能检测到 x_j 方向上的速度 U_i 变化，传感器将测量基于面积的（$U_i + \Delta U_i$）平均值。对于试验者来说，该问题就是这个不确定的 ΔU_i 是否能被接受。然而，即使制造了更小的传感器也不可能总能得到这个值，因为干扰噪声会增大不确定性。

在瞬态流动变化中，热丝传感器应有足够的频率响应，以保证在可接受的最小时间尺度上能解析测量参数的变化。在大多数案例中，在测量参数时，需要时间步长变化的分离测试来检测传感器的频率响应。对于速度、温度或密度的动态测量，激波管是热丝频率响应测试的理想平台。

要利用大范围的时间和空间尺度来将湍流特征化，传感器不仅要具有足够的时间和空间响应以及分辨率，也需要对突然改变流动方向（偏航和俯仰方向）具有良好的响应。

热丝探针的时间和空间分辨率影响与时间相关的速度 U_i、速度梯度 $A_{ij} = U_i / \partial x_j$，以及涡量分量 Ω_k 等的测量的精度，其分辨率取决于方法中所使用的传感器的位置和方向。该方法的特征长度尺度为 L_p，该值通常与感应面价和时间尺度 T_p 之间的分隔距离有关，这在大多数情况下取决于数据获取的速度和硬件的频率响应。该方法也能够检测给定流动中的小尺度，该尺度以 Kolmogorov 黏性尺度的形式出现，长度为 $\eta = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}$，时间为 $T_e = \nu^{1/2} \epsilon^{-1/2}$，这里的 ϵ 为湍动能的耗散率，ν 为运动黏性。为了能够捕捉到流场中最小涡的作用，探针的尺度 L_p 和 T_p 应该分别小于流动尺度 η 和 T_ϵ。在涡量梯度或速度梯度案例中，因为测量与小尺度涡不相关，尺度与涡量大小和速度梯度波动有关。Wyngaard（1969）研究了基于涡量技术的热丝的空间分辨率的问题，并发现当 $L_p / \eta = 1$ 时涡量没有衰减，而当 $L_p / \eta > 3.3$ 时，涡量的衰减非常明显。Wallace 和 Foss（1995）的评论得到的推断：当 $L_p / \eta < 2 \sim 4$ 时，得到的涡量的估算值没有衰减。

要使 L_p 尽可能小，它的取值与其他参数无关。在测量中由于噪声引起的误差随着长度尺度的增加而被放大，因此在噪声的衰减与放大之间肯定有一个最优长度。

决定 η 需要对湍动能的耗散率 ϵ 或总的耗散率（Andreopoulos，Agui 和 Briassulis，2000）进行良好的估计，这些参数在实验室中很难测得。目前的研究是通过假设来减小总耗散率表达式中的某些项，从而得到 E 的值（Briassulis、Agui 和 Andreopoulos，2001），但这不一定总是合理的。E 的取值经常是估算得到的，尤其是那些基于直接方法的估算，可能是非常错误的。一项低空间分辨率实验会使所有检测到的湍流属性衰减，包括耗散率（它表明了高 η 值和良好的分辨率）。

随着流动的雷诺数增加，它的时间和空间尺度会减小。因此，如果测量体积的大小和获取数据的速度保持不变，那么测量技术的空间和时间分辨率就会恶化。



Tsinober、Kit 和 Dracos（1992）认为探针的空间分辨率应该可以类比于泰勒的微尺度 λ。Agui 和 Andreopoulos（2003）的研究工作为这个问题提供了额外的信息。

5　涡量、应变率和耗散的测量

长期以来，对湍流流动涡量的单个或多个组件的测量一直是研究和技术上的一个难点，也是研究人员和流体机械设备研究的目标。Wallace 和 Foss（1995）的文章提供了可用技术的详细说明，用来测量涡量，以及与现存数据进行比较。这些技术中的大多数都是基于热力式风速仪或者基于空间方法。

用于推导涡量有两个常用的方法。在第一种方法中，测量附近位置得到速度分量，利用有限差分方法来导出涡量。在第二种方法中，测量得到小区域周围的微循环值，并将涡量用于计算循环密度。

第一种定义方法是基于附近位置的涡量的泰勒级数展开式，它的一阶近似为 $U_i(r_j+\Delta r_j)=U_i(r_j)+\Delta r_j\,\partial U_i/\partial r_j+\cdots$。

对于 y 方向上的 r_j 以及 $\Delta r_j=(0,\ \Delta y,\ 0)$，以上方程变为 $U_i(y+\Delta y)\approx U_i(y)+\Delta y(\partial U_i/\partial y)$，从而得到计算流动速度梯度的关系式为 $\partial U_i/\partial y\approx[U_i(y+\Delta y)-U_i(y)]/\Delta y$。该关系也可用来定义速度梯度测量中的不确定性。

涡量估计的第二种方法源于 Foss（1976，1981，1994），为了测量横向涡量，他发明了热丝技术，该技术包括垂直于流动方向的面积为 ΔS 的微小区域上的微环量 Γ 的测量，涡量的估算可用如下关系式：

$$\langle \Omega_Z \rangle = \Gamma/\Delta S$$

这两种方法并不是仅有的方法，显式估算不需要得到公式化的涡量计算。例如，利用测量流体的旋转来直接估计涡量就不需要通过隐式方法（Frish 和 Webb，1981）来计算涡量。

最近，人们研究了多种多热丝探针技术，该技术可以测量与速度梯度有关的量。它们之间的差别就是方向和所使用的热丝的数量。Balint、Wallace 和 Vukoslavĉeviĉ（1991）以及 Vukoslavĉeviĉ、Wallace 和 Balint（1991）最初的工作都提供了完整的低速绝热记边界层中的涡量数据以及由 Cavo 等（2007）提供的剪切层数据。

Honkan 和 Andreopoulos（1997）制作了一个探针，该探针由 9 个单丝传感器构成，如图 6 所示，即由三个相互独立的三热丝传感器构成，保持几何对称性。

在设计涡量探针时应考虑以下几个问题：①单个热丝的长度 l_w 应尽可能小，以保证小尺度可以得到充分解析。②相互独立的三丝探针的尺寸 l_p 应尽可能小，以保证穿过探针时速度不发生大幅度变化的假设，也不要太小，热丝间距过小会导致热丝之间产生热干涉和干扰。③由于涡量或应变率由速度梯度计算而得，每个探针之间的空间应是限定值，以确保速度梯度不会“消失”。如果这个空间变小了，噪声效果就可能会超过信号（Wallace 和 Foss，1995）。④每个热丝的控制是相互独立的。⑤热丝衰减系统的传递函数应是三维的，这表明探针可以响应速度矢量的偏航和俯仰角及其值。

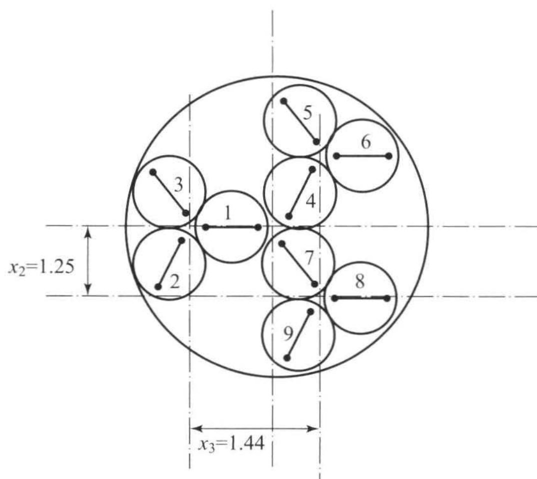


图 6　Honkan 和 Andreopoulos（1997）给出的涡量探针中的传感器分布

在 Honkan 和 Andreopoulos（1997）的例子中，通过速度、偏航和俯仰校准创建了可供查找的表格。之后的研究中，可以利用这些表格减少需要获取的数据。

Agui、Briassulis 和 Andreopoulos（2005）以及 Briassulis、Agui 和 Andreopoulos（2001）描述了一种用于非等温流动或可压缩流动的新型涡量探针。该探针由 12 个热丝构成，它是对 Honkan 和 Andreopoulos（1997）最初设计的九丝探针的修改，增加的 3 个热丝在恒定电流模式下运行，用于测量基于时间的总温度。

由于这种探针本质上由三模块或阵列构成，见图 7（a）、（b）、（c），因此必须提供单独热丝模块的几个关键特征。每个模块包含在 CTA 模式下运行的 3 个热丝和一个在 CCA 模式下运行的冷丝传

感器，三丝子模块中的每个热丝相互正交，与探针轴呈 54.7°的方位角。直径为5 μm的钨丝传感器被焊接在两个相互独立的分叉上。由于没有使用共同的分叉，因此每个传感器都是独立运行的，直径为 2.5 μm 的冷丝位于子模块的外部。

（a）

（b）　　（c）

图 7　涡量探针

（a）探针传感器的几何形状与分布；（b），（c）探针的特写

通过前面提到的方程（3），也就是 King 定律（1914），可以得到第 i 个传感器的热丝输出电压 E_i 与有效冷却速度 $U_{i,\text{eff}}$ 之间的关系式：

$$\frac{E_i^2}{T_\text{w}-T_0}=A_i\left(\frac{T_0}{T_\text{r}}\right)^a+B_i\left(\frac{T_0}{T_\text{r}}\right)^b(\rho U_{i,\text{eff}})^n \quad (11)$$

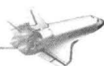
式中，T_w 为热丝温度；T_0 为流动的总温度；T_r 为参考温度，在本例中为环境温度。指数 a 和 b 的值取 Kovasznay（1950）的建议值，即 $a=b=0.768$。有效速度 $U_{i,\text{eff}}$ 分别与第 i 个传感器上的速度矢量的法向、切向、次法向分量有关。

$$U_\text{eff}=(U_\text{N}^2+h^2U_\text{B}^2+k^2U_\text{T}^2)^{1/2} \quad (12)$$

式中，k 和 h 都是系数，对于给定的探针，其值取决于速度矢量的偏航角和俯仰角。

关于三丝阵列使用的详细技术资料，可以在 Andreopoulos（1983a）的文献中找到，Andreopoulos（1983b）对与探针的几何形状有关的误差以及湍流强度的估计进行了描述。

通过利用 Briassulis 等（1996）所采用的方法可以将质量流量 ρU_i 进一步分解为密度和速度。从质量流量中解耦密度时，需要假设静态压力波动很小，这就是 Morkovin（1956）的“强雷诺模拟”的简化版本，原本是建立在压力和温度波动都很小的假设之上的。在目前的研究中，总温度是直接测量得到的，因此不需要假设。然而，压力是在壁面



上测量的，而不是在热丝位置上测量的。利用压力信号的平均值来分解压力和密度信号，因为在流场的给定区域所测到的平均压力是不变的，该过程包括质量流量 m_i 的表达式、总温度 T_0、压力 p，在每个阵列的中间，$m_i=\rho U_i=pU_i/RT=pU_i/[R(T_0-U_kU_k/2c_p)]$，其中 U_i 为瞬间速度分量，$i=1$，2，3，并且 $U_kU_k=U_1^2+U_2^2+U_3^2$，速度可以分解为 $U_i=\overline{U}_i+u_i$。利用迭代步骤将速度和密度解耦，在第一次迭代中，假设量值为 $(u_2^2+u_3^2)/2c_p$，其中 u_2 和 u_3 分别为速度的空间分量和法向分量，本质上小于 $(T_0-U_1^2/2c_p)$，上面的关系式将变为关于 U_i 的二次方程，即 $(Rm_i/2c_p)U_i^2+pU_i-m_iRT_0=0$。关于这种探针的更多详细使用可以在 Xanthos 等（2007）的相关工作中找到。

6 超声速流动中的热丝风速仪

Kovasznay（1950）、Morkovin（1956）、Morkovin 和 Phinney（1958）首次提出将热丝风速用于超声速流动的测量中，Laufer 和 McClellan（1956）也曾提出过同样的观点。热丝探针进入超声速流动，在热丝和分叉的头部会形成脱体的弓形激波，实际上热丝在激波的后面，得到的是亚声速流动，所得的亚声速流动属性可以利用来流的流动属性穿过激波的动量守恒和质量守恒关系来修正。各种各样的热丝技术都已经被用于可压缩流动的湍流测量中（Smits 和 Dussauge，1989；Gaviglio，1978；Barre、Dupont 和 Dussauge，1992）。在超声速流动中，热丝风速仪的使用是可能的，Spina 和 McGinley（1994）对此进行了研究。

在大多数案例中，可能只能得到平均时间下的质量流量属性，因为直接测量温度是不可行的。用努塞尔数来追踪温度已经在个别案例中得到应用，如 Kovasznay（1950）；Smits、Muck 和 Hayakawa（1983）以及 Spina 和 McGinley（1994）。在不同过热率下以 CTA 模式（Briassulis 等，1995）运行或者在 CCA 模式（Smits、Muck 和 Hayakawa，1983）下运行的热丝测得的温度信息可以将速度和密度解耦。

7 微纳米传感器

人们对微纳米尺度上的流动现象的兴趣与日俱增。微尺度流动力学对于 MEMS 和 BioMEMS 就是最具代表性的实际应用之一。此外，也需要解析主流宏观流动测量中的小尺度，这两个需要促使微纳米传感器的发展。探针尺寸的减小可以改善时间和空间分辨率，它的另外一个优势是不需要热补偿，因此电路可以得到极大简化。

Tai（1985）及 Lofdahl、Stemme 和 Johansson（1992）已经着手研究基于微机械探针的 TA，但很难在实际应用中使用。Jiang 等（1994a）研究了一种新的微米级多晶硅丝，并且具有批量生产的潜能。Jiang 等（1994b）已经将这些热丝应用于风速仪，并在风洞中对其进行校准。微型的风速仪装置由一个传感丝、两个支撑杆、一个硅制成的梁和一个厚度为 500 μm 的硅柄构成。硅制成的梁相当于探针的身体：长 1 μm，宽 200 μm，厚 75 μm。两个平行的支撑杆长 100 μm，宽 20 μm，厚 0.5 μm。制作的传感丝具有不同的尺寸，长 10～160 μm，宽 1 μm，厚 0.5 μm。这个结构与传统的风速仪类似，所以可以类比制作。

Ebefors、Kalvesten 和 Stemme（1998）使用了带有尼龙铰链的分叉和热丝传感器，它们都是用掺杂的硅材料制成的，可以制作三分量传感器。Chen 和 Liu（2003）制作了尺寸为 2.7 μm×50 μm 的带有热单元的无硅热丝。

Bailey 等（2008）研发的纳米级热力式风速仪探针具有很高的空间和时间分辨率，可以测量高雷诺数流动中的小尺度湍流。已经成功制作出来的探针有两种尺寸，每个探针都由铂感应丝制成，其尺寸分别为 60 μm×1 μm×0.1 μm 和 20 μm×0.1 μm×0.1 μm，分别悬挂在两个接触支座上。结果表明，厘米尺度的探针具有不同热丝的表现，但是它的频率响应是传统探针的 3 倍。

8 结　　论

热力式风速仪仍然是实验流体力学中测量速度和波动最广泛使用的技术，其优势在于风速仪的高频响应和良好的空间分辨率，以及低成本。该技术基于位于流动中非常小的热丝或薄膜单元的对流传热。除了基本的操作限制条件和基于热力式风速仪传感器的使用，本章还描述了多探针使用的发展以及微纳米传感器制造的前景。

致　　谢

作者非常感谢 Drs A. Honkan、G. Briassulis、

J. Agui、S. Xanthos 和 M. W. Gong 做出的贡献。

参考文献

Adrian, R. J., Johnson, R. E., Jones, B. G., Merati, P. and Tung, A. T. C. (1984) Aerodynamic disturbances of hot-wire probes and directional sensitivity. *J. Phys. E. Sci. Instrum.*, 17, 62 - 71.

Agui, J. H. and Andreopoulos, J. (1994) Development of a new LASER vorticity probe-LAVOR, in *Fluids Engineering*, FEDvol. 191 (eds T. T. Huang and M. V. Otugen), Division of ASME, pp. 11 - 19. International Symposium on LASER Anemometry, June 20 - 24, Lake Tahoe, NV.

Agui, J. H. and Andreopoulos, Y. (2003) A new laser vorticity probe-LAVOR: its development and validation in a turbulent boundary layer. *Exp. Fluids*, 34, 192 - 205.

Agui, J. H., Briassulis, G. and Andreopoulos, Y. (2005) Studies of interactions of a propagating shock wave with decaying grid turbulence: velocity and vorticity field. *J. Fluid Mech.*, 524, 143 - 195.

Andreopoulos, J. (1983a) Improvements of the performance of triple hot-wire probes. *Rev. Sci. Instrum.*, 54 (6), 733 - 740.

Andreopoulos, J. (1983b) Statistical errors associated with turbulence intensity and probe geometry in hot-wire anemometry. *Phys. E. Sci. Instrum*, 16, 1264 - 1271.

Andreopoulos, Y., Agui, J. H. and Briassulis, G. (2000) Shock wave turbulence interactions. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 32, 309 - 345.

Bailey, S., Hultmark, M., Meyer, K., Hill, J. Kunkel, G., Arnold, C. and Smits, A. (2008) Nanoscale thermal anemometry probe. Abstract APS. 61st Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics, San Antonio, TX, 23 - 25 November, p. 51.

Balint, J. L., Wallace, J. M. and Vukoslavĉeviĉ, P. (1991) The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 2: statistical properties. *J. Fluid Mech.*, 228, 53 - 86.

Barre, S., Dupont, P. and Dussauge, J. P. (1992) Hot-wire measurements in turbulent transonic flows. *Eur. J. Mech. B Fluid*, 11 (4), 439 - 454.

Bradshaw, P. (1971) *An Introduction to Turbulence and Its Measurement*, Pergamon Press, Oxford.

Briassulis, G., Honkan, A., Andreopoulos, J. and Watkins, C. B. (1995) Application of hot-wire anemometry in shock-tube flows. *Exp. Fluids*, 19, 29 - 37.

Briassulis, G., Agui, J. H., Andreopoulos, J. and Watkins, C. B. (1996) A shock tube research facility for high-resolution measurements of compressible turbulence. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 13, 430 - 446.

Briassulis, G., Agui, J. and Andreopoulos, Y. (2001) The structure of weakly compressible grid turbulence. *J. Fluid Mech.*, 432, 219 - 283.

Bruun, H. H. (1995) *Hot-Wire Anemometry*, Oxford University Press, Oxford.

Cavo, A., Lemonis, G., Panidis, Th. and Papailiou, D. D. (2007) Performance of a 12-sensor vorticity probe in the near field of a rectangular turbulent jet. *Exp. Fluids*, 43 (1), 17 - 30.

Champagne, F. H., Schleicher, C. A. and Wehrmann, O. H. (1967) Turbulence measurements with inclined hot-wires. Part 1. Heat transfer experiments with inclined hot-wires. *J. Fluid Mech.*, 28, 153 - 175.

Chen, J. and Liu, C. (2003) Development and characterization of surface micromachined, out-of-plane hot-wire anemometer. *J. Microelectromech. Syst.*, 12 (6), 979 - 988.

Comte-Bellot, G. (1998) Hot-wire anemometry, in *Handbook of Fluid Dynamics*, Chapter 34 (ed. R. W. Johnson), CRC Press, Boca Raton.

Comte-Bellot, G. and Foss, J. F. (2006) *Handbook of Experimental Fluid Mechanics* (eds C. Tropea, A. L. Yarin and J. F. Foss), Springer Verlag.

Comte-Bellot, G., Strohl, A. and Alcaraz, E. (1971) Onaerodynamic disturbances caused by single hot-wire probes. *ASME J. Appl. Mech.*, 38, 767 - 774.

Comte-Bellot, G. and Sarma, G. R. (2001) Constant voltage anemometer practice in supersonic flows. *AIAA J.*, 39 (2), 261 - 270.

Ebefors, E., Kalvesten, E. and Stemme, G. (1998) Three dimensional silicon triple hot-wire anemometer based on polyimide joints in Proceedings MEMS, New York, pp. 93 - 98.

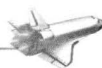
Foss, J. F. (1976) Accuracy and uncertainty in transverse vorticity measurements. *Bull. Am. Phys. Soc.*, 21, 1237. (Abstract).

Foss, J. F. (1981) Advanced techniques for transverse vorticity measurements. Proceedings of 7th Biennial Symposium on Turbulence, University of Missouri, Rolla, pp. 208 - 218.

Foss, J. F. (1994) Vorticity considerations and planar shear layers. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 8, 260 - 270.

Frish, M. B. and Webb, W. W. (1981) Direct measurements by optical probe. *J. Fluid Mech.*, 107, 173 - 185.

Gad-el-Hak, M. (1998) Experimental Methods in Fluid Mechanics: Basic Instruments, in *The Handbook of Fluid Dynamics* (ed. R. W. Johnson), Chapter V, CRC Press, pp. 33 - 1 - 33 - 22.



Gaviglio, J. (1978) Sur les méthodes de l'anémométrie par fil chaud desécoulements turbulents compressibles de gaz. *J. Mécanique*, 2, 449 - 498.

Gong, M., Xanthos, S. and Andreopoulos, Y. (2009) Evaluation of aerodynamic performance of multi hot-wire vorticity probes through CFD analysis. (Under review)

Honkan, A. and Andreopoulos, J. (1993) Direct calibration mapping and data analysis in triple hot-wire anemometry, in *Thermal Anemometry*, FED vol. 167 (eds D. Stock, S. Serif and A. J. Smits) ASME, pp. 67 - 78.

Honkan, A. and Andreopoulos, Y. (1997) Vorticity, strain-rate and dissipation characteristics in the near-wall region of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 350, 29 - 96.

Jiang, F., Tai, Y. C., Ho, C. H. and Li, W. J. (1994a) A micromachined polysilicon hot-wire anemometer. Technical Digest, Solid-State Sensors & Actuator Workshop, Hilton Head, USA, pp. 264 - 267.

Jiang, F., Tai, Y. C., Ho, C. M., Karan, R. and Garstenauer, M. (1994b) Theoretical and experimental studies of micromachined hot-wire anemometers. Technical Digest, International Electron Device Meeting (IEDM-94), San Francisco, California, pp. 139 - 142.

Jorgensen, F. E. (1971) Directional sensitivity of wire and fibre film probes. *DISA Info.* 11, 31 - 37.

King, L. V. (1914) On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid; determination of the convection constants of small platinum wires with application to hot-wire anemometry. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, **A**214, 373 - 432.

Kovasznay, L. S. G. (1950) The hot-wire anemometer in supersonic flows. *J. Aeronaut. Sci.*, 17, 565 - 584.

Kolmogorov, A. A. (1941) The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *C. R. Akad. Sci. U. S. S. R.*, 30, 301 - 306.

Laufer, J. and McClellan, R. (1956) Measurements of heat transfer from fine wires in supersonic flows. *J. Fluid Mech.*, 1, 276 - 289.

Lofdahl, L., Stemme, G. and Johansson, B. (1992) Silicon based flow sensors used for mean velocity and turbulent measurements. *Exp. Fluid*, 12, 270 - 276.

Lomas, C. G. (1983) *Fundamentals of Hot-Wire Anemometry*, Cambridge University Press, Washington.

Morkovin, M. V. (1956) Fluctuations and hot-wire anemometry in compressible flows. AGAR Dograph 24.

Morkovin, M. V. and Phinney, R. E. (1958) *Extended Applications of Hot-wire Anemometry to High-speed Turbulent Boundary Layers*, John Hopkins University, Baltimore.

Perry, A. E. (1982) *Hot-Wire Anemometry*, Clarendon, Oxford.

Reda, D. C., Wilder, M. C., Mehta, R. and Zilliac, G. (1997) Measurement of continuous pressure and surface shear stress vector distributions. AIAA - 97 - 2489. 32nd Thermo Physics Conference, Atlanta, GA, 23 - 25 June.

Sarma, G. R. (1998) Transfer function analysis of the constant voltage anemometer. *Rev. Sci. Instrum.*, 69 (6), 2385 - 2391.

Smits, A. J., Muck, K. C. and Hayakawa, K. (1983) Constant temperature anemometer practice in supersonic flows. Part 1. The normal wire. *Exp. Fluids*, 2, 23.

Smits, A. J. and Dussauge, J. P. (1989) Hot-wire anemometry in supersonic flow. AGAR Dograph 315, 5. 1 - 5. 14.

Spina, E. F. and McGinley, C. B. (1994) Constant-temperature anemometry in hypersonic flow: critical issues and sample results. *Exp. Fluids* 17, 365 - 374.

Tai, Y. C. (1985) Polysilicon bridge for anemometer application. Digest Technical Papers, Transducers 85, pp. 354 - 357.

Tavoularis, S. (1986) Techniques for turbulence measurements, in *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, vol. 1: Flow Phenomena and Measurements, Chapter 36 (ed. N. P. Cheremisinoff), Gulf Publishing, Houston, pp. 1207 - 1255.

Tavoularis, S. (2005) *Measurement in Fluid Mechanics*, Cambridge University Press.

Tsinober, A., Kit, E. and Dracos, T. (1992) Experimental investigation of the field of velocity gradients in turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, 242, 169 - 192.

Vukoslavĉeviĉ, P., Wallace, J. M. and Balint, J. (1991) The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 1. Simultaneous measurement by hot-wire anemometry. *J. Fluid Mech.*, 228, 25 - 51.

Wallace, J. M. and Foss, J. (1995) The measurement of vorticity in turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 27, 469 - 514.

Wyngaard, J. (1969) Spatial resolution of the vorticity meter and other hot-wire arrays. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 2, 983 - 987.

Xanthos, S., Gong, M., Agui, J. and Andreopoulos, Y. (2007) Experimental techniques for measurements of vorticity and strain rates in compressible turbulence interactions with shock or expansion waves. Proceedings of IMechE Part G. *J. Aero. Eng.*, 221, 331 - 341. doi: 10. 1243/09544100JAERO161.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 66 章

激光多普勒测速仪

Cameron Tropea
达姆施塔特工业大学，流体力学与空气动力学研究所，
机械工程系，达姆施塔特，德国

1 测量原理

激光多普勒测速技术（LDV）是一项远程非介入式的干涉测量法，用于测量空间中某一点的单速度分量（Durst、Melling 和 Whitelaw，1981；Albrecht 等，2003）。一个或多个光学系统可进行组合，从而可以同时测量最多三个速度分量，其高时间和空间分辨率特性，使得 LDV 尤为适用于紊流领域的测量。最为常见的光学配置是双光束装置，如图 1 所示。测量体在两个激光束的交叉点上形成，通常从同一激光源发出并在交叉点上形成 40～300 μm 的光腰。示踪粒子穿过测量体时分散的光聚成光圈并集中于光电探测仪上。无论是汇成的光圈位置、前向散射、侧向散射还是后向散射，激光多普勒测速技术都是可用的。然而，必须考虑到粒子的散射特性，且前向散射排列的散射强度通常较好。

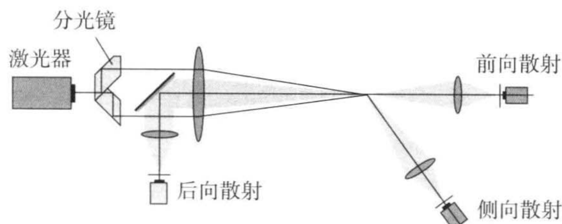


图 1 LDV 双光束光学装置

图为不同光圈的放置位置

光电探测器产生的信号具有突发性质，振幅在示踪粒子进入光束的高斯强度分布时增长，离开时减小，这一现象显示了频率的内调制。

$$f_D = \frac{2U_x \sin(\Theta/2)}{\lambda} = \frac{U_x}{\Delta x} \tag{1}$$

式中，Θ 为光束的全交叉角；λ 为激光的波长；U_x 为示踪粒子垂直于光束平分线的速度分量。

引起调制的多普勒信号的光束相交和干涉现象如图 2 所示。变量 Δx 称为（干涉）条纹的间距，用于测量体积，此变量仅由两道光束的波长和交会角决定。

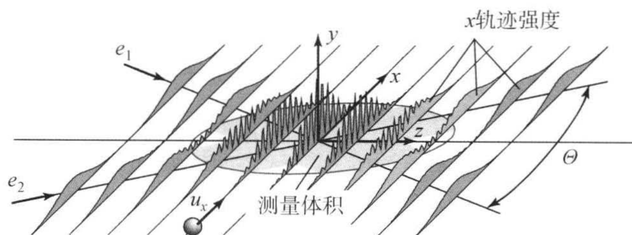


图 2 使用局部光强描绘的两个激光束的交叉点容积

通过每个多普勒脉冲串的频率可确定每个示踪粒子的速度，因为可得到 Θ 与 λ 的高精确度值。从大量粒子的统计数据中得知流速、粒子速率甚至可高达几千赫兹，这样得到了高时间分辨率的速度脉冲。从式（1）也可以看出，除了需要对 Θ 进行准确测量外，激光多普勒测速技术不需要定标。

式（1）的关系式可通过每个入射光束与所述示踪剂的相互作用，由多普勒效应导出。考虑图 3 的情况，在频率为 f_1 的激光光束被移动的粒子分散和转移情况下，由接收器感知的光频率 f_r，根据多普勒效应计算式如下：



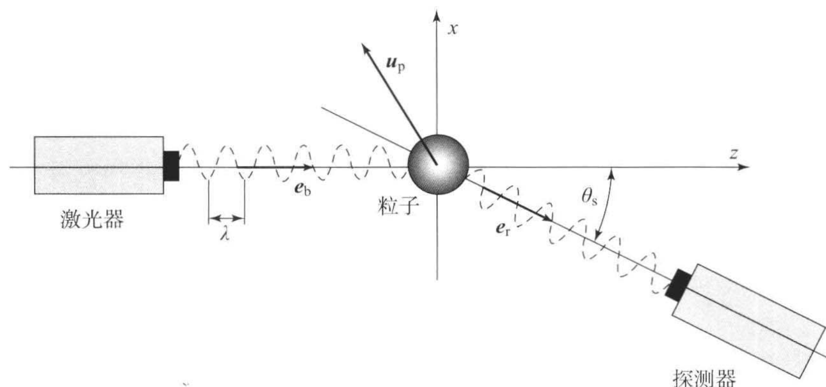


图 3 光的多普勒频移的运动粒子分散到光电检测器（接收器）

$$f_r = f_1 \frac{1-\frac{ue_b}{c}}{1-\frac{ue_{pr}}{c}} = f_1\left(1-\frac{ue_b}{c}+\frac{ue_{pr}}{c}\right) \tag{2}$$

式中，e_b 与 e_{pr} 分别为该入射光束的单位矢量和粒子与接收器之间的路程；u 为粒子的矢量速度；c 为光速。

若如图 4 所示，两个激光束照亮粒子，探测器将给出两个不同的频率。

$$f_1 = f_2 \frac{1-\frac{ue_1}{c}}{1-\frac{ue_{pr}}{c}},\quad f_2 = f_1 \frac{1-\frac{ue_2}{c}}{1-\frac{ue_{pr}}{c}} \tag{3}$$

式中，e_1 与 e_2 为各入射光束在粒子上的单位矢量。

频率 f_1 与 f_2 皆不能直接被光电探测仪检测到，因为即使存在多普勒频移，这些频率也都是接近入射光的频率（约 10^{15} Hz）。但是差频（也称为拍频）在检测器的检测频宽内是正常的，且等价于方程（1）$f_2-f_1=f_D$，这种差频的检测被称为光外差法，由光电检测器检测的强度是所有电磁波的振幅下降到检测器表面的总和的平方。

当粒子穿过两个激光束的交叉部分时，由于高斯光束的强度分布，生成信号的调制深度取决于它的轨迹，如图 4 所示。此外，若示踪粒子与条纹间隔 Δx 相比明显较大，则也可以预计调制深度在结果信号中的损耗。在检测体中的多个粒子同时引起附加信号，从而使调制降低，并在信号中产生相位噪声，甚至粒子将以相同速度穿过体积。因此，最好调整示踪粒子的浓度及测量体的大小，使每次只有一个粒子存在，这就是著名的单实现条件（Buchhave、George 和 Lumley，1979）。假设粒子在空间中呈泊松分布，同时在测量体中存在多个粒子的概率降低至 0.5%（$\overline{N}<0.1$，$\overline{N}$ 为粒子在测量体中的平均数量）（Feller，1971）。平均粒子浓度 $\overline{n}$ 在此条件下为

$$\overline{n} < \frac{\overline{N}}{V_o} = \frac{0.1}{V_o} \tag{4}$$

式中，V_o 为测量体的体积，由式（6）给出。

从此推导中可看出，在 LDV 技术中对时空的相关性及单个波长（单色光）有明确要求，也可看出激光器作为光源的重要性。

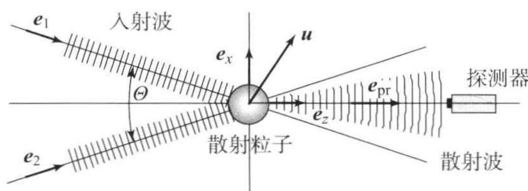


图 4 两条入射光在一个粒子上发生分散并通过光电检测器

2 光学配置

2.1 发射光学

实用激光多普勒系统的设计和布局必须考虑到高斯光束的聚焦特性，因为它决定了测量体的大小，从而影响可达到的空间解析度。一般情况下，准直器用在该系统的前聚焦透镜之前以实现低发散，如图 5 所示。对于聚焦高斯光束，聚焦后的束腰半径 w_1 与透镜前的束腰半径 w_o 有关，即

$$w_1 = \frac{\lambda f_T}{\pi w_o} \tag{5}$$

式中，f_T 为发射透镜的焦距，被照射的测量体为椭圆形。

通过式（5），半轴与体积 V_o 由下式得出：

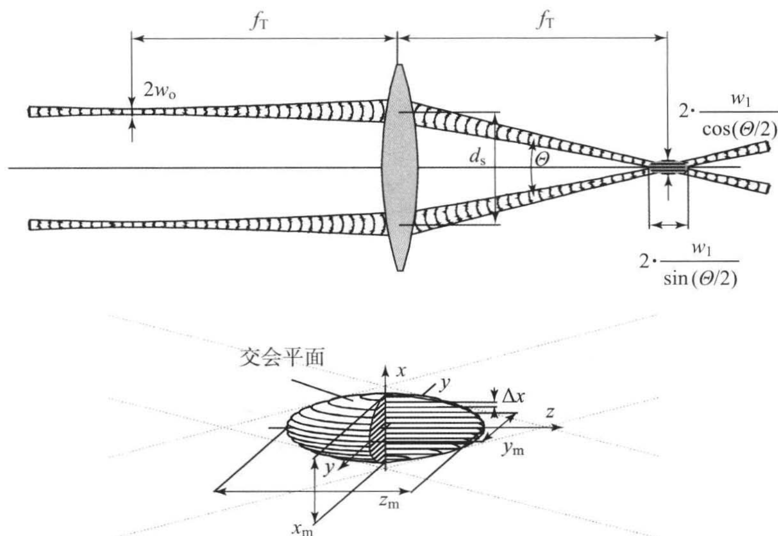


图 5　由两个聚焦激光束的交叉点所形成的测量空间的光学尺寸

[转载自 Webb 和 Jones (2003) ©泰勒一弗朗西斯出版集团]

$$x_m=\frac{w_1}{\cos(\Theta/2)},\ y_m=w_1,\ z_m=\frac{w_1}{\sin(\Theta/2)},\tag{6}$$

$$V_o=\frac{8\pi}{3}\frac{w_1^3}{\sin\Theta}$$

例如，直径为 1 mm 的氦氖激光器的准直光束 (λ=632.8 nm) 使用 f_τ= 310 mm 的镜头聚焦产生 250 μm 测量体积直径。一道光束在 d_s=40 mm 镜片前分离引起一个完整的交叉角度 Θ=7.38°及体积 V_o=1.3×10^{-10} m^3。

通常情况下，根据交叉角的大小，测量体的直径在 40～200 μm 变化，长度为其 5～10 倍。若需要较小的测量体积，必须在前透镜前使用扩束以增加 w_o，降低 w_1。式 (5) 中 f_T 值可以达到较大值，大型空气动力设施使用的系统尤其如此。与式 (5)、式 (6) 中给出的标称照明测量容积相比，被检测到的示踪粒子的有效容积取决于接收孔径和电子信号，检测体的精确尺度只能通过专门的标定实验确定。

在配置发射的光学元件时，对于检测速度方向，需要进一步的思考。据上文介绍的工作原理，该系统无法分辨在正或负 x 方向上运动的粒子，可以用其他方法确立方向灵敏性，最常用的方法是在一条或所有入射光束上施加方向频移，如使用布拉格细胞同时作为分束器和移频器。图 6 显示了后向散射上的操作系统。

相对于第二道光束来说，第一道入射光束的频移等于增加一个频率偏移 f_{sh} 到多普勒频率上。在测量体中零速度的示踪粒子将导致接收频率 f_{sh} 出现。边缘运动的方向使得粒子进行任何运动都会引起比 f_{sh} 更大或更小的频率，如图 7 所示。

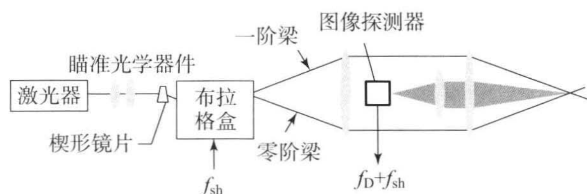


图 6　使用一个单布拉格细胞作为分束器和频移设备，以确定方向灵敏性的光学构造

[转载自 Webb 和 Jones (2003) ©泰勒-弗朗西斯出版集团]

必须选择移频的幅度，使得负 x 方向上（即在移动条纹的方向上）的最高预期速度仍比条纹的速度小得多。这需要预先了解测定的对流场的相关知识，特别是在有回流的区域，如在尾流中。通常采用 40 MHz、80 MHz 和 120 MHz 的布拉格细胞，它们常常用于信号处理过程前与频率降混组合时。

2.2　接收光学器件

接收光学器件使测量体到感光表面的散射光成像，通常用光电倍增管，因为它具有高增益性。但是，根据散射光的可用功率和频率带宽，雪崩光电二极管，甚至内在的负二极管 (PIN) 也可使用。图 8 展示了一种简单的单一透镜的接收光学器件，镜头的光圈 D_a 与针孔孔径 D_p、放大系数 $\beta=d_2/d_1$ 共同决定了场的深度和所检测区域的横向尺度。例如，在测量体聚焦中心的针孔投影的直径为



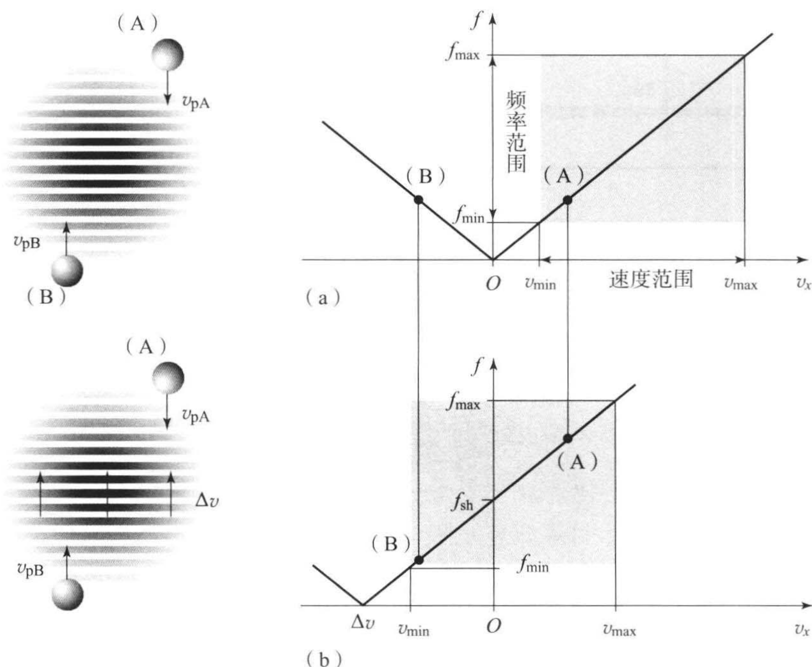


图7 在测量体正（A）与负（B）x方向上的粒子频率

（a）无频移时；（b）有频移时

［转载自Webb和Jones（2003）©泰勒—弗朗西斯出版集团］

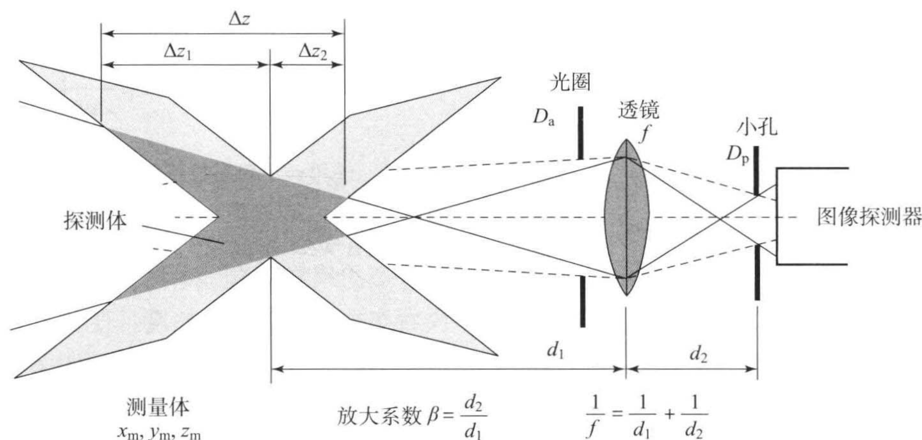


图8 激光多普勒测速计接收光学系统的尺寸标注

［转载自Webb和Jones（2003）©泰勒—弗朗西斯出版集团］

$$D'_p=\frac{D_p}{\beta} \tag{7}$$

针孔投影的直径通常比照射测量体的直径小，因此检测信号的有效区域被称为检测体，且不一定必须与照射的测量体重合。

使用针孔，特别是侧向散射装置调筒，很大程度上减少了测量体在z方向上的有效长度。若预计此方向上有大流量梯度，则上面所述的问题就很重要，因为会检测到测量体内所有粒子的流速场的空间平均值，而这常常是不可取的。

LDV技术常常用于测量跨越边界层的速度剖面，此剖面梯度值高，尺度小。通常，该系统在流动中是定向的，沿着y坐标最大的速度梯度对应着最小检测体尺度。如果存在非常高的速度梯度，则有必要对测得的紊流进行修正，如Albrecht等（2003）进行的全面概述及Durst（1998）进行的边界层测量。

2.3 系统配置

大部分投入使用的商用LDV系统采用后向散射，因为接入测量点只需要一个光纤。当通过光线传输和接收同时进行以获取空间速度分布，或者进

行远程视窗两者难以达成时，这一配置便显示出其优越性（如在大型风洞方面）。然而，相对于前方散射，操作后向散射或侧向散射时，散射光的强度要低得多，如图 9 所示。通过不同直径的水滴在空气中的散射强度极坐标图可看出上述情况（m 为相对折射率）。

对于常见的示踪粒子，前向散射强度可为侧向散射或后向散射的 500～1 000 倍。对所有散射角度来说，散射强度的尺度相关性类似于图 10 所示的曲线（包括水滴在空气中 $\theta_s=0°$ 与 $\theta_s=90°$ 的散射角）。图 9 中的三个图分别对应于 Rayleigh、Mie 和几何光学范围内的粒子，如图 10 所示。激光测速仪中，粒子常用于 Mie 或几何光学范围，其中散射强度随直径平方的增加而增加。然而，无限增大粒径以提高散射振幅与该粒子必须遵守所有流量波动的要求矛盾。大的粒子也将引起较低的信号调制，并最终得到较低的信号噪声比（SNR）。

Melling（1997）对粒子跟随流动波动的能力进行选择进行了全面总结，粒子的生成及其进入流场的导入在 Tropea、Yarin 与 Foss（2007）工作中有详细的介绍。Tedeschi、Gouin 和 Elena（1999），Schennach 等（2007），Scarano 和 van Oudheusden（2003）分析过粒子振荡反应。最近有研究提出，在亚声速与超声速风洞中，二氧化碳冷凝物与颗粒可以作合适的投放颗粒（Reeder 等，2009）。

如今最为常用的 LDV 是双速度分量的后向散射装置，通过使用光学传输/检测器和测量头之间的光纤链路进行构建，如图 11 所示。

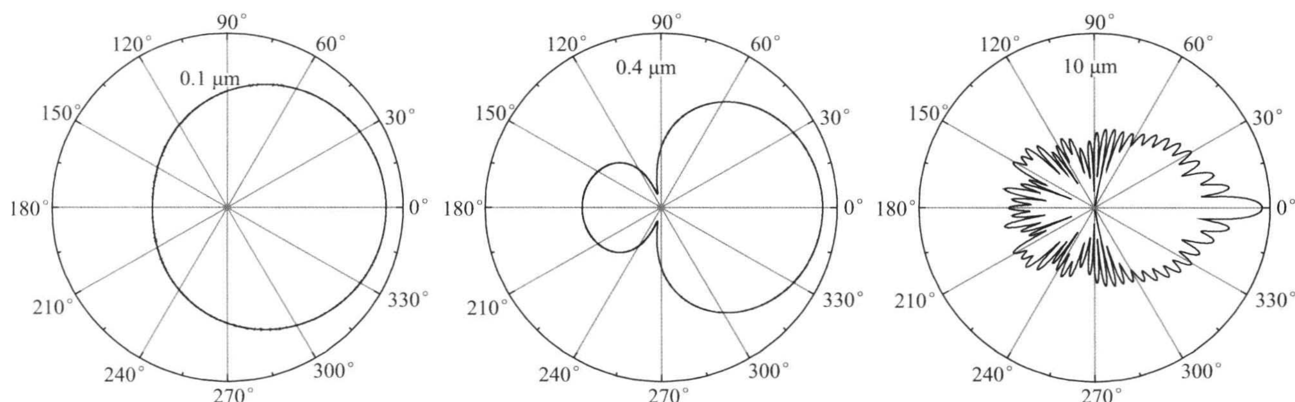


图 9　空气中水滴（m=1.33）的散射光强度的极坐标图（λ=514.5 nm）

振幅比例为对数

［转载自 Webb 和 Jones（2003）©泰勒一弗朗西斯出版集团］

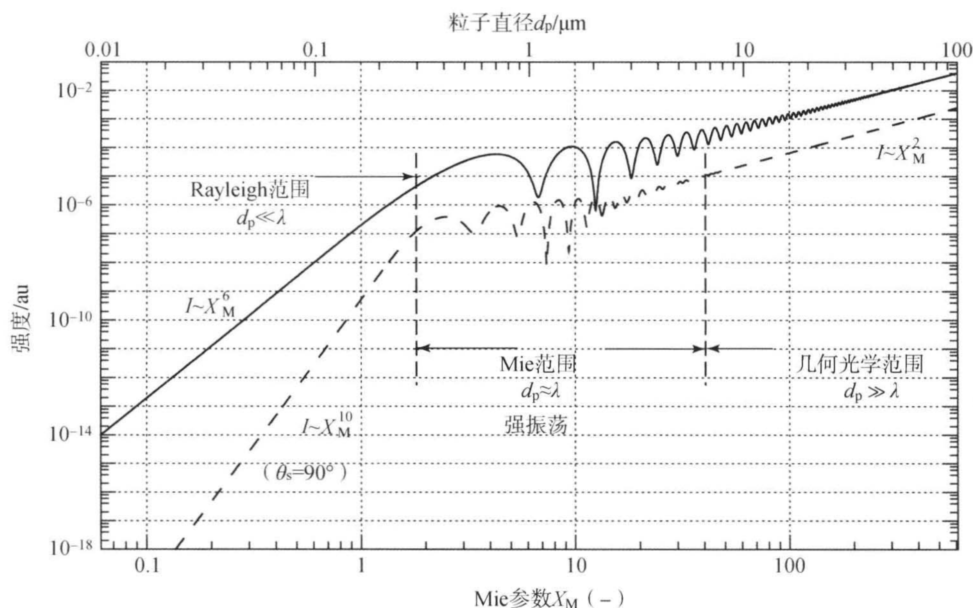


图 10　散射光强度为粒子直径在两个散射角（θ_s=0°与 θ_s=90°）的函数



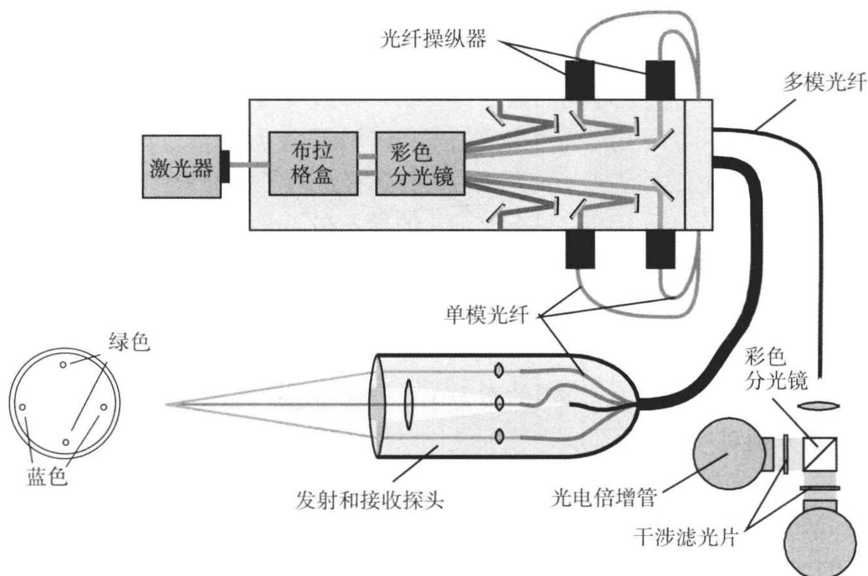


图 11 双色四束激光的多普勒系统（适用于测量两个速度分量）

［转自 Webb 和 Jones（2003）©泰勒-弗朗西斯出版集团］

这一系统使用了氩粒子激光源，彩色分光棱镜分离了耦合到光纤链路中的绿光（$\lambda=488.0$ nm）与蓝光（$\lambda=514.5$ nm）。使用单模偏振使光纤可以传输四道光束（两道绿光，两道蓝光）到测量头。在测量头上，它们被耦合、准直，并聚焦到两个重叠但正交定向的测量体上。测量头同时含有一个光学接收器，使两个测量体通过一个直径较大的渐变折射率传输光纤，在光电检测器上成像。在接收方，不需要保持连贯性或偏振。每个个体的散射光被光电检测器之前的彩色分离器和干涉滤光器切分。这一系统允许两个速度分量垂直于所述测量头的轴线，从而测定每个粒子穿过测量体的粒子。

通过使用氩离子激光（$\lambda=476.5$ nm），该系统可扩展实现三个速度分量的测量。然而，传输到测量体的光束必须从双速测量头位移以达到前述第三速度分量所需的足够的分辨率（Chevrin、Petrie 和 Deutsch，1993）。适用于第三速度分量的光学装置如图 12 所示。注意这三个速度分量可能不都彼此正交，且可能需要转变到固定探针或实验坐标系上。

激光多普勒系统的性能在很大程度上取决于光学系统。因此，任何最大化信噪比与多普勒信号的速率的方法都应以光学系统为出发点，主要影响因素包括：

（1）输入激光功率；

（2）示踪粒子的入射强度（测量体直径的给定激光功率的函数）；

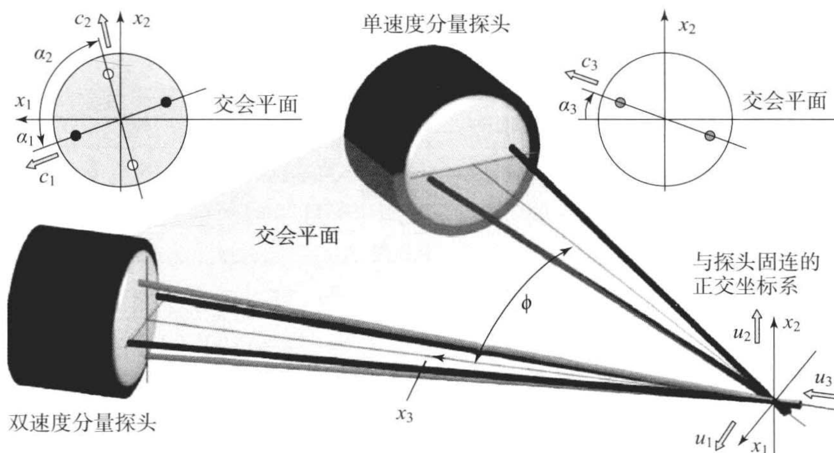


图 12 第三速度分量激光多普勒系统中，显示测得的速度分量和固定探针的正交坐标系

（3）两个光束的完全相交、相等强度、相等偏振和连贯性；

（4）粒径；

（5）接收孔和接收光学器件的校准。

在某些情况下，选择不同的因素可满足不同甚至矛盾的要求。有时，对于其他诊断设备（如功率表、光束扫描仪等），这些因素可能是其达到最佳性能时所必需的条件。

虽然气体激光器（空气冷却或水冷却）是LDV系统最常见的光源，但这些激光器大而笨重，且仅可达到大约0.1%的效率。固态光源如连续发射激光二极管或二极管泵浦、固态激光器，已全部成功地用于LDV系统中（James和Tatam，1998）。通常我们希望有稳定的波长和较长的相干长度，但不包括多种工业级的激光源。但是，激光二极管的光束质量较差，需要矫正光学器件，且基本模式的功率被限制在约200 mW。尽管如此，这使得设备更加小型化且耐用性更好，并用于一些商业LDV系统的表面速度的测量中。使用衍射光学元件如光栅作为分光器，多模激光二极管光源的LDV系统已被证明可行（Czarske，1999）。

二极管泵浦可达到更高水平激光器（Nd：YAG）及掺镱光纤激光器，带有这些光源的LDV系统也被证明可行，LDV系统的替代激光源的相关细节可从文献（Czarske，2006；Tropea，1995）中找到。

3　信号处理

每个通过检测体的粒子上可得到脉冲串状信号，其频率对应于粒子中的一个速度分量，如式（1）。图13为典型LDV信号。根据流速与粒子浓度，分析检测体中粒子的到达统计量，可产生一系列这样的信号。在信号通过了一个高通滤波器后，时间序列如图13（c）所示。因此，信号处理器必须确定每个脉冲串的频率、到达时间及脉冲串的持续时间。

实现激光多普勒信号处理器有几种方法，然而，高性能计算机的使用，使得大多数系统可利用一个快速的模拟数字转换器实现固件与软件的参数估计功能。两个主要的运算法则为：信号脉冲串与主导频率估算的功率谱密度函数（PSD）及利用过零点分析出信号调制频率的自相关函数（ACF）。这两种方法都已经应用于实时工具，并实现处理信号长度到输入脉冲串长度的自适应性（Lading和Andersen，1988；Ibrahim和Bachalo，1992；Jensen，1992）。

信号处理器的性能可以从频率估计的期望值和方差两方面来评价。基于功率谱密度和自相关函数的估计一般没有偏差，这意味着它们的预期不会呈现系统误差。这些差异由Cramer-Rao下界（CRLB）所限，对于给定的多普勒信号大致为

$$\sigma_f^2 \geqslant \frac{3f_s^2}{\pi^2 N(N^2-1)\mathrm{SNR}} \tag{8}$$

式中，N为输入信号中的数字化样本点的数量，取样频率为f_s；σ_f表示在没有信号先验信息时可达到的最低标准偏差。

因为估算信号频率的剩余统计散射不能区别于实际流速波动，σ_f清楚地表示可测量的流动紊流的下限值。源自激光多普勒技术的散射涉及多个随机过程，如光散射、光子检测和电子放大。目前，最常见的信号处理器非常接近CRLB（Cramer-Rao下界）。

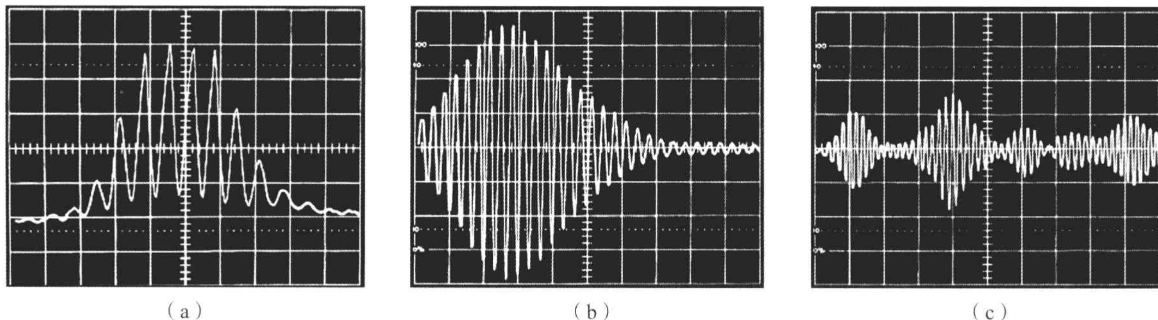

（a）　　（b）　　（c）

图13　典型LDV信号

（a）由光电检测器得到的信号；（b）通过高通滤波器后的信号；（c）过滤后的多普勒系列信号



信号噪声比（SNR）是决定 CRLB 与实际取得的统计差异的重要参数。SNR 为信号功率（σ_s^2）与噪声功率（σ_n^2）的比值。噪声来源于散粒噪声、电子设备中的热噪声、流动系统中的二次散射等等，且通常被认为是光谱白色，信噪比正比于：

$$\mathrm{SNR}=\mu\frac{\eta P_o}{\Delta f}\frac{D_a d_s}{f_T f_r}d^2GV^2 \tag{9}$$

式中，η 为探测器的量子效率；P_o 为入射光散射前的功率；Δf 为系统带宽；D_a 为接收孔径；d_s 为聚焦前的光束分离；f_T 与 f_r 分别为发射和接收透镜的焦距；d 为粒径；G 为 Mie 散射函数；V 为信号的调制深度。

这个方程直接运用在多项研究方法中，其中特定系统的信噪比可以通过以下方面改善：更高的激光功率或量子效率、光学系统的尺寸或散射粒子的选择。

一个样品脉冲信号的 PSD 功能与 ACF 如图 14 所示，此信号具有相对较低的 5 dB 的信噪比，然而，信号的调制频率在 PSD 函数中是清晰可辨的，ACF 也显示出清晰的振荡频率。在 PSD 上的噪声贡献为白噪声的基础水平，在所有频率下为常数。在 ACF 中，噪声与其本身无关联，而是反映在第一系数的幅值上。这两个功能都是将噪声从信号中分离的好方法（Bendat 和 Piersol，2000）。在最高峰的近邻处，使用函数的曲线拟合从而估计 PSD 功能的实际频率，通常在该函数中最接近最大值的 3 个或 5 个点进行估计。在拟合曲线达到最大值时得到频率的插值（Matovic 和 Tropea，1991）。高斯曲线通常被用于内插，考虑到 PSD 函数的对数值时，便成为一个抛物线。

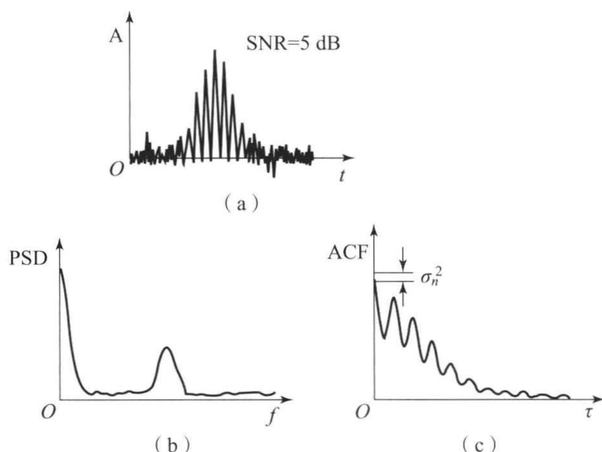


图 14　(a) SNR＝5 dB 的 LDV 信号；(b) 输入信号的 PSD 函数；(c) 输入信号的 ACF 函数

另外一些算法和电子设备需要信号检测，即确定输入信号的哪些部分对应于每个脉冲。更先进的信号检测系统与在线 PSD 函数同时工作；并检测信噪比（Qiu、Sommerfeld 和 Durst，1994；Bachalo 等，1989；Jensen，1990）。SNR 超过一定阈值时，测量脉冲的持续时间。

带通滤波前的信号处理可减少信号噪声的影响，提高信噪比。然而，为了实现这一点，该滤波器的截止频率必须谨慎选择，不能抑制由于紊流波动影响而多样变化的多普勒频率上的信号。采用带通滤波器的优点在于，可以达到较高的粒子检出率及降低频率估计的方差。否则，这种差异会错误地显示为紊流波动。然而实现最大信号噪声比的最好策略是进行合理的设计及光学系统的调整。

对于每个突发信号，其他需要估算的信号参数包括到达时间、脉冲的长度及信噪比。对于重建速度的时间序列及检测 2 个或 3 个速度分量系统的不同信道中发出的信号间的一致性，到达时间是有要求的。记录各通道在给定的时间间隔内检测出信号时，时间通常是信号持续总时间的 10%～30%。当速度值被用于估测雷诺应力时，这是非常重要的。在这种情况下，只有确定的且从同一粒子中得到的速度分量的值才应被考虑。

脉冲串的长度，有时也称为转运或停留时间，是用于估计均值和波动流速在数据处理阶段所需要的量。然而，脉冲串长度也可以作为后期验证标准使用。脉冲串的持续时间可以与测量体的大小和所测量的速度的比值进行比较。若这些不能在充分的范围中成立，则粒子将不能进行进一步的统计。类似地，信噪比可以用来作为在线验证或后期验证标准。现代信号处理器能通过软件调整这些量使它们在可接受的范围内。

在许多情况下，光学系统有一个强加的频移。布拉格细胞作为分束器的例子在上文已给出，而作为频移最主要的原因是允许定向灵敏度。因此，光电检测器的信号频率等于所强加的频率偏移加上多普勒频率。由于频移通常在 40～120 MHz 范围内，首先可减小该频率到一个易于采样的范围中，同时保持定向灵敏度。向下混合是具有输入信号与稳定参考频率信号的电子混合信号，由两个信号差频产生输出信号，这是通过电子外差来实现的。从利用两种不同频率的正弦波 $s_1=A_1\sin\omega_1 t$ 与 $s_2=A_2\sin\omega_2 t$ 角度来考虑，其原理易于理解。这些信号相加后取平方值，得到如下形式的信号：

$$s=(s_1+s_2)^2=A_1A_2(\frac{A_1}{A_2}\sin^2\omega_1t+\frac{A_2}{A_1}\sin^2\omega_2t+2\sin\omega_1t\ \sin\omega_2t]$$
$$=A_1A_2[\frac{A_1}{A_2}\sin^2\omega_1t+\frac{A_2}{A_1}\sin^2\omega_2t+\sin(\omega_1+\omega_2)t+\sin(\omega_1-\omega_2)t] \tag{10}$$

若该信号正通过一个低通滤波器，截止频率在 $(\omega_1-\omega_2)$ 到 ω_1 或 ω_2 间，则仅具有频率差值的项被保留。在激光多普勒系统中，ω_1 为参考信号的频率，ω_2 为多普勒频率。若设定布拉格细胞的驱动频率取值为 40 MHz，然后取 $\omega_1=2\pi\times35$ MHz，则向下混信号将产生高于或低于 5 Hz 的多普勒频率，这具体取决于流速度是正值还是负值。

4　数据处理

信号处理器中可用的数据包括频率、到达时间和每个检测到的粒子的脉冲串持续时间。到达时间大致为随机分布，与流动粒子的随机空间分布对应。输入数据被用来估算流量参数，如流速波动的概率密度函数（PDF）。PDF 的第一刻是平均流速，标准化的二阶中心矩是湍流强度。有必要对其及进一步的流动量建立适合的估算器，这样其优势可依据其期望与方差再次判断。而估算器的平均流速应首先被测试。

LDV 数据的一个特点是粒子到达率通常与测量的速度分量高度相关，因此，流量波动到更高速度与流量波动到较低速度相比，平均而言前者将在单位时间内检测到更多的粒子。所有检测到的粒子速度的简单算术平均值将因此产生一个正偏置的平均估值，也就是说它的期望值太高，非偏平均速度估值必须考虑到数据中固有的粒子速率的相关性。

正确的平均速度估值可以通过使用每个粒子在检测体中的停留时间获得，由脉冲串长度 τ_i 给出（Buchhave、George 和 Lumley，1979）：

$$\overline{u}_x=\frac{\sum_{i=1}^{N}\tau_iu_{xi}}{\sum_{i=1}^{N}\tau_i} \tag{11}$$

式中，u_{xi} 为每个脉冲串测得的相应速度；N 为检测到的粒子总数。

停留时间与绝对速度成反比，从而有瞬时粒子速度。这个加权平均值估算还适用于其他速度分量的测量。类似的估值器也可用于其他流动量，如速度波动的方差：

$$\sigma^2_{u_x}=\frac{\sum_{i=1}^{N}(u_{xi}-\overline{u}_x)^2\tau_i}{\sum_{i=1}^{N}\tau_i} \tag{12}$$

若使用一个双速度分量系统，则雷诺应力项为

$$\overline{u'_xu'_y}=\frac{\sum_{i=1}^{N}(u_{xi}-\overline{u}_x)(u_{yi}-\overline{u}_y)\tau_i}{\sum_{i=1}^{N}\tau_i} \tag{13}$$

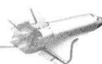
到达时间信息有时作为验证的基础用于数据处理中。已知粒子的速度和测量体的大小，可估计平均中转时间，测量的到达时间远远低于这些预估的数字，这一结果表明信号处理器对于每个粒子都可能提供一个速度值。因为矩估计量一般假设的是单一实现条件，所以每个粒子都有多值的情况是不可接受的。这些经常可以被认为是在间隔到达时间的概率密度函数上的峰值，间隔到达时间也表明在进一步处理之前验证的每个个体速度的合适阈值。

当推导合适的估计量时，检测体中粒子的不规则到达时间也需要特别的考虑，如流量波动的谱密度。标准的快速傅里叶变换（FFT）程序是不适用的，因为这些程序需要信号在一定时间内进行等距离采样。即使是离散傅里叶变换（DFT）的直接编程，在频谱密度时间的估算中也具有不耐受的变异性（Roberts、Downie 和 Gaster，1980）。对于这个估计，基本上有两种解决方案，一种是利用时隙相关性，另一种是用一个 FIR 滤波器细化来进行采样保持步骤，这些技术在 Benedict、Nobach 与 Tropea（2000）的文章中有详细阐释。

5　空气动力学应用中的问题

空气动力学典型应用在常见流动中表现出几个显著因素，在设计和执行实验时需要特别注意。下面将简要讨论其中几项因素，为更深入的研究提供适当的参考。

第一个要讨论的因素是雷诺数（$Re=\rho UL/\mu$，其中 ρ 为介质的密度，U 为速度范围，L 为长度范围，μ 为介质的动力黏度），通过在实验中选择的长度或速度范围取得。已知紊流的最小范围，Kolmogorov 尺度 η_K 与雷诺数关系为



$$\eta_K = LRe^{-\frac{3}{4}} \tag{14}$$

此式表明较大雷诺数与高时空分辨率相对应的必要性。这会影响到确定所述测量体的大小［式(6)］的光学参数及达到预期的时间分辨率所需的粒子密度。

此外，更高雷诺数恒定的空气学动力研究也涉及更大的长度范围，这导致在光学系统发射、接收两侧的长聚焦。为了保持小测量体积及充足的检测光强度，需要在发射光学系统中使用更高的激光功率、更大的光圈和更强的扩束。此外，较大焦距的光学系统的对准变得更具挑战性，特别是对于具有多个组件的系统，甚至转移整个流动区域的 LDV 测量体所需的横动装置变得更加庞大。

尽管如此，在许多空气动力设备中，常规的激光多普勒系统仍难以操作。如在边界层的研究中，无法进行远距离精确定位或与光学系统有关的模型振荡。在这种情况下，众多新型介入式模型系统已被引进，经常替代激光源和光学系统使用（Compton 和 Eaton，1996；Byun、Olcmen 和 Simpson，2004）。第二种方法是捕获单个光学系统且无横动的整个边界层速度剖面，测量体中采用的发散条纹技术在文献（Büttner、Czarske 与 Knuppertz，2005）中有所描述。这种光学设计也被延伸到测量两个点的相关性（Neumann 等，2009）、加速度和多个速度分量（Bayeret 等，2008）。

最后，关于粒子投放，与直接相关的空气动力设施往往需要大横截面及大容量的液体进行投放。在这种情况下，回流式风洞具有明显的优势，往往播种在风洞的沉降室的局部进行，对流管有直接的影响。各种商业用的雾发生器或雾化器已成功地投入使用，常用二乙基已基 Sebacat（DEHS）或邻苯二甲酸二辛酯（DOP）液体挥发性很好，但尽管如此，长期使用后仍然会留下残留膜，残留膜需要设施进行定期清洗且非常昂贵。雾化最普及的技术是 Laskin 喷嘴，最初由 Echols 和 Young（1963）设计，如图 15 所示。1 mm 的小孔在嘴管（直径 10 mm）处创建可快速进入的空气喷气流，空气喷气流从轴环（直径 16 mm）下的喷嘴管射出，轴环有很多 2 mm 的孔与喷嘴相切。这些孔的确切位置对设备的正常运行具有关键作用。喷嘴管和套环的尺寸并不重要。喷嘴管的底部和容器的底部之间应有足够的间隙，至少为 25 mm，气孔应在液体自由表面的下方不少于 25 mm 处。由于微小的声波喷流引起剪切应力，产生带有气泡的小液滴，其向表面运动。水平撞击盘分离出大的颗粒。颗粒的数目由使用的喷嘴数量控制。液滴尺寸一定程度上依赖于进料空气压力，但不取决于所使用的液体，油可产生比水更小的颗粒。稀释空气可被用于调节最终的输出浓度或实现等速引入的颗粒进入流体，植物油使用 Laskin 喷嘴产生的液滴平均直径约为 1 μm。必要时也可设计成能承受几个背压的雾化器，示踪颗粒可在压力下输送到流中。

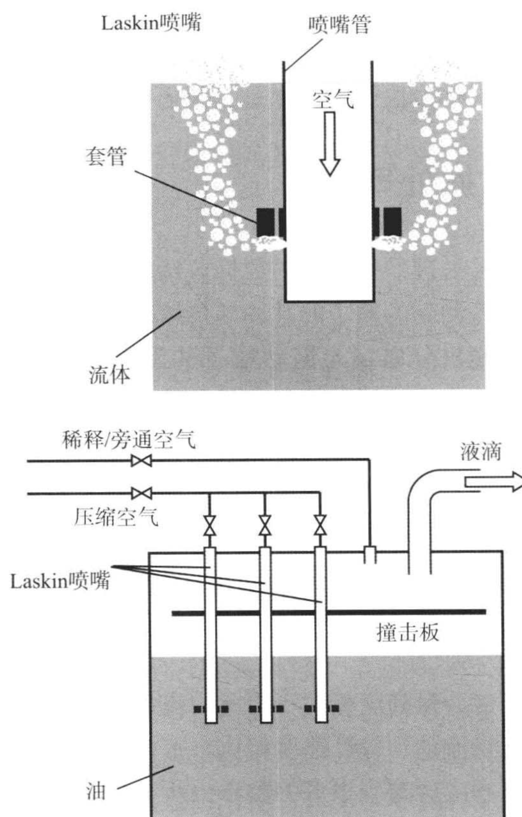


图 15　可投放粒子的 Laskin 喷嘴部示意图

相关章节

第 1 卷，第 67 章

参考文献

Albrecht, H.-E., Borys, M., Damaschke, N. and Tropea, C. (2003) *Laser Doppler and Phase Doppler Techniques*, Springer-Verlag, Heidelberg.

Bachalo, W.D., Werthimer, D., Raffanri, R. and Hermes, R.J. (1989) A high speed Doppler signal processor for frequency and phase measurements. 3rd International Conference on Laser Anemometry-Advances and Applica-

tion, Swansea.

Bayer, C., Shirai, K., Büttner, L. and Czarske, J. (2008) Measurement of acceleration and multiple velocity components using a laser Doppler velocity profile sensor. *Meas. Sci. Technol.*, 19, 055401.

Bendat, J. S. and Piersol, A. G. (2000) *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, John Wiley and Sons. New York.

Benedict, L. H., Nobach, H. and Tropea, C. (2000) Estimation of turbulent velocity spectra from laser Doppler data. *Meas. Sci. Technol.*, 11, 1089 - 1104.

Buchhave, P., George, W. K., Jr and Lumley, J. L. (1979) The measurement of turbulence with the laser-Doppler anemometer. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 11, 443 - 504.

Büttner, L., Czarske, J. and Knuppertz, H. (2005) Laser-Doppler velocity profile sensor with submicrometer spatial resolution that employs fiber optics and a diffractive lens. *Appl. Opt.*, 44, 2274 - 2280.

Byun, G., Olcmen, S. M. and Simpson, R. L. (2004) A miniature laser-Doppler velocimeter for simultaneous three-velocity component measurements. *Meas. Sci. Technol.*, 15, 2075 - 2082.

Chevrin, P. A., Petrie, H. L. and Deutsch, S. (1993) The accuracy of a three-component laser Doppler velocimeter system using a single-lens approach. *ASME J. Fluids Eng.*, 115, 142 - 147.

Compton, D. A. and Eaton, J. K. (1996) A high-resolution laser Doppler anemometer for three-dimensional turbulent boundary layers. *Exp. Fluids*, 22, 111 - 117.

Czarske, J. (1999) Nutzung diodengepumpter Faserlaser in der Laser-Doppler-Anemometrie. *Techn Messen*, 66, 363 - 371.

Czarske, J. (2006) Laser Doppler velocimetry using solid-state light sources. *Meas. Sci. Technol.*, 17, R71 - R91.

Durst, F., Melling, A. and Whitelaw, J. H. (1981) *Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry*, Academic Press, London.

Durst, F., Fischer, M., Jovanovic, J. and Kikura, H. (1998) Methods to set up and investigate low Reynolds number, fully developed turbulent plane channel flows. *ASMEJ. Fluid Eng.*, 120, 496 - 503.

Echols, W. H. and Young, J. A. (1963) Studies of air-operated aerosol generators. *NRL Report* 5929, US Naval Research Laboratory, WA, USA.

Feller, W. (1971) *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, vol. I, John Wiley and Sons, New York.

Ibrahim, K. M. and Bachalo, W. D. (1992) The significance of the Fourier analysis in signal detection and processing in laser Doppler and phase Doppler applications. *Proceedings of 6th International Symposium on Application of Laser Technique to Fluid Mechanics, Instituto Superior Technico, Av. Rovisco Pais* 1049 *Lisboa, Portugal*, Paper 21.5.

James, S. W. and Tatam, R. P. (1998) Fibre optic laser anemometry. *Optical Fibre Sensor Technique, Volume 2: Devices and Technology* Chapman & Hall.

Jensen, L. M. (1990) Coherent frequency burst detector apparatus and method, US Patent No. 4, 973, 969.

Jensen, L. M. (1992) LDV Digital signal processor based on autocorrelation. *Proceedings of 6th International Symposium on Application of Laser Technique to Fluid Mechanics, Instituto Superior Technico, Av. Rovisco Pais* 1049 *Lisboa, Portugal*, Paper 21.4.

Lading, L. and Andersen, K. (1988) A covariance processor for velocity and size measurements. *Proceedings of 6th International Symposium on Application of Laser Technique to Fluid Mechanics, Instituto Superior Technico, Av. Rovisco Pais* 1049 *Lisboa, Portugal*, Paper 4.8.

Matovic, D. and Tropea, C. (1991) Spectral peak interpolation with application to LDA signal processing. *Meas. Sci. Technol.*, 2, 1100 - 1106.

Melling, A. (1997) Tracer particles and seeding for particle image velocimetry. *Meas Sci Technol.*, 8, 1406 - 1416.

Neumann, M., Shirai, K., Büttner, L. and Czarske, J. (2009) Two point correlation estimation of turbulent shear flows using a novel laser Doppler velocity profile sensor. *Flow Meas. Instrum.*, 20, 252 - 263.

Qiu, H. H., Sommerfeld, M. and Durst, F. (1994) Two novel Doppler signal detection methods for laser Doppler and phase Doppler anemometry. *Meas. Sci. Technol.*, 5, 769 - 778.

Reeder, M. F., Crafton, J. W., Estevadeordal, J., DeLapp, J., NcNiel, C., Peltier, D. and Reynolds, T. (2009) Clean seeding for flow visualization and velocimetry measurements. *Exp. Fluids.*, s00348 - 009 - 0784 - 5.

Rife, D. C. and Boortstyn, R. R. (1974) Single tone parameter estimation from discrete time observations. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 20, 591 - 596.

Roberts, J. B., Downie, J. and Gaster, M. (1980) Spectral analysis of signals from a laser Doppler anemometer operating in the burst mode. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 13, 977 - 981.

Scarano, F. and van Oudheusden, B. W. (2003) Planar velocity measurements of a two-dimensional compressible wake. *Exp. Fluids*, 34, 430 - 441.

Schennach, O., Woisetschläger, J., Marn, A. and Göttlich, E. (2007) Laser-doppler-velocimery measurements



in a one and a half stage transonic test turbine with different angular stator-stator positions. *Exp. Fluids*, 43, 385 - 393.

Tedeschi, G., Gouin, H. and Elena, M. (1999) Motion of tracer particles in supersonic flows. *Exp. Fluids*, 26, 2288 - 2296.

Tropea, C. (1995) Laser Doppler anemometry: recent developments and future challenges. *Meas. Sci. Technol.*, 6, 605 - 619.

Tropea C., Yarin A. L. and Foss J. (eds) (2007) *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*, Springer-Verlag, Heidelberg.

Wriedt, T., Bauckhage, K. A. and Schöne, A. (1989) Application of Fourier analysis to phase-Doppler-signals generated by rough metal particles. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 38, 984 - 990.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 67 章

粒子图像测速

Fulvio Scarano
代尔夫特理工大学宇航工程学院，代尔夫特，荷兰

1 引 言

粒子图像测速技术（PIV）是一项最普遍的测量技术（Adrian，1991）。几十年前，人们就已应用此种技术。PIV 技术和激光多普勒风速测定法（LDA）一样，通过激光照射示踪粒子来测量流体的速度。但是它们的一个明显的区别是，利用 PIV，平面内的瞬时速度矢量是可测量的，特别是低重复率[1]。相反，LDA 使逐点信息的产量处于相对高数据速率（1～10 kHz）。因此，PIV 既有流动可视化的方便性又有定量测速的可靠性。

PIV 的原理通过测量示踪粒子在时间间隔 Δt 内的微小位移 ΔX 来测量流体速度 V：

$$V=\frac{\Delta X}{\Delta t} \tag{1}$$

要求示踪粒子必须足够小，并且准确地跟随流体运动[2]，同时不会改变流体性质和流动特性。两个固态激光器照射出薄片光，数字成像设备（通常是一个 CCD 或 CMOS 摄像机）把粒子的散射光路径以帧的方式记录，实验配置如图 1 所示。通过示踪图像运动的数字分析得到了所测平面内的两个速度分量（2C-PIV）。通过同时测量两个相对视角（立体 PIV），速度的三个分量（3C-PIV）由光片定义的平面区域测量得到。立体安排有额外的优势，即成像方向不需要与测量平面垂直，这一点在接入光纤受限的风洞测量中至关重要。PIV 是一种非介入式的测量方法，然而也需要光纤来传输光片并记录图像。此外，准确的测量需要高密度及均匀分布的示踪粒子。PIV 中的流体示踪剂仅散布在特定的位置，并且其空间非均匀性对显式流动模式至关重要。

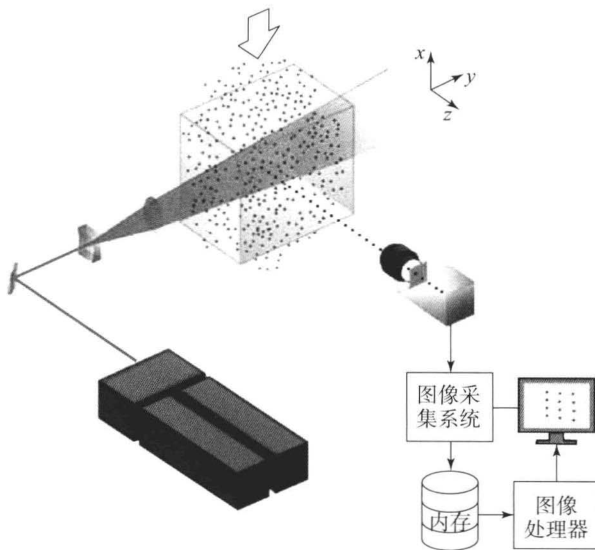


图 1 双分量测量的 PIV 系统

所记录的图像通常离线分析，PIV 测量的流场也可以通过计算机以一定的传输速度进行在线评估。评估方法包括子区域内粒子图像模式的关联分析［图 2（b）］，即第一帧和第二帧图像间。粒子图像模式位移除以图像放大和激光脉冲之间的延迟时间，就可以估算出当地的流体速度。这个过程在整个图像中重复，从而得到瞬时速度场。通过 PIV 分析后，每幅图像[3] 会得到 10^4 个速度矢量，测量精度高达 98%。



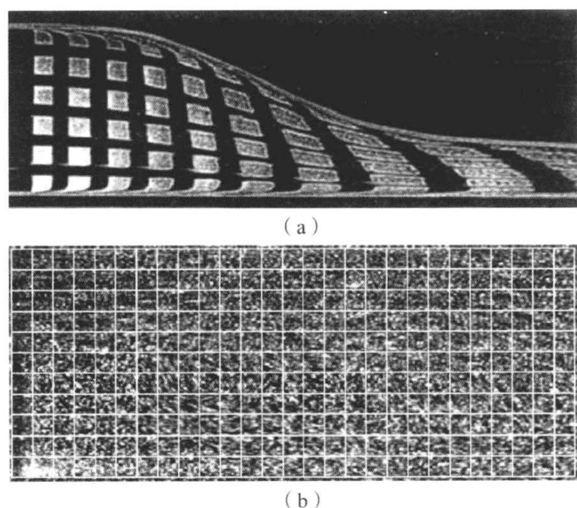


图 2 (a) 由氢气泡流动可视化技术得到的时间线和流线; (b) 向后台阶流动的粒子图像 PIV 记录（两个曝光叠加），审查窗口由灰色线分割

与逐点技术如热线和激光多普勒风速仪（HWA，LDA）对比，可以看出 PIV 方法的优点和缺点。

HWA（热线风速表）的时间分辨率非常高，测量速率高达 100 kHz 以及精确到毫米的测量分辨率。热丝探针操作简单且相对稳定，测量小尺度的湍流特性有很高的精度。

LDA（激光多普勒风速仪）的非介入式特征，能够进行二分量测量，包括在钝体尾迹中产生的流动分离。空间分辨率非常高，测量体的厚度达到 0.1 mm。但其结构复杂，仪器的成本更高。此外，示踪粒子必须在不规则的时间间隔内低频加入并进行测量。

PIV 技术最大的优点是可以测量平面域内瞬时速度场[4]，也可以测量瞬间速度梯度张量的几个分量，精度高于 90%。式（2）中在阴影区域是通过 2C 测量和立体 PIV 添加两个平面的项（虚线框）。

$$\nabla \mathbf{V}=\begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{bmatrix} \tag{2}$$

通常，旋涡检测的关联量是涡量（图 3 中的三角翼和翼梢、转子、钝体）和其他拓扑算子（如 Q、λ_2）。

当需要流场数据时，PIV 测量无须在流域放置任何设备就可获得数据，这在短时间高速流实验中特别重要（如高超声速风洞）。PIV 方法是非介入性的，没有探针插入流动中，与压力探头或 HWA 形成对比，晶种粒子除外。

与 HWA 相比，PIV 技术的一个主要的缺点是时间分辨率较低（通常为 10 Hz）。然而在最近几年，高速 PIV 系统已有很大改善，测量速率已经扩展至 10 kHz。

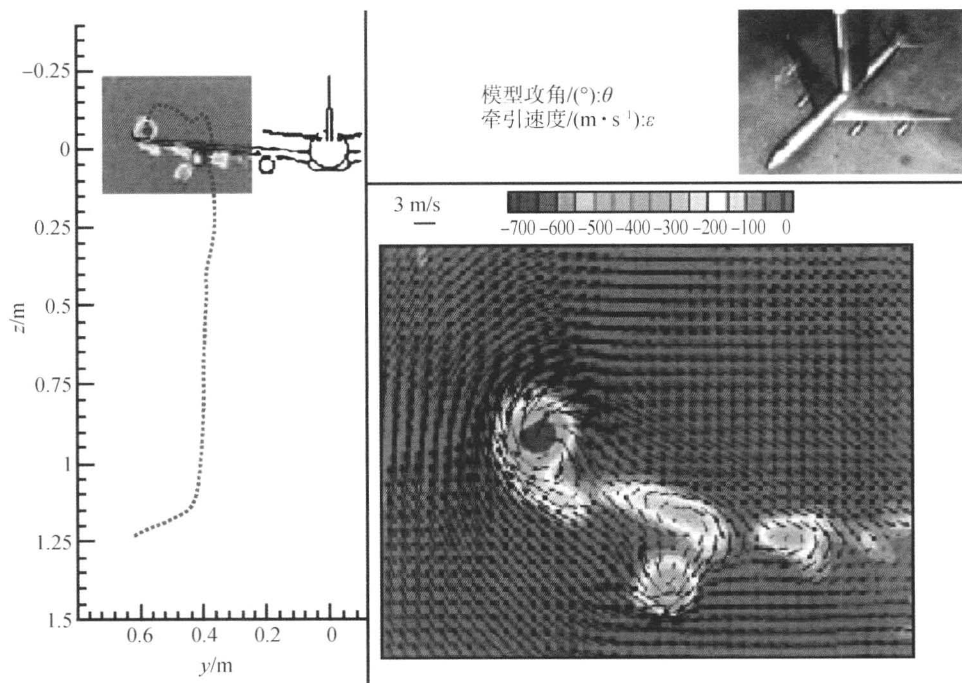


图 3 船模实验池中运输飞机模型的尾涡测量（背景为速度矢量和颜色编码）

［见 Scarano 等（2004）©欧洲航天局］

PIV技术只需要一个光学校准设备，其结果与外部环境如温度的变化无关，这与HWA技术相反。然而在实验中，PIV测量设备的布置仍然相当复杂，需要精通光学知识（光片定位、校准和壁面反射）、投放技术和图像处理技术（运动跟踪）的专家。与LDA相比，PIV需要更多光纤接入流域（通常沿着两个正交的方向）并且其空间分辨率虽然具有扩展性，但比LDA差了10倍。PIV技术是当今航空航天中测量速度数据的常用技术，如喷气发动机的湍流流场（图4）。逐点测量技术提供了一个需要高时间和空间分辨率（如追踪动力学现象），或者光学设备很难接入（如喷气发动机）时的有效替代方法。此外，LDA和HWA都已经发展到了能够很容易获得线上数据的阶段。相比之下，PIV所涉及的数据分析对现代计算机的图像存储能力是一个挑战，其图像容量可以达到几个GB，需要几小时甚至几天的时间进行图像处理才能得到流动的统计数据。

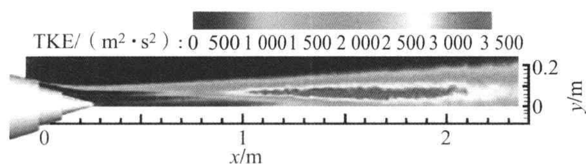


图4　拥有混合增强功能的喷气发动机排气喷嘴的湍流测量（湍流动能分布）

［经Bridges和Wernet（2002）的允许转载］

2　流动示踪

在微米范围内的粒子通过PIV或LDA方法跟踪流体的流动，在流动中引入适量的微粒不会影响流动特性。浓度C的值在$10^9 \sim 10^{12}$粒/m³，超出此上限的示踪粒子浓度可能会影响流动特性。投放示踪粒子的过程由质量比$m_{流体}/m_{粒子}$控制，对于气流中微米尺寸的液滴，质量比不应超过10^{-3}。示踪粒子随机分布在流动介质中并沿局部流体流动的轨迹运动，保持流动特性不变[5]。然而，选择正确的投放材料来实现精确的流动追踪是非常重要的，同时需要有关流体中粒子的机械原理的知识。此外，示踪粒子必须被成像设备清晰地检测，这就要求粒子对光能够进行高效的散射。粒子直径d_p相对于光的波长以及粒子相对于流体介质的折射率n_p/n_f控制着散射过程。精确的流动跟踪和充足的光线散射之间是彼此冲突的，因此需要对此进行权衡。

2.1　示踪剂的物理特性

直径为d_p且密度为ρ_p的微小示踪粒子的运动可以由Stokes阻力定律建模。粒子速度$\mathbf{V}$和周围流体速度U的差表示为

$$\mathbf{V}-\mathbf{U}=\frac{d_p^2}{18\mu_f}(\rho_p-\rho_f)\frac{d\mathbf{V}}{dt} \tag{3}$$

式中，μ_f为流体的动力黏度。

速度差（$\mathbf{V}-\mathbf{U}$）也被称为滑移速度，类似于流体中一个球体的沉降速度。

平衡上浮粒子的条件$\rho_p \approx \rho_f$能在液体流动中实现，并最大限度地提高了粒子跟踪的准确性。虽然这种情况对于液体流动来说很容易满足，但在气体流动中很难满足，示踪粒子通常比气体重几千倍，因此需要引入小直径的粒子（$0.5\ \mu m < d_p < 3\ \mu m$）。在液体流动中使用的粒子种类较多，如玻璃球或聚酰胺粒子（$5\ \mu m < d_p < 50\ \mu m$）。表1总结了被引入PIV测量的示踪粒子的特性。

表1　PIV测量的示踪粒子的特性

流体	材料	d/μm	ρ/（kg·m⁻³）
空气	气溶胶	1～3	10^3
—	甘醇水溶液	1～3	10^3
—	植物油	1～3	10^3
—	TiO_2	0.2～0.5	$(1\sim4)\times10^3$
水	乳胶	5～50	10^3
—	球形颗粒	10～100	$(0.95\sim1.05)\times10^3$
—	空心玻璃颗粒	30～100	$>10^3$

对于$\rho_p/\rho_f \gg 1$的空气，通常使用单指数衰减来模拟粒子对于流速逐渐变化的响应（如跨越激波），响应时间τ_p为

$$\tau_p=\frac{d_p^2\rho_p}{18\mu} \tag{4}$$

精确的流动示踪要求粒子的响应时间小于相关的流动时间尺度，这两个时间尺度的比由粒子的斯托克斯数S_k表示，同时为保证流动示踪误差低于1%，要求$S_k<0.1$（Samimy和Lele，1991）。次微米投放粒子的使用使得PIV测量能够用于高超声速流动，如图5所示。



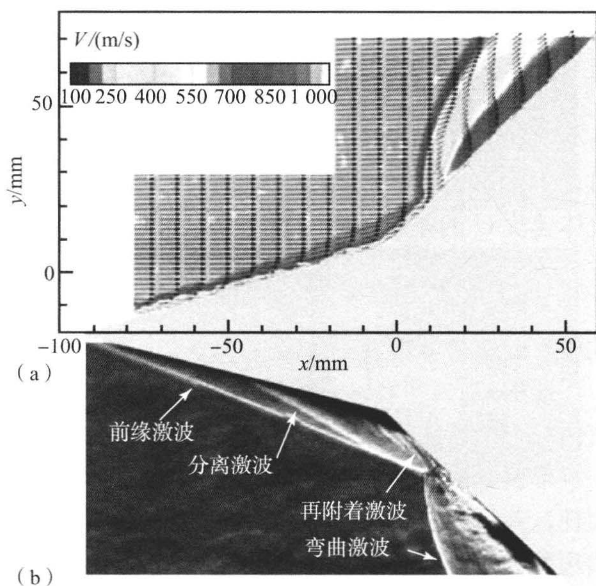


图 5　流动以马赫数 7 的高超声速通过双压缩坡道时的 PIV 测量

(a) 平均速度分布；(b) 纹影可视化

[见 Schrijer、Scarano 和 van Oudheusden (2006)© Springer]

与精确的流动示踪相对的另一点要求是，粒子应散射足够的光使其可见。对于直径比光的波长大的粒子，可以用 Mie 理论预测散射行为。

散射效率通过粒子的散射截面量化，这取决于粒子直径的平方值，以及入射光波长四次方的倒数。测微粒子的 Mie 散射（图 6）以向前的最大值和向后的相对最大值为特征，但侧向散射效率相当低，这是应用 PIV 成像最常见的情况[7]。散射光的量也取决于粒子材料相对于周围介质的折射率，具有高折射率的材料，如金属氧化物（如二氧化钛），能够对光进行有效的散射。

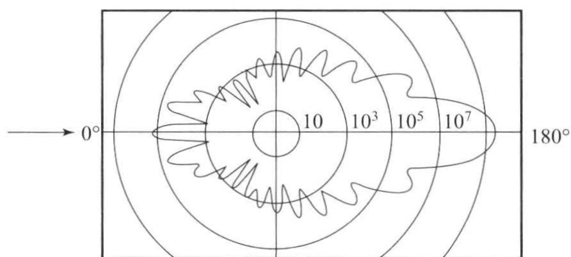


图 6　直径为 3 μm 的水滴的极性散射强度分布

[见 Raffel 等 (2007)© Springer]

2.2　投放技术

PIV 实验中最困难的部分之一就是实现最佳的流动投放。当流动被均匀地投放并达到浓度要求时，实验成功的机会就很高。投放设备可以产生空气和投放粒子的混合物。液滴可以通过喷雾器 [Laskin 喷嘴，见图 7 (b)] 或热板蒸发器/冷凝器（雾机）投放。固体粒子可以通过燃烧或由固体粒子旋风器产生 [图 7 (a)]。投放过程包括不同的步骤，这取决于不同的流动设施。对于闭环风洞，投放时要将粒子散布在流体中，直到达到所需的水平为止。对于鼓风式风洞，为了获得均匀的粒子示踪剂的最佳条件，通常在测量区域的上游投放（在沉降室中纱网的上游放置二维孔口）。在后一种情况下，投放粒子可能不会揭示下游流场的结构。某些情况下，无法实现均质投放浓度，因为流动中的物理过程会影响流体密度和温度（如可压缩流动和燃烧）或是由于惯性力等的综合作用（如翼尖涡流）。

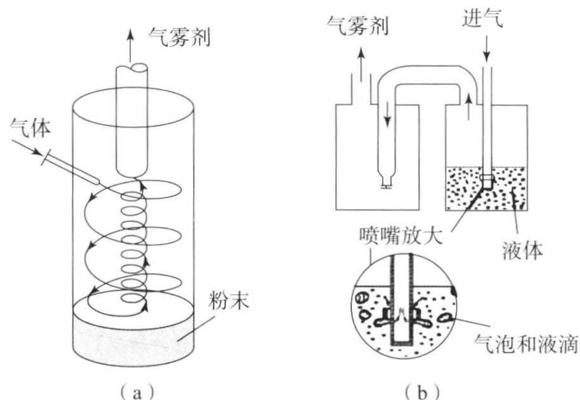


图 7　(a) 固体粒子旋风器；(b) Laskin 喷嘴液滴发生器

[见 Raffel 等 (2007)© Springer]

图 8 (a) 给出了方柱绕流图，在模型后方逐渐产生 Von-Karman 尾迹 (van Oudheusden 等，2005)。暗条纹和亮条纹是由光线通过透明的空心模型发生折射和反射产生的。在高速流动中，密度变化和较强惯性力的综合作用（会使局部的投放粒子做远离涡核的运动），常导致投放分布不均匀 [图 8 (b)]，马赫数为 2 的火箭模型绕流与超声速喷流平行 (Scarano 等，2004)。总之，良好的投放方法对于优化 PIV 测量至关重要。一个最常见的错误是将激光器未对准或曝光间隔过长造成的关联性较弱归因于投放不足，从而过度投放以求增加信号的关联性。投放浓度过大会导致流体混浊、窗体污染，还可能会损坏光传输设备。

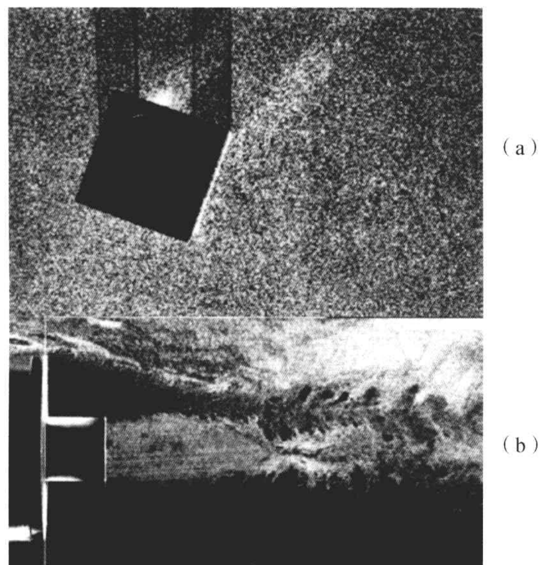


图 8　(a) 低速钝体尾迹中的均匀密度投放；
(b) 火箭排气管超声速绕流的非均匀投放

3　照明和成像

PIV 的测量原理是在有限的时间间隔内观察粒子位移。在时间间隔内，示踪粒子需要被照亮，并在时间间隔内观察两次。对于适合 PIV 测量的光源的首要要求是短时间 δt 的照明，实用准则是粒子影像不会出现条纹，而是点状。在照亮期间（或者连续照明时图像曝光时间）[8]，粒子图像的位移比粒子图像的尺寸小得多时，就会出现点状：

$$\delta t<\frac{d_\tau}{VM} \tag{5}$$

式中，d_τ 为粒子图像的直径；M 是光学放大倍率。

第二个要求是，被照亮的粒子分布在薄片内，以保证它们能够清晰地成像，它们的位置由光片上的位置记录[9]。光源的强度必须允许粒子的散射光可以被数字成像设备检测到。所需要的脉冲能量 E 与目标区域的线性尺寸 L 成正比，通常 100 MJ 的脉冲能量足以照亮气流中宽为 10 cm 的区域和水流中 2 倍宽度的区域，成像距离为 1 m。平面照明要求光片的厚度明显小于高度和宽度（通常为 1%～3%）。

固态激光器被用作照明光源，因为它们能产生脉冲平行单色光束，可以形成薄片光源。PIV 实验中最常见的设备是倍频的 Nd：YAG 激光器，其发射的光波长度为 532 nm。它在很短的脉冲持续时间内（δt<10 ns）产生的脉冲能量达到 20～400 MJ，这使得该仪器适合实际的流动照明，对流速没有任何限制。一个标准 PIV 激光的构架包括两个独立的设备（腔）在脉冲间隔分别发光。因此，实验条件下时间间隔可自由地优化，主要是考虑流动速度和图像放大倍率。

闪光泵激光器的重复率范围在 10～50 Hz，除了速度非常低的流动（V<0.2 m/s），这成为这些设备在实验中进行时间解析的主要限制。与此相对，二极管泵激光器（Nd：YLF 和 Nd：YAG）在高重复照明时可以提供 60 MJ（1 kHz）和 10 MJ（10 kHz）能量，脉冲持续时间的量级为 100 ns。当这些系统装配上千赫兹范围的 CMOS 摄像机时，时间解析的测量就可以达到跨声速范围。

3.1　片光源

光源发出的圆柱形光束经过柱形和球形透镜形成薄光片，如图 9 所示。简单的排布是利用两个柱面透镜将光束沿一个方向扩展，沿垂直方向集中。

此方案适用于大面积区域的照明以及均匀照明要求不严格的情况。在这种情况下，可以在适当的距离 L 处得到所需的光片宽度，宽度是柱面透镜焦距 f_1 的函数。有两个以上透镜的系统能够更加完整地控制光片，但其使系统更复杂且传输量减小。

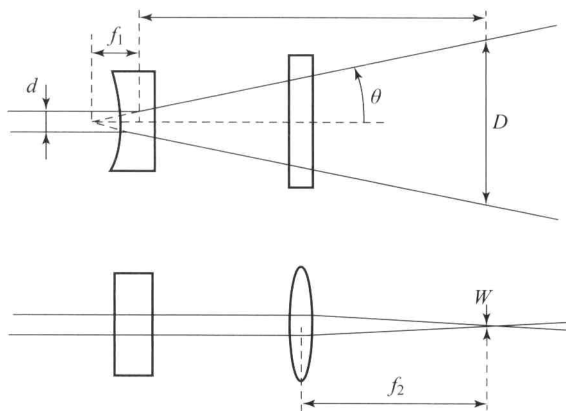


图 9　光片的成形器件

3.2　成像

图 10 展示了 PIV 光学系统的原理图，光片的厚度为 Δz_0。示踪粒子在光片中的图像在 CCD 数组传感器表面形成，透镜的焦距为 f，数值孔径为 $f\#$，图像放大率为 M，定义为像距 Z_0 和物距 z_0 之比。光片中直径为 d_p 的微小示踪粒子在图像中的直径为 d_τ，由下式给出（Adrian，1991）：

$$d_\tau=\sqrt{(Md_p)^2+d_{diff}^2} \tag{6}$$



式中，Md_p 是几何图像直径；$d_{diff}=2.44\lambda f\#(1+M)$ 为衍射极限的光斑直径，来源于光和目标有限孔径之间的干涉。

衍射效应限制了成像系统的光学分辨率，衍射使得点光源的光线产生的圆环（Airy 斑）由衍射环环绕，高斯强度分布可以很好地近似这样的光分布。

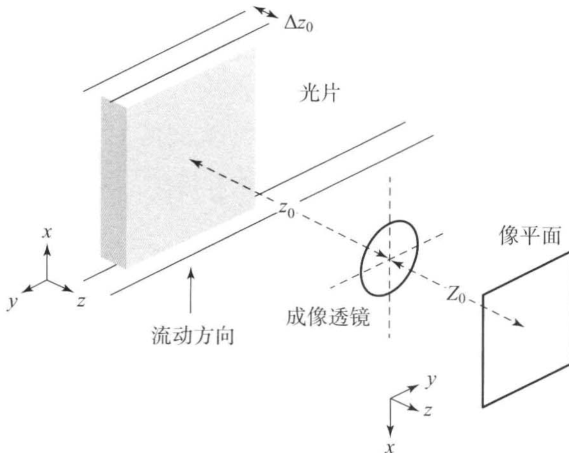


图 10　PIV 成像的光路原理图

［见 Westerweel（1997）© Institute of Physics（IOP）Publ Ltd］

成像系统的焦点深度 $\delta_z=4.88\lambda f\#^2(1+1/M)^2$ 主要取决于数值孔径和成像放大率，焦点深度必须比光片厚度 Δz_0 大，以记录聚焦粒子的图像。

通过两个相机的立体成像使得随后在光片平面内重建三分量位移矢量成为可能（立体 PIV 的综述由 Prasad 在 2000 年给出）。图 11 所示的角度法，是最常见的实像立体成像的方法。

可以通过将透镜平面相对于像面转动实现（Scheimpflug 条件）物面（焦面）和像面不平行。图像放大倍数随视野而变化，要求利用基于实验的修正函数对图像进行去除弯曲的修正。

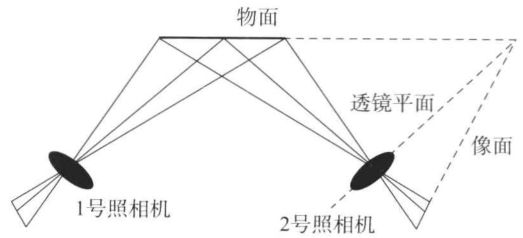


图 11　立体成像原理和 Scheimpflug 条件

3.3　数字记录

电子成像器如电荷耦合器件（CCD），将光（光子）转换成自由电子。放电时，产生与累积的电荷成正比的电流和电压。用于成像的二维数组传感器通过将尺寸为 10 μm 的单个敏感元素（像素）置于笛卡儿网格而得到。现代 CCD 有几百万像素，曝光过程中，每个像素都被给予一定的光强。在改变 CCD 传感器的行数之后，每个像素内积累的电荷通过模拟移位寄存器读取，模拟移位寄存器位于敏感区的后部。

电压转换器和数字转换器将信号转换为数字信息。通过这一系列过程，以及 10 MHz 数量级的像素读出频率，该传感器的构架的记录速度只能为 10 帧/s 量级，这对于获得间隔为几个微秒的曝光来说是不够的。

行间传输 CCD 结构如图 12 所示，是为 PIV 照相机所设计的，它能够捕捉一个微秒时间间隔内两次曝光，但由于读出过程的限制，记录速度仍局限于几个赫兹。行间传输 CCD 的基本特征为靠近每一个像素放置的电荷缓冲器，累积的电荷可以暂时地存储，这使得像素为电荷转移之后的下一次曝光做好了准备。对于常规的 CCD，在记录了两次曝光之后，必须读取模拟位移寄存器存储的传感器信息。

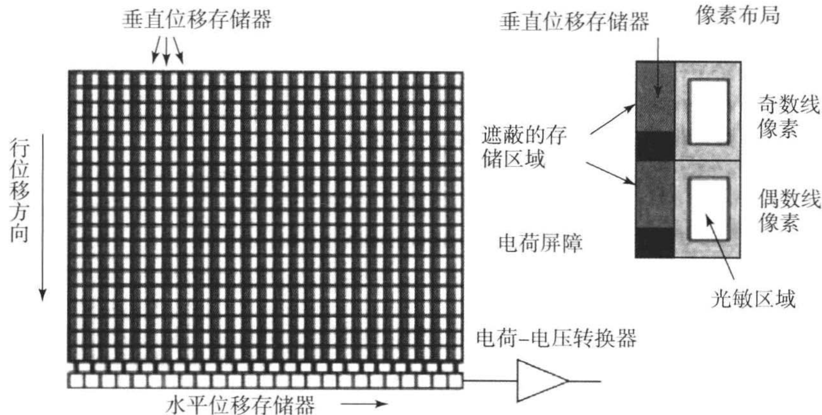


图 12　帧转移型 CCD

［见 Raffel 等（2007）© Springer］

数码成像仪中的小粒子，在通常情况下，像素大于单个粒子图像［图 13（a）］。

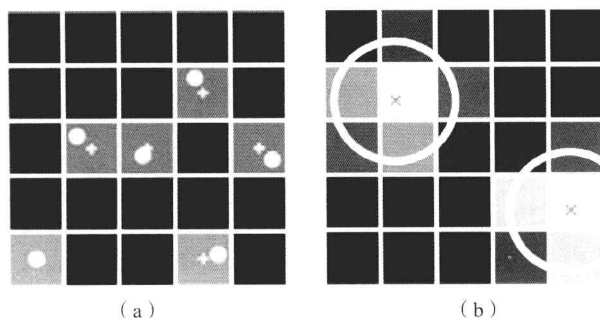


图 13　小粒子的数字成像

（a）粒子图像准备的空白磁盘和有效像素；（b）良好解析的粒子图像

在这种情况下，不能对粒子图像进行很好采样，而且离散效应会限制粒子运动估计的精度（峰值锁定），即粒子的位置和位移偏向整数像素值（由图中的交叉表示）。在实践中，数值孔径 $f\#$ 被用于控制粒子图像直径，但是捕获的光较少。当这种方法不可行时，图像散焦可以轻微地改变粒子图像直径，然而，散焦过程的控制比设置衍射光斑更加困难。对测量精度而言，最佳的优化方案是 $d_\tau=2$倍像素［图 13（b）］。

4　图像判读

PIV 记录由大量在两个瞬时记录的粒子图像（通常为 100 000 粒/百万像素）组成。粒子的运动模式是在小审查窗口中进行当地评估，评估粒子示踪剂的运动场的操作如下：

（1）图像窗口：整个图像被分成如图 14 所示的小单元（如 32 像素×32 像素），所谓审查窗口，每个窗口都包含一组示踪粒子（通常为 10 或更多）。每个审查窗口成为一个测量个体，其特征光强分布在第一次和第二次曝光时分别为 $I(i,\ j)$ 或 $I'(i,\ j)$，从而对局部速度矢量 $\mathbf{V}=(u,\ v)$ 进行评估。

（2）空间相互关联：从两个曝光中提取的相应窗口统计追踪算子，这个过程得到了相关图 $R(m,\ n)$，定义在三维移动的离散空间，其相对于初始图的峰值表明了粒子图像位移。

（3）峰值子像素插值：相关图中的最高峰只适用于整数移位（即像素），更精确的峰值位置估计可以利用高斯函数在峰值区域插值得到。

（4）除以时间和放缩比例：就相应窗口间的像素移动而言，（3）中的结果得到了粒子运动，速度由运动除以激光脉冲时间间隔，再乘以像素尺寸，同时除以图像放大倍数得到。

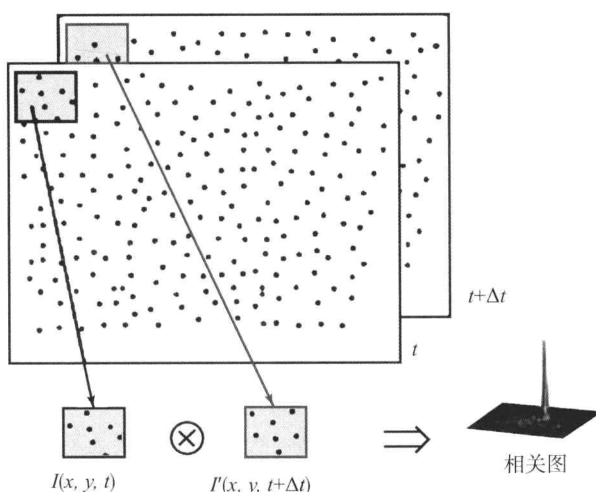


图 14　图像窗口、审查和交叉相关图

离散的交叉相关函数 R 为

$$R(m,\ n)=\frac{\sum\limits_{i,\ j=1}^{I,\ J} I(i,j)\cdot I'(i-m,\ j-n)}{\sqrt{\mathrm{stdev}(I)\cdot \mathrm{stdev}(I')}}\tag{7}$$

式中，I 和 I'应具有零平均值。分母为个体信号的标准差，将上半部分标准化，确保$R\in[-1,\ 1]$。对最大峰值进行的相关插值得到了具有子像素精度的峰值位置，三点式高斯拟合使得精度达到 0.1 倍像素。测量的可靠性通常通过信噪比 SNR 来定量评估，信噪比是最高相关峰值与第二高峰值的比值。参数 SNR 依赖于审查窗口中粒子图像的数目以及窗口中的速度分布。

4.1　动态范围

动态范围的下端要求相应的位移比噪声级大，最小可测位移表示为 $\Delta X_{\min}$，最大可测位移表示为 $\Delta X_{\max}$，其标准为位移不应超过窗口尺寸的 1/4（Adrian，1991），即 $\Delta X_{\max}\leqslant 1/4D_I$。因此，速度动态范围是

$$\frac{\Delta X_{\max}-\Delta X_{\min}}{\Delta X_{\min}}=\frac{D_I}{4\Delta X_{\min}}-1\tag{8}$$

上式是准确性和分辨率的折中。动态范围可以通过增加窗口尺寸提高，但这使得空间分辨率降低。$\Delta X_{\min}$对于其他实验参数的依靠性成为 PIV 最受关注的主题之一（Adrian，1991；Willert 和 Gharib，1991；Westerweel，1993），同时它非常依赖于粒子图像直径和确定相关峰值子像素位置时使



用的插值方式。在一般条件下，利用三点高斯峰值拟合模型，粒子图像直径为2～3倍像素，位移不超过10倍像素，同时窗口尺寸为32像素×32像素，这时可以假设$\Delta X_{\min}=0.1$倍像素。这些条件下的动态范围在10^2量级。

4.2　多步/多格视图

当平面内粒子图像位移通过相关性分析来评估时，可以应用相关窗口来补偿由平均粒子运动造成的成对损失，如图15（a）所示，其结果是粒子图像的对数有所增加。这个技术可以被当作双步分析，视图又重复了一遍，第二次曝光中的窗口根据第一次视图得到的位移值而移动（Westerweel、Dabiri和Gharib，1997）。第一次视图的结果ΔX_1以交叉相关运算的修正形式被用于接下来的视图：

$$R_I(s)=\int_A I_1(x)I_2(x+\mathrm{round}(\Delta X_1)+s)\mathrm{d}x \tag{9}$$

式中，A为视图区域。

配对粒子图像的增加使得所评估系统的粒子位移明显减小，同时均方根不确定性略有降低。

窗口移动技术由多重网格方法合理实现：视图过程重复了数次，每次审查之后视图窗口都会移动。此时，窗口尺寸要遵循与平均粒子面内运动相关的1/4规则，因此，动态范围可以与空间解析度解耦。这种方法会增加动态范围，增加比例为2～6倍。然而，其他因素可能会限制最大位移、面外粒子运动和作为配对损失主要因素的较高速度梯度。

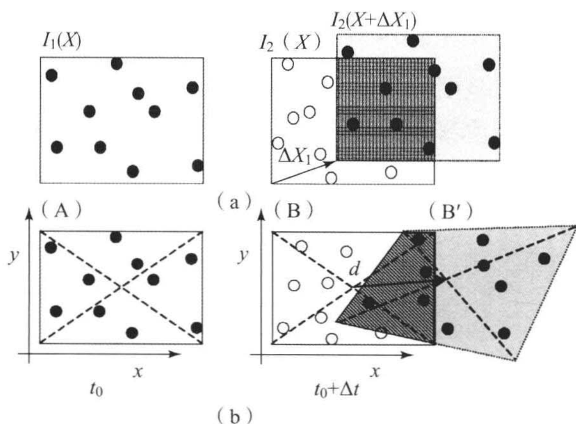


图15　(a) 在窗口移动技术中，交叉相关根据由测量到的平移得到的两个粒子模式移动评估（灰色部分是根据预估位移而移动的窗口）；(b) 应用在审查区域内，根据预估的速度和速度梯度移动的非均匀像素上的窗口变性技术

4.2.1　子像素窗口移动

目前的PIV审查算法估计并应用具有子像素精度的I_1和I_2之间的相对移动（Lecordier，1997）。对于子像素窗口移动空间关联函数的表达式是对整数像素表达式的修正：

$$R_I(s)=\int_A \tilde{I}_1(x)\tilde{I}_2(x+\Delta X_1+s)\mathrm{d}x \tag{10}$$

式中，$\tilde{I}$表示图像强度由像素位置的插值得到。

这个方法可以写为中心插值格式，即两个窗口分别向后和向前移动半个位移矢量（Wereley和Meynart，2001），具有二阶精度。在随后的迭代中，相关峰值出现在初始相关图峰值附近，并且峰值位置的估计受到固有偏差的影响很小。子像素移动技术的不足在于，需要两个像素中间位置的图像样本，它们由图像插值技术得到，但需要额外的计算花费。此外，图像插值会引起信号退化，特别是在对粒子图像进行取样时（$d_\tau<2$倍像素）。

4.2.2　迭代窗口变形

PIV图像的交叉关联理论分析主要是基于一个假设，即视图窗口中的粒子运动基本是均匀的。这一限制性假设从未成立，并且在大多数流动中，流场在视图窗口内有明显的变化。一个较好的近似是速度线性变化而并非常量，有了这样的假设，带有窗口变化的交叉关联分析的表达式进一步修正为

$$R_I(s)=\int_A \tilde{I}_1\left(x-\frac{\Delta X_1}{2}\right)\tilde{I}_2\left(x+\frac{\Delta X_1}{2}+s\right)\mathrm{d}x \tag{11}$$

式中，对强度图样应用的位移是空间的函数，因此可能会不均匀，导致曝光之间与面内粒子运动相关的粒子配对损失被限制在最小范围内。

由数值模拟的PIV图像所评估的测量不确定性表明，单步审查的固有误差为1/20像素，精度误差为1/5像素，如图16所示。窗口变形技术能够基本上移除第一次精度误差并使误差精度降低近一个数量级。然而，要注意的是，将这些结果外推至实际测量时，由于噪声的存在，效果将会受到限制。

窗口变形技术的主要优点是其在高速剪切流动中增加的鲁棒性和精度，如边界层流动、旋涡和湍流。实际上，这些区域中的相关峰衰退很明显，如图17所示。速度不同的粒子的运动导致了高度相当的多重峰值［图17（a）］，当应用变形技术时，剪切运动得到了补偿，从而得到单一峰值［图17（b）］。



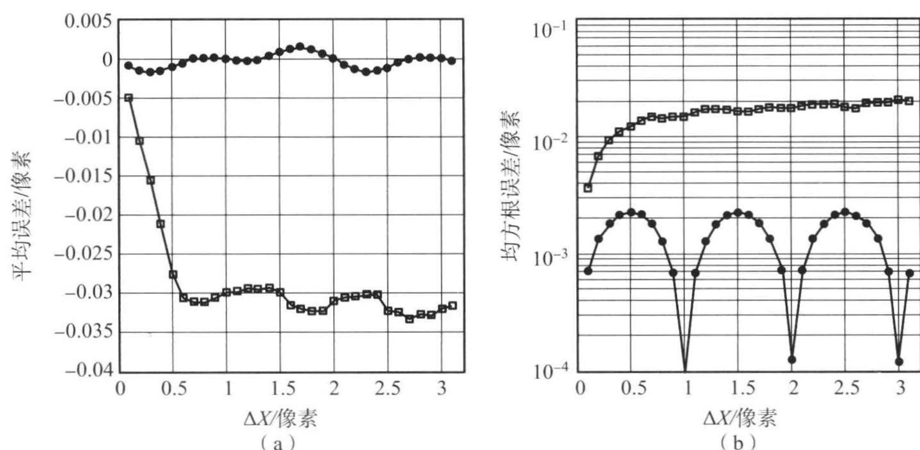


图 16　单步交叉关联（正方形）、多重网格关联和子像素窗口移动（点）

(a) 固有误差；(b) 均方根离散误差

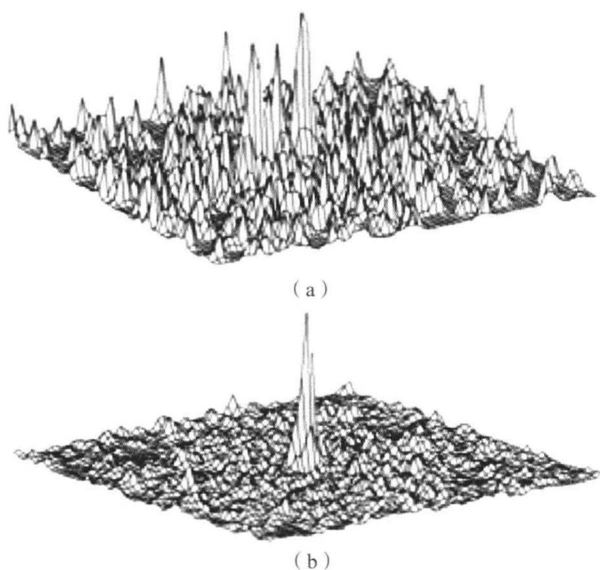


图 17　(a) 在湍流剪切层中的空间相关（单步审查）；(b) 多步窗口变形技术

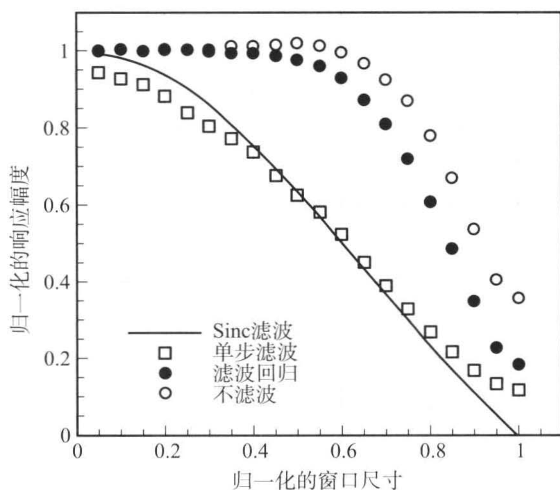


图 18　正弦波测试（振幅响应是窗口尺寸的函数）

Sinc 函数（实线）；单步关联（正方形）；迭代窗口变形（圆形）；过滤（稳定）迭代窗口变形（黑点）。

4.2.3　空间解析度

测量解析度由三维审查体的尺寸决定。通常面内尺寸限制了空间分辨率，而激光片控制了第三个维度上的分辨率。同样在面内，除了方形和圆形的其他审查窗口可以使特定方向的分辨率最大化（如垂直壁面）。通过与滤波理论的类比可以确定模拟交叉空间测量的空间分辨率的最简单模型。单步审查的空间响应可以通过 top-hat 滤波很好地近似。窗口变形的多步分析是一种迭代方法，对于小于半波长的标准化的窗口尺寸（图 18），空间响应的调制较低（小于 5%，而单步为 35%）。

5　后处理

PIV 测量的典型输出是表示二分量或三分量速度场（平面或立体）的瞬时分布矢量。因为关联图中检测到的峰值与一对粒子图像的距离峰值可能不对应，被乱真效应代替（如粒子图像对不足、图像噪声），所以数据表示的矢量可能出错。由于这些错误的矢量引入较大的误差，在进一步的数据分析之前应将其删除，如获得统计的流动信息（平均流速和雷诺应力）。数据验证程序旨在检测这些乱真数据，然后用适当值代替，PIV 实验中的错误率不得超过 5%。

当随机的相关峰超过粒子图像对峰值时就会出现乱真矢量。目视数据检查方法，虽然根据经验并



带有主观色彩，但始终是推断测量数据质量的一个有用的方法。目视检查后，就能够选择最合适的方法来纠正实验或检测错误矢量。

一种自动验证标准是 SNR>1.5。然而，即使是不可靠的矢量可以被修正，对于此问题一种更有效的方法是检测测量得到的矢量的邻域，以检验数据的空间相干性，这种局部法被称为中数检验(Westerweel，1994；Westerweel 和 Scarano，2005)。每个矢量都与 8 个相邻矢量得到的速度相对比，使用中值算符既代表附近最有可能的速度，还为标准化的系数表示邻域内最有可能的波动做出了贡献，所以即使在相同的邻域出现乱真矢量，这种方法依然有效。

5.1 数据简化

PIV 所测得的速度场的空间分布适用于评估速度空间导数（涡量、应变率和散度）以及速度积分特性（环量和动量通量）。Lourenco 和 Krothapalli (1995) 以及 Raffel 等 (2007) 给出了估计导数的方法。流动积分特性的评估是对物理量的直接积分，如对选取的控制面内的速度或涡量进行积分。

关于 PIV 在宇航研究和系统测试中的应用有大量文献。读者可以参考 AIAA、实验流体以及测量科学与技术的科技出版物，以了解更加专业的内容。

注 释

1. 采用二极管泵激光器和 CMOS 照相机可以使 PIV 测量的速度与 LDA 系统相媲美。

2. 对于高速流动很难满足的条件，出现激波时不可能满足此条件。

3. 基于一个百万像素的图像格式，取决于粒子图像的密度。

4. 三维 PIV 技术，如全息摄影、扫描光片和断层摄影，都能够进行立体测量。

5. 进行流动显示时，粒子示踪剂比着色燃料更有吸引力，因为它们不受分子扩散的影响。因此，在流动中其力学特性和图像保持不变。

6. 测量穿越激波的粒子速度是一项已经确认的技术，能够通过实验来评估粒子示踪剂的特征响应时间。

7. 正因为如此，PIV 需要一个比 LDA 更强的光源（用于接近向前或接近向后散射模式）。

8. 连续照明的系统限制于低速流动的测量 ($V<1$ m/s)，这是由于高速时曝光时间内能够整合的能量有限，会规避形成条纹。

9. 有的要求不适用于三维技术，如断层 PIV 成像。

参考文献

Adrian, R. J. (1991) Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **23**, 261 - 304.

Bridges, J. and Wernet, M. P. (2002) Turbulence measurements of separate flow nozzles with mixing enhancement features. 8th AIAA Aeroacoustics Conference, Breckenridge.

Huang, H. T., Fiedler, H. E. and Wang, J. J. (1993) Limitation and improvement of PIV; PART I: limitation of conventional techniques due to deformation of particle image patterns. *Exp. Fluids*, 15, 168 - 174.

Lecordier, B. (1997) Etude de l'interaction de la propagation d'une flamme premelangee avec le champ aerodynamique, par association de la tomographie laser et de la velocimetrie par images de particules. PhD Thesis University of Rouen, Rouen.

Lourenco, L. and Krothapalli, A. (1995) On the accuracy of velocity and vorticity measurements with PIV. *Exp. Fluids*, 18, 421 - 428.

van Oudheusden, B. W., Scarano, F., van Hinsberg, N. P. and Watt, D. W. (2005) Phase-resolved characterization of vortex shedding in the near wake of a square-section cylinder at incidence. *Exp. Fluids*, 39, 86 - 98.

Prasad, A. K. (2000) Stereoscopic particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 29, 103.

Raffel, M., Willert, C., Wereley, S. T. and Kompenhans, J. (2007) *Particle Image Velocimetry-A Practical Guide*, Springer, Berlin.

Samimy, M. and Lele, S. K. (1991) Motion of particles with inertia in a compressible free shear layer. *Phys. Fluids A*, 3, 1915.

Scarano, F., van Oudheusden, B. W., Bannink, W. J. and Bsibsi, M. (2004) Experimental investigation of supersonic base flow plume interaction by means of particle image velocimetry. 5th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, Cologne.

Schrijer, F. F. J., Scarano, F. and van Oudheusden, B. W. (2006) Application of PIV in a Mach 7 double-ramp flow. *Exp. Fluids*, 41, 353 - 363.

Wereley, S. T. and Meynart, C. D. (2001) Second-order accurate particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 31, 258 - 268.

Westerweel, J. (1994) Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. *Exp. Fluids*, 16, 236 - 247.

Westerweel, J. (1997) Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Measurement Sci. Technol*. 8, 1379 - 1392.

Westerweel, J. (1993) *Particle Image Velocimetry-Theory and Application*, Delft University Press, Delft.

Westerweel, J., Dabiri, D. and Gharib, M. (1997) The effect of a discrete window offset on the accuracy of cross correlation analysis of digital PIV recordings. *Exp. Fluids*, 23, 20 - 28.

Westerweel, J. and Scarano, F. (2005) Universal outlier detection for PIV data. *Exp. Fluids*, 39, 1096 - 1100.

Willert, C. E. and Gharib, M. (1991) Digital particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 10, 181.

扩展阅读

Adrian, R. J. (2004) Twenty years of particle image velocimetry. 12th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal.

Elsinga, G. E., Wieneke, B., Scarano, F. and van Oudheusden, B. W. (2006) Tomographic particle image velocimetry, Exp. Fluids, 41, 933 - 947.

Scarano, F. and Polema, C. (2009) Three-dimensional vorticity patterns of cylinder wakes. Exp. Fluids, 47, 69 - 83.

Scarano, F., van Wijk, C. and Veldhuis, L. L. M. (2002) Traversing field of view and AR-PIV for mid-field wake vortex investigation in a towing tank. Exp. Fluids, 33, 950 - 961.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 68 章

光谱学及散射技术

M. Volkan Ötügen
南卫理工大学机械工程系，达拉斯，得克萨斯，美国

1 引　　言

散射和光谱测量技术频繁地应用于空气动力学，尤其是应用于地面测试设备中。在本章中，我们将回顾那些基于激光散射（或吸收）的技术，这种激光的粒子比激光的波长（如气体分子）更小。这些技术包括光谱吸收、瑞利散射、拉曼散射、激光诱导荧光技术（LIF）以及连续反斯托克斯拉曼散射（CARS）。散射光包含光谱信息，而这些光谱信息可以用来研究媒介的大量局部属性，如物质的浓度、温度、压力和速度。

由于在大多数的其他光学技术中，光谱方法是非介入性的（因为在测量的媒介中只出现激光束），因此，它们非常适用于空气动力学的测量，流场中的探针，尤其在化学反应和高度流动中，会显著地改变流动或容易受到环境的影响。大多数光谱测量技术可以提供空间和时间的解析信息，并且这些技术中的许多技术都可以进一步扩展，利用点耦合设备（CCD）摄像机来获取期望的流动参数的二维或三维期望的流动参数的图片。在一些应用中，可以利用同样的设备同时测得几种流动和热力学的属性。所需要的专业化水平、设备的费用水平以及操作这些光谱测量系统水平取决于所使用的特定技术，同时所搜索信息的方式会明显不同。

光谱测量方法使用一个或多个激光束，这些激光束都穿过所测的气体空间，可以观察到激光（光子）与气体分子（或原子）之间的相互作用。依据相互作用过程，有的激光被气体粒子吸收，有的被气体粒子散射。测量方法可以划分为两类，即共振技术和非共振技术。在共振技术中，将激光调节到使气体的分子（或原子）发生跃迁，同时光子被吸收或受激发射。LIF 和光谱吸收是共振技术。在非共振技术中，激光的波长不需要与气体种类的特定跃迁相互匹配。气体接收到的激光辐射被自由散射掉了，瑞利散射和自由拉曼散射是非共振技术的两个实例。一般而言，共振技术可以提供较好的选择性和更多关于受测气体的信息，并能够产生强烈的信号（因此对检测参数的灵敏度很高）。因为激光的波长必须与气体分子的跃迁相匹配，所以测量气体种类较少，同时设备也非常昂贵。Miles 和 Nosenchuck（1989）及 McKenzie（1993）给出了对于光谱测量技术的综合性论述，Hanson 等（1999）讨论了激光吸收和荧光技术在气体流动中的应用。

2 激光吸收光谱学

激光吸收方法是最直接也是最便宜的光谱测量方法之一。在它最简单的应用中，激光束的波长与穿过测试介质气体的吸收跃迁相匹配。事先测量好激光束的强度，然后激光束穿过测试区域，检测其穿过介质时的衰减。衰减等级决定了所测物质的密度，该技术用来测量所选择的物质浓度。预先混合中的无反应流动，可以利用吸收来检测总气体的密度（假设物质的物质的量已经确定）。如果具有吸收跃迁的某一种物质在被测气体中未出现（子激光的发射光谱中），那么在气体中可以植入合适的物质，有助于气体密度的测量。

吸收的表达式为$-\lg(I/I_0)$，其中 I_0 和 I 分别

是激光束穿过测试区域之前和之后的强度，吸收量是测试区域的深度以及被吸收物质的密度数的函数。吸收技术的方法如图1所示，激光的光速被分成两份，其中的一束穿过测试区域，另一束作为参考（显式激光束能量的变化）。两光束都在光电探测器上终止，如图1所示。测试区域的信号已经用参考量标准化，并去掉了激光能量波动效应。一般而言，测量的动态变化范围受制于检测器的线性范围。另一方面，测量的分辨率可能与吸收量有关，给定了测试区域中目标物质的浓度和激光束的长度。利用具有一个或多个波长的共线的单个或多个激光束可以同时测量两种以上的物质。在测试气体中，每个激光束与物质的吸收跃迁发生共振。在检测方面，利用光束分离器和光学过滤器将不同波长的光束分离，然而，这个设备会非常昂贵，因为可能需要多个高能量的激光。也可以利用该技术来检测光束的多普勒频移来测量气体的温度和速度，多普勒频移是由气体的随机分子和整体速度引起的。在这样的实例中，通过调节穿过吸收跃迁的窄线激光来检测多普勒展宽和频移，可以分别得到气体的温度和速度。

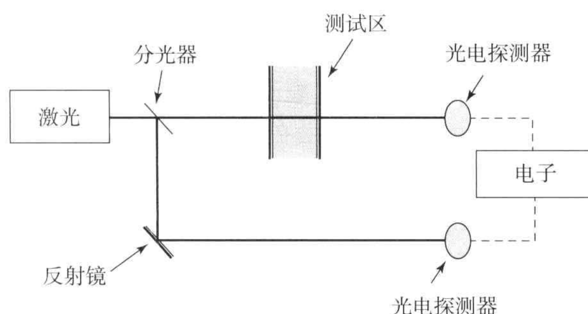


图1　吸收级数示意图

光谱吸收技术比其他大多数频谱技术要求更少，因为在测试区域的两面只需要一个小的光学通道（只需要激光束能够通过即可）。再者，被测信号一般非常强，所以对于大量的测量（除非需要同时测量上面讨论到的大量物质），低能量的连续波激光器完全可以胜任。然而，该技术有一个缺陷，即在空间中测量值不能完全被解析，获得的信息是沿着激光束方向的积分平均值。这样，只有两个方向上（垂直于光束）可以达到空间分辨率。有几种方法可以使用使其在三维上达到分辨率，包括交叉光束饱和吸收（Goldsmith，1981；Kychakoff、Howe和Hanson，1984）。然而，这种方法较难处理，并会导致明显的测量误差。吸收技术通常应用于高速流动、燃烧和混合二元气体流动中。Hanson和Jeffries（2006）提供了一些关于激光二极管吸收光谱在地面测试中的最新应用。

3　瑞利散射

瑞利散射技术已经用于测量密度、温度、浓度以及高速流动中的速度，它是一项非共振技术，涉及受激激光与气体分子之间的弹性作用。因此散射光和激光本质上具有相同的中心波长，散射光的能量与被测气体的密度数成正比。因此散射光的强度可以用于检测气体密度，或者利用理想气体定律检测气体的温度。但是只有气体压力不变或测量与其无关时，才能用来检测温度。如果激光的线宽比源于分子的散射光的多普勒展宽还要窄，原则上，散射光的线谱型（或宽度）可以用来检测气体温度和压力（需要气体运动模型的帮助）。在高速流动中，由于气体速度造成的多普勒频移可以足够大，可以用来测量速度。然而无论是使用仪器还是数据分析，温度、压力和速度的直接测量都非常复杂。因为它需要对瑞利信号进行频谱分析。但是在原则上，所有这些流动属性以及密度，都可以同时用瑞利散射来测量。

用于密度测量的光学系统，相对而言设置简单，信号的处理也很直接。因为瑞利散射是自发的，相比于受激发射技术（如激光诱导荧光），其信号通常很弱。在时间分辨的测量中，性能统计和光子散射噪声可能会出现问题。高能脉冲（如Nd：YAG）激光器的使用与连续波激光器完全相反，连续波激光器有助于宽带背景抑制和减小散粒噪声（Ötügen，1997）。还有几个其他因素可能会使瑞利散射测量技术复杂化，其中常遇到的问题是瑞利信号被不需要的光线干扰，干扰源之一是可能在测试环境中出现的表面反射的杂散光和粒子的米氏散射。米氏散射光的强度通常比瑞利散射光的强度高几个量级，很容易覆盖掉信号。然而，如果粒子浓度不是很高，那么源于粒子的信号可以被分辨出，并通过统计方式从数据记录中移除。表面散射激光的闪烁等级可以被光学手机捕捉到，信号明显阻止精确测量，这是内部流动的一个巨大挑战。测试区域周围的多面发射激光可能会很难抑制。在高速流动中，瑞利信号的多普勒频移需要足够大，从而可以用窄线分子吸收过滤器剔除未频移的激光闪烁，而不干扰到瑞利信号（Mile、Lempert和Forkey，



1991)。对于低速流动而言，可能会使用双线方法来单独检测和剔除信号中的表面散射光（Ötügen、Kim 和 Popovic，1997）。

典型的瑞利散射装置如图 2 所示，激光器射出的光束穿过光路并集中在测试区域，光束在使用束阱“探针体”的另一端终止。

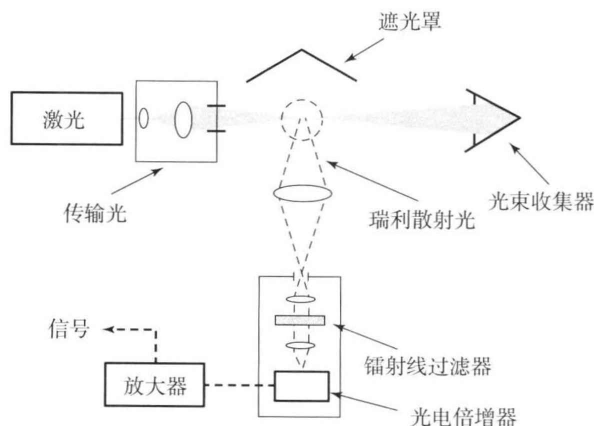


图 2 典型的瑞利散射装置

捕捉到它周围的光束和散射激光非常重要，可以使杂散激光对瑞利信号的干扰最小化。通常瑞利散射光被收集，与光束呈一个合适的角度，以使源于光路和束阱的杂乱反射光最小化，光收集器的对面放置了一个光罩以减小背景带宽。如果激光辐射处于线性极化模态，那么设置光收集器的轴垂直于光束的极化方向可以最大化瑞利信号，该信号与这个角度成正弦函数关系。瑞利散射光被收集镜头捕捉到，并穿过小孔或缝隙进行空间过滤信号，然后利用激光线过滤器在聚焦到断电倍增管（PMT）上之前剔除背景带宽，以此对信号进行空间过滤。通常在进行数字化和分析之前，PMT 输出大电流。如果特意使用时间分辨的测量方式，就应用激光能量将瑞利信号标准化，以便剔除信号中的激光能量波动的效应。可以利用发光二极管达到捕捉杂散激光的目的，也可以用数字或模拟方法将发光二极管和瑞利信号结合起来。如果使用脉冲激光器时为了增加瑞利信号并抑制背景带宽，那么电路应该包含与非门电路，以便通过激光脉冲持续时间来选择性地捕捉信号。

瑞利散射能量与瑞利散射的区域、入射激光能量以及气体的密度数成正比，它的表达式如下：

$$E = E_{\mathrm{L}} n L \sigma \Omega \varepsilon \tag{1}$$

式中，E_{L} 为入射激光的能量；n 为气体的分子数密度；L 为作用长度，在该长度内散射光被收集；Ω 为集光器的立体角；σ 为瑞利散射的微分截面面积，是入射波长的 -4 次幂。

因此，越短的激光波长可以产生越强的瑞利信号以及更好的信噪比来抵消带宽、激光线和散粒噪声。在上面的方程中，ε 是一个小于 1 的数，代表了所有的损失，包括与集光器表面反射和 PMT 检测器量子效率有关的量值。除了 n 之外，上面方程中的所有参数可以归结为一个单独的常量，可以利用已知的密度来对其进行校准。如果气体压力 p 已知，利用状态方程，瑞利信号就变为温度的函数：

$$\frac{E}{E_{\mathrm{L}}} = \overline{E} = L \sigma \Omega \varepsilon k^{-1} p \left(\frac{1}{T}\right) \tag{2}$$

式中，k 为玻尔兹曼常数。

对于恒压流动，就像在方程（1）中，右边的所有参数，除了温度之外，都可以归结为一个单独的常数。在给定的温度 T，它的值由测量得到的标准化能量 $\overline{E}_0$ 决定，因此得到

$$\overline{E} = \overline{E}_0 T_0 \left(\frac{1}{T}\right) \tag{3}$$

只有气体的压力和光学系统的所有参数为常数，方程（3）才有效。

瑞利散射技术已经应用于反应流动和无反应流动中。在反应流动应用中，Dibble 和 Hollenbach（1981）、Bill 等（1982）以及 Namer 和 Schefer（1985）利用瑞利散射技术在预混喷射火焰中测量温度和密度。在无反应流动应用中，Dyer（1979）及 Pitts 和 Kashiwagi（1984）测量二元气体的浓度，Ötügen 和 Namer（1988）测量加热气体射流的温度。该技术也可以用于二维流动成像，将激光束扩展为激光面，并用电荷耦合设备（CCD）摄像头对瑞利散射光成像。平面瑞利散射图片已经用于非预混喷射火焰（Fourgette、Zurn 和 Long，1986）测量温度，以及通过高速风洞来特征化超声速流动（利用散射光的强度来检测温度和浓度的变化）。除了利用瑞利信号强度检测温度或密度以外，单点和平面图像瑞利散射也用于高声速流动的色度测量中，可以通过检测瑞利信号中心波长的多普勒频移来实现。Miles、Lempert 和 Forkey（1991）及 Elliot、Samimy 和 Arnette（1994）利用过滤的瑞利散射获得了高声速流动的速度图像，而 Seasholtz 和 Zupank（1992）及 Bivolaru、Danehy 和 Lee（2006）利用基于 Fabry-Perot 干涉的瑞利散射方法来映射速度。前者用于超声速喷射流，后者用于氢氧模型火箭的排气尾流。Mielke 等

（2005）利用瑞利散射和米氏散射同时测量超声速和亚声速中时间平均的密度、速度、温度和速度的湍流强度。

4 拉曼散射

拉曼散射是非共振测量技术，然而，它不同于瑞利散射，拉曼散射是无弹性的，散射光子能量不同于激光的能量（因此与激光相比，散射光具有不同的波长）。能量差异等于分子的两个状态之间振动（或旋转）量子能量跃迁。这样测量就变为基于某种特定种类的方法，因为每一个分子都有自己唯一的能量量子。不同于瑞利散射，它可能会利用拉曼散射来测量给定物质（或多种物质同时测量）的浓度。因为与入射光相比，散射光具有不同的波长，所以可以利用干涉过滤将信号中那些来源于微粒表面的散射光和米氏散射光剔除掉。然而，拉曼散射光比瑞利散射光弱 2～3 个量级，因此限制了它在空气动力学中近大气层（或更高的）压力场中的应用，因此它在超声速流动中的应用一般比较困难。由于散射交叉截面表面较小，拉曼散射技术也需要高能激光器，才能用于时间分辨的测量中。

瑞利和拉曼过程如图 3 所示，图中显示了入射光线（向上的箭头）的能量等级、瑞利线以及斯托克斯和反斯托克斯拉曼线（所有向下的箭头）。因为瑞利和拉曼散射都是非共振的，当它接收了激光光子时，它的分子能量状态表示为虚拟状态，用虚线表示。在瑞利散射中，分子的能量立即返回到初始（地面）状态，这个能量状态为 ν_0，发射出一个等能量的光子到入射光子中。在斯托克斯拉曼散射中，处于地面状态的分子，在相互作用之前具有一个光子，返回到更高的振动（或旋转）能量状态时释放出一个低能量的光子（具有更长的波长）。当分子处于受激状态时（如温度升高或处于不平衡状态），就会发生反斯托克斯拉曼散射。在这种案例中，通过接收激光光子上升到虚拟状态之后，分子释放出一个比入射光子（波长更短）能量更高的光子而返回初始状态。

因为在瑞利散射中，拉曼散射的强度与各种气体的密度数成比例，同时对拉曼散射进行频率分析可以得到温度信息。振动量子的精确能量取决于分子的旋转状态。在热量平衡中，信号的频谱分析提供了气体的平动温度，然而，为了分辨频谱线，这样的应用需要用窄线激光器。

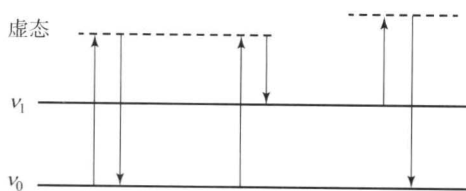


图 3 瑞利、斯托克斯和反斯托克斯拉曼散射能级

拉曼散射测量设备的设置类似于瑞利散射，可以参见图 2。集光器既包含弹性（瑞利）散射又包含非弹性（拉曼）散射。光束指向分光仪，用该分光仪可以调出特定的拉曼线。如果测量得到多种物质的浓度，那么光束可以被分为与物质种类相同数量的光束，以便测量，并且每束光都通过分光仪。

在早期的一项研究中，Hillard 等（1975）将氩离子用于拉曼散射，并且在马赫数为 5 的风洞中，用 LDV 技术来测量时间平均的温度、密度和速度。Long、Fourgette 和 Escoda（1983）利用拉曼散射得到了大量喷射火焰传播的平面图像。激光器为有高能脉冲激光器时，时间冻结的拉曼散射才会成为可能。例如，Laufer、McKenzie 和 Fletcher（1990）以及 Fletcher 和 McKenzie（1991）制作了用于超声速流动的时间冻结的密度测量装置，该装置使用的是近紫外条件下运行的 ArF 激光器。Lederman（1977）和 McKenzie（1993）提供了关于拉曼散射在空气动力学中应用的回归。

5 激光诱导荧光

激光诱导荧光（LIF）是一项高能量技术，该技术已经广泛应用于航空宇航设备，包括高速流动。实际上它是一项共振技术，因此可以产生很强的信号，这是它的主要优势。再者，它具有物质种类专一性，因此非常适用于反应流动。在该项技术中，将激光调节到与测试气体的分子或原子跃迁相一致，激光就会在单个振动或电子等级上激励特定的旋转跃迁，并导致自发发射（荧光），将其捕捉并进行分析。原则上（当没有其他类型的重要机械能损失时），放射出来的荧光等级与地面状态的粒子布局成比例（Laufer，1996）。因此，在热力学平衡中，LIF 可以用于测量所选物质的浓度。如果已知物质的密度，LIF 也可以测量气体的温度。通过一次激励（利用合适的激光波长）出两个状态，LIF 技术也可以同时测量密度和温度。通过观察 LIF 信号的多普勒频移，可能会测得气体的速度。



因为在瑞利散射中，通过使用光学传播和收集系统的不同布置，LIF 也可以用于流动中的单点或多点测量，在流动中将激光束聚焦在一个点上，并从该位置上收集荧光。对于平面激光诱导荧光测量技术（PLIF）而言，激光束被转化为一个薄薄的发光面，并用 CCD 摄像头拍摄平面上的辐射。在两个测量方向上的测量设备分辨率由集光器的衍射限制和摄像机的像素参数来决定，而第三个方向的分辨率由发光面的厚度来决定。

由于它的选择性和信号的强度，LIF 是一项高能技术。然而，普通的 LIF 系统比瑞利散射系统更复杂和昂贵，因为它需要可调节的激光器，以便处理某种物质的跃迁，并且设计用于某种物质的测量系统，并不能用于另一种物质的测量。对于无反应流动，为了得到荧光信号，应该在气体中植入合适的物质（如钠等）。

图 4 是对 LIF 处理方法的描述。激光光子能量（用向上的箭头表示），等于气体中给定分子或原子的跃迁能量（$\nu_1-\nu_0$），处于地面状态中的一些粒子吸收能量，并达到受激状态 ν_1，一旦处于这种状态，粒子可能会通过与其他粒子（碰撞猝灭）碰撞，或者通过分裂和离子化而失去这部分能量，如图 4 右侧所示，或者会自发地陷入低能量状态，如图 4 左侧所示，因此释放出一个光子的能量（荧光）。Laufer（1996）提供了关于 LIF 过程的详细说明。

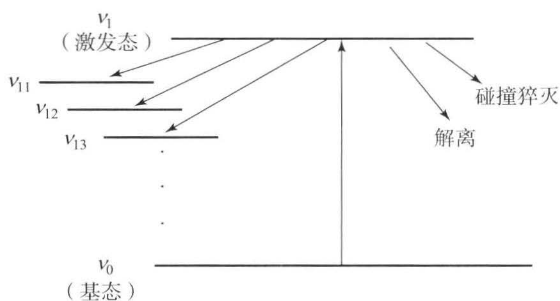


图 4　LIF 的能量交换过程

典型的平面激光诱导荧光测量系统如图 5 所示。脉冲调谐激光器的射出光束被扩大，并在垂直于纸面的方向上瞄准，然后穿过圆柱形的透镜，形成一个薄薄的激光面。用一个位于测量区域的 CCD 摄像头来拍摄荧光图像。一个过滤器或单色光镜位于摄像头正前方，以剔除背景光，如图 5 所示。为了强度标准化，用另外一个摄像头得到测量区域之前的激光面图像。利用帧捕获器捕获测量和标准化的图像，并储存在计算机上便于以后分析。对于连续拍照的测量系统来说，脉冲激光器、CCD 摄像头快门和帧捕获器都是同步协调的，通常使用外部计时装置。

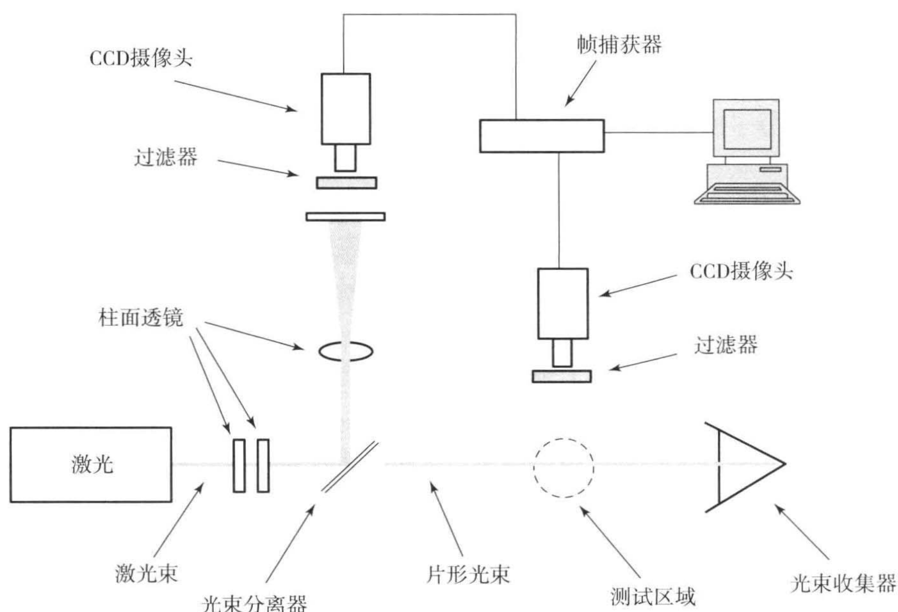


图 5　典型的平面激光诱导荧光测量系统

LIF 在空气动力学中的一个早期应用是 Zimmermann 和 Miles（1980）测量 LIF 时植入了钠元素气体的 LIF 信号的多普勒频移来测量超声速风洞中的速度，McKenzie、Monson 和 Exberger（1979）利用联乙酰的 LIF 来测量湍流边界层内的密度。在空气动力学中，碘元素也用于 LIF 检测器

（McDaniel、Baganoff 和 Byer，1982；Hillar 和 Hanson，1988）。然而，碘具有很强的腐蚀性，频繁地使用它会对测试设备造成损害，并且它不是太适用于超声速风洞研究，因为它在空间滞止条件和相对低的马赫数下会凝结。氮氧化物也可以作为 LIF 测量设备的种子材料，例如，McKenzie 和 Gross（1981）将 NO 用于大点测量，而 Lee、McMillan 和 Hanson（1993）以及 Seitzman、Kychakoff 和 Hanson（1985）在植入 NO 的气流中获得了大量的 PLIF 温度图像。随着近几年可调 UV 激光器的使用，其他种类的种子材料也用于 LIF，如氧气（Lee、Paul 和 Hanson，1987）和 OH 自由基（Paul、Meier 和 Hanson，1991）。然而，因为常规的镜片不能投射 UV 光，在风洞中测量时，使用 UV 激光需要有特殊的窗口。最近，PLIF 技术已经得到了扩展，并用于超声速测量中，如 Danehy 等（2006）用 NO 作为种子材料，在马赫数为 10 的风洞中使用 PLIF 测量。

6　连续反斯托克斯拉曼散射

连续反斯托克斯拉曼散射是三阶非线性方法，它具有很高的散射等级、方向性和背景反射，可以测量物质的浓度和温度。然而这个技术却很复杂，对设备的专业性和专业知识要求很高。与上面讨论到的其他散射方法不同，CARS 需要有多个脉冲激光器，Maker 和 Terhune（1965）首次提出了这个光学现象的技术。频率为 ν_1 的泵激激光与频率为 ν_2 的另外一个激光在同一个测量点聚焦，通常泵激激光的频率是固定的，而另外一个是可调的，那么第二个激光的光束（叫作斯托克斯光束）将频率调节到 ν_2，因此可以得到两个光束的频率差为（$\nu_1-\nu_2$），与被测物质的分子振动频率精确匹配。另外，可能需要选择第二个激光以便它的线宽度足够达到（$\nu_1-\nu_2$），以覆盖测试分子的振动频率。在频率为（$\nu_1-\nu_2$）的激光辐射下，测量区域中有意义的分子连续振动，从而在反斯托克斯区域产生频率为 $[\nu_1+(\nu_1-\nu_2)]$ 的一束信号，同时也用到了另外一束泵激激光（频率为 ν_1）。图 6 描述了 CARS 过程。ν_1 和 ν_2 光介于两个能量状态之间的分子发生连续振动，而该能量状态的共振频率为（$\nu_1-\nu_2$），这个过程在反斯托克斯区域产生频率 $\nu_3=2\nu_1-\nu_2$ 的受激光子，将 ν_2 的变化范围调大，就可以测量气体中的多种物质（McKenzie，1993）。三光束 CARS 系统的典型光束分布如图 7 所示。

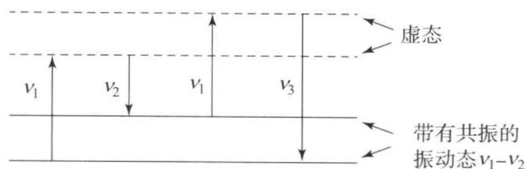


图 6　CARS 过程

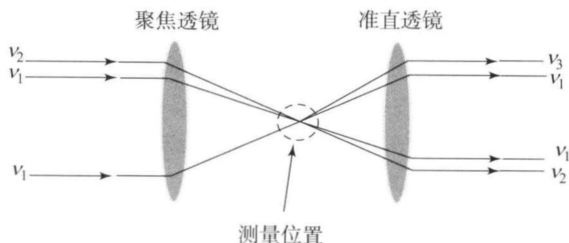


图 7　CARS 系统的典型光束分布

CARS 技术可以用于温度测量（Hall 和 Eckbreth，1984；Greenhlagh，1988；Attal-Tretout 等，1990）和物质的浓度（或密度）测量（Eckbreth，1996）。但是这个过程强烈的非线性是一个缺陷，例如，在气体密度低的情况下，散射光强度与被测物质密度数的平方成比例。另一方面，在密度很大时，散射光的强度几乎与物质的分子数密度呈线性关系（Roh 和 Shreiber，1978）。这样就可以对复杂的 CARS 信号环境做一个分析。CARS 信号也是物质浓度的非线性函数（Lederman，1986）。CARS 技术最常使用于燃烧测试（Eckbreth，1996），特别是火焰（van Veen 和 Roekaerts，2005）中的温度测量。近些年，人们已经将 CARS 逐渐用于空气动力学，包括高速流动，例如，Boubach、van Veen 和 Dreizler（2007）测量撞击射流中的温度分布，而 Woodmansee、Lucht 和 Dutton（2000）及 Lucht 等（2003）利用 CARS 技术在风洞实验中测量温度和浓度（N_2 和 CO_2 各自的浓度）。

7　总　　结

近年来，频谱和散射技术有了明显的改善，尽管这些技术在航空领域应用仍然很少，但是它们经常用于实验室和地面的设备测试中。多种频谱技术可以提供物质的浓度、气体密度、压力和速度等大量信息。除了激光光谱吸收以外，以上讨论到的技术都可以用于空间的分辨测量中，激光吸收技术可



能是最直接的方法。但是在使用中，它的测量仅仅在垂直于光束的方向上可以分辨，并对沿着光束方向的信息进行积分。对于气体密度和温度的单点或平面测量，激光诱导瑞利散射是一项相对直接且性价比高的技术，该技术利用附加设备扩展之后，可用于高速流动中速度和湍流强度的测量。空气动力学研究中，拉曼散射的应用受到了限制，主要是因为信噪比相对较差。另一方面，CARS 技术具有很高的信噪比，但其价格昂贵，并且需要专业化的研究测量系统并解读数据。近些年，在亚声速和高速流动中，LIF 和 PLIF 技术已经取得了很大的成功。

参考文献

Attal-Tretout, B., Bouchardy, P., Magre, P., Peleat, M and Taran, J. P. (1990) CARS in combustion: Prospects and problems. *Appl. Phys. B*, 51, 193 - 251.

Bill, R. G. Jr., Namer, I., Talbot, L. and Robben, F. (1982) Density fluctuations of flame in grid-induced turbulence. *Comb. Flame*, 44, 277 - 285.

Bivolaru, D., Danehy, P. M. and Lee, J. W. (2006) Intracavity Rayleigh-Mie scattering for multipoint, two-component velocity measurement. *Opt. Lett.*, 31, 1645 - 1647.

Boubach, J., van Veen, E. and Dreizler, A. (2007) Combined phosphor and CARS thermometry at the wall-gas interface of impinging flames and jet systems. *Exp. Fluids*, 44, 897 - 904.

Danehy, P. M., Wilkes, J. A., Alderfer, D. W., Jones, S. B., Robbins, A. W., Patry, D. P. and Schwartz, R. J. (2006) Planar laser-induced fluorescence (PLIF) investigation of hypersonic flow filed in a Mach 10 wind tunnel. AIAA Paper 2006 - 3442 (June).

Dibble, R. W. and Hollenbach, R. H. (1981) Laser Rayleigh thermometry in turbulent flows. *Proc. 18th Symp. on Combustion*, Pittsburgh, PA, pp. 1489 - 1499.

Dyer, T. M. (1979) Rayleigh scattering measurements of time resolved concentration in a turbulent propane jet. *AIAA J.*, 17, 912 - 914.

Eckbreth, A. C. (1996) *Laser Diagnostics for Combustion Temperature and Species*, (2nd ed) Gordon and Breach Science Publishers SA, New York.

Elliot, G. S., Samimy, N. and Arnette, S. A. (1994) Details of a molecular filter-based velocimetry technique. AIAA Paper 94 - 0490 (January).

Fletcher, D. G. and McKenzie, R. L. (1991) Simultaneous measurement of temperature and density in air flows using uv laser spectroscopy. AIAA Paper 91 - 0458 (January).

Fourgette, D. C., Zurn, R. M. and Long, M. B. (1986) Two dimensional Rayleigh thermometry in a turbulent non-premixed methane-hydrogen flame. *Combust. Sci. Technol.* 44, 307 - 317.

Goldsmith, J. E. M. (1981) Spatially resolved saturated absorption spectroscopy in flames. *Opt. Lett.*, 23, 525 - 530.

Greenhlagh, D. A. (1988) Quantitative CARS, in *Advances in Non-Linear Spectroscopy* (eds Clark, R. J. H. and Hester, R. E.), John Wiley & Sons, New York.

Hall, R. J. and Eckbreth, A. C. (1984) Coherent anti-Stokes Raman spectroscopy (CARS): application to combustion diagnostics, in *Laser Applications* (eds Reddy, J. F. and Erf, R. K.), Academic Press, Orlando, FL, 213 - 309.

Hanson, R., Baer, D., Morris, C., Thurber, M., Furlong, E. and Wehe, S. (1999) Recent advances in laser-based diagnostics of gaseous flows. *J. Flow Visualization*, 2, 309 - 319.

Hanson, R. K. and Jeffries, J. B. (2006) Diode laser sensor for ground testing. AIAA Paper 2006 - 3441 (June).

Hillar, B. and Hanson, R. K. (1988) Simultaneous planar measurements of velocity and pressure fields in gas flows using laser-induced fluorescence. *Appl. Opt.*, 27, 33 - 48.

Hillard, M. E., Hunter, W. W., Meyers, J. F. and Feller, W. V. (1975) Simultaneous Raman and laser velocimeter measurements. *AIAA J.*, 12, 1445 - 1447.

Kychakoff, G., Howe, R. D. and Hanson, R. K. (1984) Spatially resolved combustion measurements using cross-beam saturated absorption spectroscopy. *Appl. Opt.*, 23, 1303 - 1305.

Laufer, G., McKenzie, R. L. and Fletcher, D. G. (1990) Method for measuring temperatures and densities in hypersonic wind tunnel air flows using laser-induced O_2 fluorescence. *Appl. Opt.*, 29, 4873 - 4883.

Laufer, G. (1996) *Introduction to Optics and Lasers in Engineering*, Cambridge University Press, Cambridge.

Lee, M. P., McMillan, B. K. and Hanson, R. K. (1993) Temperature measurements in gases by use of planar laser-induced fluorescence imaging of NO. *Appl. Opt.*, 32, 5379 - 5396.

Lee, M. P., Paul, P. H. and Hanson, R. K. (1987) Quantitative imaging of temperature fields in air using planar laser-induced fluorescence of O_2. *Opt. Lett.*, 12, 75 - 77.

Lederman, S. (1977) The use of laser Raman diagnostics in flow fields and combustion. *J. Prog. Energy Combust. Sci.*, 3, 1 - 34.

Lederman, S. (1986) Laser based flow field and combustion diagnostics. In *Advances in Laser Spectroscopy* (eds

Garetz, B. A. and Lombardi, J. R.), John Wiley & Sons, New York.

Long, M. B., Fourgette, D. C. and Escoda, M. C. (1983) Instantaneous Ramanography of a turbulent diffusion flame. *Opt. Lett.*, 8, 244-246.

Lucht, R. P., Natarajan, V. V., Carter, C. D., Grinstead, K. D., Gord, J. R., Danehy, P. M., Fiechtner, G. J. and Farow, R. L. (2003) Dual-pump coherent anti-Stokes Raman scattering temperature and CO_2 concentration measurements. *AIAA J.*, 41, 679-686.

McDaniel, J. C., Baganoff, D. and Byer, R. L. (1982) Density measurements in compressible flows using off-resonance laser induced fluorescence. *Phys. Fluids*, 25, 1105-1107.

Maker, P. D. and Terhune, R. W. (1965) Study of optical effects due to an induced polarization third-order in the electric field strength. *Phys. Rev.* 137, A801-A818.

McKenzie, R. L. (1993) Progress in laser spectroscopic techniques or aerodynamic measurements. *AIAA J.*, 31, 465-47.

McKenzie, R. L. and Gross, K. P. (1981) Two-photon excitation of itric oxide fluorescence as a temperature indicator in unsteady asdynamics processes. *Appl. Opt.*, 20, 2153-2165.

McKenzie, R. L., Monson, D. J. and Exberger, R. J. (1979) Time dependent local density measurements in unsteady flows *NASA Technical Memorandum 78555*.

Mielke, A., Seasholtz, R., Elan, K. and Panda, J. (2005) Time average measurement of velocity, density, temperature and turbulence velocity fluctuations using Rayleigh and Mie scattering. *Exp. Fluids*, 39, 441-454.

Miles, R. B. and Nosenchuck, D. M. (1989) Three-dimensional quantitative flow diagnostics. in *Lecture Notes in Engineering* (ed. M. Gad-el-Hak), Springer Verlag, pp. 33-107.

Miles, R. B., Lempert, W. R. and Forkey, J. (1991) Instantaneous velocity fields and background suppression by filtered Rayleigh scattering. *AIAA Paper 91-0357* (January).

Namer, I. and Schefer, R. W. (1985) Error estimates for Rayleigh scattering density and temperature measurements. *Exp. Fluids*, 3, 1-9.

Ötügen, M. V. (1997) Uncertainty estimates of turbulent temperature in Rayleigh scattering measurements. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 15, 25-31.

Ötügen, M. V., Kim, J. and Popovic, S. (1997) Nd: YAG Laser-based dual-line Rayleigh scattering system. *AIAA J.*, 35, 776-781.

Ötügen, M. V. and Namer, I. (1988) Rayleigh scattering temperature measurements in a plane turbulent air jet. *Exp. Fluids*, 6, 461-466.

Paul, P. H., Meier, U. E. and Hanson, R. K. (1991) Single-shot multiple-camera planar laser-induced fluorescence imaging in gaseous flows. AIAA Paper 91-0459.

Pitts, W. M. and Kashiwagi, T. (1984) The application of laser induced Rayleigh scattering to the study of turbulence mixing. *J. Fluid Mech.*, 141, 391-429.

Roh, W. B. and Shreiber, P. W. (1978) Pressure dependence of integrated CARS power. *Appl. Opt.*, 17, 1418-1424.

Seasholtz, R. G. and Zupank, F. J. (1992) Spectrally resolved Rayleigh scattering diagnostics for hydrogen-oxygen rocket plume. *J. Propulsion Power*, 8, 935-942.

Seitzman, J. M., Kychakoff, G. and Hanson, R. K. (1985) Instantaneous temperature field measurements using planar laser-induced fluorescence. *Opt. Lett.*, 10, 439-441.

van Veen, E. H. and Roekaerts, D. (2005) Thermometry for turbulent flames by coherent anti-Stokes Raman spectroscopy with simultaneous referencing to the modeless excitation profile. *Appl. Opt.*, 44, 6995-7004.

Woodmansee, M. A., Lucht, R. P. and Dutton, J. C. (2000) Development of high-resolution N_2 coherent anti-Stokes Raman scattering for measuring pressure, temperature, and density in high-speed gas flows. *Appl. Opt.*, 39, 6243-6256.

Zimmermann, M. and Miles, R. B. (1980) Hypersonic helium flow field measurements with a resonant Doppler velocimeter. *Appl. Phys. Lett.*, 37, 885-887.

本章译者：吴小胜，李正东（北京理工大学宇航学院）

第 69 章

温度和热传递的测量

Cengiz Camci

宾夕法尼亚州立大学伯克分校涡轮机械气动传热实验室，宾夕法尼亚，美国

1 引　　言

温度是航天工程系统设计的重要参数。许多航天器由于热量的原因而失事。卫星热管理系统、推进系统的受热部分、燃烧室、超声速气动热量/高超声速飞行器的表面、叶轮机的气流模拟器、复合材料制造设备以及火箭发动机，这些都需要大量且具有相应精度的传感器测量温度和热流。

在航空航天工程系统中，所有的材料都是由原子和分子组成的，这些原子和分子都或多或少存在于扰动的热力学状态中。无论这些材料是固体、液体还是气体，其相都与运动的等级有关。将粒子聚集在一起的内部力通常与各个粒子的动能相互平衡。材料的温度可以被看作系统中粒子活动性的程度。因此，真空区域中温度的概念是没有意义的，因为真空中没有运动的粒子。一个没有任何热量运动的物体的温度可以被称为绝对零度。

对温度尺度最直观的认识可以通过理想气体状态方程（Rogers 和 Mayhew，1983）。理想气体状态方程 $p=\rho RT$ 给出了在特定密度 ρ 和恒定温度 T 下，某种气体的压力 p 等于其摩尔质量除以玻尔兹曼常数 κ。固定体积的气体温度计测得的一定质量的理想惰性气体的压力是温度的函数，这是大多数温度测量方式的基本原理。

科学界使用一个国际温标，根据热力学第零定律，“如果两个热力学系统中的每一个都与第三个热力学系统处于热平衡（温度相同），则它们彼此也必定处于热平衡”。这种可操作的温度范围使用一系列固定定义的温度参考点，如沸点和冰点。温度不能直接测量，但可以通过观察它产生的效果量化，如液体的膨胀、在双金属节点对电流的导通能力或在液晶体外层形成的颜色变化等。一般情况下，需要对观察到的效应进行线性假设。

在工程中，电子温度传感器大多数是电阻式或热电型的（Turner 和 Hill，1999）。电阻式传感器可以是基于金属的或半导体的。热电传感器或热电耦是自生的，但它们输出的电压非常小，通常是 μV 级的，因此需要放大器进行放大之后才能测量。固体或双金属系统的热膨胀也可以用于温度转换。红外发射或高温测定也可以用于温度传感仪器，尤其对不可接触或旋转部件的非介入式监控非常有效。

温度传感器的一般分类如图 1 所示。本章最后一节专门论述航天工程热传递的测量。这些系统可以测量气体、固体或液体区域中一点到另一点的热量传递速率。

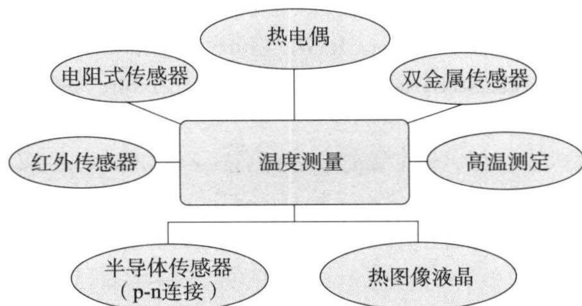


图 1　航天工程中温度传感器的分类

2　电阻式温度传感器

实际应用中常见的电阻式温度探测器（RTD）是基于金属或半导体材料。半导体是使用最频繁的也是最便宜的材料。金属电阻式温度传感器提供的性能比半导体 RTD 更好，通常用于高精度测量。

2.1　金属电阻式传感器

金属电阻式传感器通常采用非感应线圈形式的金属线，如铂、铜、钨或镍。线圈包裹在一个微型的密封玻璃管内。一定厚度的金属薄膜沉积在柔性聚酯薄膜的基板或石英/陶瓷基片上。在通常情况下，RTD 的电阻可以通过控制有源电阻薄膜的长度与宽度的比率来调整。大多数金属材料的电阻 R 关于某一温度 T 的变化可以由下式表示：

$$R=R_0(1+\alpha_1 T+\alpha_2 T^2+\alpha_3 T^3+\cdots+\alpha_n T^n) \quad (1)$$

式中，R_0 是在用户选择的参考温度 T_0 时的电阻。

铂、镍和铜是最常用的金属，为了精确测量温度，通常需要至少包括 α_1 和（或）α_2。在大多数航天工程应用中，通常可以只使用一个系数 α_1 对金属 RTD 建模。在仅使用 α_1 的工程应用中，所得到的非线性程度在温度－40℃～140℃范围内大约只有 0.5%。金属 RTD 的标准阻抗 R_0 可以从几欧姆变化到几千欧姆，而 100 Ω 是一个标准值。金属 RTD 的电阻变化相当大，超过一般阻抗设计温度范围的 20%。

2.2　电阻式温度传感器桥接电路

热敏电阻调节转换器通常用于惠斯通平衡电桥电路，如图 2 所示。电阻的变化由金属 RTD 显示出的结果通常是线性的，而由半导体热敏电阻显示的结果却是明显的非线性。在这两种情况下，电阻变化足够大，可以准确记录。

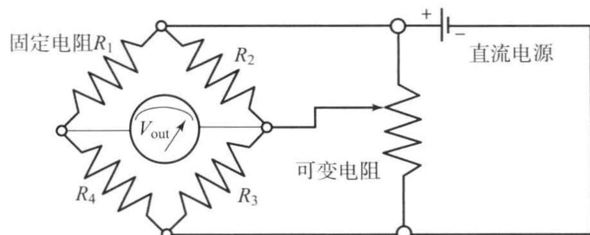


图 2　RTD 传感器的电桥平衡排布

V_{out}为失衡电压

即使传感器的输出是线性的，当线性传感器电阻显著变化时，用桥接电路测量超出平衡电压的值不一定是线性的。通过传感器的电流通常是 1～25 mA，这会导致在传感器内产生焦耳热（Turner 和 Hill，1999）。这种内部发热造成“自发热”的误差取决于传感器所在基板的传递和对流热量传输的特性。图 3 所示的四线“欧姆表”技术可以替代用于调整 RTD 传感器的传统桥式技术，这种特殊的桥接电路被广泛地用于具有精确 ADC 的数据采集系统中。任何非线性传感器在利用 12 位或 16 位的 ADC 采集数据后都可以用计算机软件进行校正。

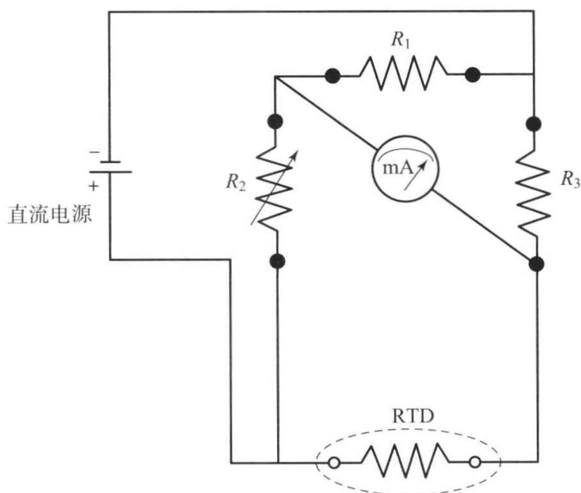


图 3　热电阻的四线电路图

2.3　热敏电阻

热敏电阻是一种基于半导体的转换器，形状通常为平面圆盘、珠子或棒形等。当两个或多个铜、钴、铁、锰、镍、镁、钒、锡、钛或锌等元素的氧化物结合时，产生的热敏电阻通常称为具有一个负温度系数的电阻（NTC）。随着温度的上升，NTC 热敏电阻的阻值会下降。热敏电阻的精度比金属 RTD 低，这是由于半导体的制造技术不稳定导致的偏差。热敏电阻和金属 RTD 不同，它通常是非线性的，该电阻与温度的关系为

$$R=R_0 e^{\beta\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)} \quad (2)$$

式中，R_0 是在温度 T_0 时的标准阻值；β 是一个常数，取决于热敏电阻的材料。参考温度 T_0 通常为 298 K；β 为 4 000。

热敏电阻器可在温度范围－60 ℃～150 ℃内使用，精度高于±0.1%。热敏电阻在一个相对较窄的温度区间变化时，有一个很陡的电压响应。正温度系数（PTC）热敏电阻也可以通过使用特殊的材



料如钡、铅或锶得到。

3　热电偶

在航天系统中，比较常用的测温传感器是热电偶传感器。热电偶可以非常小，成本较低，并且在对其性质充分了解的前提下，能足够准确测量（Arts 和 Charbonnier，1994）。在航空航天系统中，热电偶测量方法的可用范围相当大，可以测量−270 ℃的液态氦，也可以测量近 1 500 ℃温度的气涡轮燃烧室，高温炉的测量范围可以达2 200 ℃。

当两种不同的金属相互接触时，在金属的交界处热负荷引出了可测量的电势。热电偶是由两个或两个以上接口组成的自发转换器。传统的热电偶温度测量结构如图 4（a）所示。一个节点（冷端）需要保持在一个已知的参考温度内，例如，将其放置于融化的冰中，其他节点连接到该对象进行测定。一个更实际的电路如图 4（b）所示，它由两根线直接相连到一个包括一个植入冷端补偿器的测量电路。只要保持两根导线和电压表之间的接点在相同的温度，就不会引起任何错误信号。由于这种方法没有适合的参考接口，如果周围环境的温度变化，该系统会给出一个错误的输出，这个问题使用冷端补偿误差系统可以避免。热电偶的工作特性由 Seebeck 在 1821 年首次发现，他将双金属的交界处加热到受控的温度时，观测到电势的变化，Peltie 后来证明这种效应是可逆的。双金属热电偶也表现出当小电流从外部强加于交界处时，所测温度升高。

3.1　热电偶的工作原理

热电偶测量原理概述起来包括基本的热电定律、热电偶补偿、可能产生的伪信号、热电堆以及热电偶测量，更全面的论述也可以在 Arts 和 Charbonnier（1994）及 Moffat（1962）相关论述中找到。热电偶制造中使用的材料可以归类于热电极性，用于表示电动势与结温曲线的斜率。在测量 EMF 沿其长度方向对温度升高的反应时，一种“正”的材料产生增加的结果，如图 5 所示。材料的斜率与纯铂金相关。最基本的热电偶电路如图 6（a)所示，该电路测量温度 T_{HOT}是相对于仪器终端的环境温度 T_{AMB}而言的。该电势 V_{1-3}是测量于接点 1 和接点 3 之间电势差（$T_{HOT}-T_{AMB}$）的值。如果需要单独测量 T_{HOT}，必须测量接点温度 T_{AMB}。

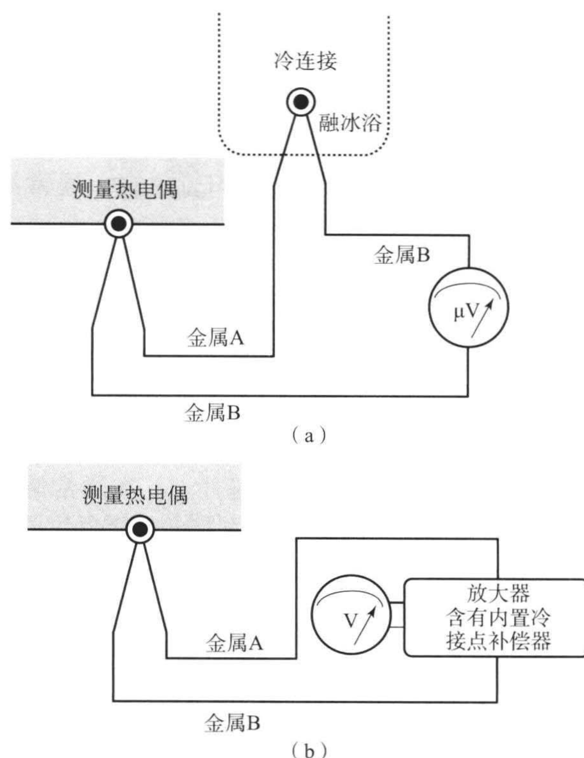


图 4　常见的热电偶温度测量结构

（a）拥有冷接点的正常排布；（b）含有内置冷接点补偿器的放大器和信号调节器

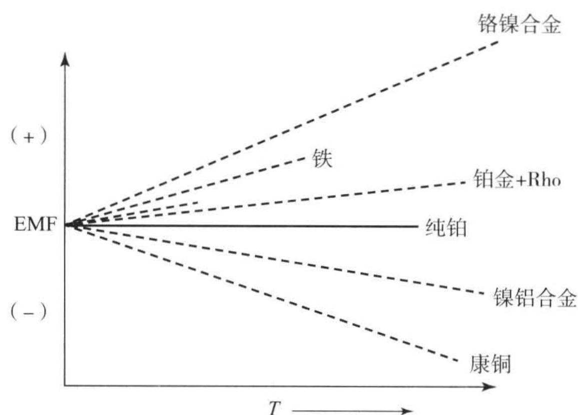


图 5　不同热电偶材料的电磁驱动力与温度的关系

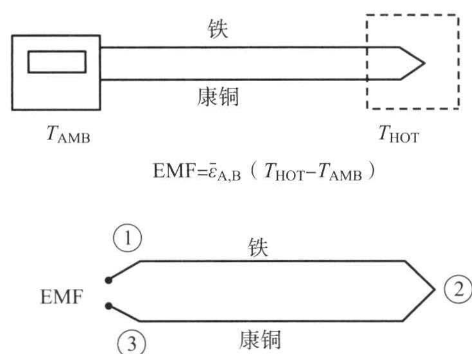
［见 Arts 和 Charbonnier（1994）©冯卡门流体动力学研究所］

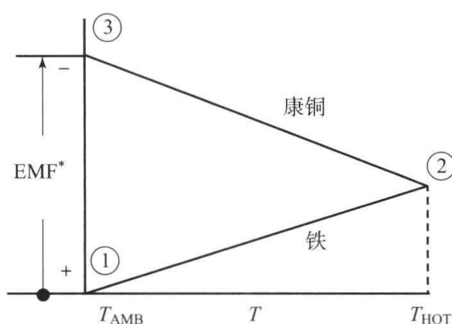
当需要更精确地测量 T_{HOT}时，测量系统需要添加，如图 6（b）所示。参考盒可能含有冰浴、三点组或随时精确控制温度的等温板。参考区域的温度 T_{REF}需要精确地测量。

另一种方法是在选定的 T_{REF}，电子控制参考块的精确温度，同一个参考节点可能有两种不同的测量电路。在图 6（c）中，当铁和康铜导线都与铜线组合时，它们会形成节点 2 和节点 4。节点 2

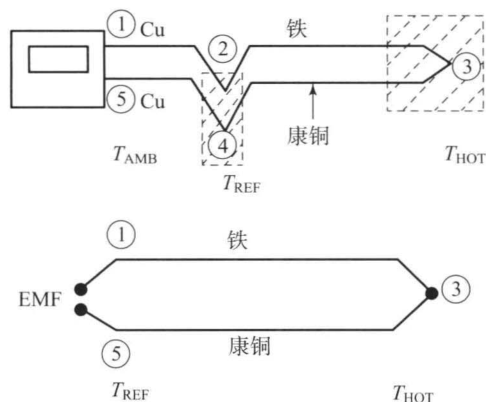
和节点 4 都被浸在参考盒中，并精确地控制温度为 T_{REF}。小幅度的产生于 1－2 和 4－5 之间的 EMF 值对 EMF 在铜的两端线 V_{1-5} 测量采样没有实际影响，1－2 间的电压降和 4－5 间的电压增幅自动抵消，铜导线不影响 V_{1-5} 整体测量，这与（$T_{HOT}-T_{REF}$）是成正比的。如果参考交界处是一个在 $T_{REF}=0.01$ ℃的融冰浴，则 V_{1-5} 直接与 T_{HOT} 成正比。

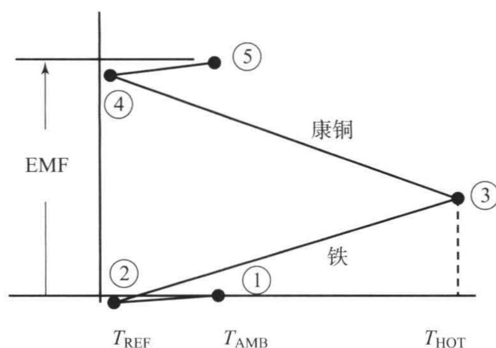
有参考节点的第二热电偶电路的方法如图 6（c）所示。这种方法利用第二个相同且没有任何铜连接的热电偶。第二热电偶通常保持在一个已知的基准温度 T_{REF}，无论是冰点或三点组都出于这个目的，应当指出的是，测量的 V_{1-2} 和 V_{4-5} 是两个不同的电压变化。



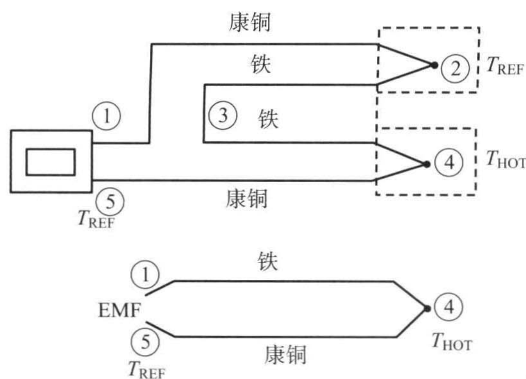


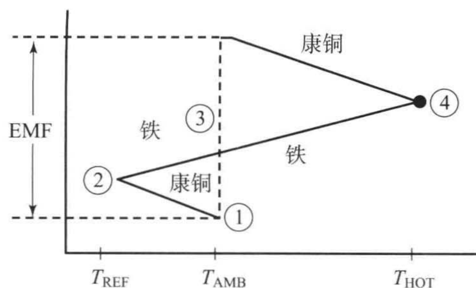
（a）





（b）





（c）

图 6　多样热电偶连接方式

（a）无参考盒的热电偶测量；（b）铜接头的参考箱测量；（c）利用没有铜接头的参考箱测量



3.2　热电偶中虚假信号的产生

除非电线破损，热电偶可以始终提供信号。如果对其重要特性没有正确认识，热电偶可能会产生伪信号。虚假 EMF 通常是由于过多的交流电噪声产生的，电路中的地线也可能造成错误信号的产生。其他虚假 EMF 问题可能是由电流的变化、应变诱导的电磁场、不均匀材料的热电偶电路以及在交叉点区域等原因产生的（Arts 和 Charbonnier，1994）。

3.3　热电偶的热电定理

对热电偶的理解可以参照多个定理（Arts 和 Charbonnier，1994）。

中间温度变化的影响：如果使用的两种金属各自均匀，在热电偶 T_1 和 T_3 两个节点处，EMF 的热完全不受电路中其他任何地方的温度（T_2）影响。

热电偶电路第三节点均质材料的影响：无论金属 C 的温度是否远离交叉点，第三均匀的金属 C 无论是插入线 A 或 B，只要两个新的热接合点是在相等的温度下，电路的净 EMF 不变。

均质材料第三节点效应：如果金属 C 插入 A 和 B 之间的结合点，C 中的任何一远离 AC 和 BC 温度结合处的点都是无关紧要的。只要结合点 AC 和 BC 的温度为 T_2，则净 EMF 等于没有 C 时的情况。

3.4　热电偶补偿

将热电偶冷节点保持在一个受控的参考温度下是不实际的。但是，假设冷端的温度不会改变也是不现实的。理想的情况是有一个补偿机制补偿环境温度下冷节点的温度细微变化。在如图 7 所示的方案中，它是表示一个在环境温度下测量节点设置为 t ℃的热电偶，桥接电路有一个热敏电阻 R_t 和固定电阻 R_1、R_2 和 R_3，当所有的部件都在 0 ℃时，桥接电路是平衡的。由于环境温度改变时（远离 0 ℃）不平衡电压将通过 CD 产生，这个电压作为冷端补偿。

3.5　多热电偶排布

如图 8 所示，多个热电偶可以串联或并联实现热电堆或平均化的系统。该串联方案被用于增强灵敏度，并且通常被称为一个“热电堆”。所有测量节点保持在一个温度 T_1 下，所有的参考节点暴露在另一个温度 T_2 下。由于 n 级热电偶串联排列，热电堆产生的输出为单一传感器测得的 n 倍。

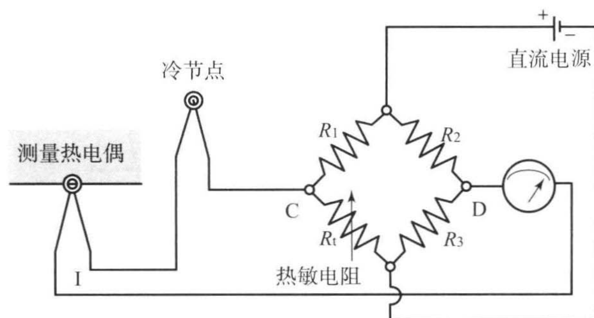


图 7　热电偶中的冷端补偿

在图 8（b）所示的平均电路中，如果所有的测量节点保持在同一个温度下，则它们产生相同的电压。当测量节点 T_1、T_2 和 T_3 在不同温度下并且具有相同的阻值时，其输出电压由 T_1、T_2 和 T_3 下的电压平均值产生。

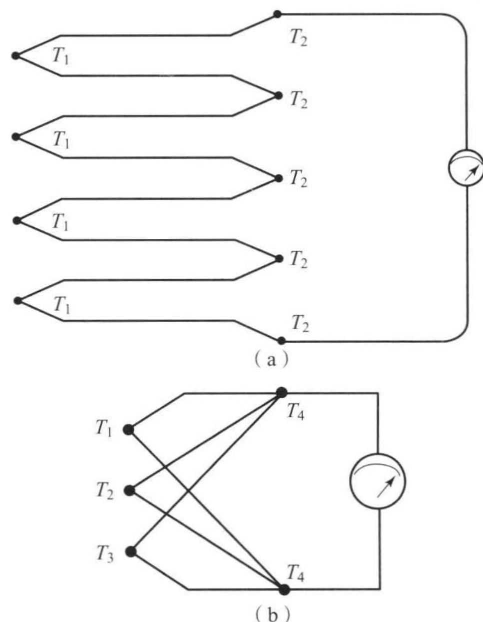


图 8　(a) 串联热电堆；
(b) 平行排列热电偶的平均值

3.6　热电偶的特殊用途

图 9 显示了美国国家航空航天局实验室热电偶高温火箭发动机的三种方案（Moeller、Noland 和 Rhodes，1968）。



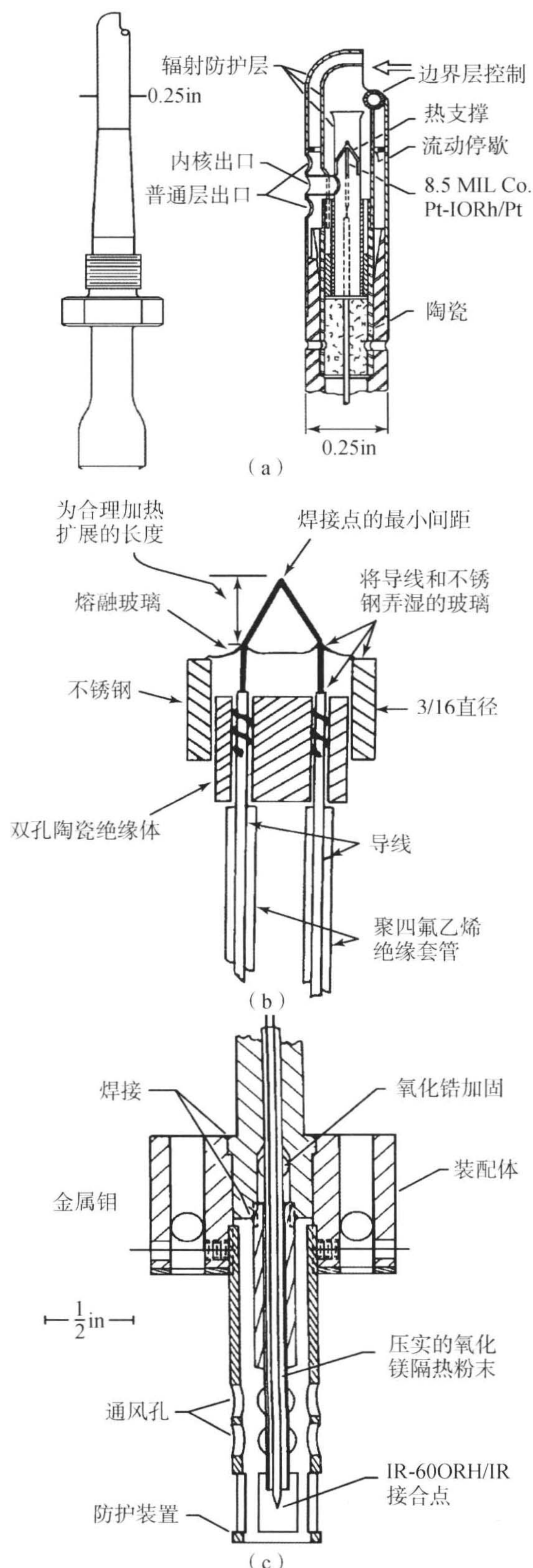


图9　特殊用途的热电偶

(a) 火箭发动机在 2 700 ℉工作时的快速响应的屏蔽探针；(b) 测量 NERVA 核火箭发动机中高温氢气的探针；(c) 助推火箭尾气测量探针［经 Moeller、Noland 和 Rhodes (1968) 的允许转载］

4　双金属温度传感器

双金属温度传感器可通过将热膨胀系数不同的两个金属黏结在一起得到。典型的双金属条形材料为黄铜和铟瓦合金。随着双金属体系的温度变化，黄铜一边扩展或收缩的幅度超过了铟瓦合金，产生了可测量的曲率变化。这个温度的变化将片材料偏转形成一个均匀的圆弧。Turner 和 Hill (1999) 发表了曲率半径 r 关于 m（厚度比 $m=t_B/t_A$）的方程，t 为总的片材厚度，n 为弹性模量 E_B/E_A 的比率：

$$r\approx\frac{(n+1)t}{3n(\alpha_A-\alpha_B)(t_B-t_A)} \tag{3}$$

式中，t_B 和 t_A 是条形 A 和 B 的厚度；(t_B-t_A) 为影响双金属片材的温度增长。

在大多数实际情况下，$m=t_B/t_A\approx1$，$(n+1)/n\approx2$；α_A 和 α_B 为已知的两个片材的热膨胀系数。双金属器件一般为低成本、低精度的温度传感设备。

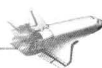
5　二极管温度传感器

由于二极管温度传感器成本低和容易制造的特点，硅中的 PN 结是常用的温度传感器。众所周知，电流流过结之前，需要加一个电压 V_f（Turner 和 Hill，1999）。V_f 常被称为“二极管压降”，其压降范围是 600～700 mV。V_f 与温度相关，并且温度范围在−50 ℃～150 ℃时，变化非常接近线性。

6　液晶温度计

热量会导致热变色液晶非常明显的颜色变化。液晶的颜色变化可以作为温度的精确指标。该技术的主要优点是可以直接测量超过表面的温度，并且可以保证极佳的空间精度，不受气流的阻碍。以前液晶影像的解释大多数是基于人眼对色觉的主观感知，更现代的方法——色彩自动捕获方案，提高了温度测量的精确程度。更全面的讨论可以参考 Camci、Hippensteele 和 Kim (1992) 的讨论，参考列表可以在文献 (Camci，1996) 中找到。

具有两个不同熔点的液晶是从胆甾相液晶酯类中衍生的有机化合物。在第一熔点，固态转变为混浊的液体，在第二熔点，液体变得清澈。这个浑浊相称为液晶相或介晶相，是一个固态晶体和各向同性液体的中间状态。在这个阶段，分子可以运动但仍保持为一个螺旋形的排布形式。液晶通常分为三



类，即层状相、胆甾相液晶和手性向列型。在胆甾相液晶和手性向列型液晶中，从传热点角度显示出非常有趣的特点，它们对正应力和剪切应力相对不敏感，当它们在一定温度范围内加强时，逐步表现出可见光谱的所有颜色。这种现象是可逆的且可重复的，并且颜色可以通过温度精确地校准。液体的颜色对结晶温度的反应是非常快的，响应时间不超过几毫秒。目前液晶可用的温度范围是−40 ℃～285 ℃。当涂布液晶的传热表面用白色光照射时，液晶的螺旋结构上会产生特定波长的反射波。

这个特性可以通过螺旋层反射光的干涉来解释，使在材料上光的波长实际等于螺距，该晶体螺旋的螺距对温度非常敏感，因此，特定反射光的颜色可被用来指示温度。

图 10 为由记录温度的液晶层覆盖的气热表面。液晶层喷绘在涂黑层的上面，涂黑层存在于传热面的表面上。关于颜色与温度的转换，以及精度问题，在 Camci、Hippensteele 和 Kim(1992) 以及 Camci(1996) 的相关研究中有详细讨论。

图 11 显示了典型的非对称液晶相的色彩随温度变化的曲线。模型处的温度可以被位于液晶层下的薄热电偶流或者聚焦在测量区域的非介入红外光斑温度计记录。通常 43.05 ℃时外层显示绿色，此时颜色曲线的线性区域强度最大。热量产生的颜色是由黑色背景和从红色到蓝色的连续传输中产生的，这些显示的颜色可以通过图像采集系统记录。

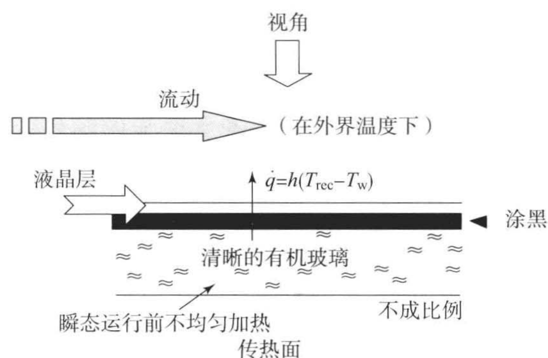


图 10　液晶覆盖表面的航空测温计

测量色彩属性（H，S，I）和测量圆射流撞击在平板上的努塞尔数(Nu) 分布，以及使用热电偶直接测量结果的比较如图 12 所示。冲击板上的光强分布显示了在观察到位绿色的区域有两个明显的峰值 $r/D=-1$ 与 $+1$。图 12 显示了在 $Re=30\ 000$ 时，基于热电偶型的 Nu 测量和基于液晶的 Nu 测量之间有很好的一致性。

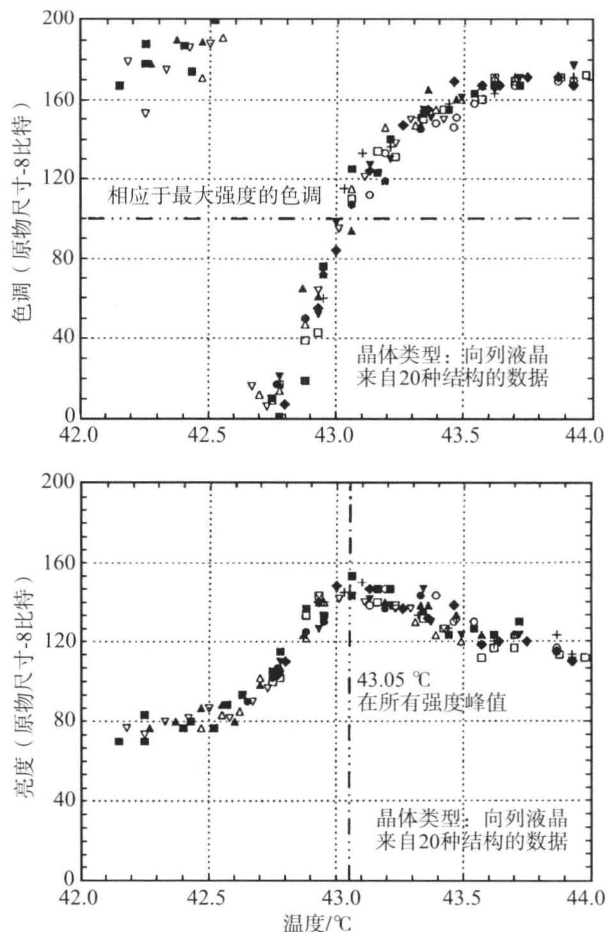


图 11　作为局部温度函数的液晶色度和亮度

［转载自 Camci 等（1992）］

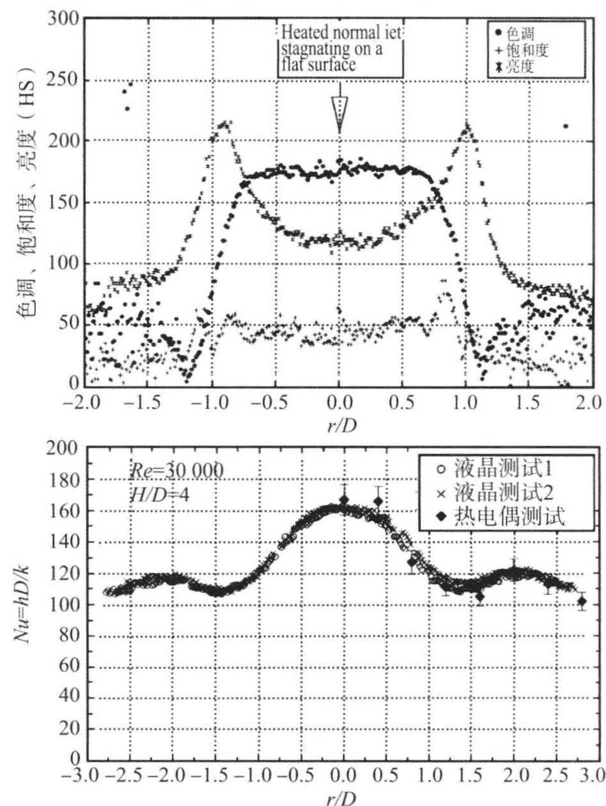


图 12　作为局部温度函数的液晶色度、亮度和 Nu 测量

热致变色液晶在一个旋转参照系下对温度的测量具有广泛的适用性潜力。Camci 和 Glezer（1997）有一项研究记录了在他们调整涡轮盘、旋转盘及旋转腔受到强烈的离心加速度时晶体涂层表面液体颜色的改变。图 13 给出了在平面上，液晶涂布在转速范围为 919～7 514 r/min 时的磁盘实验结果。磁盘表面温度由高精密的红外测量装置在各种转速下以非接触的方式获得。图 13 显示了磁盘表面上的液晶色与红外温度测量结果具有相关性，它清楚地表示了离心加速度和空气剪切应力在很大的离心加速度范围不能改变响应晶体的液体颜色（Camci，1996，1997；Camci 和 Glezer，1997；Camci 等，1998）。

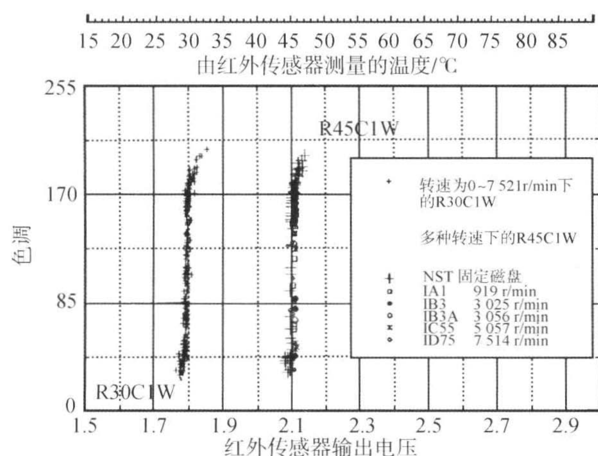


图 13　离心加速中的液晶反应

7　红外温度计和高温计

红外温度计使用在红外范围内的黑体辐射测量局部温度。红外波长范围比可见光波长更大，光谱从 0.4～0.8 μm（Balageas，1993；Carlomagno，1993）。一般来说，物体的温度越高，它辐射出的黑体红外射线就越多。通过了解对象释放红外线的总能量和区域散射特性，对象的区域温度或它表面温度就可以确定。通常红外温度计由透镜将红外光聚集在 IR 探测器上，这种方法建立了一种非介入式的温度测量方式。红外温度计在不能使用测量热电偶或其他传感器或因为某些原因不能精确测量等情况下非常有用。典型的红外系统有一个可调节的散射量设定，可以通过设定来测量反射表面或非反射表面的温度。最常见的红外温度计如下：

（1）点红外温度计、红外高温计，测量表面上某一点的温度。

（2）红外线扫描系统扫描范围较大，本质上是用光点温度计指着一个旋转镜。这些设备被广泛用于制造输送机或网格工序上，如存在大量玻璃或金属的烤箱、纤维和纸，或传送带上连续的材料堆。

（3）红外摄像机基本上都是红外温度计，对一个相对大的平面上的很多点进行温度测量，得出一个二维的图像，每个像素都对应一次温度测量。

（4）红外线扫描系统可使用两个振荡镜控制图像的每一行。如果垂直扫描反射镜保持在一个固定的位置上，水平扫描镜保持在相对较高的振荡频率，可以显著地增加 IR 系统的分辨率。

使用两个略微不同扫描系统，如用两个旋转的棱镜和一个单一的 IR 检测器也可行。现代的红外系统包含多行红外传感器阵列作为电荷耦合器件。该技术比起光电或扫描温度计，更多依赖于处理器和软件，通常用于监控更大的区域。冷却检测器通常置于一个真空密封的情况下，或者在低温冷却的瓶中，这极大地提高了其精度，因为其自身的温度比它们需要测量的温度低得多，通常冷却温度范围为 4～110 K。

如果没有冷却，这些传感器将被自身的辐射“干扰”或“淹没”。冷却红外线摄像机的缺点是它们无论是制造还是运行费用都很昂贵。降低了温度和压力的器件通常笨重且昂贵，但与冷却红外摄像机相比，其提供的图像质量要好得多。更全面地针对 IR 温度测量系统的讨论可以参考文献（Arts 和 Charbonnier，1994；Simeonides 等，1991）。

8　热传递测量

航空航天工程往往需要测量对流、传递、辐射或总传热速率，如重返大气层的研究、热段组件开发的燃气涡轮机、冲压/超燃冲压发动机发展、导弹鼻锥的发展、热交换器发展和火箭发动机的燃烧室和喷嘴。图 14 给出了航空航天工程中最常用的热传递测量方法。

最简单的稳态热流传感器可以由两个已知热导率材料物理分隔开的感温组件组成。由这两个温度传感元件所提供的温度梯度传感器、两传感器间材料的厚度以及该材料的热导率可以通过单向热流进行精确测量。

除了稳态热通量传感器，专用非定常热通量传感器也用于时间准确测量。例如，喷嘴导向叶片下游的热燃气轮机叶片上的局部对流转换是位置相关



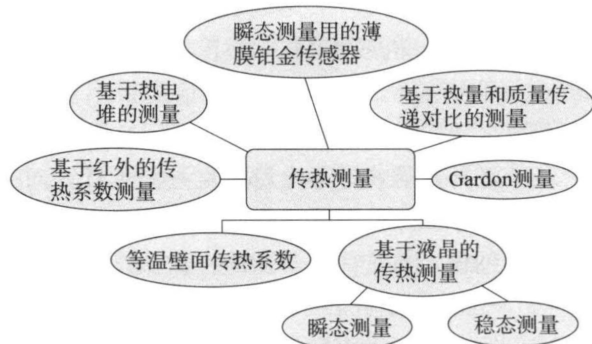


图 14　航天工程中实施的多种热传递方法

且为内在非定常的（Dunn，1984）。当它们通过喷嘴导向叶片的单一尾流时，叶片表面将暴露于高度波动率中。在跨声速涡轮叶片上，热传输传感器还可以看到冲击波的部分作为对流换热率的强/不稳定的变化（Asworth 等，1985；Camci 和 Arts，1985）。

空间飞行器再入大气层过程中的热传递速率，通常在薄膜铂传感器或红外传感器作为非稳态温度传感器的高超声速远射设施中模拟（Schultz 和 Jones，1973）。这种方法假定半无限基底流体-固体界面上为一维热流。用 Camci 和 Arts（1985）以及 Schultz 和 Jones（1973）中讨论过的分析和数量方法，可以将铂传感器或红外照相机的输出用于获取精确的壁面热通量。热传递实验的总时间范围是从微秒级到毫秒级的，其时间准确性、快壁温感以及"模拟电路"的使用或"等效计算机算法"在建造热流信号时是至关重要的。

时间精确热通量传感器也可以通过以下方式获得：将两种镍薄膜温度传感器置于薄绝缘体的两侧，这种具有高频响应的热流传感器允许测量 200 000 Hz的非定常壁面热通量（Guenette 等，1989）。若不使用置于绝缘体两侧的镍温度传感器，可以有效地利用薄膜沉积热电偶的热电堆（Holmberg 和 Diller，1995；Yang 和 Diller，1995）。普通层面的基于非稳态传输测量的薄膜传感器在文献（Camci 和 Arts，1985；Doorly 和 Oldfield，1985；Dunn、Martin 和 Stanek，1986；Abhari 和 Epstein，1994）中有专门的讨论。通常情况下用于涡轮热部分的热传递测量方法的研究可以在文献（Han、Dutta 和 Ekkad，2000）中找到。液晶热也可以用于热传递实验和获取热对流的传输速率，可以参考文献（Camci，1996；Han、Dutta 和 Ekkad，2000）。

热/物质传递类比是测量局部流体-固体界面热量传递系数的普通方法。物质传递类比方法提供了几乎不会损失热量的高分辨率测量，并且减少了在低风速隧道环境下的轴向导热。萘升华法广泛使用于研究涡轮叶片上的热量/质量转移特性、端壁边界层和冷却的膜表面（Goldstein 和 Taylor，1982；Goldstein 和 Spores，1988；Han、Chandra 和 Lau，1988）。溶胀聚合物技术是另一种基于质量传递的热传递测量方法，可与激光全息干涉相结合，得到相当详细的热传递测量结果并保证不确定度为 3%。关于其他基于物质传递和转移方法的归纳，如氨-重氮技术、压敏油漆和国外气体浓度采样，可以参考文献（Han、Dutta 和 Ekkad，2000）。

9　结　　论

本章仅讨论了在航空航天工程使用最频繁的温度和传热测量方法，作为温度敏感涂料的热成像荧光粉在此未作讨论，这个领域更详细的信息可以查阅参考文献。

致　　谢

感谢 NASA 格伦/路易斯研究中心、Solar Turbines 公司的 Boris Glezer 博士和宾夕法尼亚州立大学航空航天工程系的大力支持，感谢其对液晶显示研究的赞助和技术支持。还要感谢韩国国立釜山大学的 Kuisoon Kim 博士和安卡拉中东技术大学的 Brian Wiedner 博士、Dean Rizzo 以及 Oguz Uzol 博士的重要贡献。

参考文献

Abhari, R. S. and Epstein, A. H. (1994) An experimental study of film cooling in a rotating transonic turbine. *ASME J. Turbomach.*, **116**, 63 – 70.

Arts, T. and Charbonnier, J. M. (1994) Temperature measurements, in *von Karman Institute Lecture Series on Introduction to Measurement Techniques*, 1994 – 01.

Asworth, D. A., LaGraff, J. E., Schultz, D. L. and Grindrod, K. J. (1985) Unsteady aerodynamic and heat transfer processes in a transonic turbine stage. *ASME J. Eng. Gas Turbines Power*, 107, 1022 – 1030.

Balageas, D. L. (1993) Fundamentals of Infrared Thermography, in *von Karman Institute Lecture Series on Measurement Techniques*, 1993 – 05.

Camci, C. and Arts, T. (1985) Short duration heat transfer

measurements, in *von Karman Institute Lecture Series on Measurement Techniques in Turbomachines*, 1985 - 03.

Camci, C. and Arts, T. (1985) Theoretical and experimental investigation of film cooling heat transfer on a gas turbine blade. Ph. D. Thesis. von Karman Institute for Fluid Dynamics and Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium.

Camci, C., Hippensteele, S. A. and Kim, K. (1992) A new hue capturing technique for the quantitative interpretation of liquid crystal images used in convective heat transfer studies. *ASME J. Turbomach.*, 114 (4), 765 - 775.

Camci, C. (1996) Introduction to liquid crystal thermography and color recognition for temperature measurements on liquid crystal coated surfaces, in *von Karman Institute Lecture Series on Temperature Measurements*, VKI - LS - 1996 - 09.

Camci, C. and Glezer, B. (1997) Liquid crystal thermography on the fluid-solid interface of rotating systems. *ASME J. Heat Transfer*, 119 (1), 20 - 29.

Camci, C. (1997) Liquid crystal thermography on the rotating surfaces of turbomachinery systems, in *Advanced Turbomachinery Design* (ed. C. Hah), Marcel Dekker Inc., New York, ISBN: 9780824798291.

Camci, C., Owen, J. M., Pilbrow, R. G. and Syson, B. J. (1998) Application of thermochromic liquid crystal to rotating surfaces. *ASME J. Turbomach.*, 120 (1), 100 - 103.

Carlomagno, G. M. (1993) Infrared Thermography, in *von Karman Institute Lecture Series on Measurement Techniques*, 1993 - 05.

Doorly, D. J. and Oldfield, M. L. G. (1985) Simulation of effects of shock waves passing on turbine rotor blade. *ASME J. Eng. Gas Turbines Power*, 107, 998 - 1006.

Dunn, M. G. (1984) Turbine heat flux measurements: influence of slot injection on vane trailing edge heat transfer and influence of rotor on vane heat transfer. ASME Paper 84 - GT - 175.

Dunn, M. G., Martin, H. L. and Stanek, M. J. (1986) Heat flux and pressure measurements and comparison with prediction for a low aspect ratio turbine stage. *ASME J. Turbomach.*, 108, 108 - 115.

Goldstein, R. J. and Taylor, J. R. (1982) Mass transfer in the neighborhood of jets entering a crossflow. *ASME J. Heat Transfer*, 104, 715 - 721.

Goldstein, R. J. and Spores, R. A. (1988) Turbulent transport on the endwall in the region behind adjacent turbine blades. *ASME J. Heat Transfer*, 110, 862 - 869.

Guenette, G. R., Epstein, A. H., Giles, M. B., Hanes, R. and Norton, R. J. G (1989) Fully-scaled transonic turbine rotor heat transfer measurements. *ASME J. Turbomach.*, 111, 1 - 7.

Han, J. C., Chandra, P. R. and Lau, S. C. (1988) Local heat/mass transfer distributions around sharp 180° turns in two pass smooth and rib roughened channels. *ASME J. Heat Transfer*, 110, 91 - 98.

Han, J. C., Dutta, S. and Ekkad, S. V. (2000) *Gas Turbine Heat Transfer and Cooling Technology*, Taylor & Francis, NY, ISBN # 1 - 56032 - 841 - X.

Holmberg, D. G. and Diller, T. E. (1995) High-frequency heat flux sensor calibration and modeling. *ASME J. Fluid. Eng.*, 117, 659 - 664.

Moeller, C. E., Noland, M. and Rhodes, B. L. (1968) NASA Contributions to Development of Special Purpose Thermocouples, A Survey, *NASA SP - 5050*.

Moffat, R. J. (1962) The gradient approach to thermocouple circuitry, in *Temperature-its Measurement and Control in Science and Industry*, vol. 3, Part 2, Reinhold, New York.

Rogers, G. F. C. and Mayhew, Y. R. (1983) *Engineering Thermodynamics, Work and Heat Transfer*, 3rd edn, Longman.

Schultz, D. L. and Jones, T. V. (1973) Heat Transfer Measurements in Short Duration Hypersonic Facilities, *Agardograph AG - 165*.

Simeonides, G., Vermeulen, J. P., Boerrigter, H. L. and Wendt, J. F. (1991) Quantitative heat transfer measurements in hypersonic wind tunnels by means of infrared thermography, in *ICIASF'91, International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, Rockville, MD.*

Turner, J. and Hill, M. (1999) *Instrumentation for Engineers and Scientists*, Oxford Science Publications.

Yang, T. T. and Diller, T. E. (1995) Heat Transfer and Flow for a Grooved Turbine Blade Tip in a Transonic Cascade, ASME Paper 95 - WA/HT - 29.

本章译者：吴小胜，尹晋涛（北京理工大学宇航学院）

第 70 章

风洞的气动力和气动力矩测量

范召林

中国空气动力研究与发展中心，绵阳，四川，中国

1 定　　义

1.1 坐标系

在气动力和力矩测量中，可以根据不同的要求使用各种坐标系。在不同的国家，坐标系可以按照当地的使用习惯进行定义。常见的风轴坐标系有体轴坐标系（Etkin 和 Reid，1995）和天平坐标系（He，2001）。坐标系下气动力和力矩的定义如图 1 所示。

（1）风轴坐标系。风轴坐标系与速度矢量有关。风轴坐标系（X_a，Y_a，Z_a）的原点位于飞行器的重心或力矩参考点上。X_a 轴与速度矢量一致；Z_a 轴位于飞行器对称面内，垂直于 X_a 轴且指向下。Y_a 轴垂直于 X_a 轴和 Z_a 轴，且指向飞行器的右舷。一般来说，飞行器在风轴坐标系中升力和阻力的定义如表 1 所示。

表 1　风轴坐标系中的气动力定义

力	定义	气动力系数
升力	力的负向指向 Z_a 轴	C_L
阻力	力的负向指向 X_a 轴	C_D

（2）体轴坐标系。体轴坐标系（X_b，Y_b，Z_b）固定于模型上。其坐标原点位于重心或飞行器的力矩的参考点上。X_b 轴平行体轴或翼弦指向前方。Y_b 轴垂直于飞行器纵向对称平面，并且指向飞行器的右舷。Z_b 轴垂直于 X_b 轴和 Y_b 轴且指向下。通常体轴坐标系中的六个力和力矩定义如表 2 所示。

表 2　体轴坐标系中的气动力和力矩定义

力和力矩	定义	气动力系数
法向力	力的负向指向 Z_b	C_N
轴向力	力的负向指向 X_b	C_A
侧向力	力指向 Y_b	C_Y
滚转力矩	力矩指向 X_b	C_l
俯仰力矩	力矩指向 Y_b	C_m
偏航力矩	力矩指向 Z_b	C_n

模型的姿态角如攻角和侧滑角在体轴坐标系中定义。攻角 α 是速度矢量在 X_b-Z_b 平面的投影与 X_b 轴的夹角，侧滑角 β 是速度矢量与 X_b-Z_b 平面的夹角。

（3）天平坐标系和坐标转换。天平坐标系包含地球轴、半体轴和体轴。目前，天平坐标系（X_c，Y_c，Z_c）通常用于天平的设计、校准和应用，其纵向轴 X_c 坐标位于纵向对称平面内与纵向轴线平行指向前，垂直轴 Z_c 在天平的纵向对称平面内垂直于纵向轴线 X_c 指向下，水平轴 Y_c 是垂直于纵向对称面指向右，通常在天平坐标系下定义的 6 个力和力矩如表 3 所示。

表 3　天平坐标系中的力和力矩定义

力和力矩	定义	符号
法向力	力的负向指向 Z_c	N
轴向力	力的负向指向 X_c	X
侧向力	力指向 Y_c	Y
滚转力矩	力矩指向 X_c	M_x
俯仰力矩	力矩指向 Y_c	M_y
偏航力矩	力矩指向 Z_c	M_z

为了满足测试的需要，天平坐标系下测量得到的力和力矩通过坐标系之间的平移和旋转，转换为模型的体轴坐标系、风轴坐标系或其他坐标系下的值（图 1）。

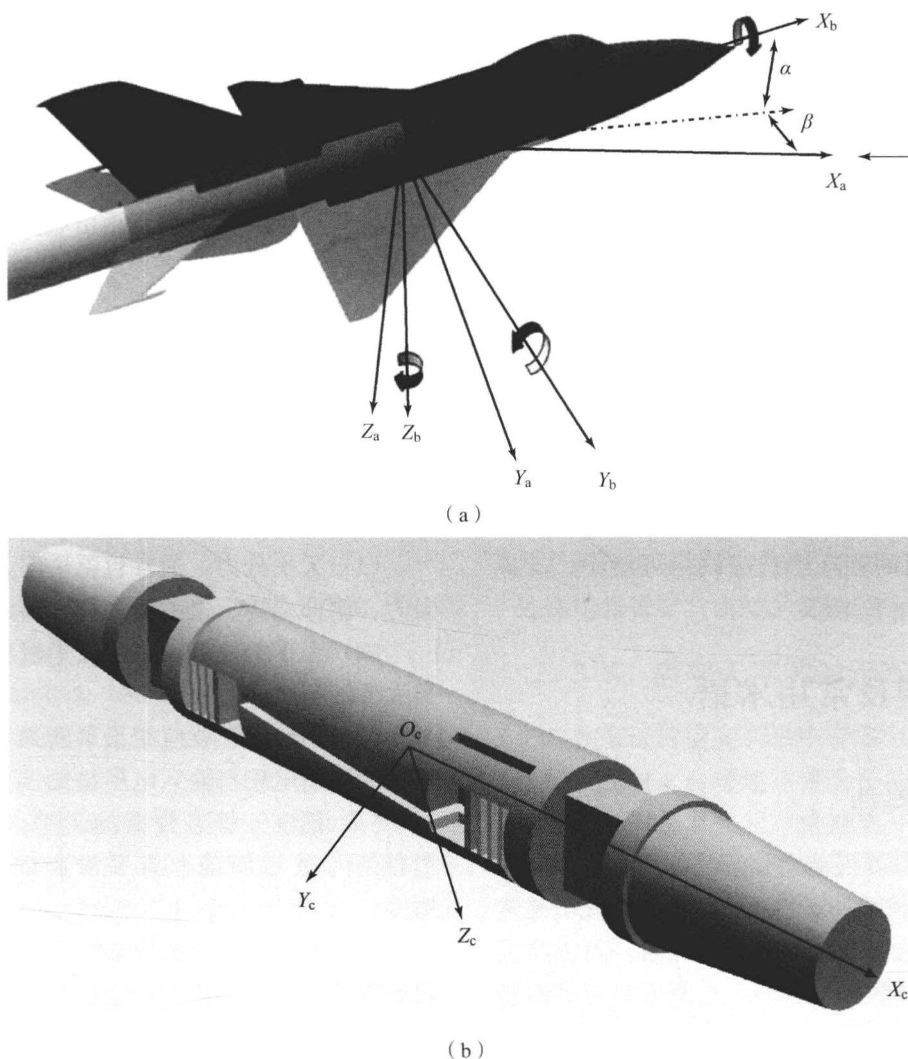


图 1　坐标系的定义

(a) 风轴和体轴；(b) 平衡坐标系

1.2　风洞

风洞是用来进行模型实验的研究设施。风洞的工作区是其主要部位，在这里，一定速度或马赫数的空气被鼓入或吸入，以研究比例模型或安装在测试区的其他对象的绕流的气动效应。

根据测试区的流速，风洞可以被分为三类（Donovan 和 Goddard，1961）：低速（工作区马赫数低于 0.5）、高速（工作区马赫数在 0.5～5 之间）、高超声速（工作区马赫数大于 5）。根据工作时间，风洞还可以被分为连续风洞、间歇风洞和脉冲风洞。风洞主要由主体、驱动系统、控制测量系统组成，不同的风洞有所不同。主体包括利用均匀流测试的工作区，以及为了改进流动质量并减小能量损耗的其他区域。驱动系统包括流动驱动系统和控制模型姿态的系统。控制测量系统包括流场和模型姿态的控制测量模块，以及测量物理量的模块，如压力和温度。

1.3　模型和支撑系统

根据风洞实验的要求来制造风洞模型，设计制造的模型的质量对实验所得的数据有重要影响。根据不同的实验目的，模型可以分为全尺寸模型和半尺寸模型。实验模型的基本要求有：①模型轮廓必须与研究对象相似。根据需要，可以忽略一些微小细节或者改变模型轮廓以满足具体要求。②模型尺寸必须满足风洞测试区的阻塞度（对于低速测试通常低于 3%，跨声速测试低于 1%）。模型必须被置于



测试区的均匀流区域中。③模型的构建要尽可能简单，便于制造、组装和拆卸。④模型的尺寸精度必须与风洞模型的设计标准相一致。⑤必须检查模型表面。⑥模型的质量、强度和刚度必须满足风洞实验的要求（Pope 和 Goin，1978；Freeman，2000；Soeder 等，2004）。

支撑系统被用于支撑测试模型并调整模型的姿态角。系统由支撑模型和控制姿态角的装置、控制/驱动系统、测量模型位置和姿态角的测量系统组成。支撑系统必须有足够的强度和刚度，根据模型与支撑系统的连接方式，支撑系统可以被分为尾部支撑系统（如单臂支撑、双臂支撑）（Schimanski 和 Quest，2003）、腹部/后背支撑系统（上叶片/下叶片支撑）（David，1989）、磁悬浮支撑系统（Martindale 和 Butler，1985；Parker，1989；Kuzin 和 Vyshkov，1992）。组件之间的相互干扰应该尽可能小。支撑系统应该易于使用和维修。

2　天平类型及常用术语

2.1　天平类型

根据天平测量的气动力分量的数目，可以将天平分为单分力天平和多分力天平。六分力天平是常见的类型。根据天平与模型的相对位置，可以将天平分为内置型和外置型。如果一个天平所有的测量元件都在模型的空腔内，那么此天平称为内置型天平，如安装支架的内置天平。如果天平有部分或没有元件在模型腔内，那么此天平称为外置型天平，如板模型天平和箱式天平。

根据测量原理，天平分为机械天平、应变天平、压电天平和磁悬浮天平。

机械天平将模型受到的力和力矩向机械组件分解后，根据机械力平衡组件或测力传感器测量气动力和气动力矩。

应变天平利用单臂电桥捕捉天平在加载时，应变仪变形对电信号的影响，以此来测量气动力和气动力矩。目前，在风洞中应用最为广泛的测力天平就是应变天平。除了支架式应变天平和箱式应变天平，还有很多为了满足特殊测量要求的应变天平，如铰链力矩天平、动导数天平、喷气式天平、马格努斯天平、旋转天平、旋翼天平、降落伞天平、高温天平、低温天平、摩擦应力天平、微型滚转力矩天平、微距天平、应力波天平等。

压电天平利用压电材料在加载时的压电效应来测量力和力矩。这种天平具有一定的优良特性，如结构简单、灵敏度高、线性度好、弹性刚度和高频响应。然而，这种天平很难满足低频测试的要求，通常用于脉冲风洞。

风洞测试中的磁悬浮天平利用磁悬浮系统。运载器悬浮在空中，其姿态角由磁力控制，磁力由模型空腔内的通电线圈产生。当此装置在磁场中时，磁力将与模型的重力、气动力和气动力矩相平衡。磁悬浮天平通过测量电流和模型位置来确定模型受到的力和力矩。

2.2　常用术语

以下术语常被用于描述天平的性能：

（1）天平分力：通常包括法向力、轴向力、侧向力、俯仰力矩、偏航力矩和滚转力矩（表 3）。

（2）天平的校准负载：天平校准时每个分力的最大外加负载。

（3）灵敏度：在应变天平的最大负载下，分力电桥的输出电压与输入电压之比。

（4）精度：静态校准的天平，每个分力在许用载荷内重复加载。天平输出的标准偏差称为精度。

（5）准确度：静态校准的天平，在分力的许用载荷内进行混合加载。给定载荷与计算得到的测量值之间的一致性称为准确度。

（6）不确定性：表示测量值的不确定性。也就是说，测量值散布在真值附近，且测量值在散布范围内有一定的概率分布。不确定性由标准差表示，称为标准不确定性。

（7）分辨率：天平能够测量的最小载荷变化。

此外，线性、迟滞、零点偏移、温度偏移、回零和蠕变也是天平的静态特性。为了测量非定常载荷，需要天平的动态特性，如频率响应、阻尼特性、动态响应时间和动态稳定性。

3　应变天平的发展

应变天平被广泛地用于连续性和间歇性风洞实验来测量力和力矩，下面以应变天平为例，来介绍天平的设计。当设计应变天平时，需要考虑一系列因素，如风洞类型、马赫数范围、撞击因子、天平最大可允许的几何尺寸、天平和模型以及天平和支架

之间的连接方式和尺寸、分力数量和相应的设计载荷、静态校准的精度和准确度、模型质量和质心位置、力矩参考中心位置、工作环境因子（环境压力、湿度和温度）、风洞中流动振荡的幅度和频率。天平的开发通常经历的过程为整体设计、组件设计、接头设计、测试线路设计、组件应变计算、检测组件强度和刚度、天平加工、贴应变仪、校准以及撰写研发报告（Rhew，1999；He，2001）。

3.1 应变天平的设计要求

以下是在设计应变天平时的一般要求：

（1）组件的设计量程必须与其他组件和载荷相匹配。载荷不匹配不仅会使设计变得困难，还会影响天平的性能。

（2）天平的精度和准确度必须满足国家和具体标准的要求。

（3）天平的灵敏度必须达到标准。通常，高速风洞的设计应变应该在（150～500）$\times 10^{-6}$，低速风洞的设计应变为（300～1 000）$\times 10^{-6}$。

（4）天平必须有足够的强度。在高速风洞中进行高超声速实验时，天平必须能够承受来自模型的气动力和风洞启动/关闭时流动带来的冲击载荷。因此，在设计天平时必须考虑材料的安全系数和撞击因子。通常，安全系数为 2，撞击因子大于 2。

（5）天平组件之间的相互干扰必须尽可能小，通常在 10%以内。天平的材料、加工以及应变仪的位置都会产生干扰。

（6）天平的温度效应（会导致零点偏移和灵敏度偏移）必须小，通常，在天平的使用温度范围内，热零点偏移和热灵敏度偏移应低于 0.2%。应变天平的温度效应与天平结构、组件材料和应变仪有关。

（7）天平应该易于制造和组装。

结合这些要求，在不同的测试目的和天平工作条件下，应变天平的设计也应引入不同的设计参考量。例如，为了进行非定常测量，在天平设计时就要突出其动态特性。

3.2 应变天平的结构设计

天平的结构取决于天平用途、连接类型、天平和风洞的工作条件。支架天平［图 2（a）］通常被用于低速风洞中的气动力测量。在高速风洞中通常使用支架天平。对于特殊的测试，则使用板式或环式天平。

支架天平的设计结构能够保证轴向力组件与其他力和力矩组件（称为组合单元）相分离。轴向力组件由薄板支架和测量组件构成。常见的结构为拉伸-挤压梁、水平梁、偏心梁、悬臂梁和竖立梁。根据测量单元的形状和布置，竖立梁有多种形式。常见的形式有 I 形或 T 形梁。组合单元的结构分为矩形梁、双片梁、三片梁、四片梁和多片梁，如图 2（b）～（d）所示。组合单元的结构中，法向力和侧向力单元以及滚转力矩单元关于天平的设计中心对称。

箱式应变仪由固定框架、浮动框架和弹性连接杆组成。通常，悬臂梁测量单元在固定框架上。铰链弹性连接杆分别被安置在法向、轴向和侧向。此外，弹性连接杆将力和力矩解耦，并将测量的载荷传递给悬臂梁自由端的测量单元。

3.3 应变天平的单元布置

在多部件应变天平中有多个测量单元。为了减小相互干扰，合理地布置天平单元十分重要。根据单元的相对位置，其布置类型可以分为串联式和复合式。如果天平的测量单元用串联接口布置，就称为串联式天平；如果测量单元是复合的，就称为复合式天平。

3.4 应变天平的结构尺寸

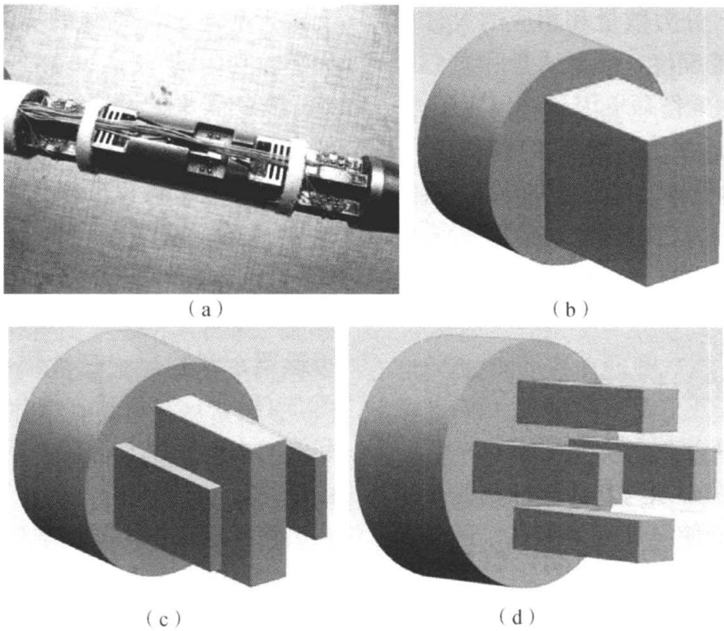
应变天平的结构尺寸取决于天平的设计载荷范围、几何尺寸和模型的内部结构，如图 3（a）所示。在图 3 中，D 是天平直径，D_1 是前部锥底直径，D_2 是后部锥底直径，l_1 是前部锥体长度，l_2 是后部锥体长度，l_3 是校准中心与前部锥底之间的距离，L 是支架天平的总长，L_1 和 L_2 是决定 6 个分力单元长度的尺寸。应变天平的直径可以通过负载能力系数 S 估计：

$$S=\frac{N_{\max}\cdot l_3+M_{\max}}{D^3} \tag{1}$$

式中，$N_{\max}$ 为设计面临的最大法向力；$M_{\max}$ 为最大俯仰力矩。

通常，如果天平设计取决于强度，那么 $S\leqslant$ 2 000 N/cm²；如果天平设计取决于精度，那么 $S\leqslant$500 N/cm²。天平长度与天平直径之比（L/D）为 6～10，前部锥体长度和天平直径之比约为 1.5。



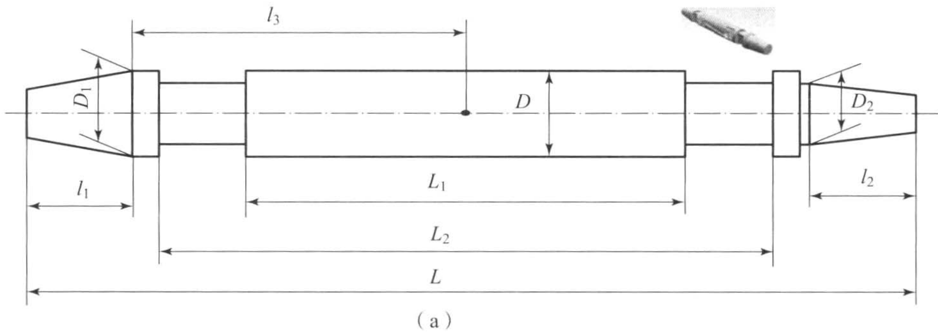


（a）　（b）

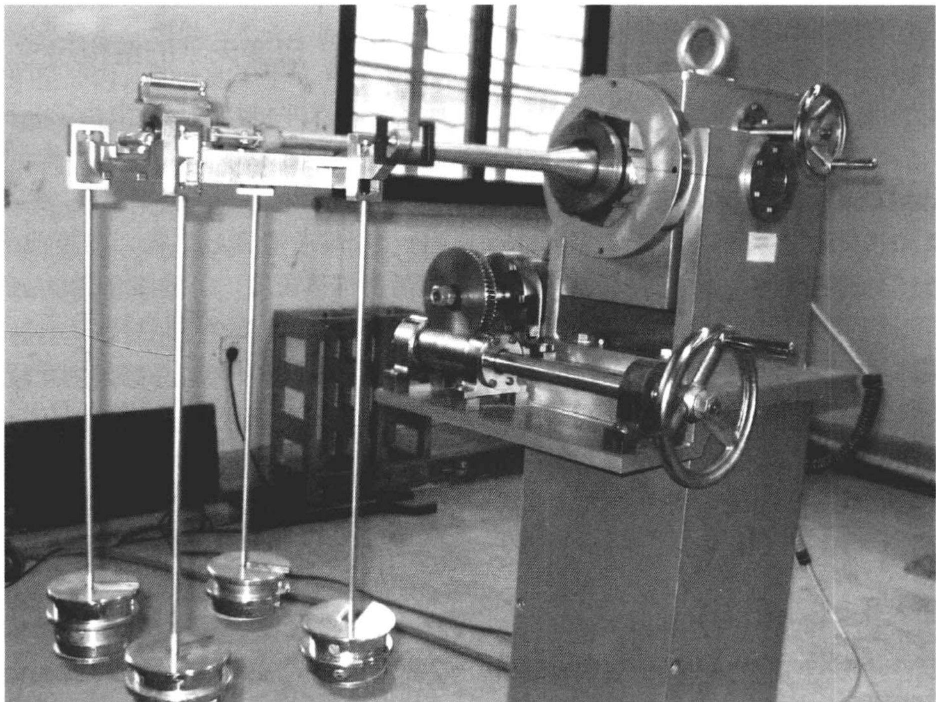
（c）　（d）

图2　典型的天平和梁的布置

（a）支架天平；（b）矩形梁；（c）三片梁；（d）四片梁



（a）



（b）

图3　天平尺寸和校准装置

（a）天平尺寸的二维视图；（b）校准装置实例

3.5　应变天平测量单元中的应变计算

评估应变天平灵敏度的基本方法就是计算测量单元的应变。计算应变有以下步骤：①建立测量单元的静力平衡方程；②根据刚度分布和变形协调条件建立每个单元的变形协调方程；③根据胡克定律建立变形与载荷之间的关系。最后，通过求解以上方程可以得到应变。

3.6　天平单元的强度校核与刚度计算

为了评估天平的安全性和适用性，需要对天平进行强度校核与刚度计算。因为天平的测量单元是弹性的，强度校核与刚度计算依照每个国家的材料力学标准和具体标准来进行。

3.7　天平测量线路的布置

通常应变天平的每个组件组成测量电桥的一部分。电桥的输出信号主要由最重要的部件产生。电桥对其他组件不敏感。对于复合式天平，测量单元被同时布置在天平设计中心的前方和后方。因此，利用单独电桥或复合电桥可以在电学上将气动力和气动力矩解耦。

3.8　天平校准

天平校准方式有静态和动态两种。动态校准在风洞中进行，以验证天平的计算公式并检验其性能。静态校准在特殊的校准装置上进行，以获得天平的校准公式（作用在天平上的力与天平输出信号之间的函数关系）。通常，六分力天平的校准公式利用了由96个系数描述的数学模型，这一模型由AIAA（美国航空航天学会）的地面测试技术委员会提出（2003）。

在校准时，天平被安装在校准装置上，如图3（b）所示。校准装置通常由加载子系统、姿态修正子系统、控制测量子系统组成。根据风洞中的力作用条件及定义的坐标系施加静态力，天平输出信号与施加载荷之间的关系就可以计算得到。此外，还可以计算得到校准的精度和准确度，以及天平弹性角的修正公式。

根据加载和数据处理的方法，静态校准可以被分为单分力加载和多分力加载。单分力加载意味着一次只加载一个分力，而其他分力为零或常数。另一方面，在多分力加载校准过程中，人们会以不同的组合方式同时施加每个分力。每一次加载，都可以建立描述载荷与天平信号关系的方程，方程中含有校准公式的未知系数。通过求解一组校准方程可以得到天平的校准公式。

4　低速风洞中的气动力和气动力矩测量

这里以大攻角飞行器在低速风洞中的测力实验为例，介绍低速风洞中的天平在测量气动力和气动力矩时的应用。

4.1　风洞、模型和测试条件

通用风洞是低速回路风洞，拥有长、宽、高分别为8 m、4 m、3 m的测试区。当测试区不放置任何物品时，最高风速为100 m/s，最低的稳定风速为10 m/s。沿测试区纵轴的静压梯度约等于零。湍流强度为1.2%，平均流动偏转角低于0.1°。

这个例子中采用通用的飞行器模型，在机头部分和机翼前缘施加人工转捩。测试条件如下：风速在30～70 m/s变化，攻角在−4°～91°变化，侧滑角在−20°～20°变化。测试模型为边条翼模型。模型长度为1.2 m。计算受力时用到的参考面积为0.239 4 m²。模型由铝制成（图4）。

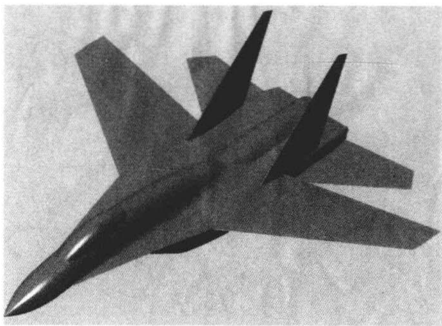


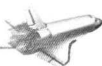
图4　低速风洞中的模型

4.2　支撑系统

测试区中的模型由尾支臂支撑。尾部支撑系统由尾支臂、牵引箱、曲面板、驱动齿轮箱、上下支撑结构组成。当牵引箱沿曲面板滑动时，支架沿测试区中心转动。这样，就能改变攻角。为了满足攻角变化范围的需求，支架可以是直的也可以是弯曲的。

4.3　数据采集和处理

内部的六分力应变天平测量到气动载荷后，通过捕获和处理其引起的电压信号，就可以获得作用



在模型上的气动力和力矩。这里需要考虑天平弹性角和支架对攻角的影响，需要修正力矩参考中心和天平校准中心不匹配对俯仰力矩的影响，以及模型净重对力和力矩的影响。

4.4　典型的测试结果

测试中可获得模型在大攻角时的力和力矩特性。力和力矩在测试结果中的变化表明了飞行器基本的气动特性和大攻角时的流动对称现象（图 5）。

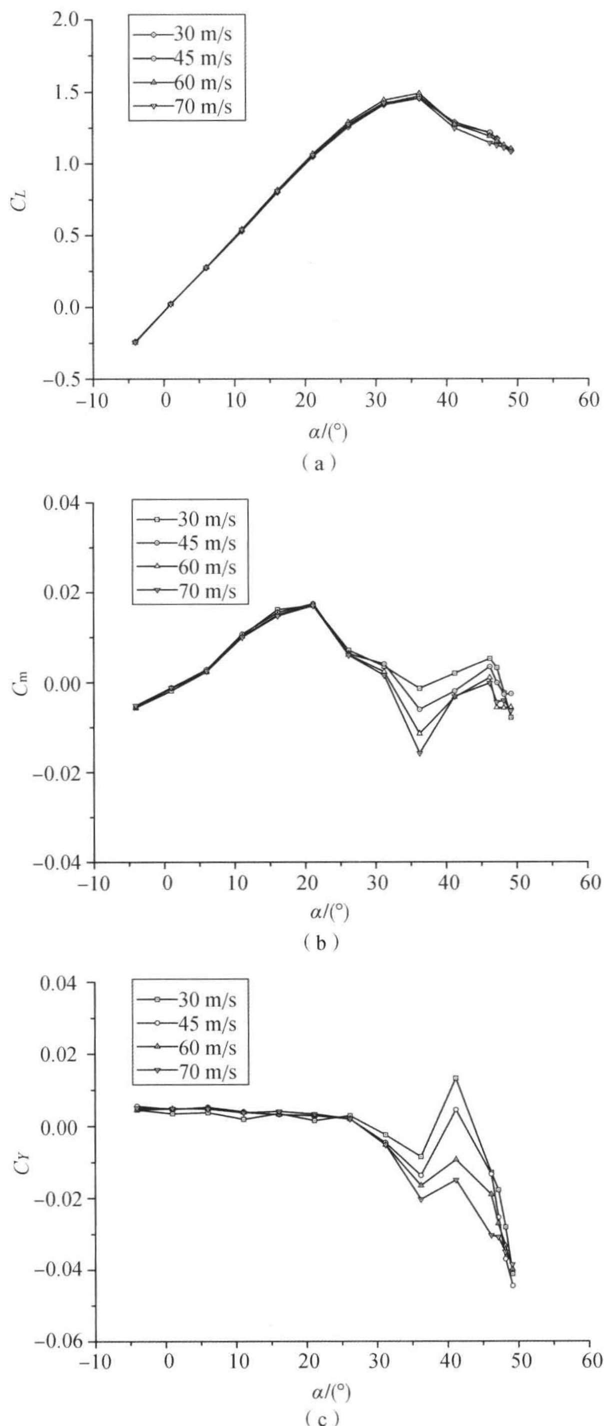


图 5　低速模型的力和力矩系数

对于升力系数曲线，在图 5 中可以清晰地看出其线性范围。流动在 α=38°左右失速。俯仰力矩系数 C_m 展示了不同流动速度在攻角 32°⩽α<53°范围内的影响，这是由不同雷诺数时的流动分离造成的。侧向力系数 C_Y 表明在高攻角对称飞行时有很大的侧向力，这是由非对称流动分离引起的。

5　高速风洞中的气动力和气动力矩测量

高速风洞中的气动力和气动力矩测量是获得飞行器高速气动力数据的重要方法。低速风洞和高速风洞的本质区别是流动的可压缩性。首先，利用高压比来建立流场需要巨大的能量输入和很高的动压。为了节能，高速风洞的测试区通常比低速风洞小。其次，跨声速和超声速时流场中会出现激波。这使得流动与风洞壁面的相互干扰变得复杂，同时在风洞启动和关闭时会产生冲击载荷。在高速风洞进行测力实验时，模型和天平都应该有足够的强度来承受动压和开关时的冲击力。此外，需要采取一定的方法来降低风洞壁面和模型支撑系统的相互干扰。

下面介绍一个高速风洞中对通用飞行器模型受力和力矩测量的实例。

5.1　风洞、模型和测试条件

实验在典型的高速风洞中进行，马赫数通常为 0.5～5。所用风洞是间歇性吹气的跨声速和超声速风洞，测试区长 2.5 m、宽 0.6 m、高 2.5 m。风洞配备有 10 个喷管，马赫数分别为 0.5～1.2、1.5、1.75、2.0、2.25、2.5、3.0、3.5、4.0 和 4.5。风洞的滞止压力为（0.98～7.35）×10^5 N/m^2，总温为 283～298 K。

测试模型为正常式布局的中单翼飞机（图 6）。模型翼展为 0.311 m，平均气动弦长为 0.173 9 m。测试区模型的阻塞度约为 1.04%。测试马赫数为 0.8。飞机头部和机翼前缘施加人工转捩。

5.2　模型姿态和支撑系统

模型和支撑系统之间由尾部支架连接，装备有侧滑预设块。攻角为－4°～14°，侧滑角为－3°、0°和 3°。

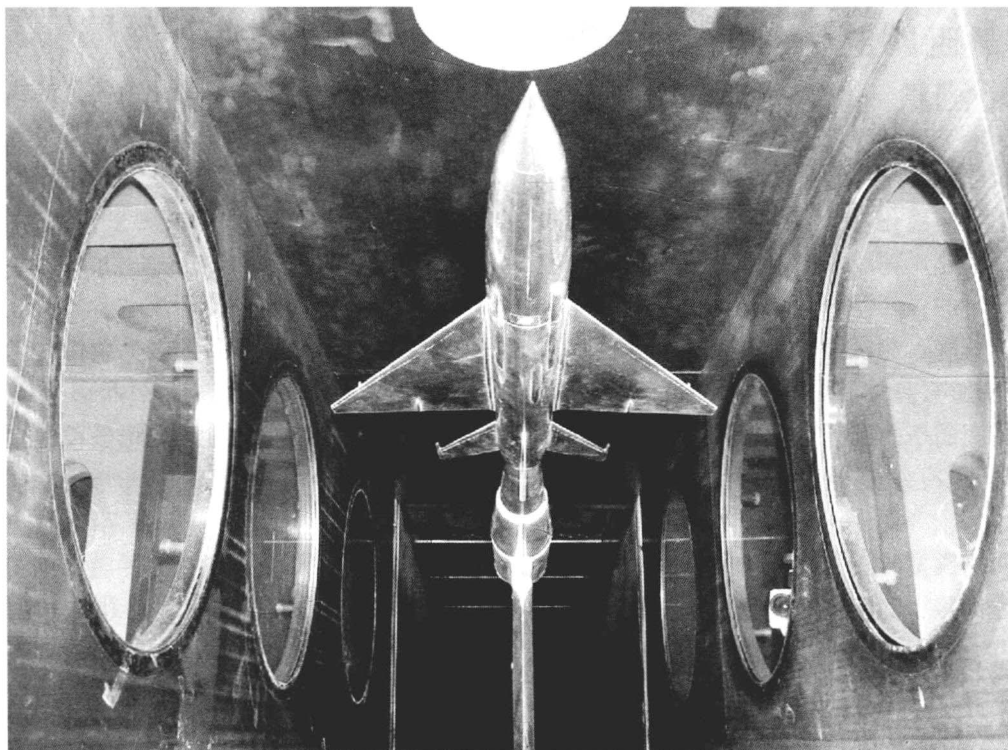


图 6　安装在高速风洞中的实验模型

5.3　数据采集、处理和修正

气动力和力矩由内置六分力应变天平测量。天平的输出信号首先由数据采集系统获得，接着利用装有标准数据处理软件的计算机计算流场参数，包括天平坐标系和模型体轴坐标系中的气动载荷、气动力和力矩系数以及各种各样的修正，如模型姿态角、模型净重、模型底部阻力、力矩参考中心和天平校准中心之间差异的修正。

5.4　测试结果

图 7 所示为力和力矩的测量结果。这些图片展示了偏航力矩系数 C_n 和滚转力矩系数 C_l 与攻角和侧滑角的关系。结果表明，飞行器航向稳定且侧向稳定，当攻角大于 8°时，航向稳定性逐渐减弱；当攻角由 −4°～6°变化为 10°～14°时，侧向稳定性加强。

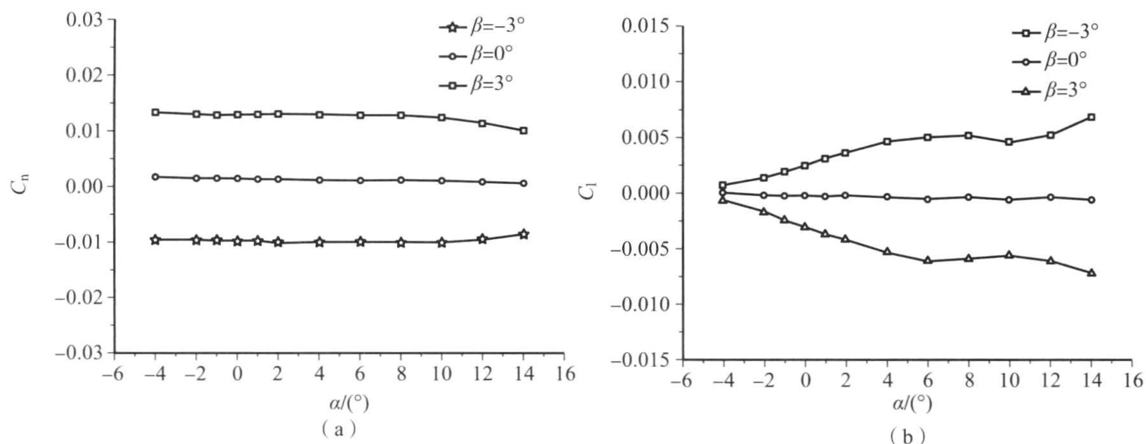


图 7　高速风洞中的力矩测量



6　高超声速风洞中的气动力和气动力矩测量

气体速度上升到高马赫数时，温度会迅速下降，为了避免气体液化，高超声速风洞中通常会采用加热技术。高超声速风洞较高的总温使得热效应成为测力实验时的重要问题。首先，模型应该能够承受热变形。其次，测试中使用的天平也会面临高温的影响。高超声速风洞测力实验面临的另一个问题是，模型的底面压力很低，很难准确地测量。目前，抗热材料和冷却系统常被用于降低上述热效应。

下面以通用模型的测力实验为例，介绍高超声速风洞在测力实验中的应用。

6.1　风洞和测试条件

测试在典型的高超声速风洞中进行。高超声速风洞是间歇性喷气风洞，配备7个喷管，相应的马赫数分别为5、6、7、8、9、10和11.7。此风洞工作时的滞止压力为（0.5～11.6）$\times 10^6$ N/m^2，总温为350～1 100 K，测试雷诺数为(0.5～5.6）$\times 10^7$。

测试模型是钝头旋成体，后部逐渐张开（图8）。模型长为0.343 m，直径为0.07 m（圆柱部分）。测试在常规动压条件下进行。测试马赫数为5、6、7、8、9和10。

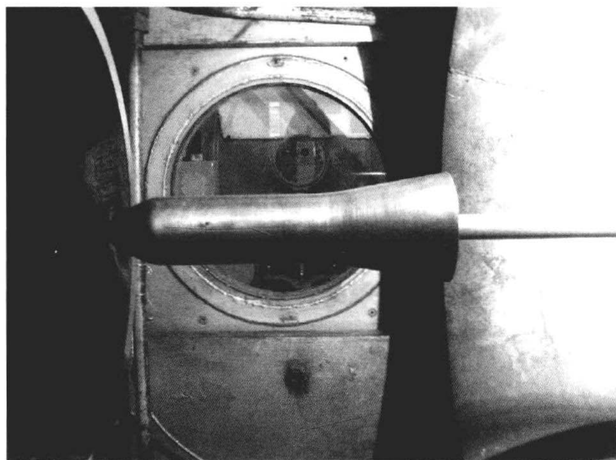


图8　高超声速风洞中的测试模型

6.2　模型姿态和支撑系统

模型由尾部支架支撑，支架安装在测试区的支撑机构上。测试攻角为$-4°$～$14°$，侧滑角为$0°$。

6.3　数据采集、处理和修正

测试中，气动力和力矩由内置的六分力应变天平测量，天平装有水冷系统以克服高温效应。流动温度由热电偶温度计测量，滞止压力由薄膜应变式压力传感器测量。由初级测量仪表得到的信号被Preston数据采集系统捕获，随后被传入计算机并由标准数据处理软件计算流动参数（包括天平坐标系和模型体轴坐标系下的气动载荷、气动力系数和力矩系数）。同时还进行了各种各样的修正，如模型姿态角、模型净质量、力矩参考中心和天平校准中心的偏差。

6.4　测试结果

图9的典型结果表明了作用在校准模型上的气动力和力矩与马赫数和攻角的关系。随着马赫数的增加，轴向力减小；随着攻角的增加，轴向力增大。

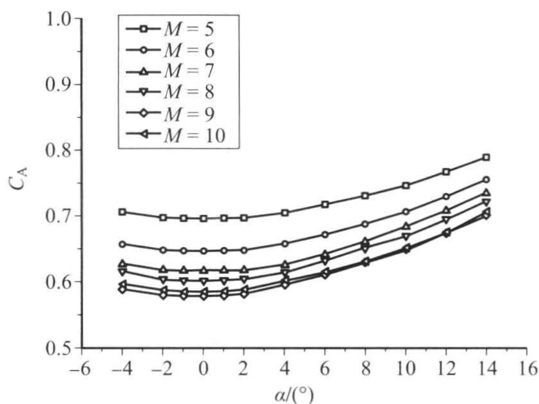


图9　高超声速风洞中的轴向力测量

7　总　　结

作用在飞行器上的力和力矩是量化飞行器性能的重要参数。准确评估这些参数对飞行器设计至关重要。它们同样形成了能够用来验证数值模型和数值模拟的数据库，这正逐渐成为设计过程不可分割的部分。风洞能够提供被适当控制的环境以进行力和力矩的评估。风洞、天平和模型是决定测量质量的三个要素。确保高精度的气动力和力矩测量的关键在于匹配模型载荷与所使用的天平类型，保证模型位于均匀流场，同时保持测量系统的稳定性和分辨率。

在开发特殊类型的力和力矩测量天平时，需要根据气动载荷和流动条件精心设计天平结构、布置

测试线路和校准天平。此外，在高超声速风洞中，应该用抗热材料和冷却系统以降低热效应。

符号和缩略语

C_A	轴向力系数
C_D	阻力系数
C_l	滚转力矩系数
C_L	升力系数
C_m	俯仰力矩系数
C_n	偏航力矩系数
C_N	法向力系数
C_Y	侧向力系数
D	天平直径（m）
D_1	天平前部锥底直径（m）
D_2	天平后部锥底直径（m）
l_1	天平前部锥形长度（m）
l_2	天平后部锥形长度（m）
l_3	校准中心和前部锥底之间的距离（m）
L	支架天平总长（m）
L_1	天平圆柱部分长度（m）
L_2	天平组件长度（m）
M	自由流马赫数
M_x	滚转力矩（N·m）
M_y	俯仰力矩（N·m）
M_z	偏航力矩（N·m）
M_{max}	最大俯仰力矩（N·m）
N	法向力（N）
N_{max}	最大法向力
S	负载能力系数
X	轴向力（N）
X_a	风轴 x 方向
X_b	体轴 x 方向
X_c	天平坐标 x 方向
Y	侧向力（N）
Y_a	风轴 y 方向
Y_b	体轴 y 方向
Y_c	天平坐标 y 方向
Z_a	风轴 z 方向
Z_b	体轴 z 方向
Z_c	天平坐标 z 方向
α	攻角（°）
β	侧滑角（°）

参考文献

AIAA（2003）Calibration and use of internal strain gauge balances with application to wind tunnel testing. *AIAA R－091－2003*, American Institute of Aeronautics and Astronautics（AIAA）, Reston, Virginia.

David, G.（1989）Wind tunnel support system effects on a fighter aircraft model at Mach numbers from 0.6 to 2.0. *AEDC－TR－89－4*（*ADA*210614）, Arnold Engineering Development Center, Tennessee.

Donovan, H. R. and Goddard, F. E.（1961）*High Speed Problems of Aircraft and Experimental Methods*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Etkin, B. and Reid, L. D.（1995）*Dynamics of Flight: Stability and Control*, Wiley, New York.

Freeman, D. C., Jr.（2000）Wind-tunnel model systems criteria. *LPR*（*Langley Research Center Procedural Requirements*）1710.15, NASA.

He, D. X.（2001）*Wind Tunnel Balance*, National Defence Industry Press, Beijing.

Kuzin, A. V. and Vyshkov, G. K.（1992）*Progress of Magnetic Suspension and Balance Systems for Wind Tunnels in the USSR*. Proceedings of International Symposium on Magnetic Suspension Technology. *NASA CP*－3152, pp. 65－74.

Martindale, W. R. and Butler, R. W.（1985）Study on needs for a magnetic suspension system operating with a transonic wind tunnel. *NASA CR*—3900, NASA.

Parker, D. H.（1989）Techniques for extreme attitude suspension of a wind tunnel model in a magnetic suspension and balance system. *NASA CR*－181895, NASA.

Pope, A. and Goin, K. L.（1978）*High-Speed Wind Tunnel Testing*, Krieger, New York.

Rhew, R. D.（1999）NASA LaRC strain gauge balance design concepts. NASA CP－1999－209101, NASA.

Schimanski, D. and Quest, J.（2003）Tools and techniques for high Reynolds number testing status and Recent improvements at ETW. AIAA 2003－0755. 41stAIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada.

Soeder, R. H., Roeder, J. W., Stark, D. E. and Linne, A. A.（2004）NASA glenn wind tunnel model systems criteria. NASA/TM－2004－212706, NASA.

本章译者：吴小胜，雷娟棉，尹晋涛
（北京理工大学宇航学院）

附录 1

《航空航天科技出版工程》英文版编写委员会

主　　编

顾问委员会

Robert G. Loewy
School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA

N. Harris McClamroch
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

J. J. Miau
Department of Aeronautics and Astronautics, National Cheng Kung University, Tainan City, Taiwan

Earll M. Murman
Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA

M. R. Nayak
Aerospace Electronics & Systems Division, National Aerospace Laboratories, Bangalore, India

Elaine S. Oran
Laboratory for Computational Physics and Fluid Dynamics, US Naval Research Laboratory, Washington DC, USA

Mikhail Osipov
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Max F. Platzer
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, USA

Bryan Richards
Department of Aerospace Engineering, University of Glasgow, Glasgow, UK

Munir Sindir
Pratt & Whitney Rocketdyne, Canoga Park, CA, USA

John Stollery
Department of Aerospace Sciences, School of Engineering, Cranfield University, Cranfield, UK

Dwight C. Streit
Northrop Grumman Aerospace Systems, Redondo Beach, CA, USA

John J. Tracy
The Boeing Company, Chicago, IL, USA

Ulrich Walter
Institute of Astronautics, Technical University, Munich, Germany

S. Pete Worden
NASA Ames Research Center, Mountain View, CA, USA

Fenggan Zhuang
China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing, China

主要作者

John D. Anderson, Jr. PART 2
Aeronautics Division, National Air and Space Museum, Smithsonian Institution, Washington DC, USA

Ella M. Atkins PARTS 38 and 43
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

René de Borst PART 15
Department of Mechanical Engineering, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands

Carlos E. S. Cesnik PARTS 17 and 20
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Alan R. Chambers PART 21
School of Engineering Sciences, University of Southampton, Southampton, UK

Mikhail Cherniakov PART 24
School of Electronic, Electrical and Computer Engineering, The University of Birmingham, Birmingham, UK

Ricky Curran PART 31
Department of Air Transport and Operations, Faculty of Aerospace Engineering, Technical University of Delft, Delft, The Netherlands

Peter Curtis PART 41
BAE Systems, Farnborough, UK

Olivier Dessens PART 29
Centre for Atmospheric Science, University of Cambridge, Cambridge, UK

Dimitris Drikakis PARTS 4 and 7
Department of Aerospace Sciences, Cranfield University, Cranfield, UK

David Faddy PART 37
Decision Analysis Services Ltd, Basingstoke, UK

Peretz P. Friedmann PARTS 13 and 14
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Datta V. Gaitonde PART 5
Air Force Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, OH, USA

Alec D. Gallimore PART 12
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Ismet Gursul PARTS 3 and 8
Department of Mechanical Engineering, University of Bath, Bath, UK

Raphael T. Haftka PART 42
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainsville, FL, USA



James F. Klausner　PART 6
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL, USA

Kevin Knowles　PART 22
Aeromechanical Systems Group, Cranfield University, Cranfield, UK

Hao Liu　PART 34
Graduate School of Engineering, Chiba University, Chiba, Japan

Eli Livne　PARTS 32 and 33
Department of Aeronautics and Astronautics, University of Washington, Seattle, WA, USA

Ian MacDiarmid　PART 36
Electromagnetic Engineering Department, Central Engineering, BAE Systems - Military Air Solutions, Warton, Lancashire, UK

Michael Preuss　PART 19
School of Materials, University of Manchester, Manchester, UK

Philip Pugh　PART 37
Independent Consultant, Clapham, UK
(deceased January 2009)

Peter Roberts　PARTS 27 and 30
Space Research Centre, Cranfield University, Cranfield, UK

Hanspeter Schaub　PART 26
Department of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado, Boulder, CO, USA

Daniel J. Scheeres　PART 25
Department of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado, Boulder, CO, USA

Allan Seabridge　PARTS 39 and 40
Seabridge Systems Ltd, Lytham St Annes, UK

Tom I-P. Shih　PARTS 9 and 10
School of Aeronautics and Astronautics, Purdue University, West Lafayette, IN, USA

Michel van Tooren　PARTS 32 and 33
Department of Aircraft Design, Integration & Operations, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands

Antonios Tsourdos　PART 23
Department of Informatics & Sensors, Cranfield University, Cranfield, UK

Anthony M. Waas　PARTS 16 and 18
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Brian A. White　PART 23
Department of Informatics & Sensors, Cranfield University, Cranfield, UK

Vigor Yang　PART 11
School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA

Xin Zhang　PART 28
School of Engineering Sciences, University of Southampton, Southampton, UK

Thomas Zurbuchen　PART 35
College of Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

附录 2

《航空航天科技出版工程 1 流体动力学与空气热力学》英文版参编人员

Igor V. Adamovich
Department of Mechanical Engineering and Chemical Physics Graduate Program, The Ohio State University, Columbus, OH, USA

Ramesh K. Agarwal
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Washington University, St. Louis, MO, USA

Ned Allen
Lockheed Martin Aeronautics, Palmdale, CA, USA

John D. Anderson, Jr.
Aeronautics Division, National Air and Space Museum, Smithsonian Institution, Washington DC, USA

Yiannis Andreopoulos
Department of Mechanical Engineering, City University of New York, NY, USA

Hikaru Aono
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Brian M. Babie
Department of Aerospace & Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Notre Dame, IN, USA

Chris Bahr
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL, USA

Luis P. Bernal
Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Hester Bijl
Aerodynamics Group, Aerospace Engineering, T. U. Delft, Delft, The Netherlands

Rodney Bowersox
Department of Aerospace Engineering, Texas A&M University, College Station, TX, USA

Iain D. Boyd
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Stuart E. Burge
Burge Hughes Walsh, Rugby, UK

Cengiz Camci
Turbomachinery Aero-heat Transfer Laboratory, The Pennsylvania State University, University Park, PA, USA

Graham V. Candler
Department of Aerospace Engineering and Mechanics, University of Minnesota, Minneapolis, MN, USA

Louis Cattafesta
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL, USA

Vijay Chandrasekharan
Mechanical and Aerospace Engineering Department, University of Florida, Gainesville, USA

Tailian Chen
Department of Mechanical Engineering, Gonzaga University, Spokane, WA, USA

Gary N. Coleman
School of Engineering Sciences, University of Southampton, Southampton, UK

Erjie Cui
China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing, China

Werner J. A. Dahm
Department of Aerospace Engineering, The University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA and Pentagon, US Air Force, Washington DC, USA

Dimitris Drikakis
Department of Aerospace Sciences, Cranfield University, Cranfield, UK

Richard P. Dwight



Aerodynamics Group, Aerospace Engineering, T. U. Delft, Delft, The Netherlands

Sam A. E. G. Falle
Department of Applied Mathematics, University of Leeds, Leeds, UK

Zhaolin Fan
China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang, Sichuan, China

Daniel Favier
Institute of Movement Sciences, University of Meéditerraneée, Marseille, France

Christer Fureby
The Swedish Defense Research Agency, FOI, Stockholm, Sweden

Datta V. Gaitonde
Air Force Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, OH, USA

Michael A. Gallis
Engineering Sciences Center, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, USA

Marc Garbey
Department of Computer Science, University of Houston, Houston, TX, USA

Nicholas J. Georgiadis
Inlet and Nozzle Branch, NASA Glenn Research Center, Cleveland, OH, USA

Ashok Gopalarathnam
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, North Carolina State University, Raleigh, NC, USA

David Greenblatt
Faculty of Mechanical Engineering, Israel Institute of Technology, Technion City, Haifa, Israel

Fernando F. Grinstein
Applied Physics Division, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM, USA

Ismet Gursul
Department of Mechanical Engineering, University of Bath, Bath, UK

William D. Henshaw
Centre for Applied Scientific Computing, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA, USA

Kathryn M. Hurlbert
Crew and Thermal Systems Division, NASA Johnson Space Center, Houston, TX, USA

Yasushi Ito
Department of Mechanical Engineering, University of Alabama at Birmingham, Birmingham, AL, USA

Laurent Jacquin
Department of Fundamental and Experimental Aerodynamics (DAFE), ONERA, Meudon, France

Gopalan Jagadeesh
Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Science, Bangalore, India

Antony Jameson
Aeronautics and Astronautics Department, Stanford University, Stanford, CA, USA

Gregory S. Jones
NASA Langley Research Center, Hampton, VA, USA

Kevin D. Jones
Department of Mechanical and Astronautical Engineering, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, USA

Joseph Katz
Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, San Diego State University, San Diego, CA, USA

Jungho Kim
Department of Mechanical Engineering, University of Maryland, College Park, MD, USA

James F. Klausner
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL, USA

Konstantinos Kontis
School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, The University of Manchester, Manchester, UK

Manfred Krafczyk
Institute for Computational Modeling in Civil Engineering, Technische Universitä t Braunschweig, Braunschweig, Germany

Nicholas J. Lawson
School of Engineering, Cranfield University, Cranfield, UK

Bram van Leer
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

J. Gordon Leishman
Department of Aerospace Engineering, University of Maryland, College Park, MD, USA

Michael A. Leschziner
Aeronautics Department, Imperial College London, London, UK

Hao Liu
Graduate School of Engineering, Chiba University, Chiba, Japan

Peter Lucas
Aerodynamics Group, Aerospace Engineering, T. U. Delft, Delft, The Netherlands

Li-Shi Luo
Department of Mathematics & Statistics and Center for Computational Sciences, Old Dominion University, Norfolk, USA

David G. MacManus
Department of Aerospace Sciences, Cranfield University,

Wharley End, Bedfordshire, UK

Jose Mathew
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL, USA

Dimitri J. Mavriplis
Department of Mechanical Engineering, University of Wyoming, Laramie, WY, USA

Suresh Menon
Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA

Jonathan F. Morrison
Department of Aeronautics, Imperial College, South Kensington, London, UK

Thomas J. Mueller
Department of Aerospace and Mechanical Engineering, Notre Dame, IN, USA

Jonathan Naughton
Mechanical Engineering Department, University of Wyoming, Laramie, WY, USA

Robert C. Nelson
Department of Aerospace & Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Notre Dame, IN, USA

M. Volkan Ötügen
Mechanical Engineering Department, Southern Methodist University, Dallas, TX, USA

Kui Ou
Aeronautics and Astronautics Department, Stanford University, Stanford, CA, USA

Klausdieter G. Pahlke
Programme Directorate Aeronautics, Deutsches Zentrum fuer Luft - und Raumfahrt, Braunschweig, Germany

Alain Pelletier
Siemans Energy, Inc., Gas Turbine Engineering, Orlando, FL, USA

Max F. Platzer
Department of Mechanical and Astronautical Engineering, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, USA

Allen Plotkin
Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, San Diego State University, San Diego, CA, USA

Kenneth G. Powell
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Srisha Rao M. V.
Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Science, Bangalore, India

Rami R. Razouk
The Aerospace Corporation, Los Angeles, CA, USA

Othon K. Rediniotis
Texas A&M University, College Station, TX, USA

William J. Rider
Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, USA

Christopher L. Rumsey
Computational Aerosciences Branch, NASA Langley Research Center, Hampton, VA, USA

Pierre Sagaut
Institut Jean Le Rond d'Alembert, Universiteé Pierre et Marie Curie - Paris 6, Paris Cedex 5, France

Richard D. Sandberg
School of Engineering Sciences, University of Southampton, Southampton, UK

Fulvio Scarano
Aerospace Engineering Department, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands

Steven P. Schneider
School of Aeronautics and Astronautics, Purdue University, West Lafayette, IN, USA

Joseph J. S. Shang
Wright State University, Dayton, OH, USA

Mark Sheplak
Mechanical and Aerospace Engineering Department, University of Florida, Gainesville, USA

Alan M. Shih
Department of Mechanical Engineering, University of Alabama at Birmingham, Birmingham, AL, USA

Chi - Wang Shu
Division of Applied Mathematics, Brown University, Providence, RI, USA

Wei Shyy
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Jaeheon Sim
Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA

Bharat K. Soni
Department of Mechanical Engineering, University of Alabama at Birmingham, Birmingham, AL, USA

Demetri P. Telionis
Aeroprobe Corp. Blacksburg, VA, USA

Eleuterio F. Toro
Department of Civil and Environmental Engineering, University of Trento, Trento, Italy

Cameron Tropea
Department of Mechanical Engineering, Institute of Fluid Mechanics and Aerodynamics, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, Germany

Anatoli Tumin
Department of Aerospace and Mechanical Engineering,



University of Arizona, Tucson, AZ, USA

Zhijin Wang
Department of Mechanical Engineering, University of Bath, Bath, UK

Israel J. Wygnanski
University of Arizona, Aerospace and Mechanical Engineering, Tucson, AZ, USA

Yihong Yang
Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, USA

Dennis A. Yoder
Inlet and Nozzle Branch, NASA Glenn Research Center, Cleveland, OH, USA

Hossein Zare - Behtash
School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, The University of Manchester, Manchester, UK

Xin Zhang
School of Engineering Sciences, University of Southampton, Southampton, UK

索　引





A

B



C



D



E



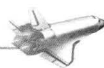
F



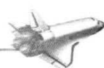
G



H

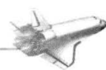






K

L



M



N

O

P

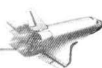


Q

R



S



T



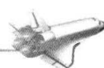
W



X



Y



Z

